Mecânica Clássica: Lista Forças Centrais

1. Considere um campo com duas componentes complexas,

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \end{pmatrix} \tag{1}$$

com

$$\psi(x)^\dagger = \left(\psi(x)_1^\dagger, \psi(x)_2^\dagger\right) \,, \tag{2}$$

e suponha que a Lagrangeana do sistema descrito através desse campo seja invariante sob a transformação

$$\begin{cases} \psi \to U\psi \\ \psi^\dagger \to \psi^\dagger U^\dagger \,, \end{cases} \tag{3}$$

onde U é uma matriz 2 X 2 unitária com elementos constantes. Levando em conta que qualquer matriz 2 X 2 pode ser escrita na forma

$$U = e^{i\theta} e^{i\mathbf{L}\tau} \,, \tag{4}$$

onde $\mathbf{L}$ é um vetor de 3 comonentes e τ tem como componentes as matrizes de Pauli.

   a) Mostre que para transformações infinitesimais $\psi \to U\psi \sim \psi + \delta\psi = \psi + (i\theta + i\mathbf{L}.\tau)\psi$.

   b) Mostre que a corrente conservada é $J_\mu^\nu = i\left[(\partial_\mu \psi^\dagger)\tau^\nu \psi - \psi^\dagger \tau^\nu (\partial_\mu \psi)\right]$, com $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ e $\tau^o = \mathbf{1}$.

2. Obtenha a Equação de Hamilton-Jacobi para sistemas contínuos.

3. Considere a densidade Lagrangeana

$$\mathcal{L}(\phi) = \sum_i \left[\frac{\phi_i^2}{2} - V(\phi)\right] \,. \tag{5}$$

Determine a equação de Hamilton-Jacobi.