Cálculo II, P1-A-Diurno, 11/10/2018, Prof. Juan López Linares

Nome Completo: N. USP:

1) Resolva o problema de valor inicial incompleto $y''(x) + y(x) = 0$, $y'(0) = 0$.

2-7) Calcule a área limitada pela reta $y = \frac{5}{2}$ e a curva paramétrica

$$x(t) = t - \frac{1}{t}, \quad y(t) = t + \frac{1}{t}$$

3-12) Determine se a séria converge ou diverge. **Justifique** sua resposta.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

4-15) Determine e **justifique** se a série é absolutamente convergente, condicionalmente convergente ou divergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5+n}$$

5-18) a) Escreva a função no integrando como uma série de potências.
b) Calcule a integral indefinida deixando o resultado como uma série.

$$\int e^{x^3} dx$$

Cálculo II, Biossistemas, 16/10/2018, Prof. Juan López Linares

Nome Completo: N. USP:

1-5) Resolva a equação diferencial não homogênea $y''(x) - y'(x) = e^x$.

2-9) Encontre a área fora da curva polar $r = 1$ e dentro da curva polar $r = \frac{3}{2} sen(\theta)$.

3-10) Determine se a sequência converge ou diverge. **Justifique** sua resposta. Se ela convergir, encontre o limite.

$$a_n = \frac{n\cos(n)}{n^2 + 1}$$

4-13) Determine se a séria converge ou diverge. **Justifique** sua resposta.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^5 + 4}}$$

5-16) Qual o raio (R) e o intervalo (I) de convergência da série de potências:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{\ln(n)}$$

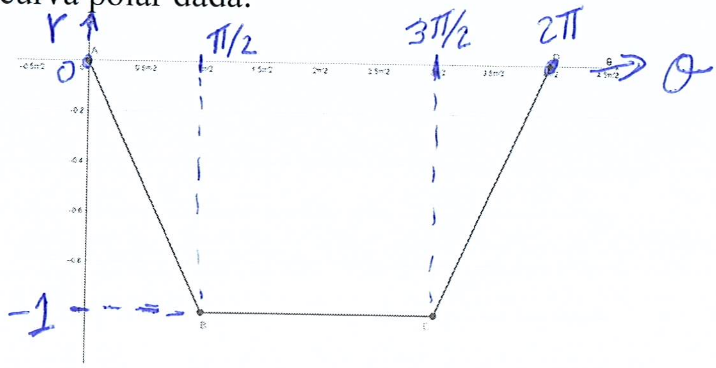
Justifique suas respostas.

Cálculo II, A. Noturno, 22/10/2018, Prof. Juan López Linares

Nome Completo: N. USP:

1-4) Sejam μ e L números reais positivos. Para que valores de μ (autovalores) o problema de valor de contorno $y''(x) + \mu^2\, y(x) = 0$, $y(0) = 0$, $y(L) = 0$ tem soluções, $y(x)$ (autofunções), não identicamente nulas para todo $0 \leq x \leq L$. Quais são os autovalores e as autofunções correspondentes em função do parâmetro L?

2-8) A figura mostra um gráfico fictício em coordenadas cartesianas das variáveis das coordenadas polares r e θ. Esboce o gráfico cartesiano correspondente à curva polar dada.



3-11) Determine se a série converge ou diverge (**justifique**). Se ela convergir, encontre a soma.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+1)}$$

4-14) Determine e **justifique** se a série é absolutamente convergente, condicionalmente convergente ou divergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$$

5-17) Encontre uma representação em série de potências para a função e determine o intervalo de convergência:

$$f(x) = \frac{x}{x-3}$$

:q. **Característica**: $Ar^2 + Br + C = 0$

Tipo I: $Y_{gh}(x) = C1.e^{r1.x} + C2.e^{r2.x}$ $\Delta>0$
Tipo II: $Y_{gh}(x) = C1.e^{r.x} + C2.x.e^{r.x}$ $\Delta=0$
Tipo III: $Y_{gh}(x) = e^{\alpha.x}.[D1.\cos(\beta x) + D2.sen(\beta x)]$ $\Delta<0$

'**VI**: $Ay''(x) + By'(x) + Cy(x) = 0$
!estrições: $Y(x_0) = Y_0$ / $Y'(x_0) = Y_1$
'**VC**: $y(x) = Csen(\frac{xn\pi}{L})$
:**quação não homogênea**:
$_{ghn}(x) = Ygh(x) + Yp(x)$
Vronskiano:

$$W(x) = \begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) \\ f'_1(x) & f'_2(x) \end{vmatrix}$$

:**oordenadas Polares**:
'$= x^2+y^2 = r^2$
$= r\cos(\theta) = x$
$= r\,sen(\theta) = y$

Tangente(inclinação da reta):
dy/dx=(dy/dt)/(dx/dt)
2° Derivada (concavidade):

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}}$$

Área:

$$A = \int_a^b y\,dx = \int_\alpha^\beta g(t)f'(t)\,dt$$

Comprimento de Arco:

$$L = \int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$$

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

Área superfície/superfície de rotação:

$$S = \int_\alpha^\beta 2\pi y\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$$

Área coordenada polar:

$$A = \int_a^b \tfrac{1}{2}r^2\,d\theta$$

Arco polar:

$$L = \int_a^b \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}\,d\theta$$

Limite de uma Sequência:
Limite superior: an<=M, para todo n>=1
Limite inferior: m<=an, para todo n>=1
Teste da divergência:
Se Lim(an) não existir (infinito) ou lim(an) diferente de 0, então vai divergir.

Teste da Integral imprópria:
Função tem que ser contínua, positiva e decrescente em [1,oo).

(i) Se $\int_1^\infty f(x)\,dx$ é convergente, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente.

(ii) Se $\int_1^\infty f(x)\,dx$ é divergente, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é divergente.

Série P(1/n^p): Se p>1 converge. Se p<=1 diverge.
Teste da comparação:
1º- Se bn for convergente, então an<=bn para todo n. Conclui que é convergente.
Se bn for divergente, então an>=bn para todo n. Conclui que diverge. Se o teste falhar?
Teste comparação no limite:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$$

Onde c>0 (obrigatorio), Se bn for convergente então an também converge. Se bn for divergente, an também será.
Séries absolutamente convergente ou divergente:

$\boxed{1}$ Definição Uma série $\Sigma\, a_n$ é dita **absolutamente convergente** se a série de valores absolutos $\Sigma\, |a_n|$ for convergente.

Teste da Razão:

(i) Se $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L < 1$, então a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é absolutamente convergente (e, portanto, convergente).

(ii) Se $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L > 1$ ou $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \infty$ então a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é divergente.

Se lim=1, inconclusivo
Função como série de potência:

$$\frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1-(-x^2)} = \sum_{n=0}^{\infty} (-x^2)^n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$$