

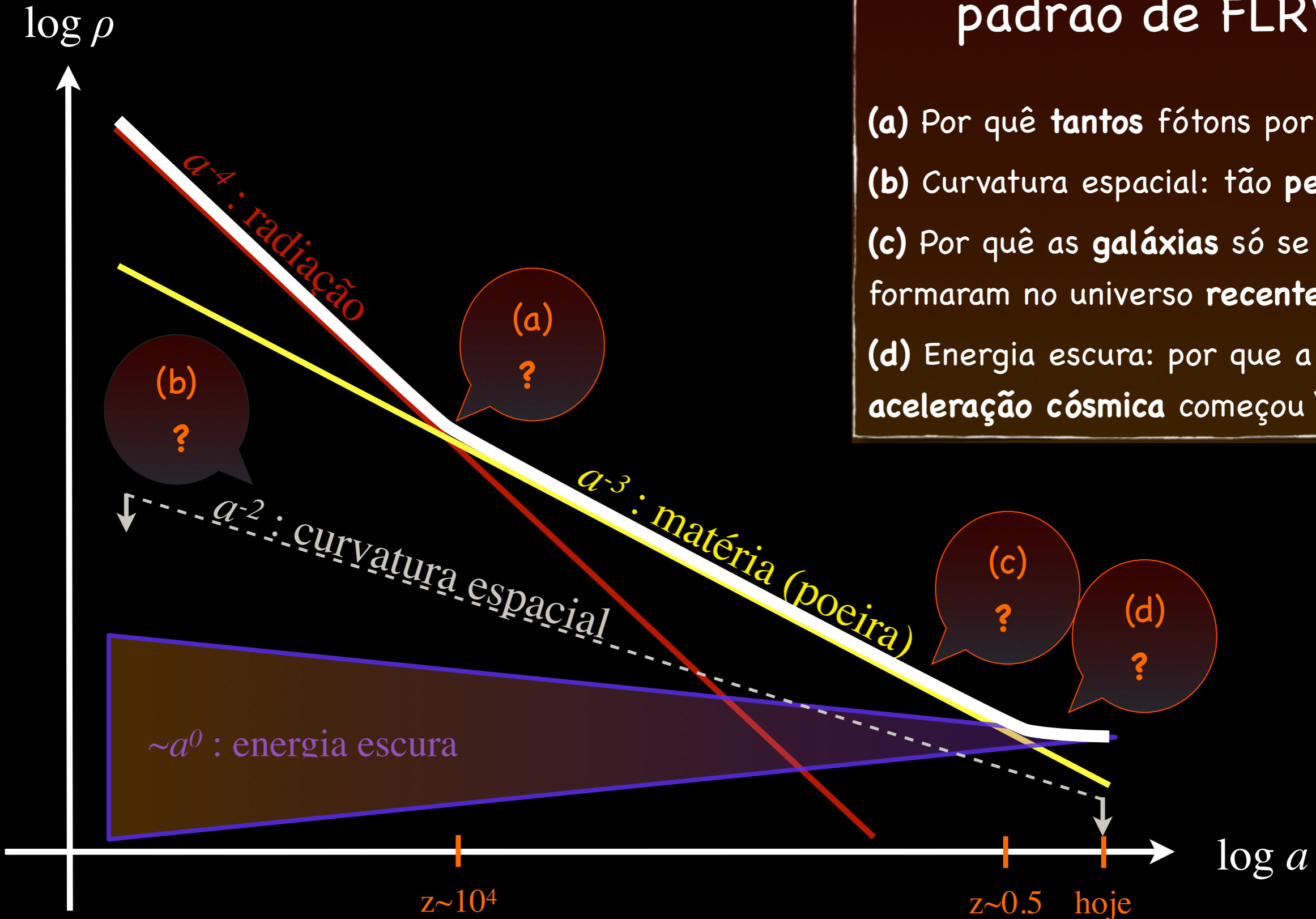
Introdução à Cosmologia Física



Problemas do “modelo padrão” de FLRW

- * Planura (flatness)
- * Horizontes cosmológicos
- * Formação de estruturas no universo

História da dominação cósmica



Enigmas do modelo-padrão de FLRW

- (a) Por quê tantos fótons por bárion?
- (b) Curvatura espacial: tão pequena?
- (c) Por quê as galáxias só se formaram no universo recente?
- (d) Energia escura: por que a era da aceleração cósmica começou "hoje"?

Introdução à Cosmologia Física

#1: Por quê a curvatura espacial é tão pequena?

$$\rho_k = -\frac{3k}{8\pi G a^2}$$
$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$
$$\Omega_k = -\frac{k}{H^2 a^2} \quad \leftrightarrow \quad \Omega_k^0 = -\frac{k}{H_0^2}$$

Os limites atuais (principalmente da RCF) implicam que o "raio de curvatura" ($k^{-1/2}$) da seção espacial é muito maior ($> 100 \times$) do que o "raio de Hubble" (~ 3 Gpc).

Como pode ser?

$$\frac{d}{dt} \Omega_k = -\frac{d}{dt} \frac{k}{H^2 a^2} = -\frac{d}{dt} \frac{k}{\dot{a}^2} = 2 \frac{k}{H^2 a^2} \frac{1}{H} \frac{\ddot{a}}{a} = -2\Omega_k \frac{1}{H} (-4\pi G)(\rho + 3p)$$

$$\Rightarrow \frac{d \log \Omega_k}{d \log a} = \frac{8\pi G(\rho + 3p)}{H^2}$$

Ω_k cresce sempre, a menos que $\rho + 3p < 0$!

Introdução à Cosmologia Física

Recordando: Dinâmica de um universo dominado por curvatura espacial

Vamos supor que temos apenas radiação, e que a curvatura espacial é negativa.

$$H(t) = \frac{1}{a} \frac{da}{dt} = H_0 \sqrt{\Omega_r^0 a^{-4} + \Omega_k^0 a^{-2}} \quad \Omega_r^0 + \Omega_k^0 = 1$$

Defina:
$$a_* = \sqrt{\frac{\Omega_r^0}{-\Omega_k^0}} = \sqrt{\frac{\Omega_k^0 - 1}{\Omega_k^0}}$$

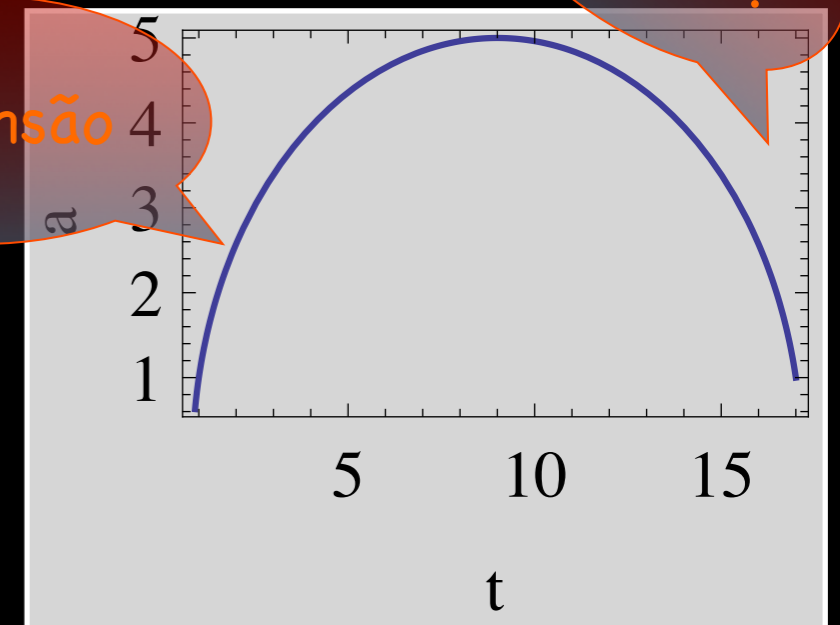
Podemos reescrever essa equação como:
$$\frac{da}{a} \frac{a^2}{\sqrt{1 - a^2/a_*^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{1 - a_*^{-2}}} dt$$

A solução é:

$$a = \left[1 + 2 H_0 (t - t_0) - \frac{1}{a_*^2 - 1} H_0^2 (t - t_0)^2 \right]^{1/2}$$

Essa função tem um máximo em:

$$t_* = t_0 + (a_*^2 - 1) H_0^{-1} \quad a(t_*) = a_*$$



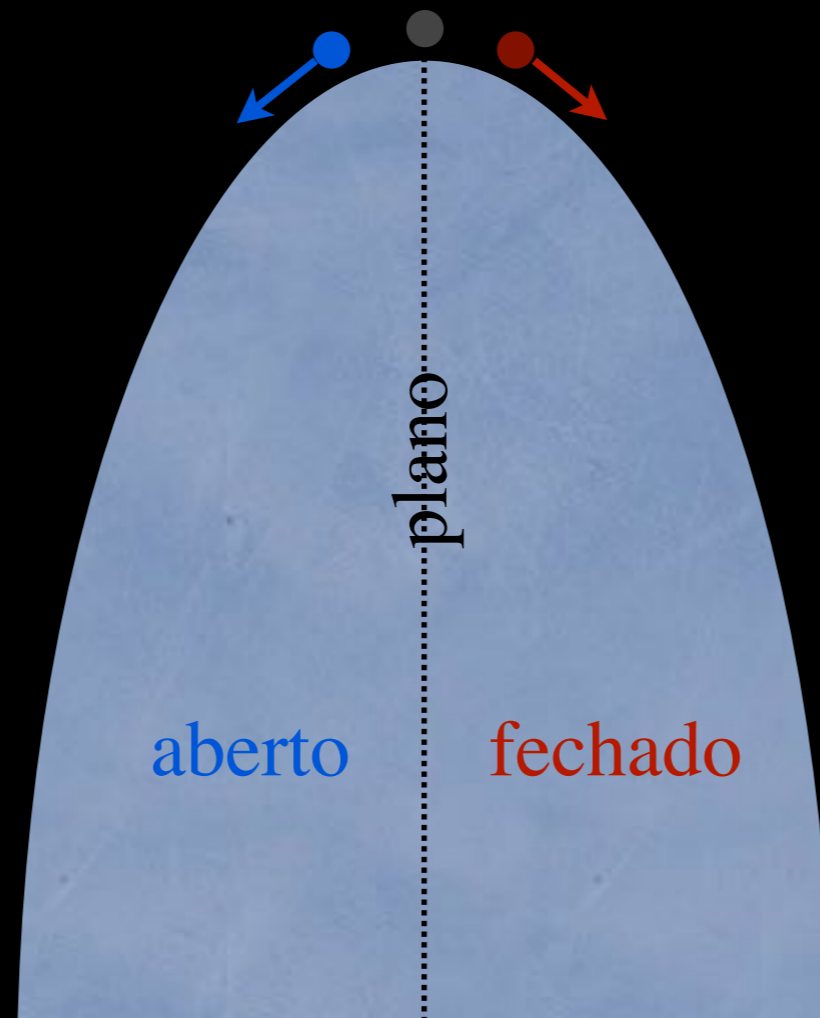
Introdução à Cosmologia Física

Com matéria "normal" (poeira, radiação), a curvatura deveria dominar, eventualmente!

$$\frac{d \log \Omega_k}{d \log a} = \frac{8\pi G(\rho + 3p)}{H^2}$$

Curvatura pequena hoje \Rightarrow Curvatura **muito pequena** no universo primordial!

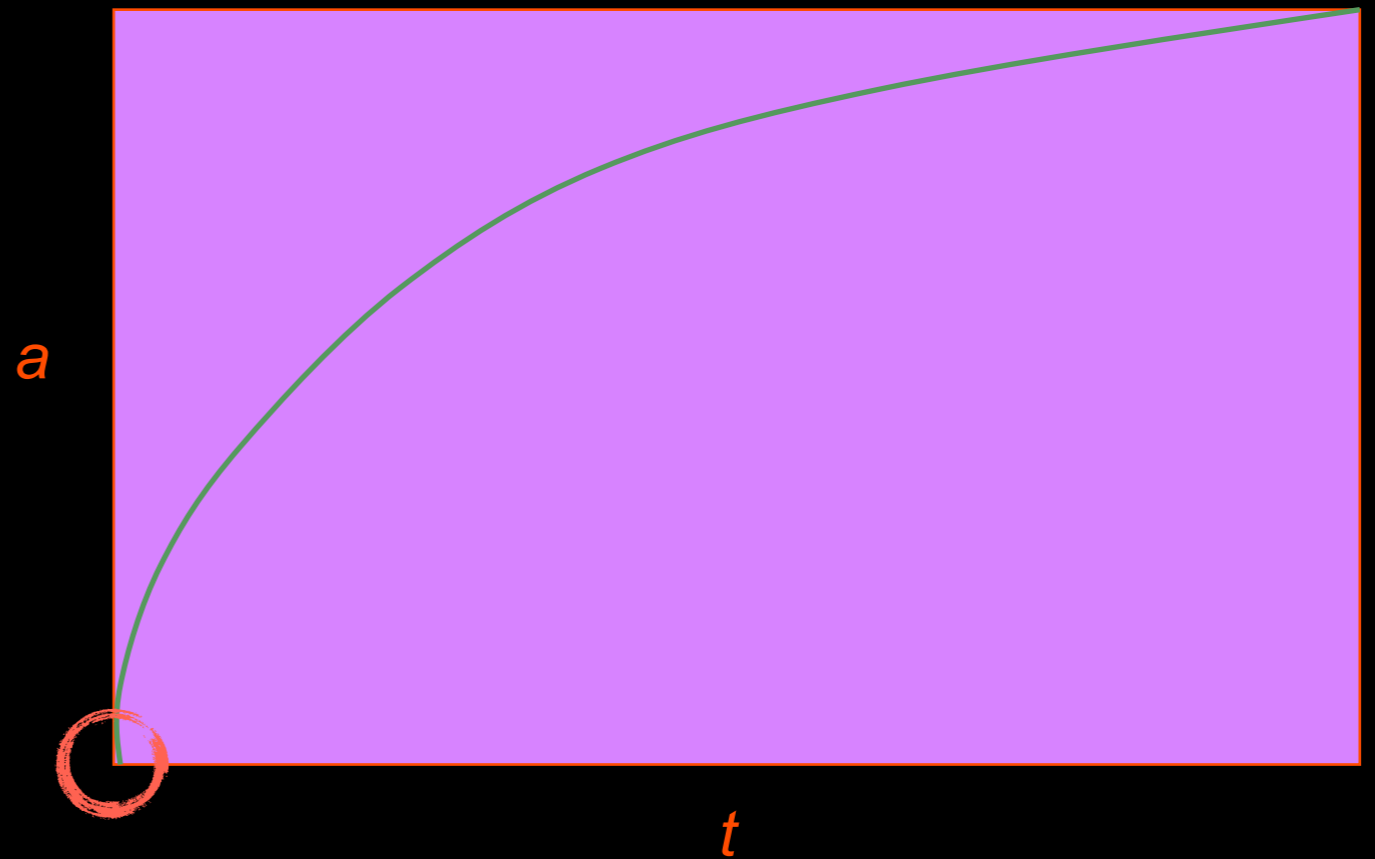
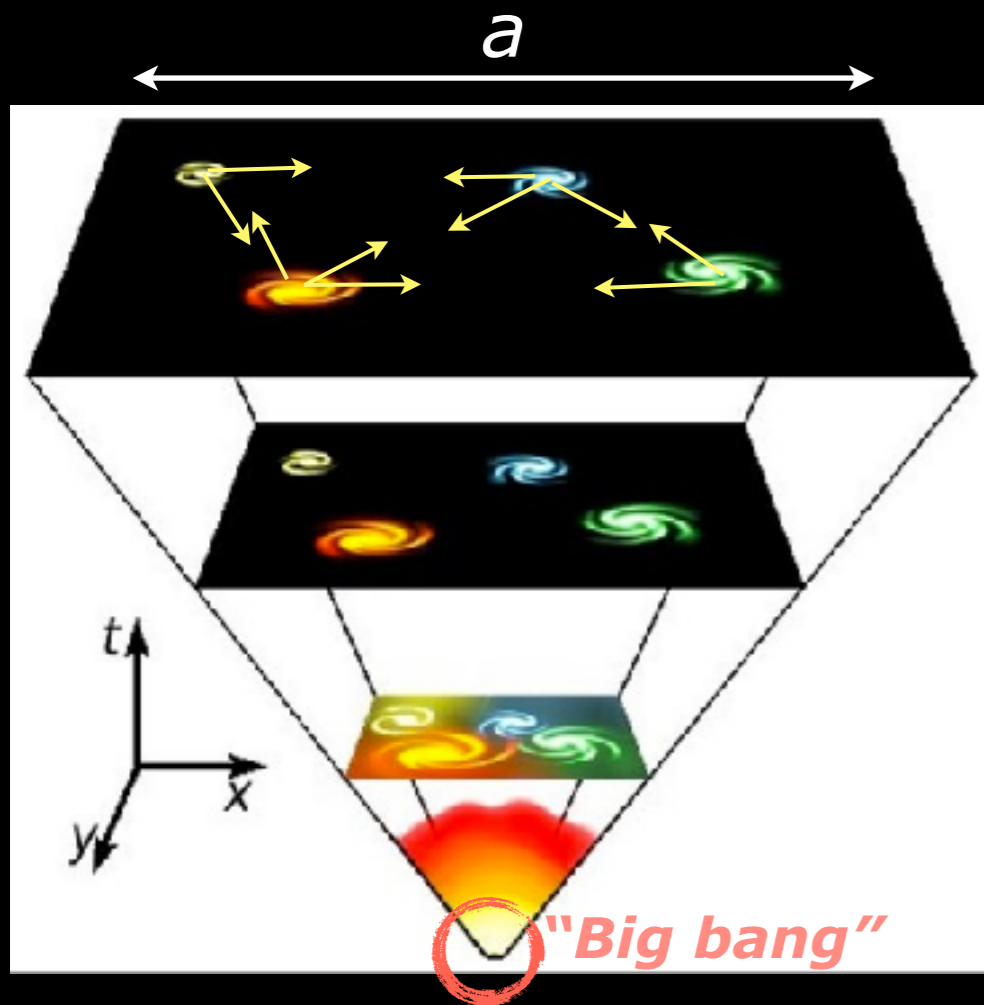
Por quê?



Introdução à Cosmologia Física

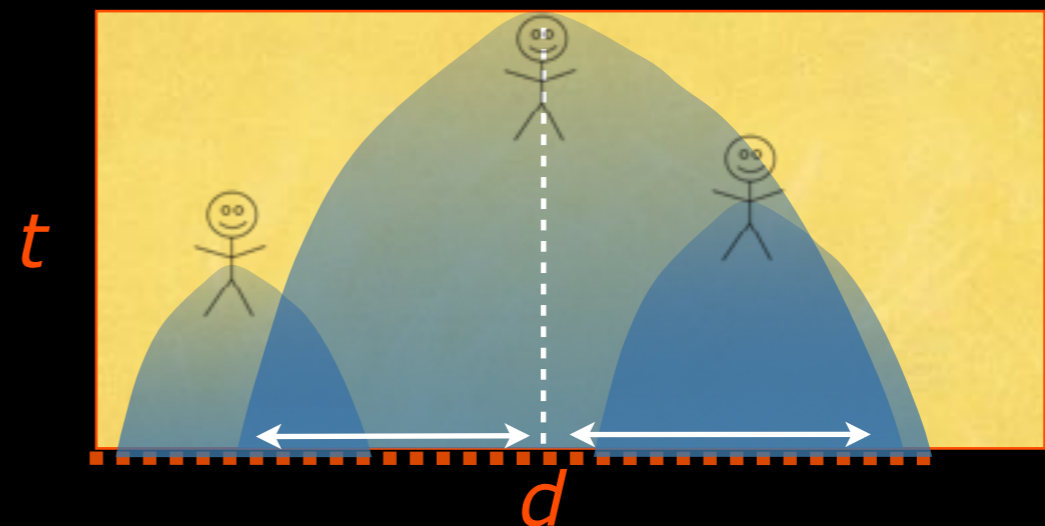
#2: Horizontes num universo em expansão

Gravidade \Rightarrow força atrativa \Rightarrow expansão desacelerada



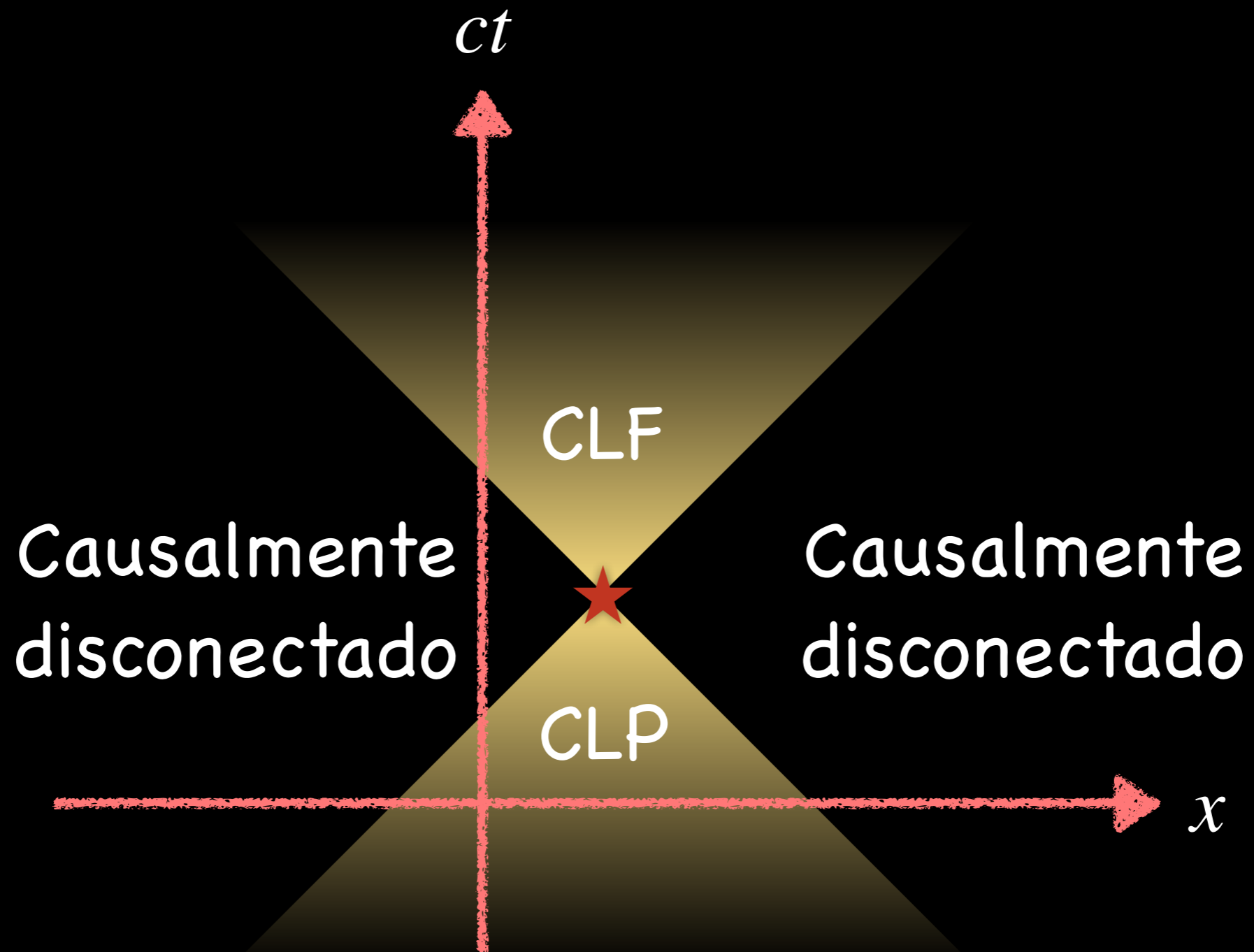
Há uma **distância máxima** que pode ser percorrida por um raio de luz que foi emitido num instante qualquer no passado, até um instante t .

Em outras palavras, o **cone de luz passado**, nesse caso, está limitado!



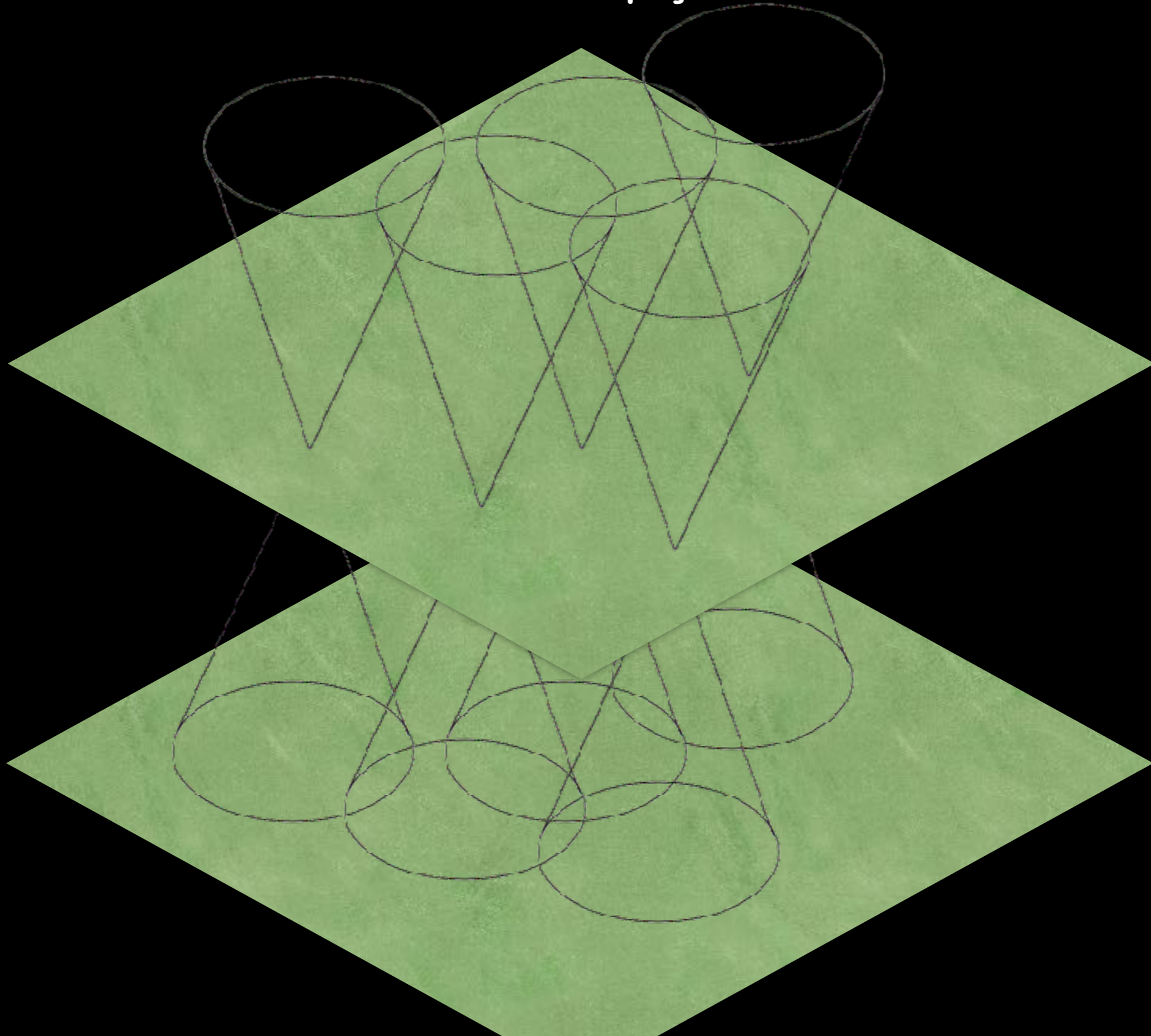
Introdução à Cosmologia Física

O cone de luz, no espaço de Minkowski (Relatividade Restrita) é:



Introdução à Cosmologia Física

Vários cones de luz de eventos em $t=0$ no espaço de Minkowski, 2+1 dimensões:



Introdução à Cosmologia Física

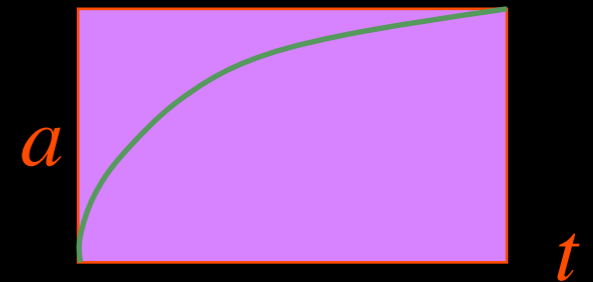
Em Relatividade Geral — e em cosmologia — os cones de luz são “curvos”



Introdução à Cosmologia Física

- Em FLRW, distâncias percorridas por sinais de luz podem ser **finitas** mesmo quando o tempo durante o qual esse sinal viajou se estende até arbitrariamente no passado ou no futuro. Por exemplo, vamos tomar um espaço-tempo FLRW desacelerado:

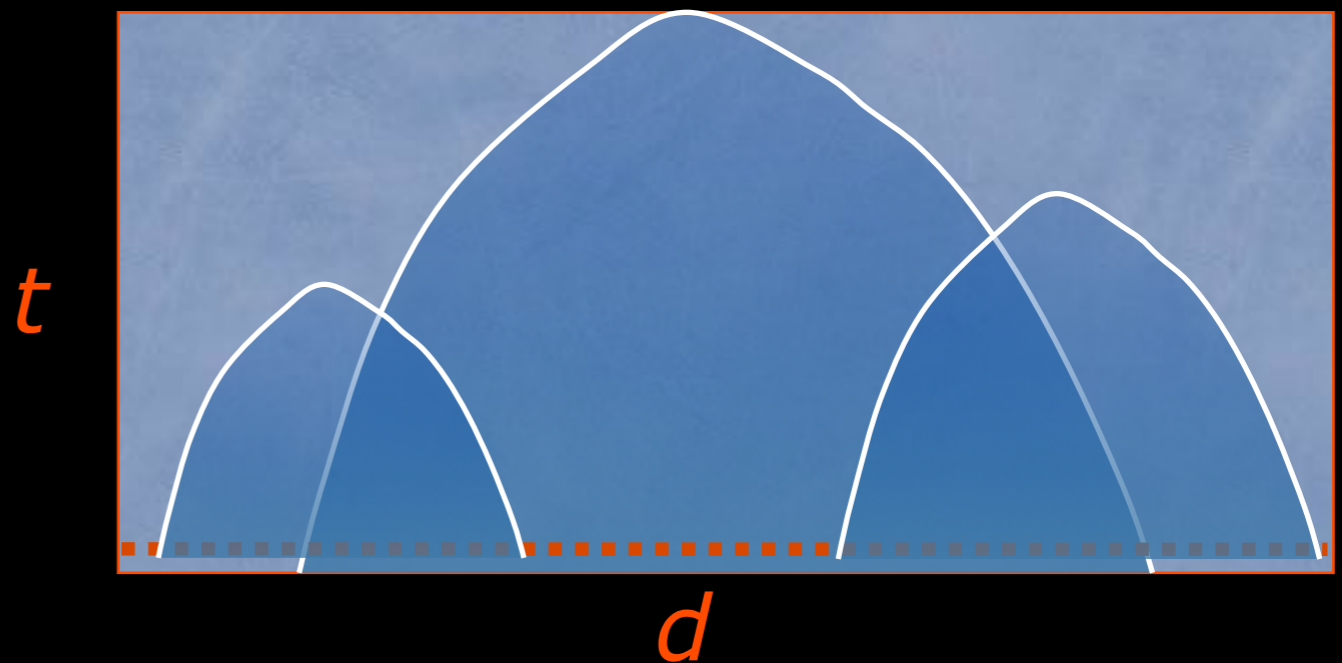
$$a(t) = a_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^p, \quad 0 < p < 1$$



Esse espaço-tempo pode ser continuado para o passado, até o instante $t=0$ (quando $a=0$). Então:

$$\begin{aligned} d_{pH}(t) &= a(t) \int \frac{dt'}{a(t')} = \left(\frac{t}{t_0} \right)^p \int_0^t dt' \left(\frac{t'}{t_0} \right)^{-p} \\ &= \frac{1}{1-p} t = \frac{p}{1-p} H^{-1}(t) \end{aligned}$$

d_{Hp} é a distância física máxima que um raio de luz pode viajar se ele foi emitido no primeiro instante possível. Isso significa que o **cone de luz passado** nesse cenário é limitado.



Introdução à Cosmologia Física

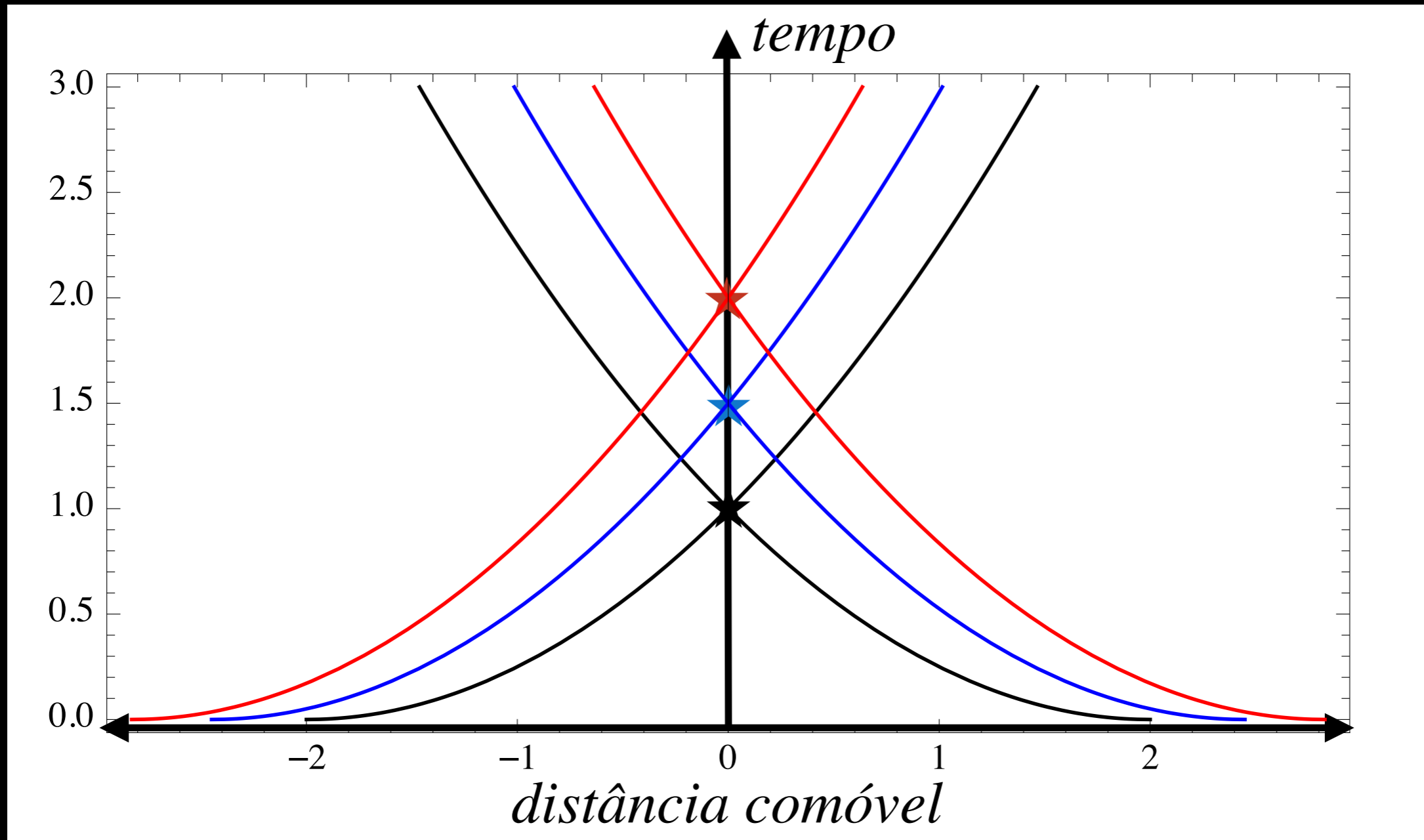
- Essa **distância máxima** é chamada de **horizonte**. Como nesse caso ($p < 1$) o horizonte se refere a uma truncagem no CLP, trata-se de um horizonte do tipo-passado, ou seja, um **horizonte de partículas**. Esse horizonte é geralmente bem aproximado pelo **raio de curvatura** de FLRW, $r \sim 1/R^{-1/2} \sim H^{-1}$ - o "raio de Hubble"!
- O horizonte de partículas separa observadores que **nunca tiveram contato causal até o instante t**. Portanto, quando um universo possui um horizonte de partículas, ele possui regiões que são (até o momento t) **causalmente desconectadas**
- Como o nosso universo foi, durante boa parte da sua história, dominado seja por radiação ($p=1/2$) ou por "poeira" ($p=2/3$), se isso for verdade até o instante $t=0$, então o horizonte de partículas **hoje** seria:

$$d_{Hp}(0) = 1/(1-p) c t_0 \approx 40 \text{ Gly}$$

- E a coisa fica ainda **pior no passado**: no instante do desacoplamento (quando se forma a RCF), o horizonte de partículas seria $d_H(z=1100) \sim 230 \text{ kpc}$! **(Calcule!)**

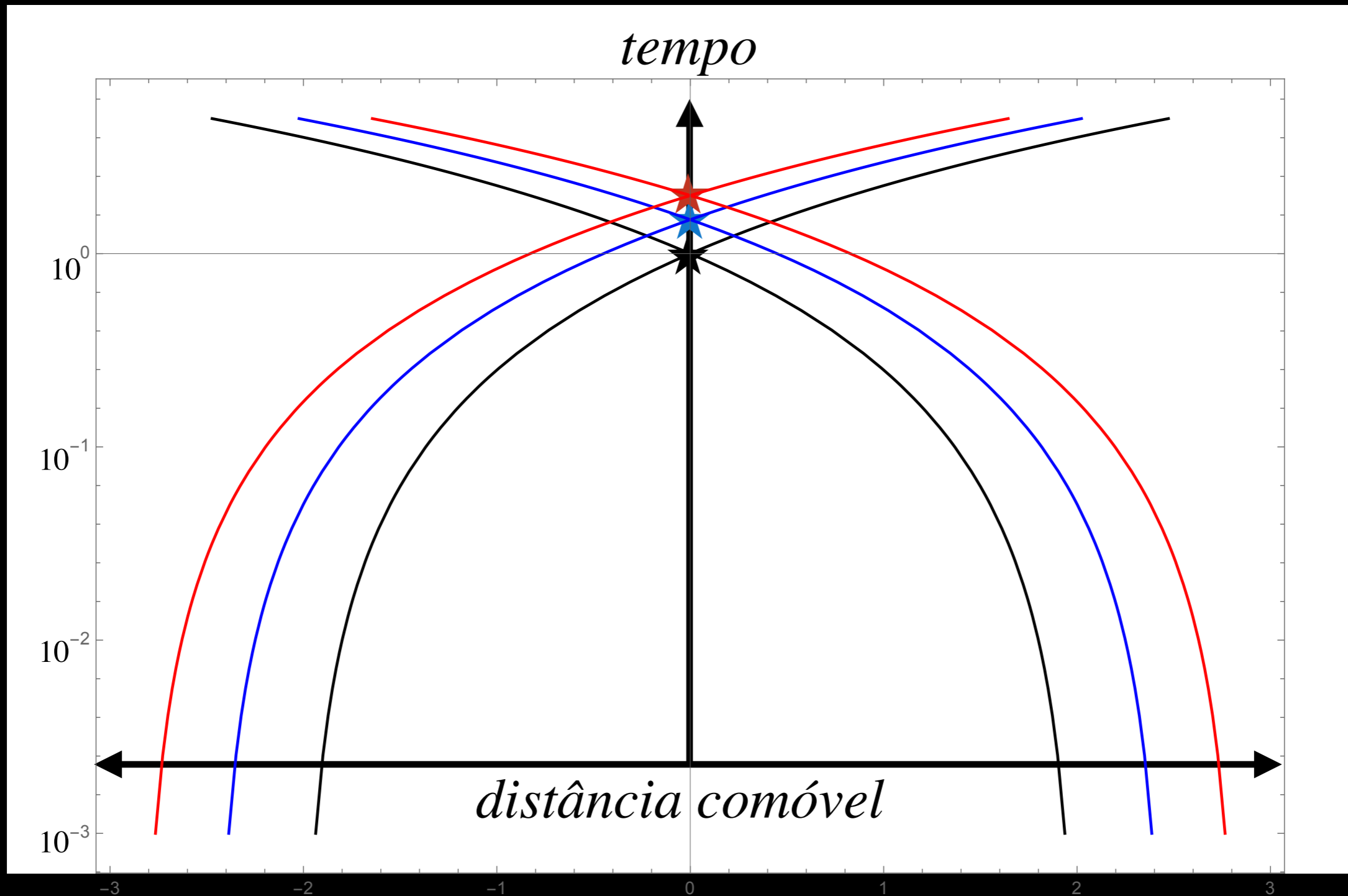
Introdução à Cosmologia Física

- Muitas vezes é mais fácil visualizar o **cone de luz** (e o **horizonte de partículas**) em termos de **distâncias comóveis**. O cálculo exato nos dá, para $p=1/2$ e vários "eventos" em $x=0$ e $t=1, 1.5$ e 2 :



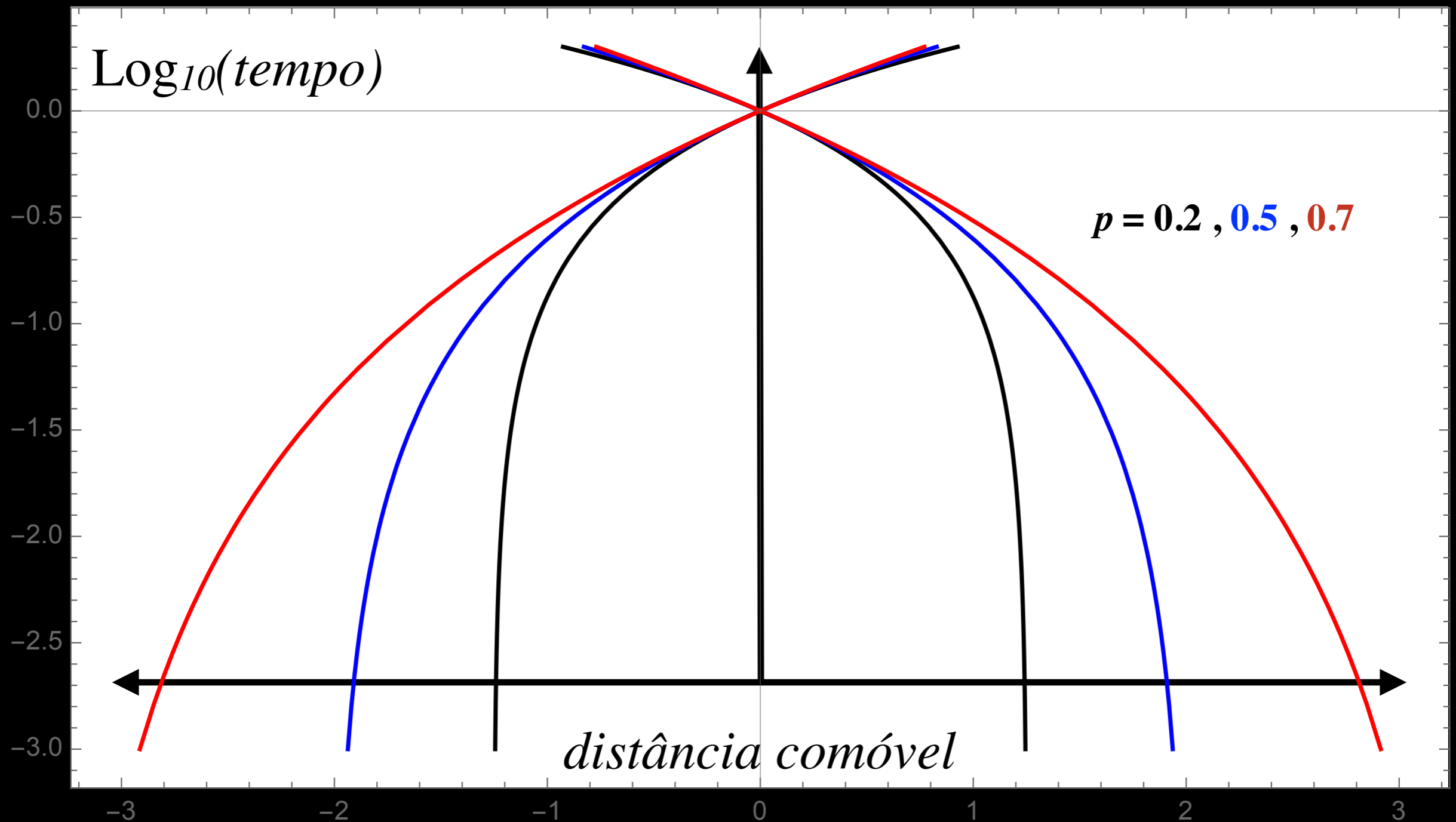
Introdução à Cosmologia Física

- Numa escala logarítmica, para $p=1/2$ e vários "eventos" em $x=0$ e $t=1, 1.5$ e 2 :



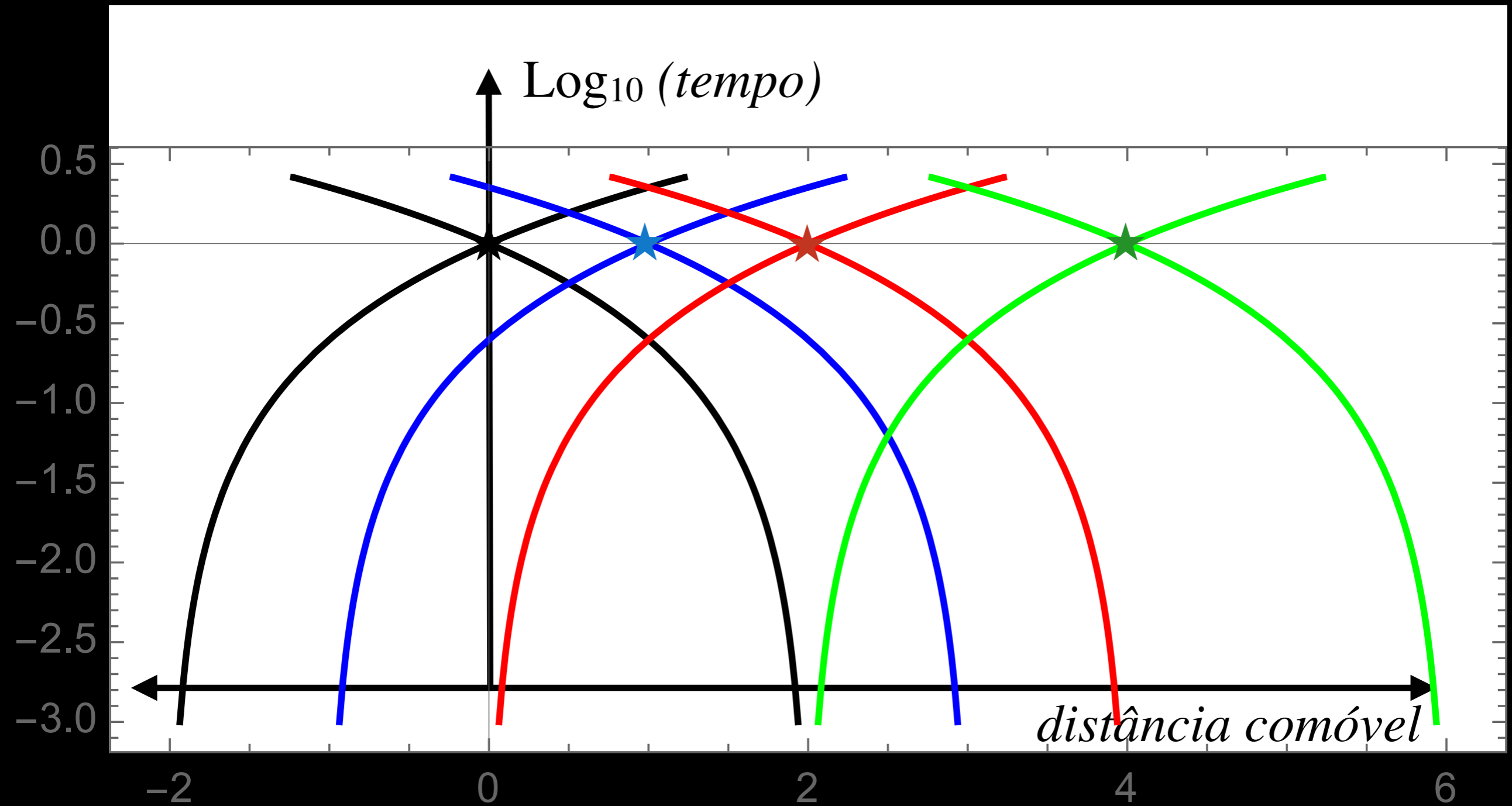
Introdução à Cosmologia Física

- Vamos agora ver como a lei de potência muda o cone de luz. Abaixo temos o resultado para $p = 0.2$, 0.5 e 0.7 , para um evento em $x=0$ e $t=1$:



Introdução à Cosmologia Física

- Para $p = 0.5$, eventos em $t = 1$ e $x = 0, 1, 2, 4$ possuem o seguinte cone de luz:



Tempo conforme e diagramas espaço-tempo em FLRW

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[d\chi^2 + \frac{1}{\sqrt{k}} \text{sen} \left(\sqrt{k}\chi \right) d^2\Omega \right]$$

$$\text{DEF. : } d\eta \equiv \frac{dt}{a} \quad \Leftrightarrow \quad a d\eta = dt$$

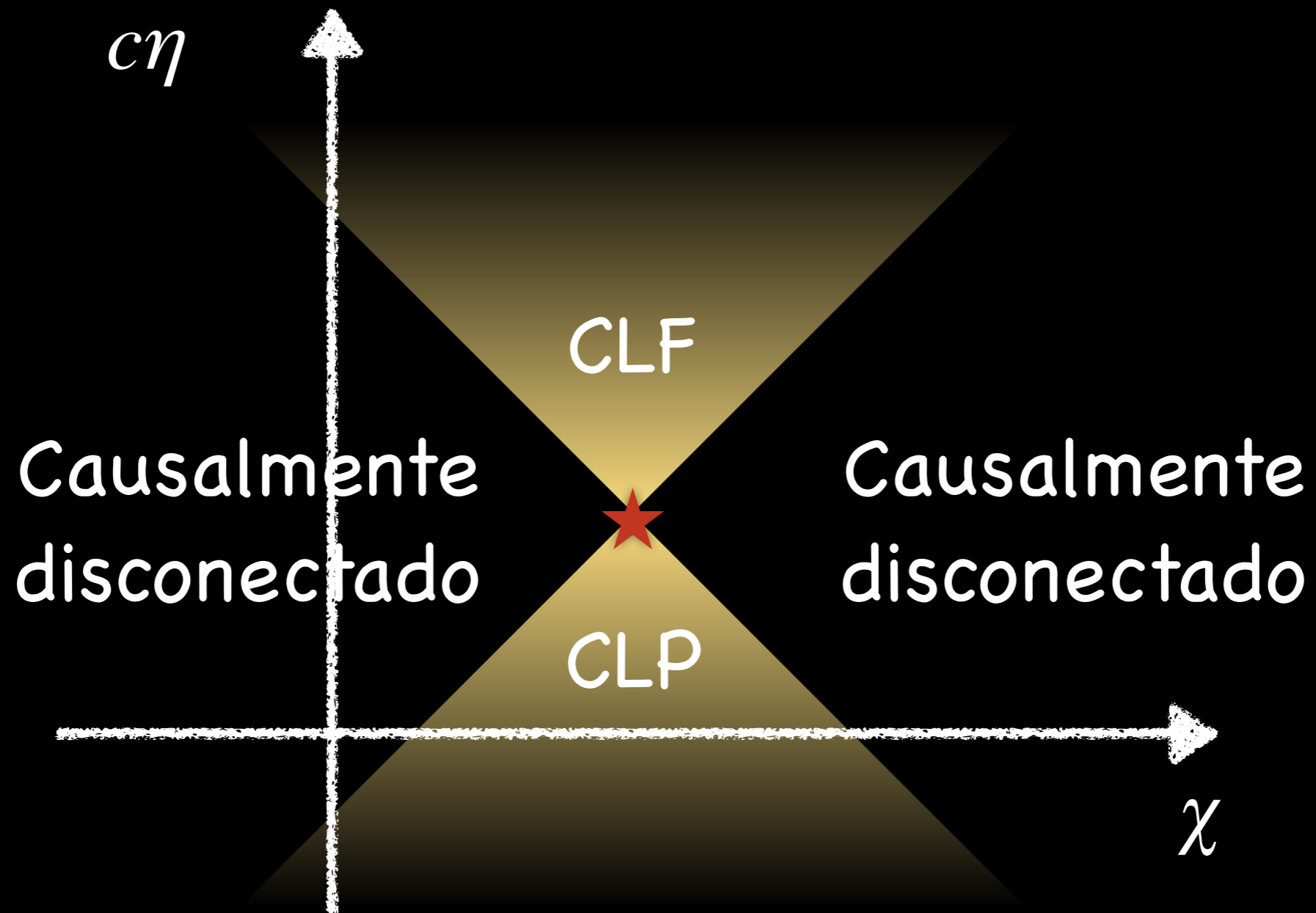
$$\Rightarrow ds^2 = a^2 \left[-c^2 d\eta^2 + d\chi^2 + \frac{1}{\sqrt{k}} \text{sen} \left(\sqrt{k}\chi \right) d^2\Omega \right]$$

Raios de luz "radiais" (geodésicas nulas radiais): $ds^2 = 0$

$$c d\eta = d\chi \quad \Leftrightarrow \quad c \Delta\eta = \Delta\chi$$

Introdução à Cosmologia Física

Com o tempo conforme, o cone de luz em FLRW é... o cone de luz!



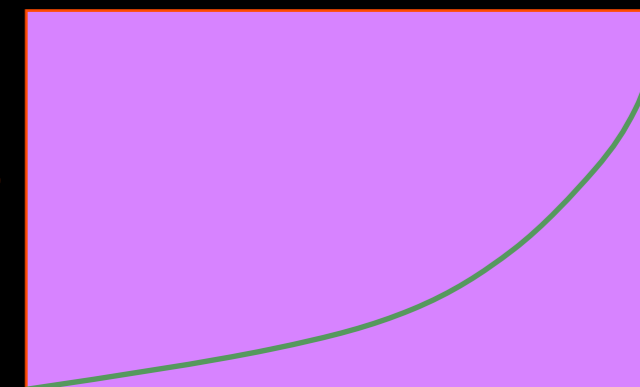
Introdução à Cosmologia Física

Vamos brincar um pouco mais com os horizontes.

Considere agora um modelo FLRW acelerado:

$$a(t) = a_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^p, \quad p > 1$$

a



t

Nós ainda temos um instante inicial $t=0$. Mas:

$$d(t) = \left(\frac{t}{t_0} \right)^p \int_{t_i}^t dt' \left(\frac{t'}{t_0} \right)^{-p}$$

é agora uma distância **arbitrariamente grande** à medida que tomamos o limite

$t_i \rightarrow 0$. Portanto, nesse caso **não há um horizonte de partículas!**

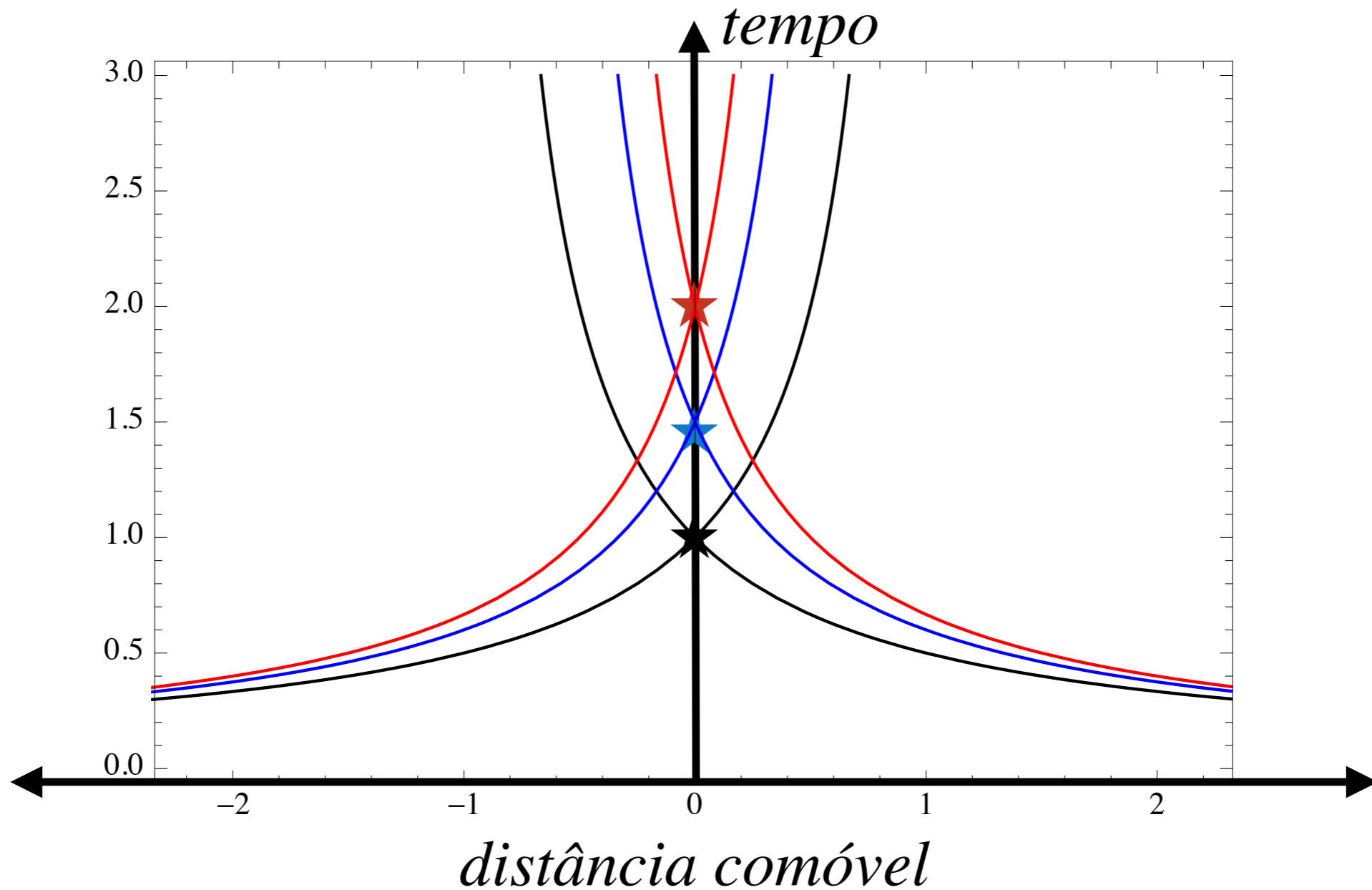
Porém, considere, o que ocorre se o **limite superior** for tomado $t_f \rightarrow \infty$, e deixe o limite inferior ser o instante t .

Essa distância então corresponde a um **comprimento máximo** que separa dois objetos, tal que eles nunca mais poderão trocar um sinal de luz que fôr emitido no instante t . Se essa distância não for **infinita**, então dizemos que há um **HORIZONTE DE EVENTOS**:

$$d_{eH}(t) = \left(\frac{t}{t_0} \right)^p \int_t^\infty dt' \left(\frac{t'}{t_0} \right)^{-p} = \frac{1}{p-1} t = \frac{p}{p-1} H^{-1}(t)$$

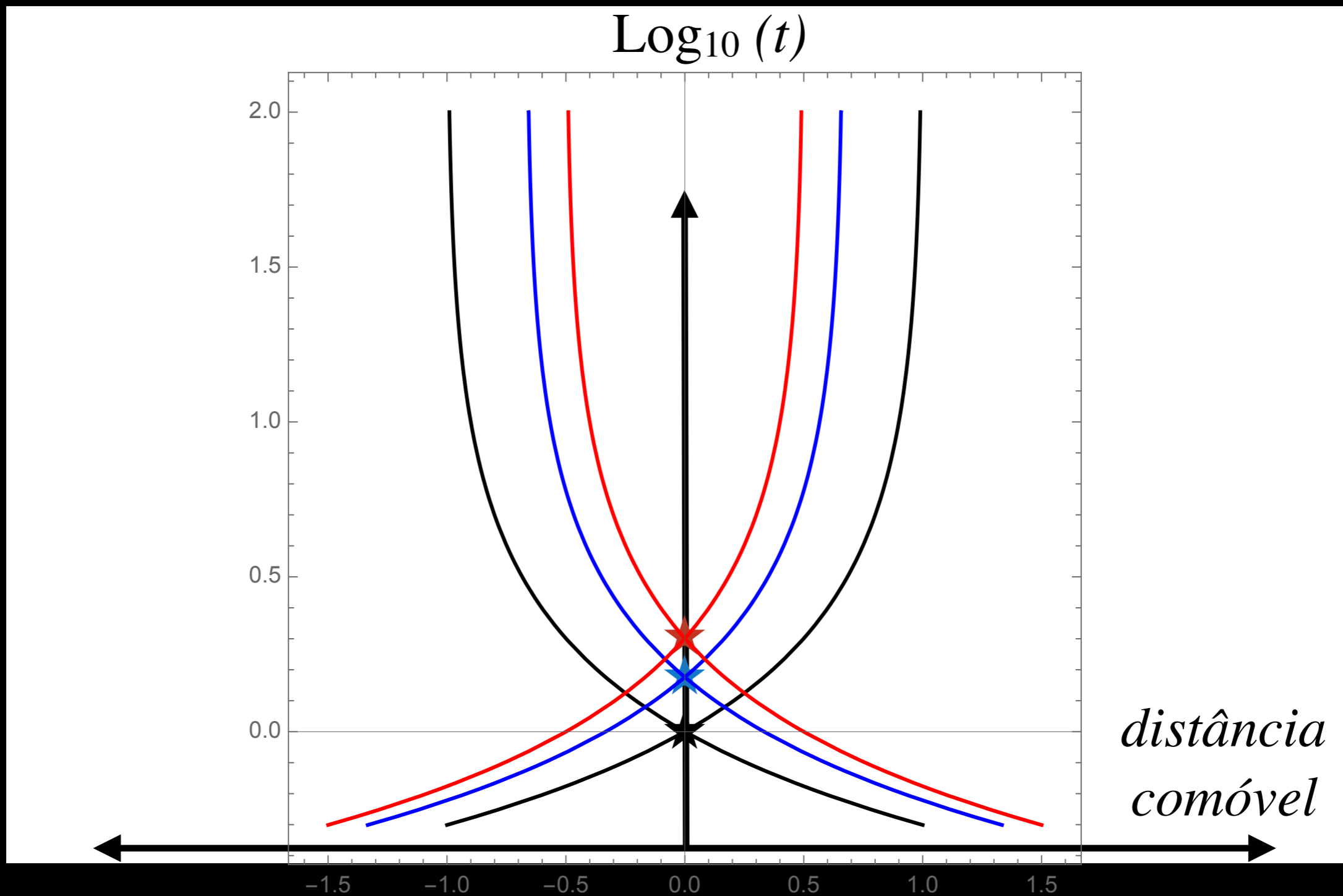
Introdução à Cosmologia Física

- Vamos fazer os mesmos gráficos que foram feitos acima, mas agora para o cone de luz com $p > 1$. A novidade é o aparecimento de um **horizonte de eventos** (tipo "futuro"). Para $p=2$ e vários "eventos" em $x=0$ e $t=1, 1.5$ e 2 , temos:



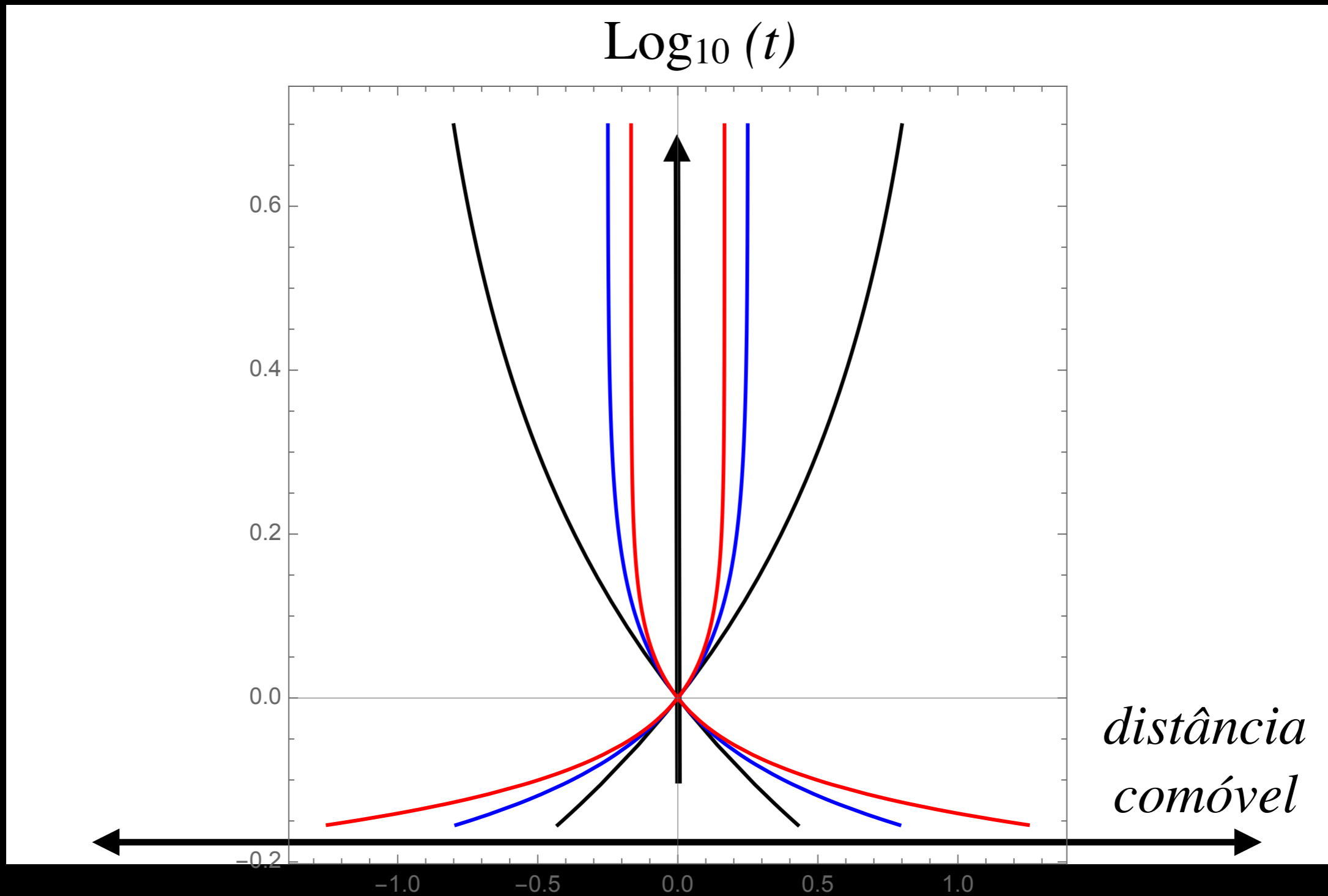
Introdução à Cosmologia Física

- O mesmo gráfico ($p=2$ e vários "eventos" em $x=0$ e $t=1, 1.5$ e 2) em escala logarítmica:



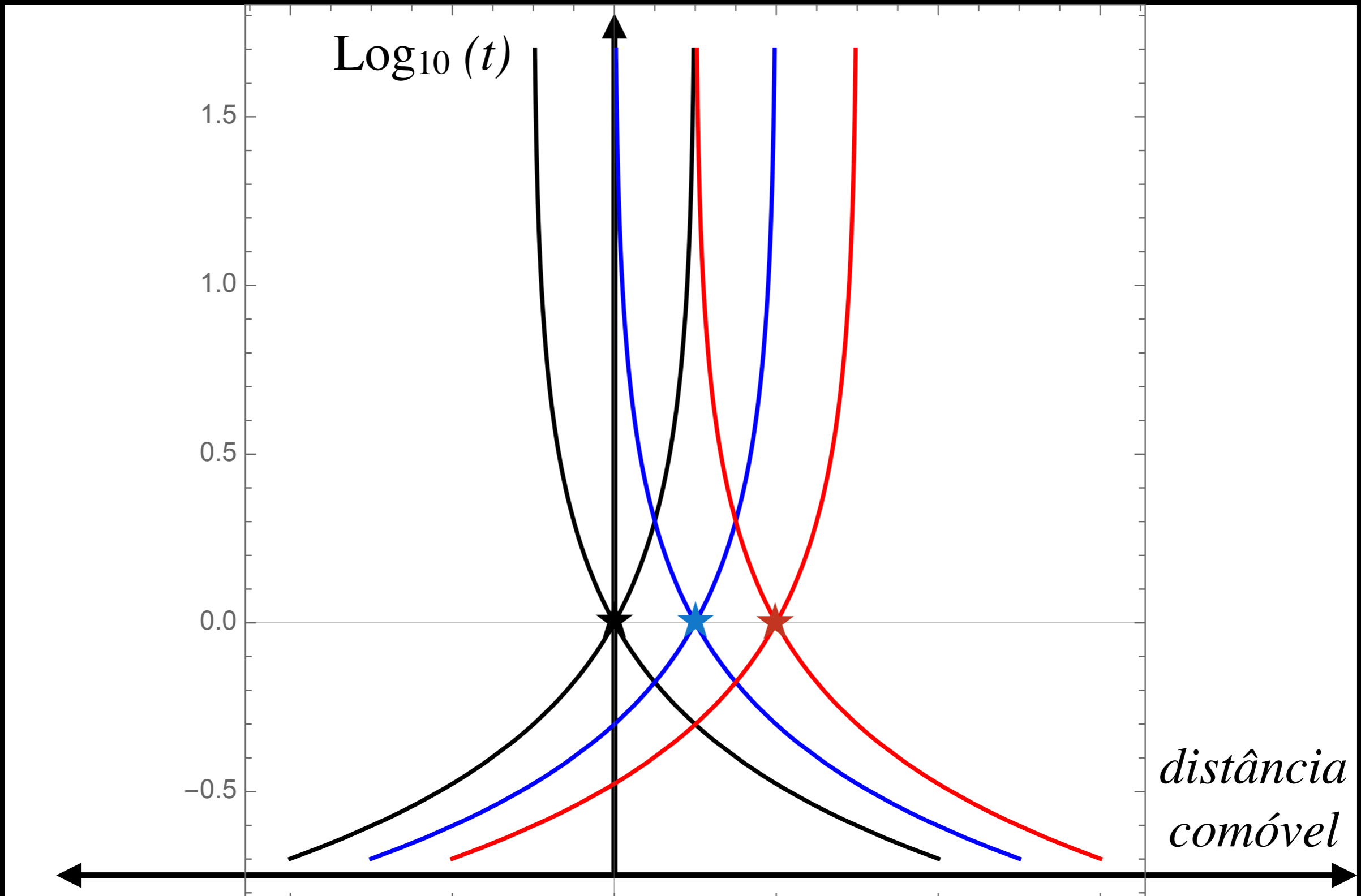
Introdução à Cosmologia Física

- Vamos agora ver como a lei de potência muda o cone de luz nesses casos. Abaixo temos o resultado para $p=2$, 5 e 7 , para um evento em $x=0$ e $t=1$:



Introdução à Cosmologia Física

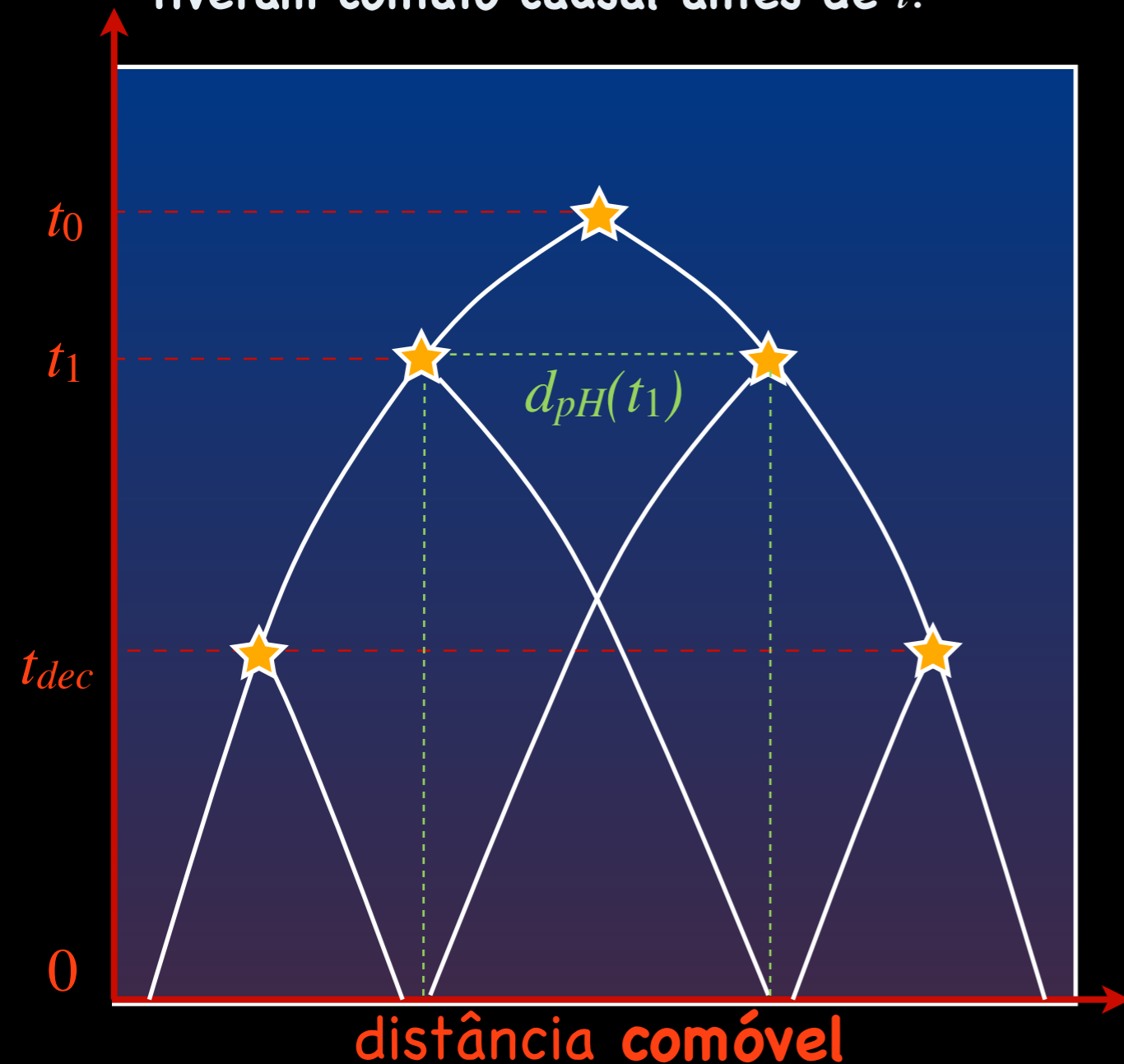
- Cone de luz no caso $p=2$, e observadores em $t=1$, $x=0, 1, 2$ e 4 :



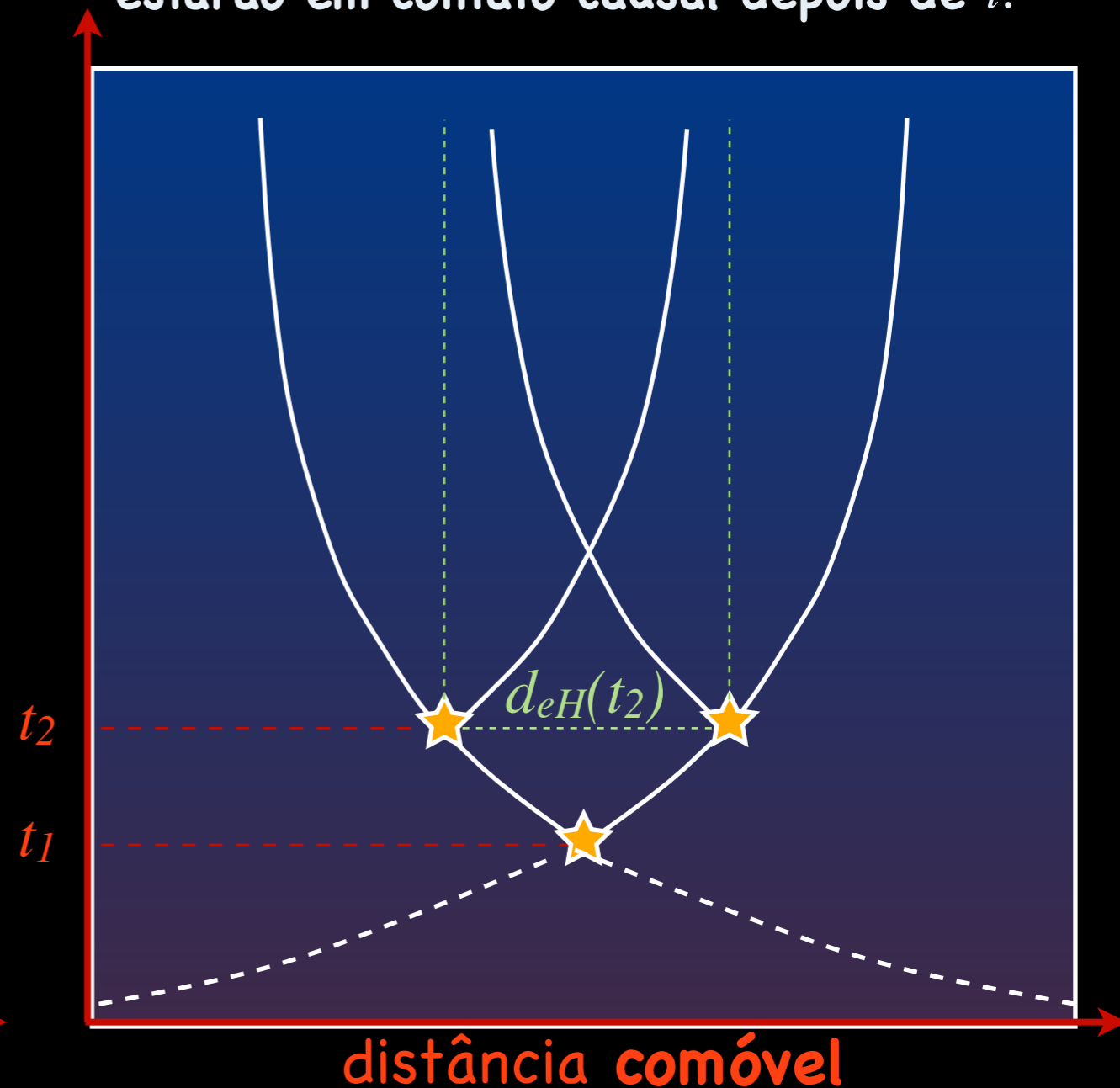
Introdução à Cosmologia Física

- O significado físico de um **horizonte** é profundo: ele demarca as **fronteiras causais**

⇒ Um **horizonte de partículas** limita o CLP de observadores em um instante t : pares de observadores separados por distâncias maiores do que d_{pH} no tempo t nunca tiveram contato causal antes de t .

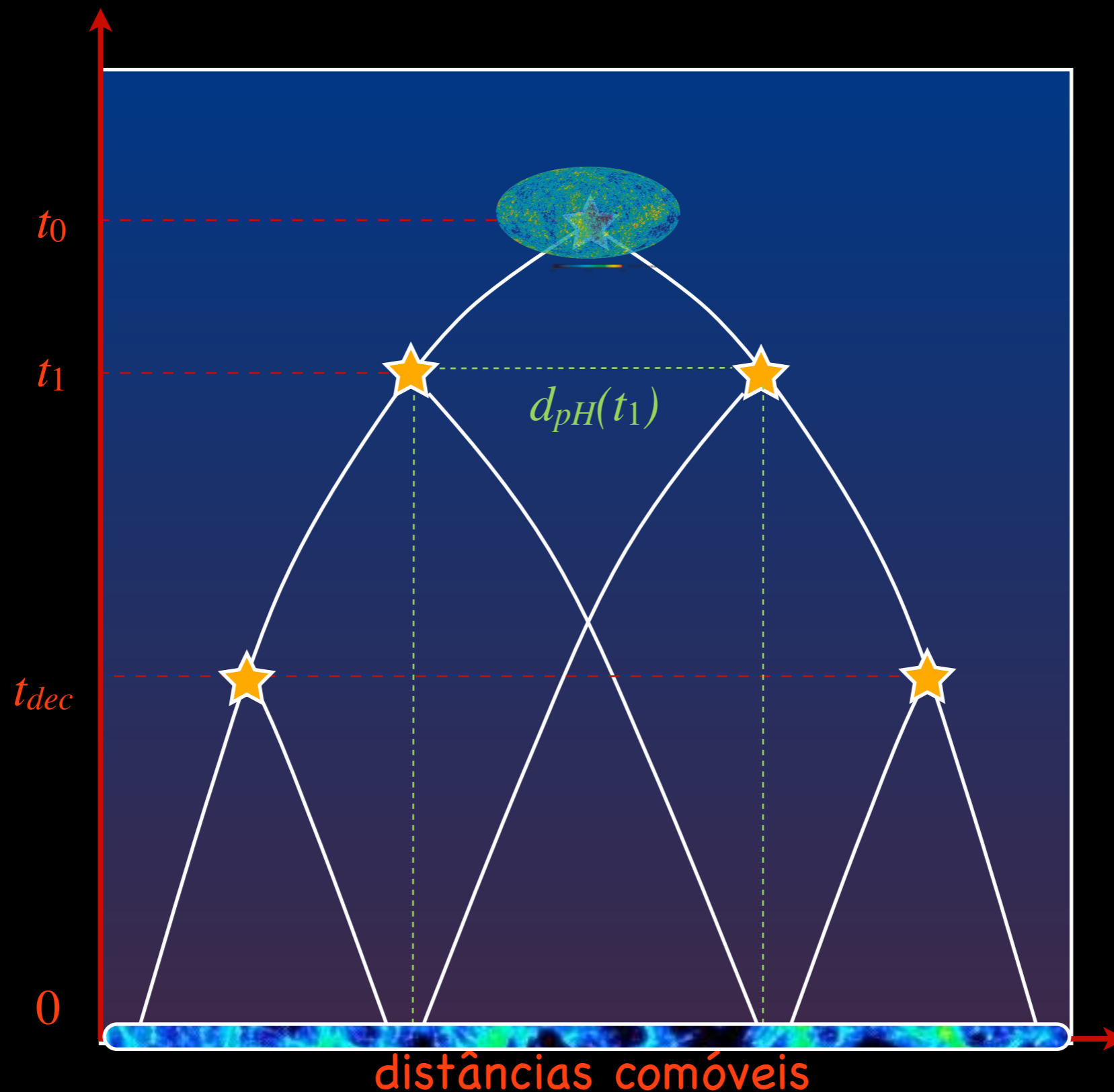


⇒ Um **horizonte de eventos** limita o CLF de observadores em um instante t : pares de observadores separados por distâncias maiores do que d_{eH} no tempo t nunca mais estarão em contato causal depois de t .



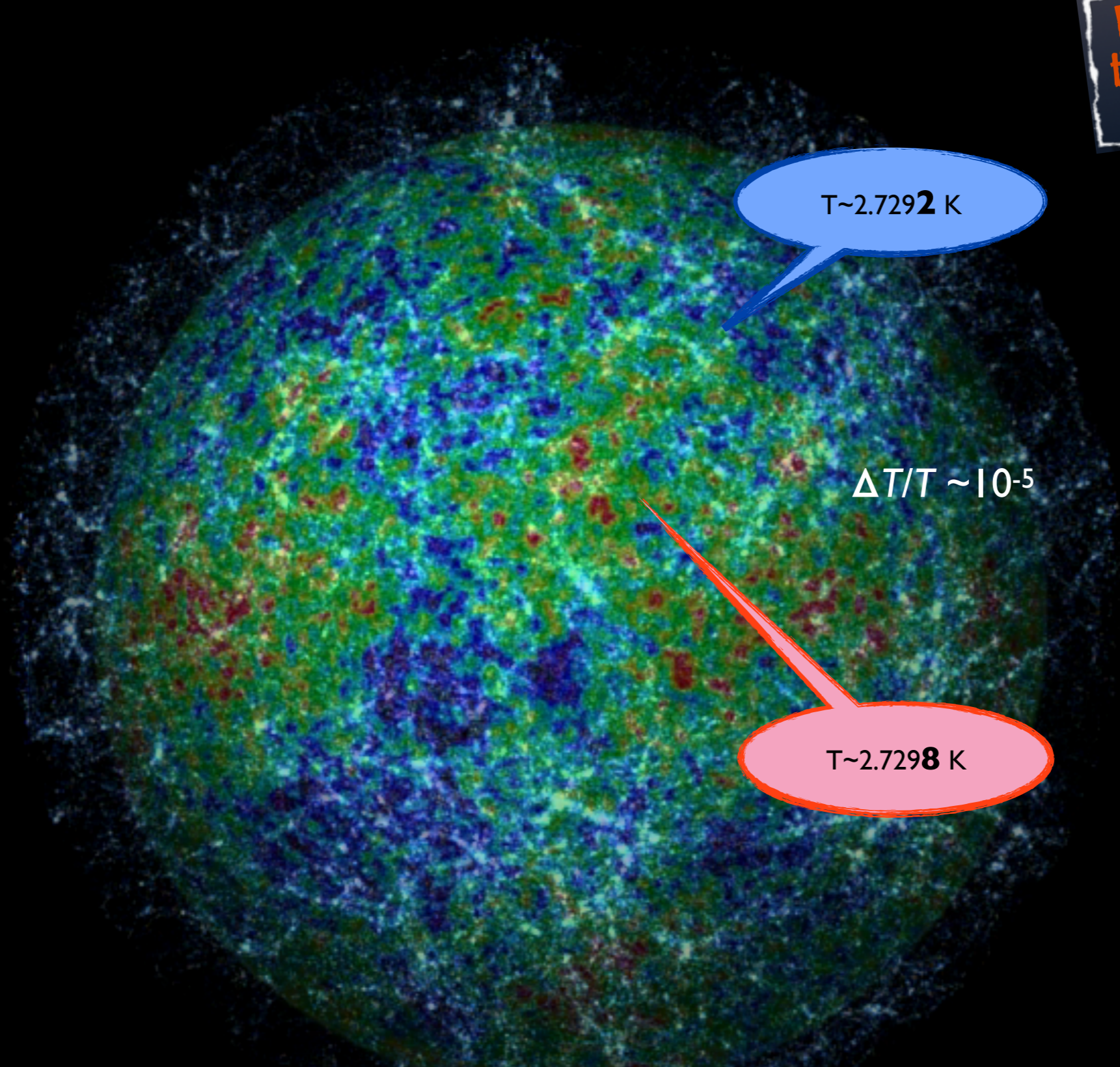
Introdução à Cosmologia Física

- No modelo "padrão" de FLRW com Big Bang "quente", a primeira situação é a que ocorre: nosso universo desacelerado possuiria um horizonte de partículas - pequeno!



Introdução à Cosmologia Física

Mas como a RCF pode ser tão homogênea em escalas tão grandes?



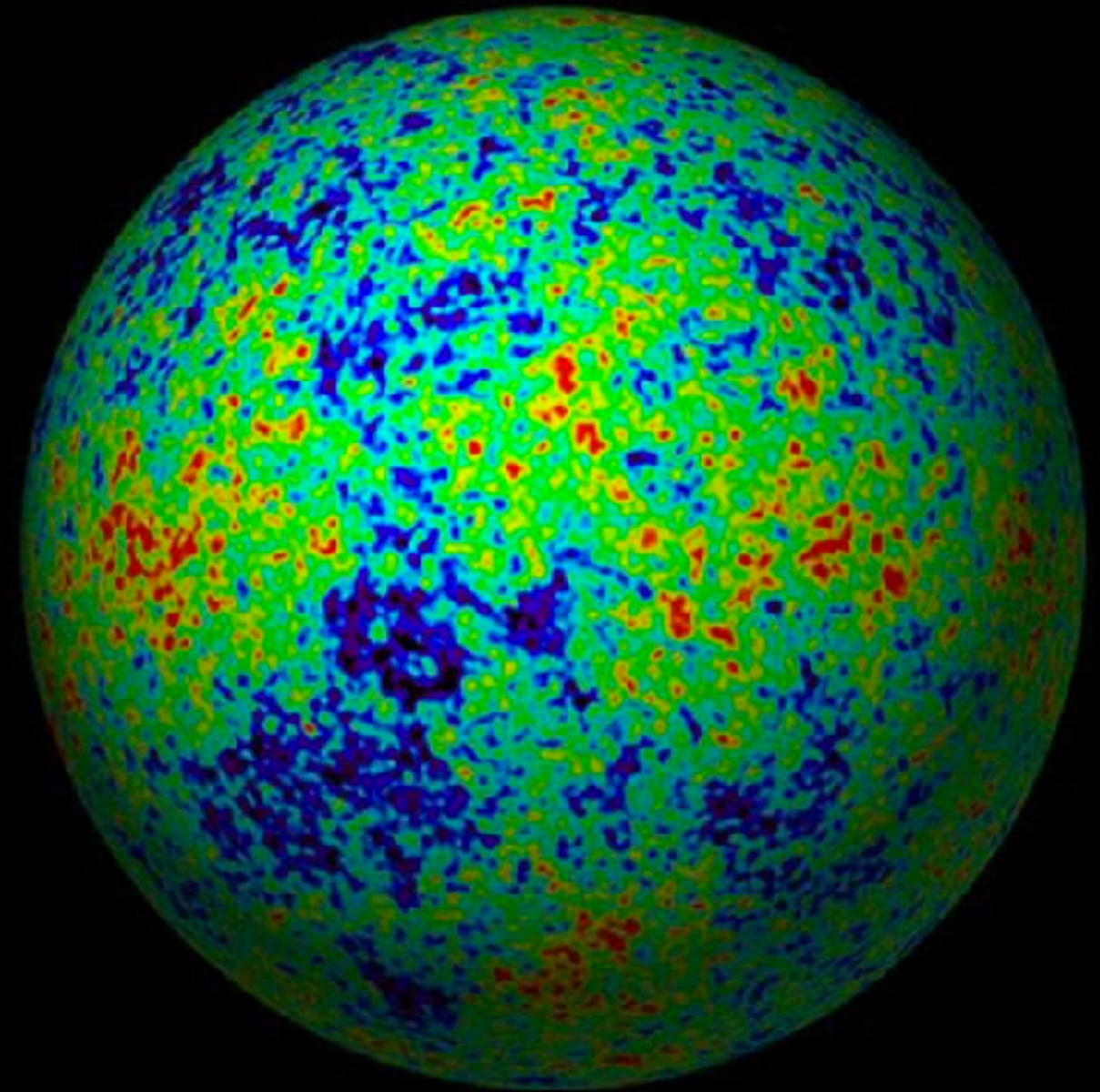
T~2.7292 K

$\Delta T/T \sim 10^{-5}$

T~2.7298 K

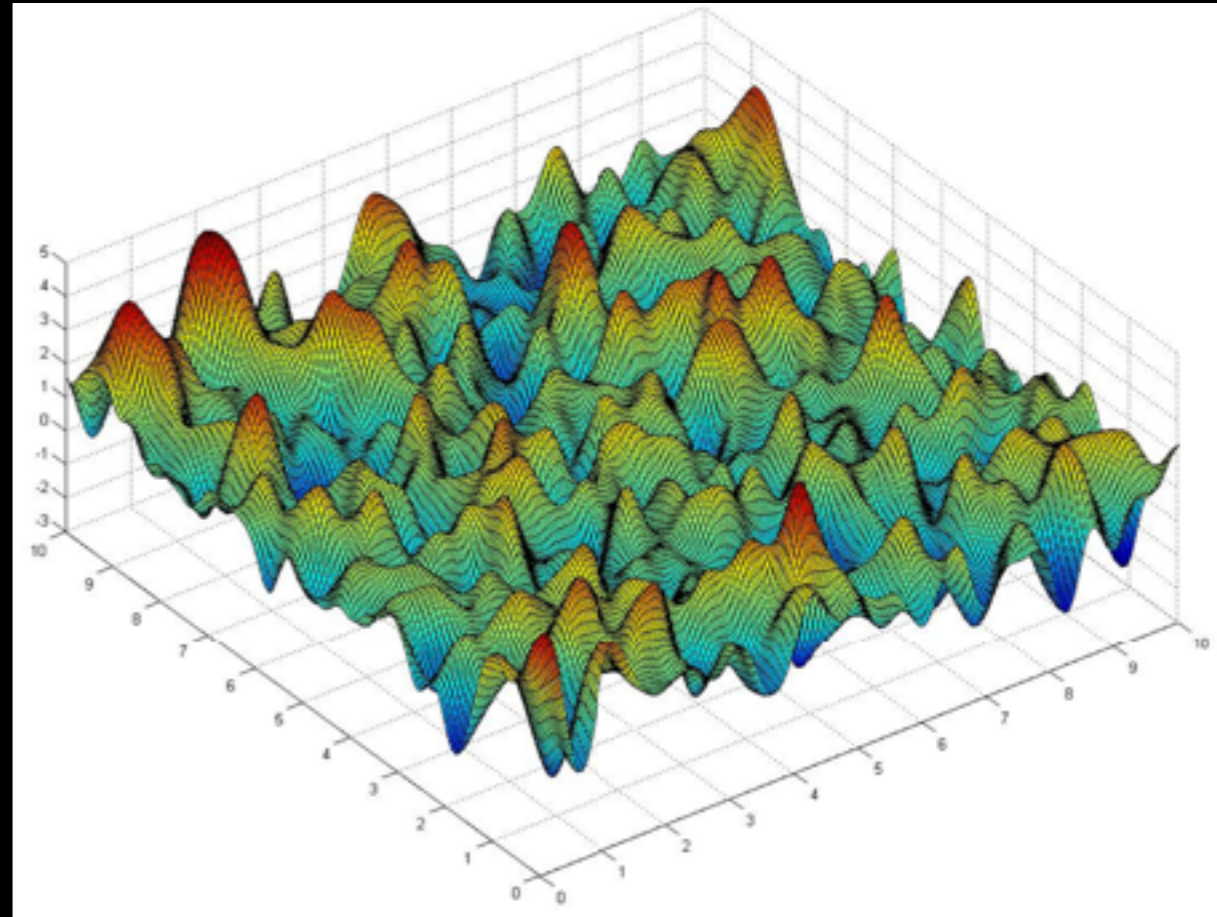
#3: O universo "fotografado" pela RCF possuía flutuações de densidade MUITO particulares:

- ➔ **Flutuações Gaussianas**
- ➔ **Espectro das flutuações era quase invariante de escala**



→ Flutuações Gaussianas

$$f(\vec{x}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \tilde{f}(\vec{k}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}}$$



“Modos” do campo são números aleatórios, com distribuição Gaussiana:

$$\tilde{f}(\vec{k}) \Rightarrow PDF[\tilde{f}(\vec{k})] = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_f(\vec{k})}} e^{-\frac{1}{2} \frac{|\tilde{f}(\vec{k})|^2}{P_f(\vec{k})}}$$

A dispersão dessa Gaussiana é chamada de ESPECTRO: $P_f(\vec{k}) \longleftrightarrow \sigma_f^2(\vec{k})$

Introdução à Cosmologia Física

Campos Gaussianos têm a propriedade de que:

$$\langle \tilde{f}(\vec{k}) \tilde{f}^*(\vec{k}') \rangle = (2\pi)^3 P_f(\vec{k}) \delta(\vec{k} - \vec{k}')$$

Se o campo de flutuações de densidade ($\delta\rho$) é Gaussiano, e o universo é, na média, homogêneo e isotrópico, então:

$$P_\rho(\vec{k}) \rightarrow P_\rho(k)$$

De fato: $\langle \delta\rho(\vec{x}) \delta\rho(\vec{x}') \rangle = \langle \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \tilde{\delta\rho}(\vec{k}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \tilde{\delta\rho}^*(\vec{k}') e^{+i\vec{k}'\cdot\vec{x}} \rangle$

$$= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} e^{+i\vec{k}'\cdot\vec{x}} \langle \tilde{\delta\rho}(\vec{k}) \tilde{\delta\rho}^*(\vec{k}') \rangle$$

$$= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} e^{+i\vec{k}'\cdot\vec{x}} \times (2\pi)^3 P_\rho(k) \delta(\vec{k} - \vec{k}')$$

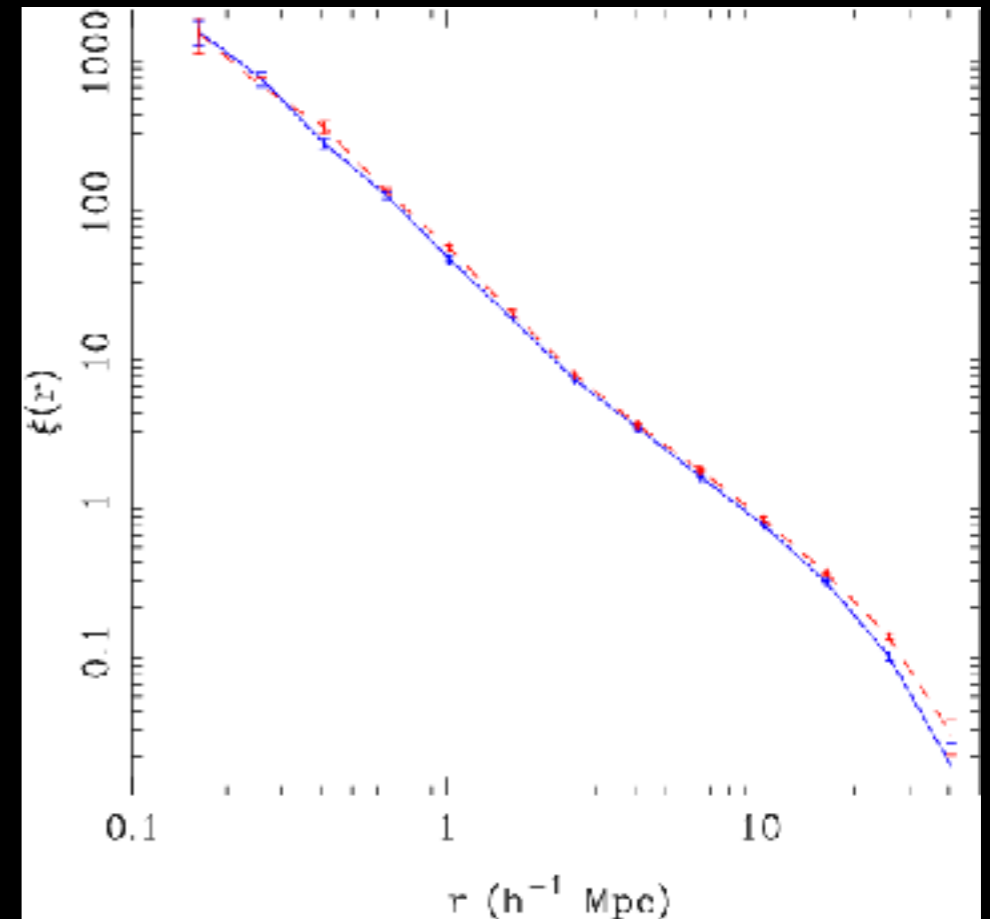
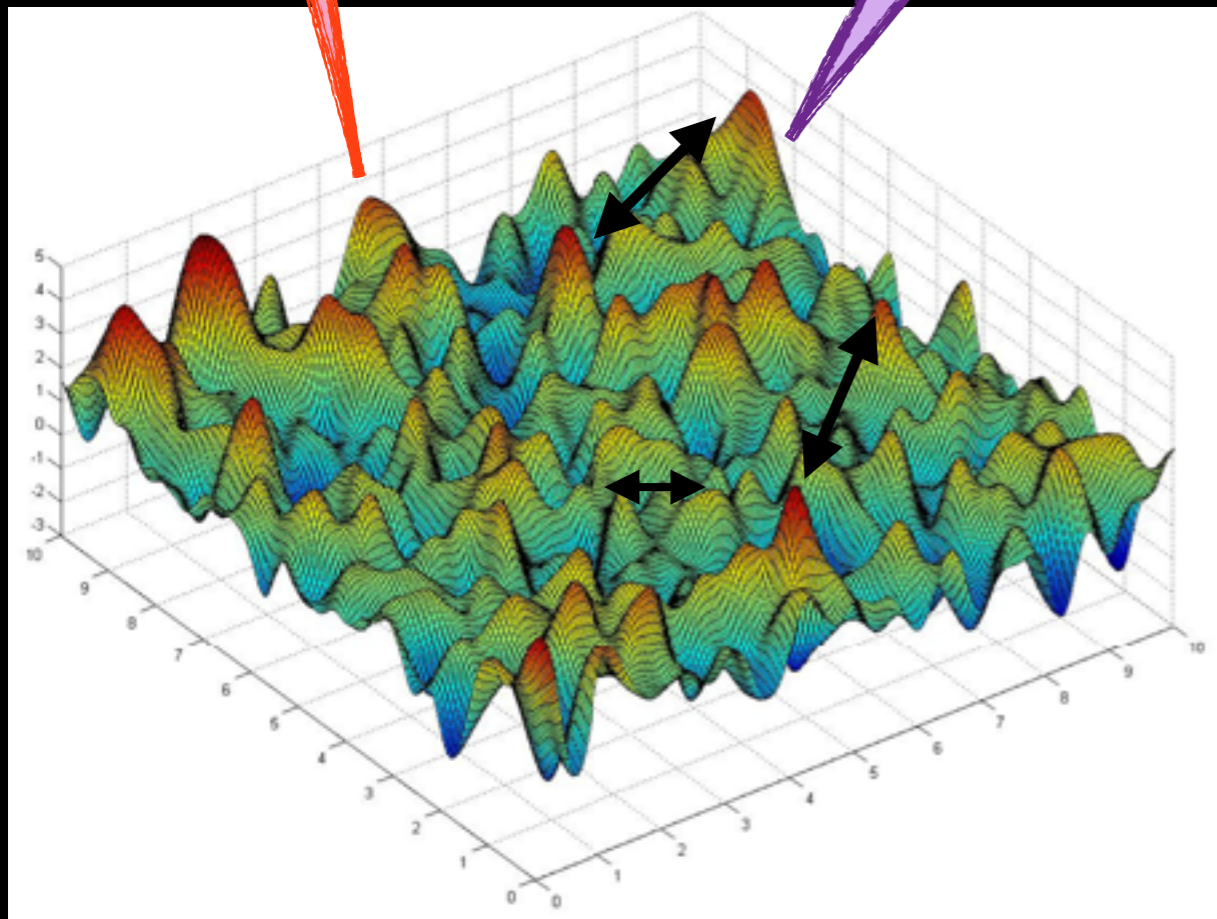
$$= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{k}\cdot(\vec{x}-\vec{x}')} P_\rho(k) = \xi(|\vec{x} - \vec{x}'|)$$

Só depende da distância entre \mathbf{x} e \mathbf{x}' !!!

Introdução à Cosmologia Física

A posição de cada pico é aleatória

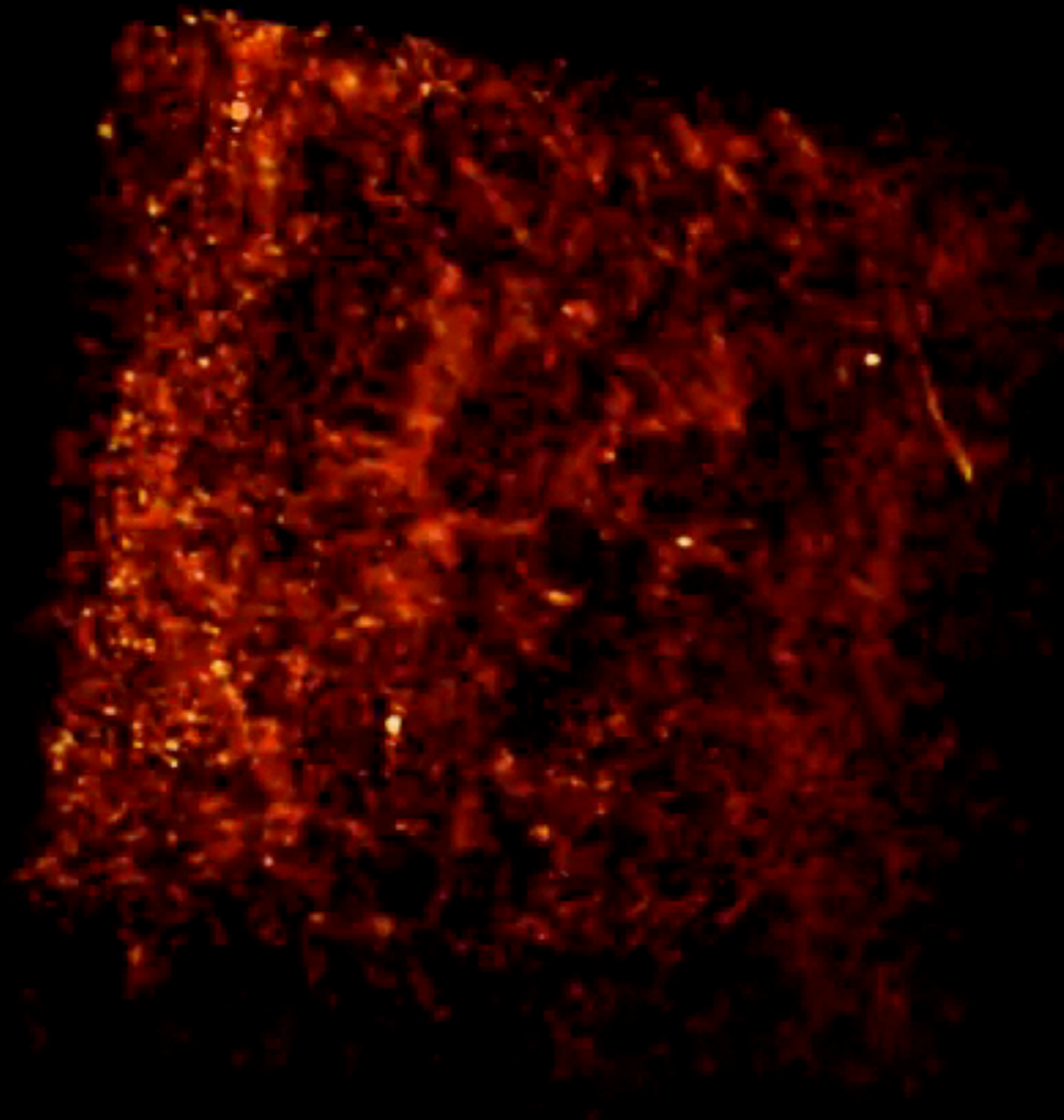
As distâncias típicas entre os picos, não!



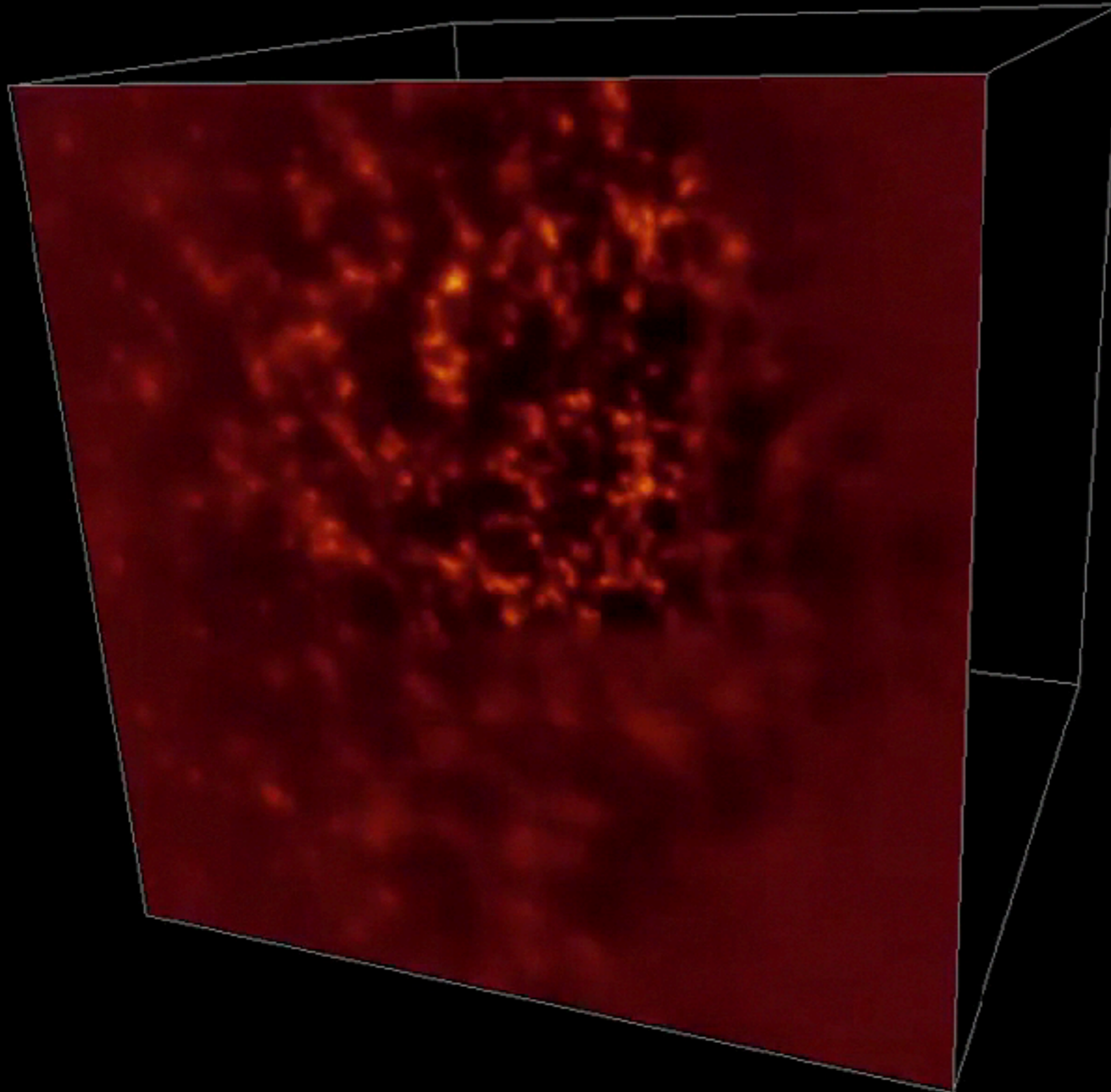
Função de correlação: $\xi(|\vec{x} - \vec{x}'|) = \xi(r)$

Introdução à Cosmologia Física

Em 3D:



"Tomografia" dessa distribuição 3D:



Introdução à Cosmologia Física

A função de correlação e o espectro são praticamente o mesmo objeto:

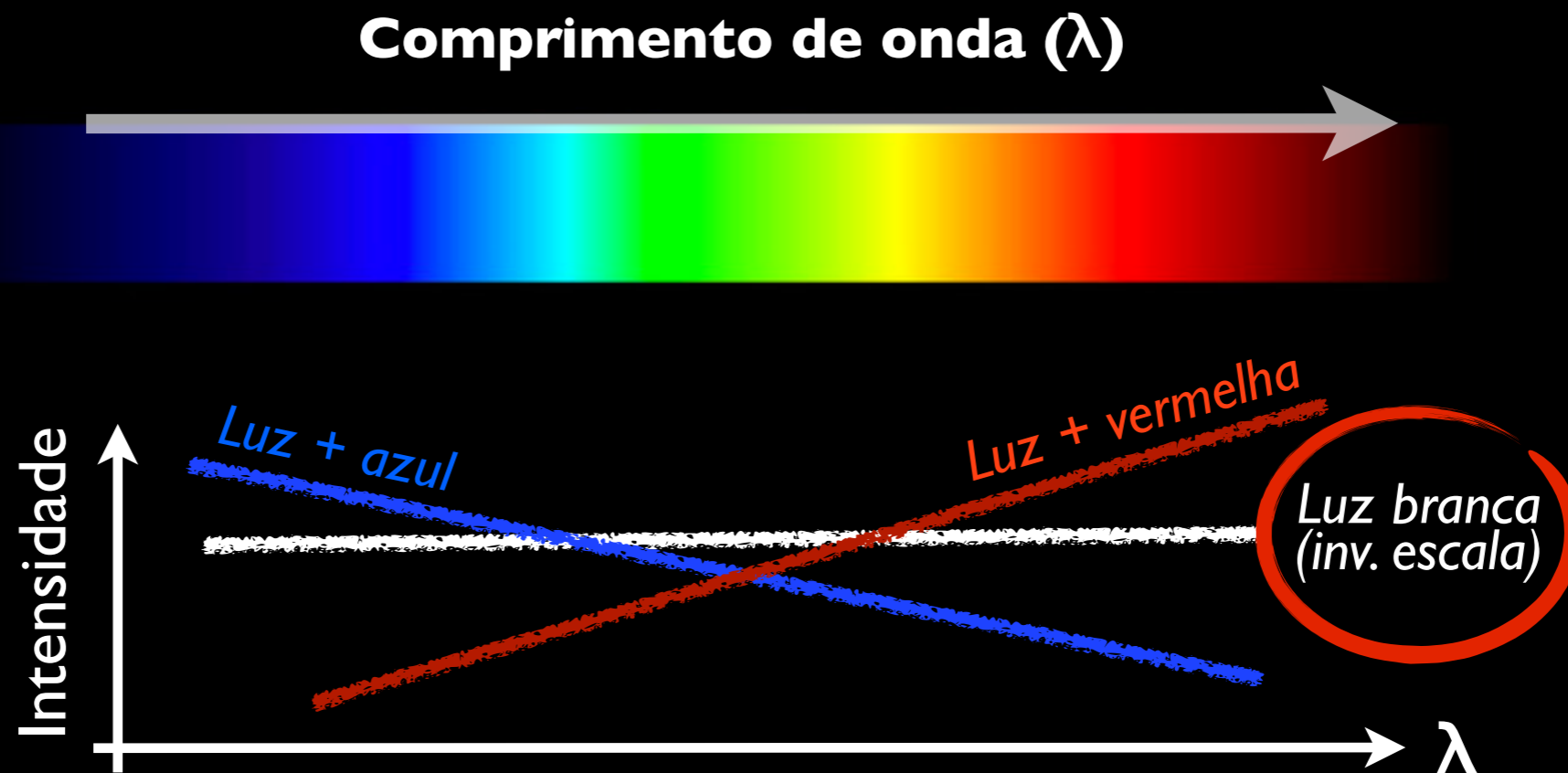
$$\xi(r) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{k}\cdot(\vec{x}-\vec{x}')} P_\rho(k) \iff P(k) = \int d^3 r e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \xi(r)$$

O espectro das perturbações de densidade é um dos objetos mais fundamentais em Cosmologia.

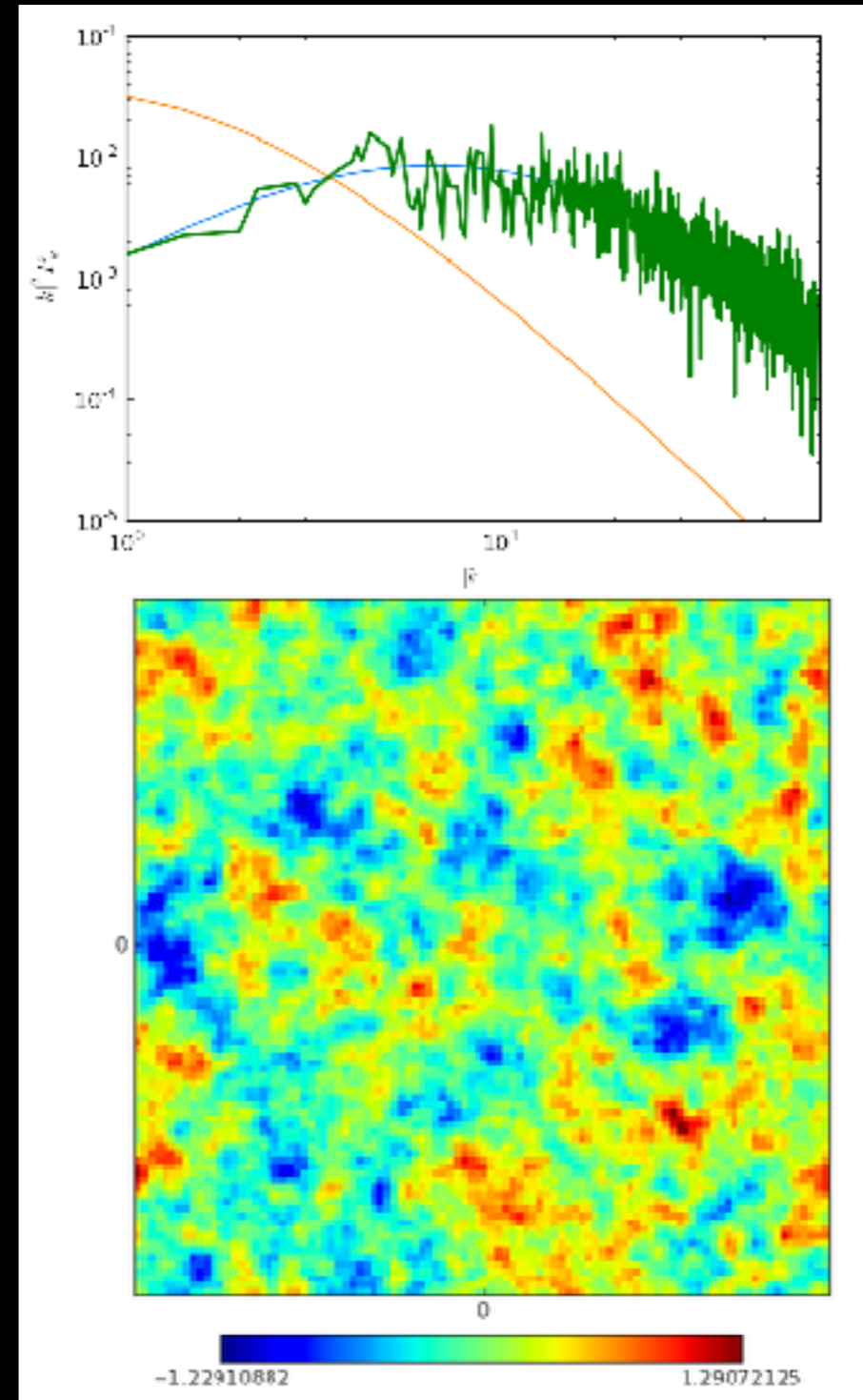
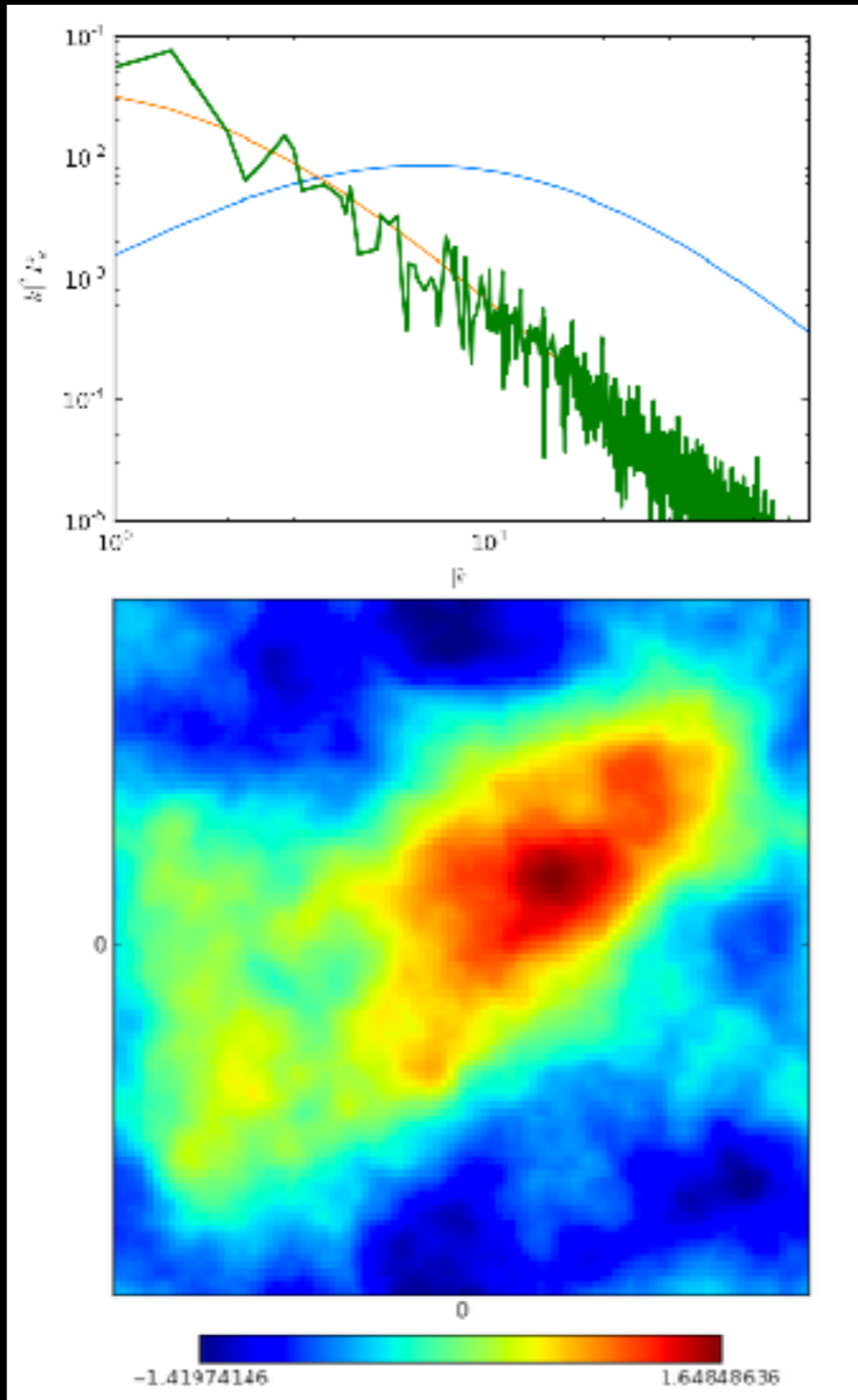
E a característica mais importante desse espectro é o fato de que ele é quase invariante de escala

Introdução à Cosmologia Física

Espectro "quase invariante de escala": analogia com ondas de luz



Outros exemplos de espectros — e os campos associados



OK, então, para resumir, vivemos num universo que “escolheu” ter algumas propriedades muito particulares:

- Curvatura espacial incrivelmente pequena
- Extrema homogeneidade (inexplicável por argumentos causais)
- Flutuações Gaussianas
- Espectro das flutuações de densidade quase invariante de escala



Problemas do "modelo padrão" de FLRW

→ Teoria da Inflação

Na aula passada constatamos que o nosso universo parece ter “escolhido” algumas propriedades muito particulares:

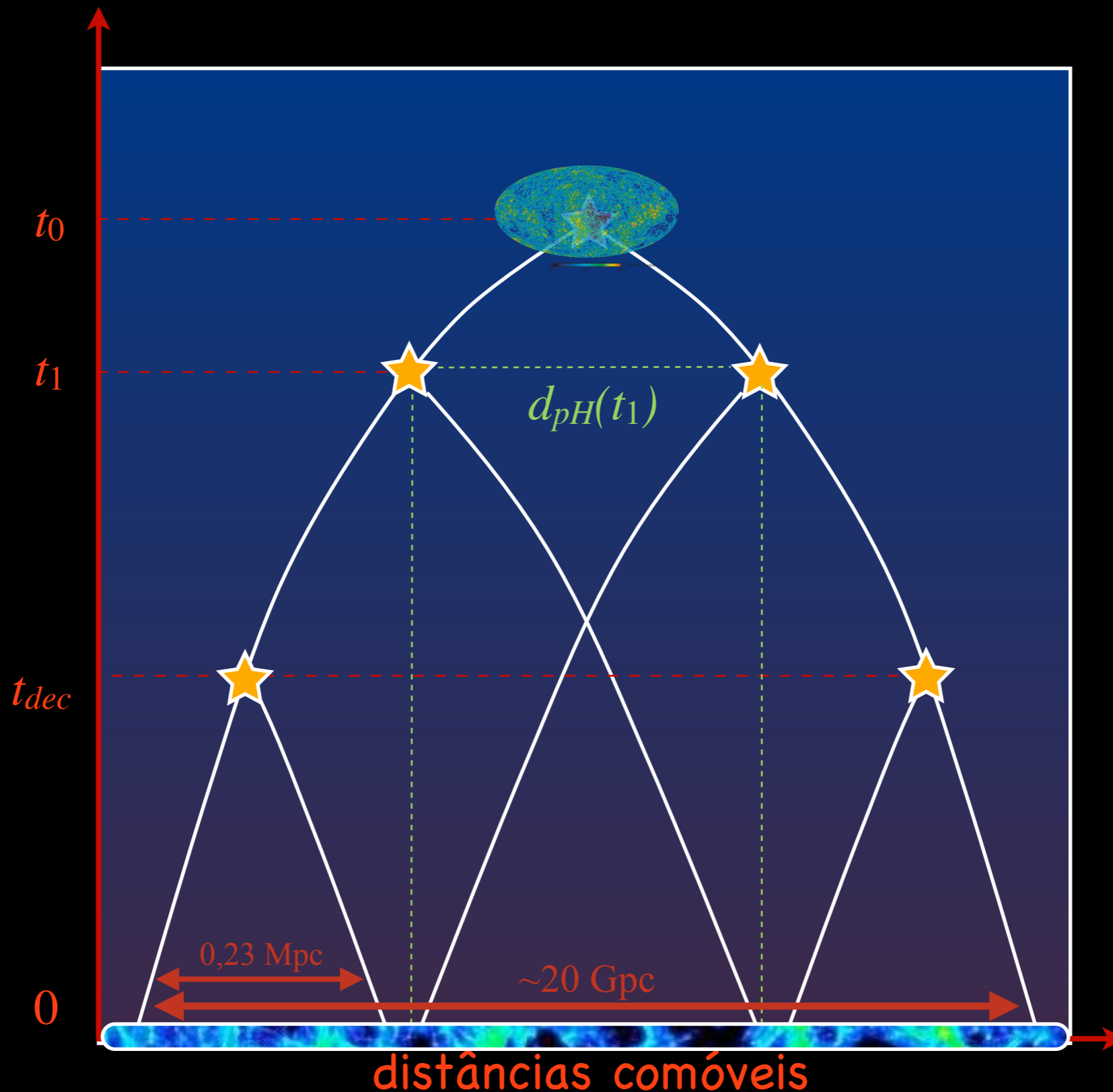
- Curvatura espacial incrivelmente pequena
- Extrema homogeneidade (inexplicável por argumentos causais)
- Flutuações Gaussianas
- Espectro das flutuações de densidade quase invariante de escala

**COMO?
POR QUÊ??**

 **Esta aula**

Introdução à Cosmologia Física

- Problema #1: No modelo "padrão" de FLRW com Big Bang "quente", um universo desacelerado como o nosso possuiria um horizonte de partículas - muito pequeno!



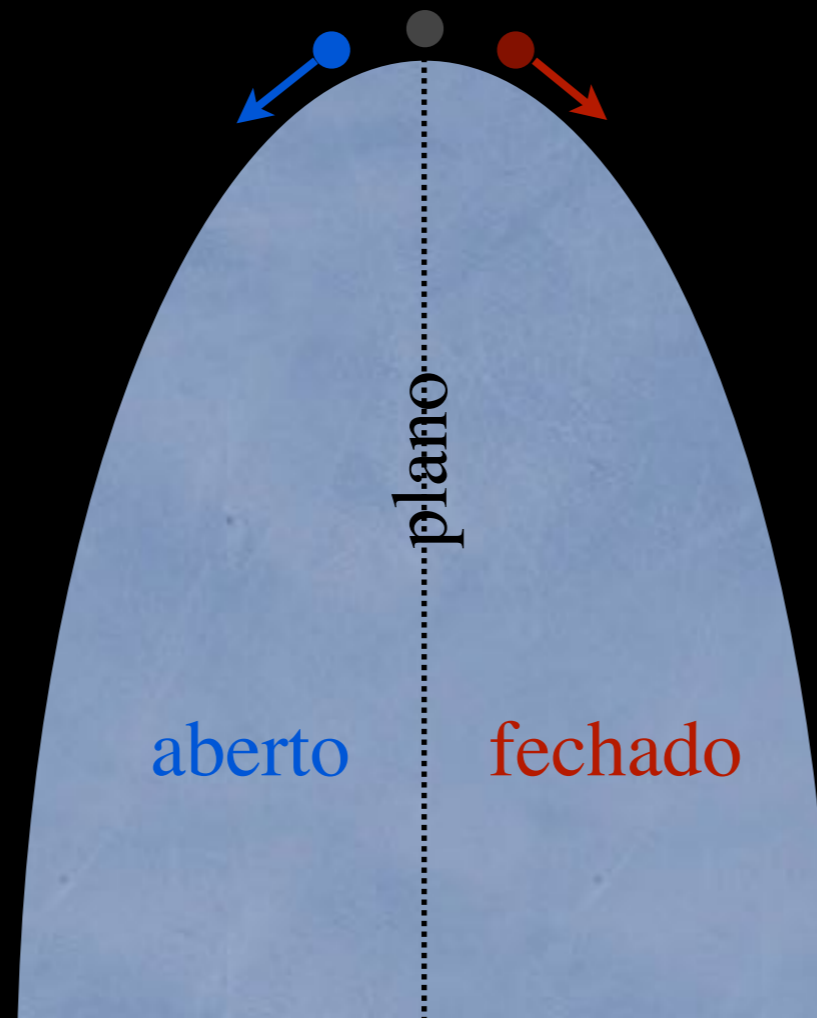
Introdução à Cosmologia Física

- Problema #2: Com matéria "normal" (poeira, radiação), a curvatura deveria dominar, eventualmente!

$$\frac{d \log \Omega_k}{d \log a} = \frac{8\pi G(\rho + 3p)}{H^2} = \beta \quad \longrightarrow \quad \Omega_k \sim a^\beta$$

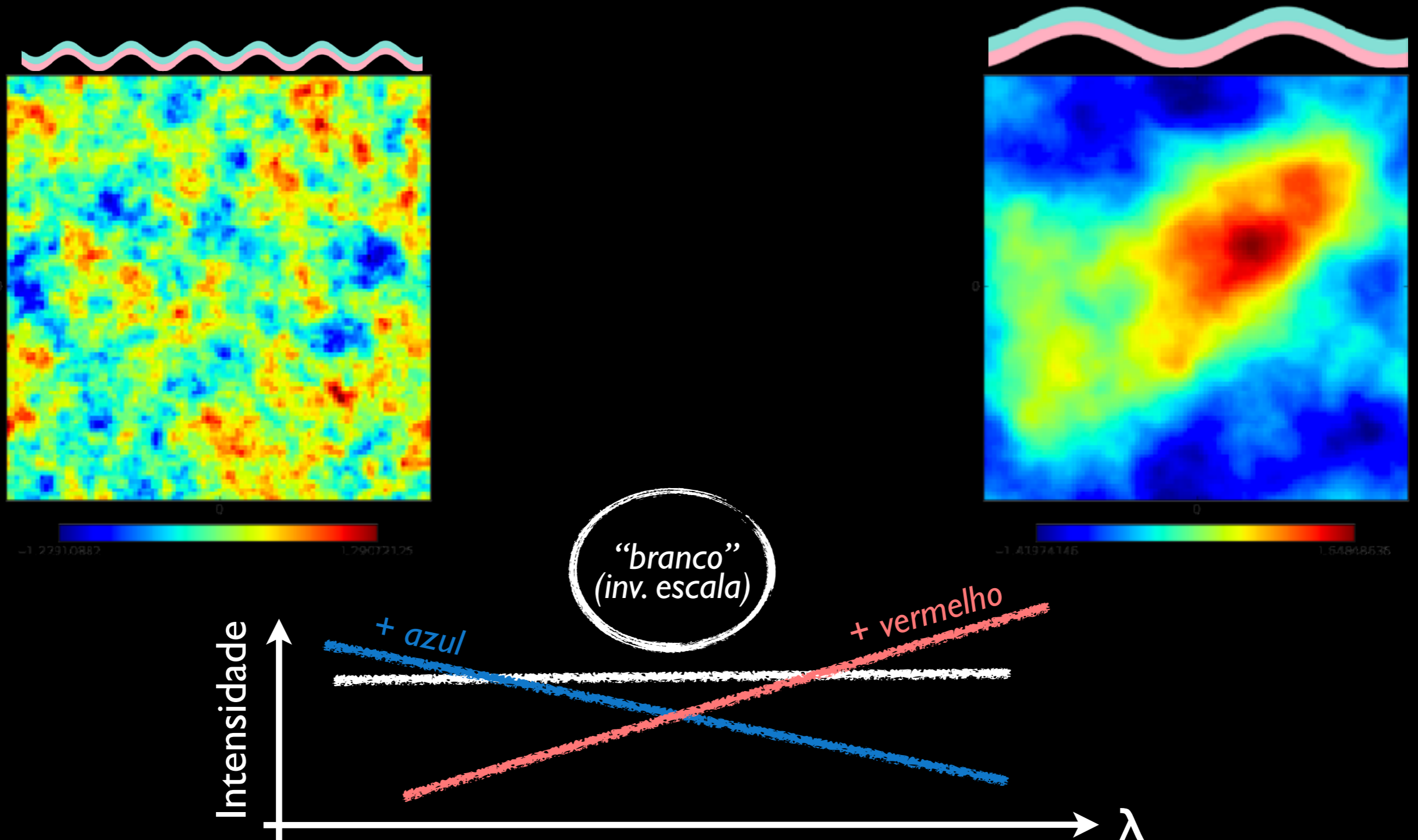
Curvatura pequena hoje \Rightarrow Curvatura muito pequena no universo primordial!

Por quê?



Introdução à Cosmologia Física

- Problema #3: Por quê as flutuações de densidade eram inicialmente Gaussianas, com um espectro "branco" (i.e., praticamente invariante de escala)?



Nos anos 80, a Cosmologia passava por uma “crise existencial”:

Por quê tão plano?

Por quê tão homogêneo?

Horizontes?

Por que flutuações Gaussianas?

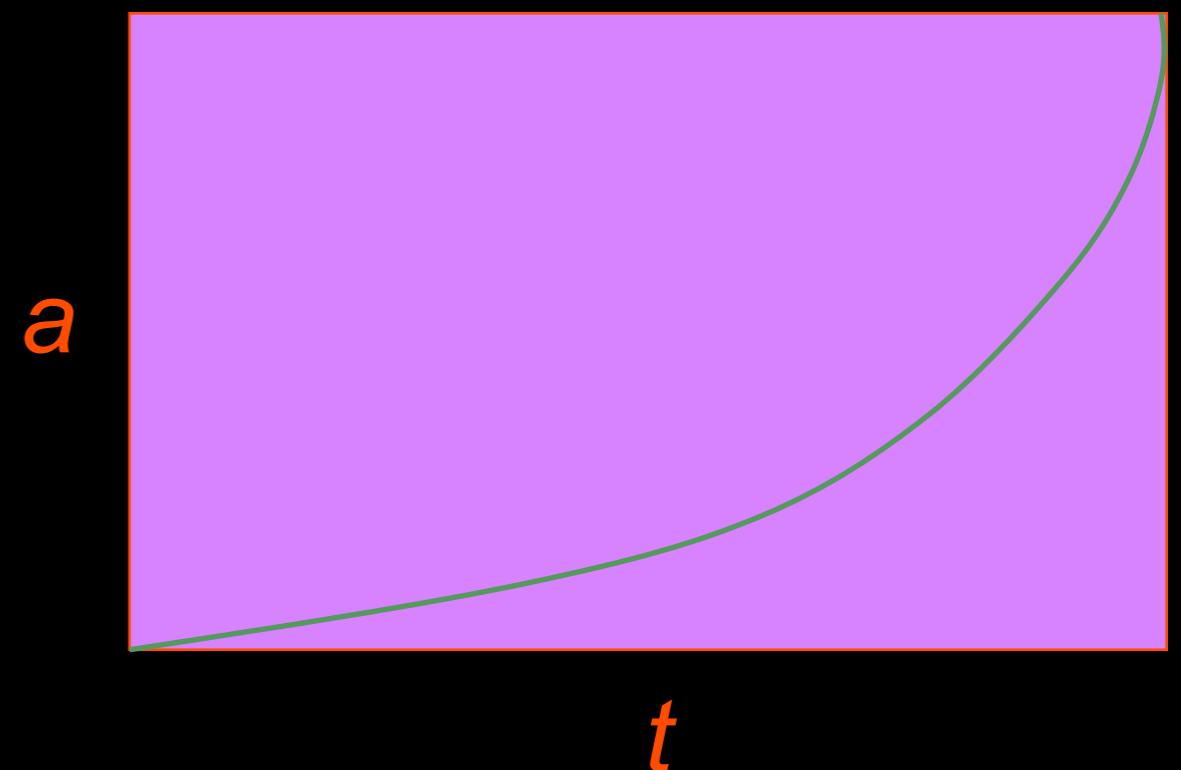
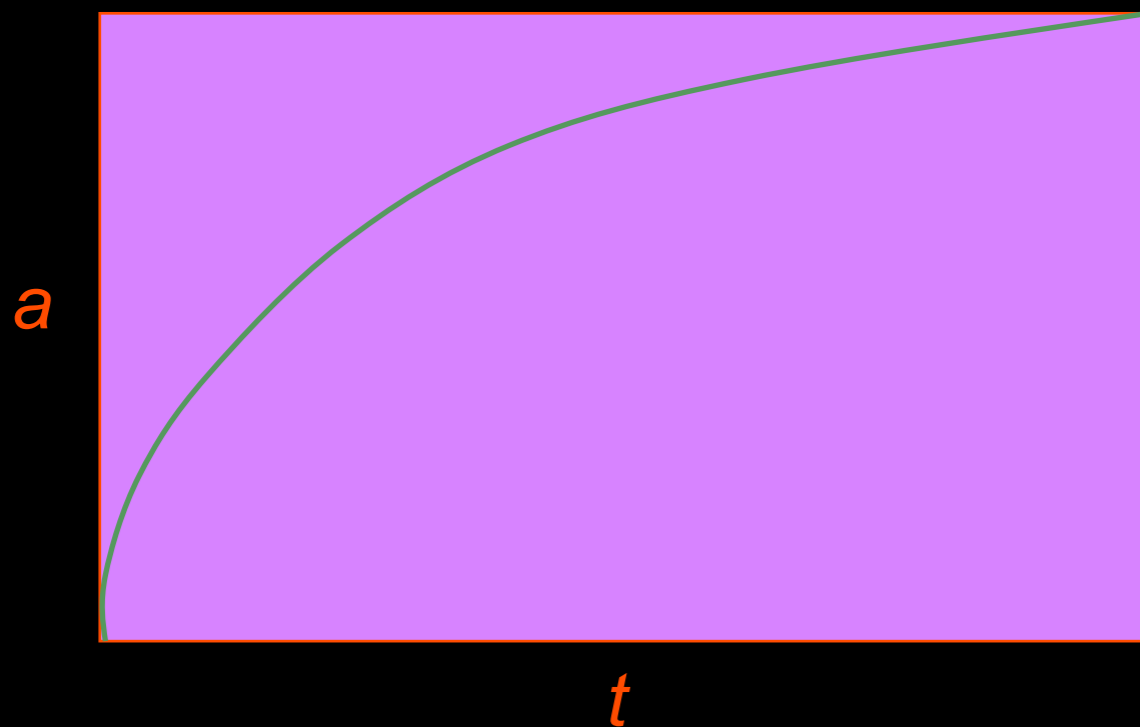
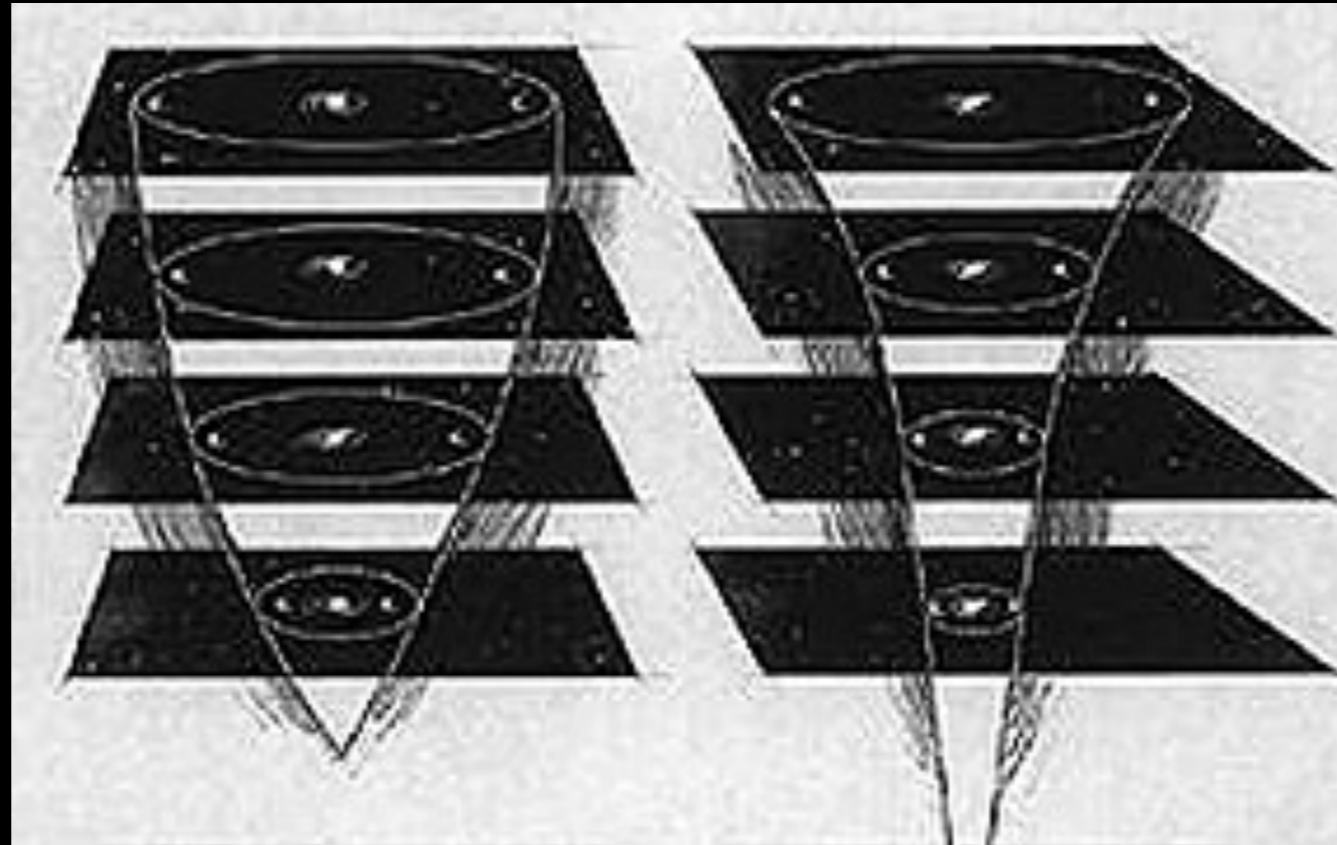
Espectro quase inv. de escala?

Amplitude das flutuações de 10^{-5} ?

Big Bang ??...

A resposta para essas questões levou à re-invenção da nossa teoria de como o universo começou, e a própria noção do que é o “Big bang”

Tipos de expansão: *desacelerada* v. *acelerada*

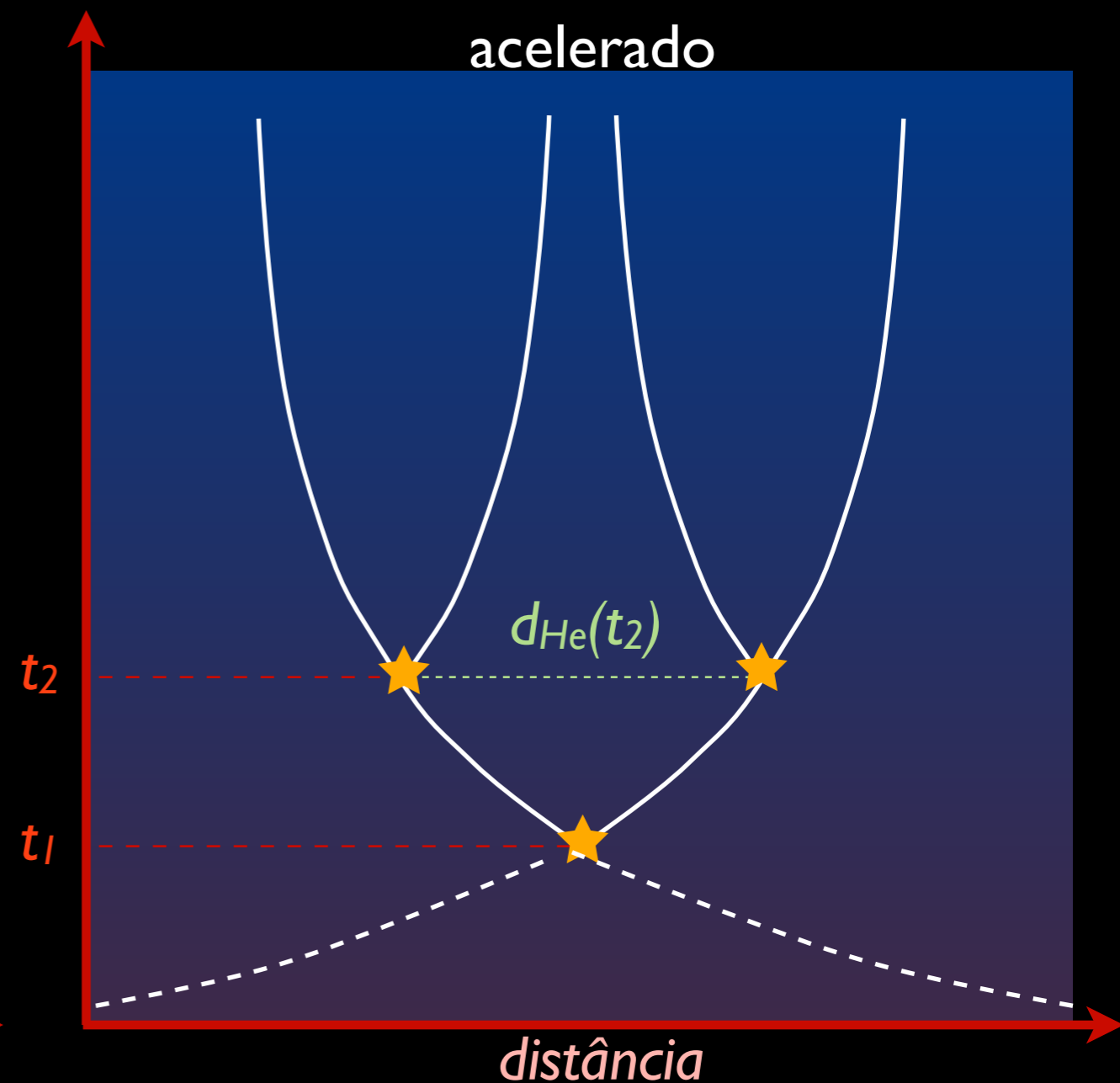
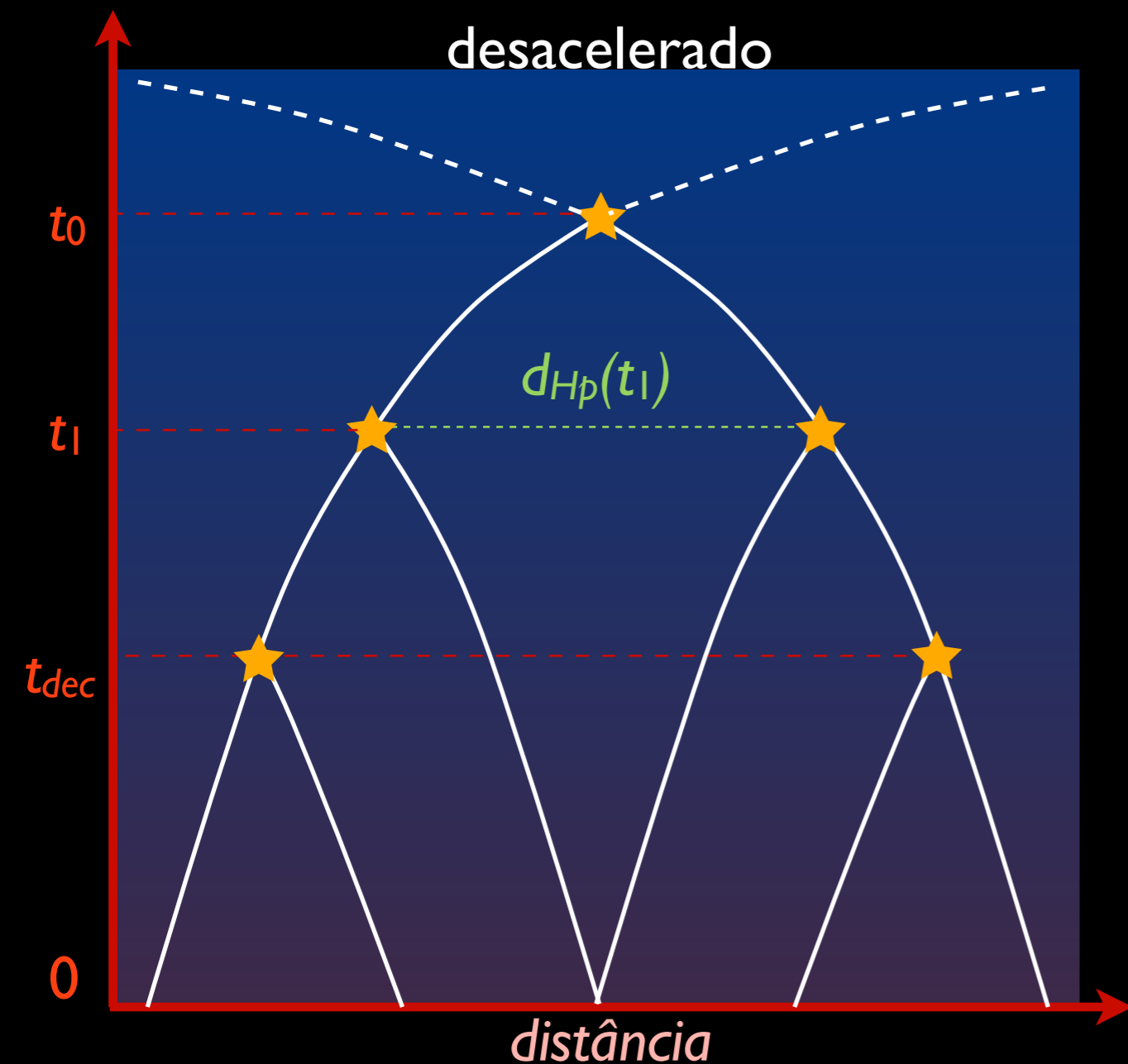


Introdução à Cosmologia Física

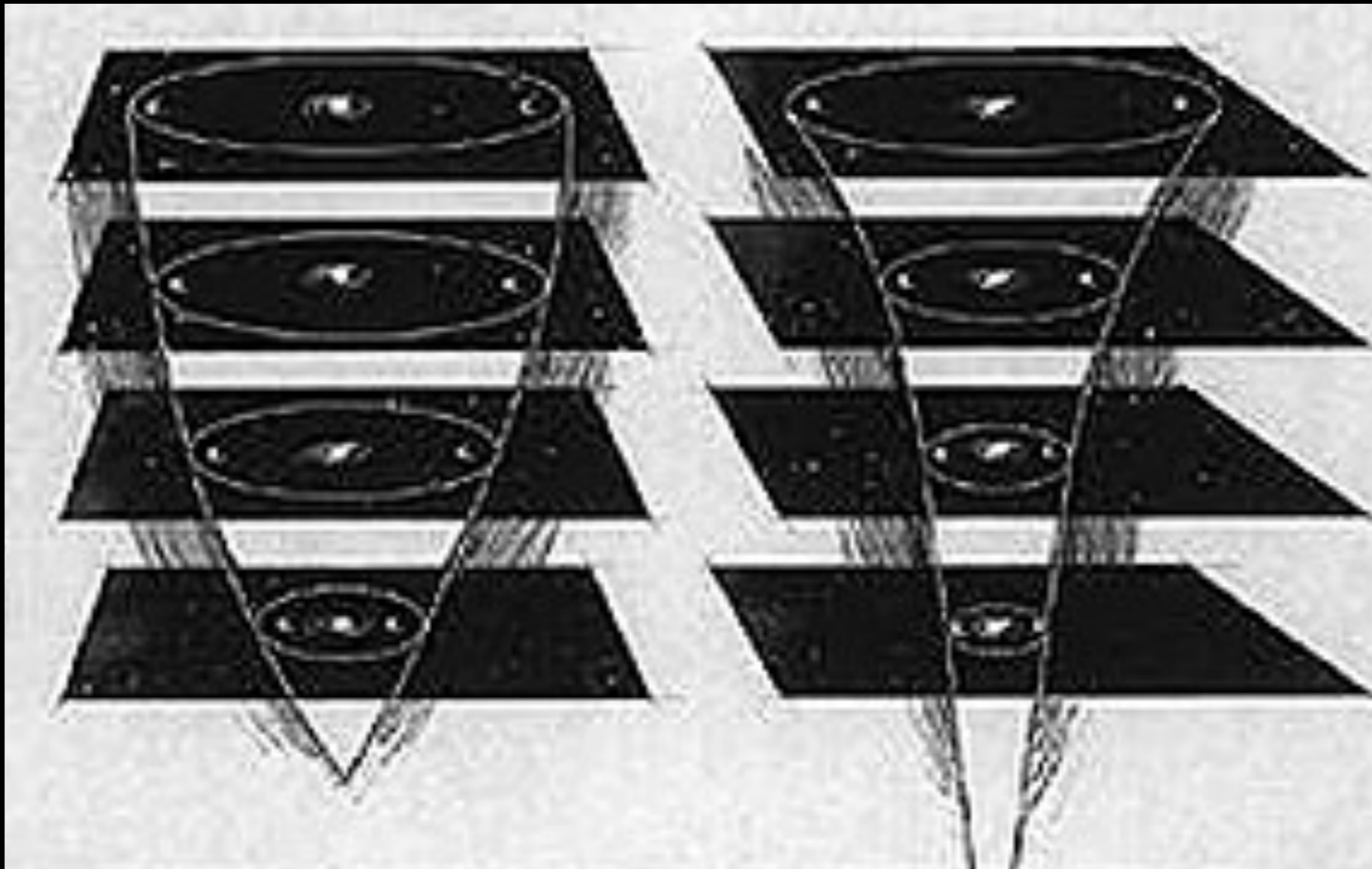
- Esses dois tipos de expansão possuem diferentes **tipos de horizontes**

→ Um **horizonte de partículas** limita a região conhecida no **passado** de um observador num instante t . Ou seja, pares de observadores separados por uma distância maior do que d_{Hp} **nunca haviam entrado em contato** antes do instante t .

→ Um **horizonte de eventos** limita a região que pode ser conhecida no **futuro** por um observador num instante t . Ou seja, pares de observadores separados por uma distância maior do que d_{He} **nunca poderão entrar em contato** depois do instante t .



Introdução à Cosmologia Física



Expansão desacelerada:

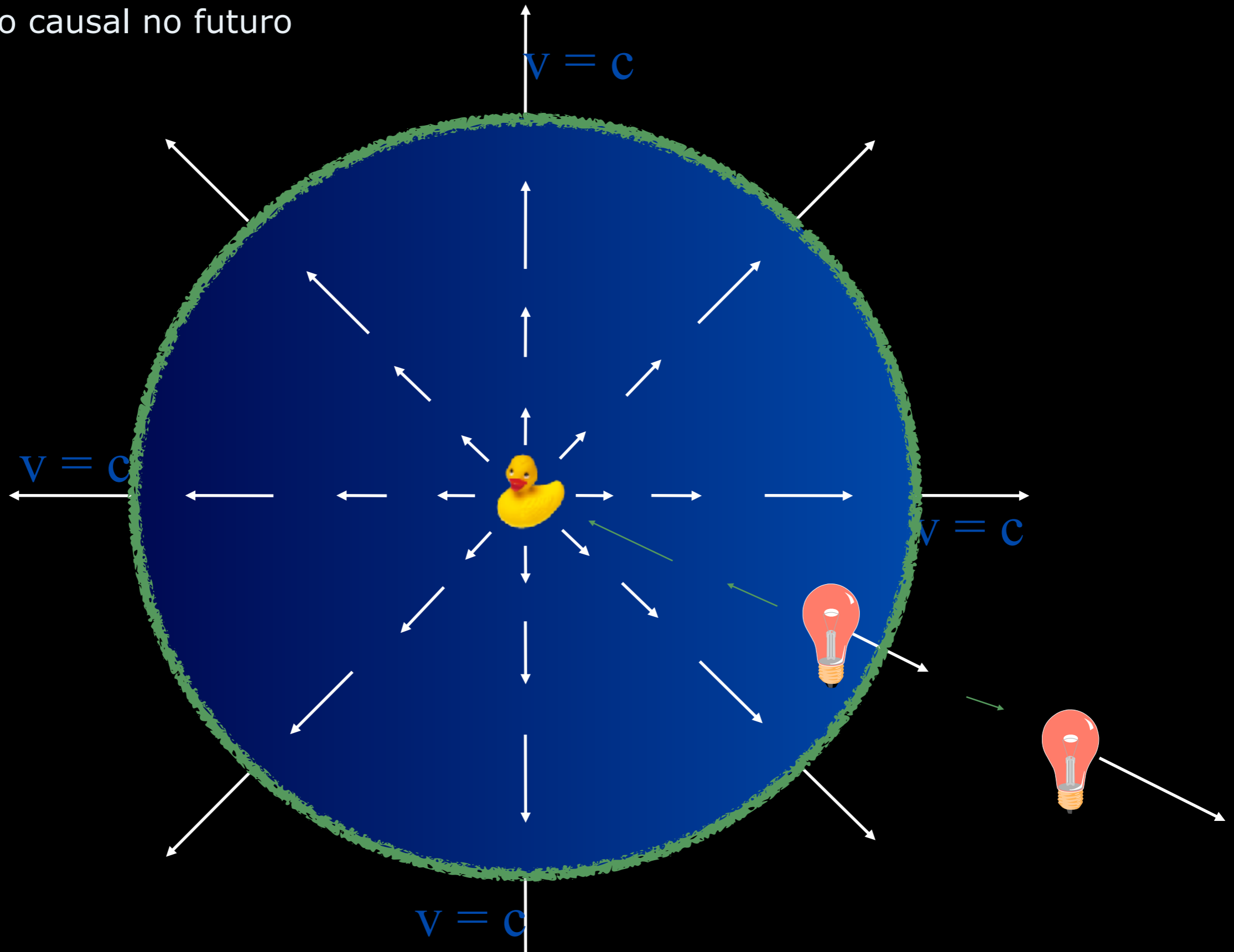
- Horizonte de partículas (tipo *passado*)
- Horizonte de eventos (tipo *futuro*)

Expansão acelerada:

- Horizonte de partículas (tipo *passado*)
- Horizonte de eventos (tipo *futuro*)

Introdução à Cosmologia Física

- Um **horizonte de eventos** (que ocorre quando a expansão é **acelerada**) marca a fronteira de uma região além da qual observadores perdem a chance de ter contato causal no futuro



Introdução à Cosmologia Física

Inflação: fase de **expansão acelerada** ("sem um *Big Bang*")



A. Starobinsky



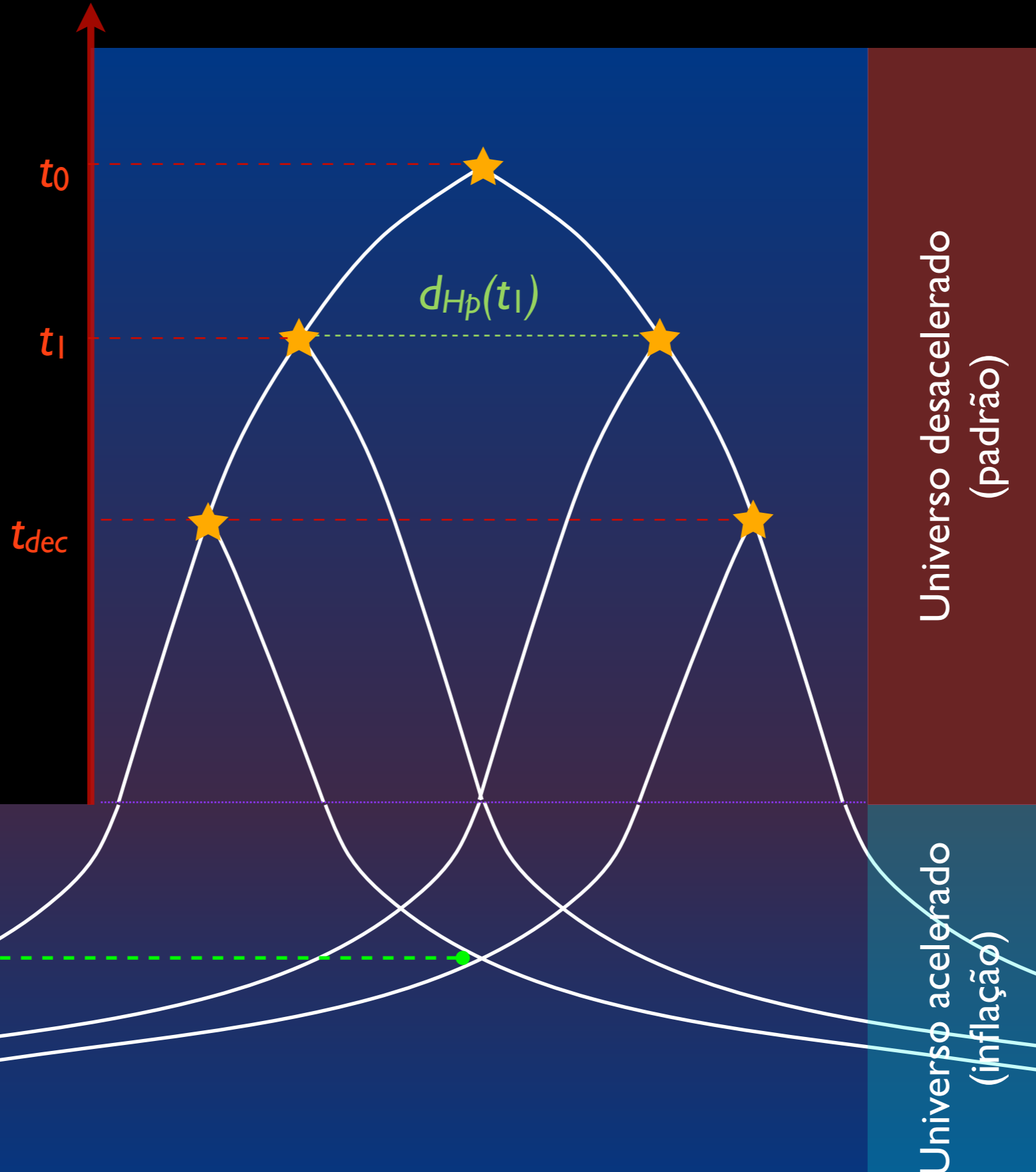
V. Mukhanov



A. Guth



A. Linde



$$\frac{a(t_f)}{a(t_i)} = e^N$$
$$N \gtrsim 60$$

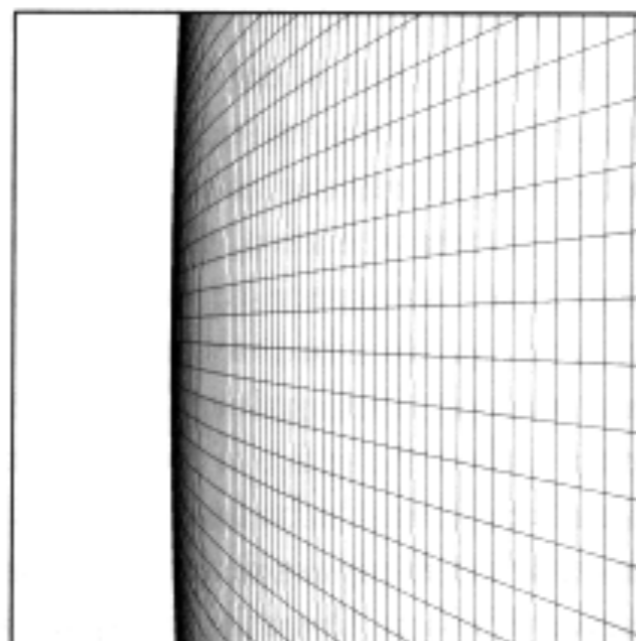
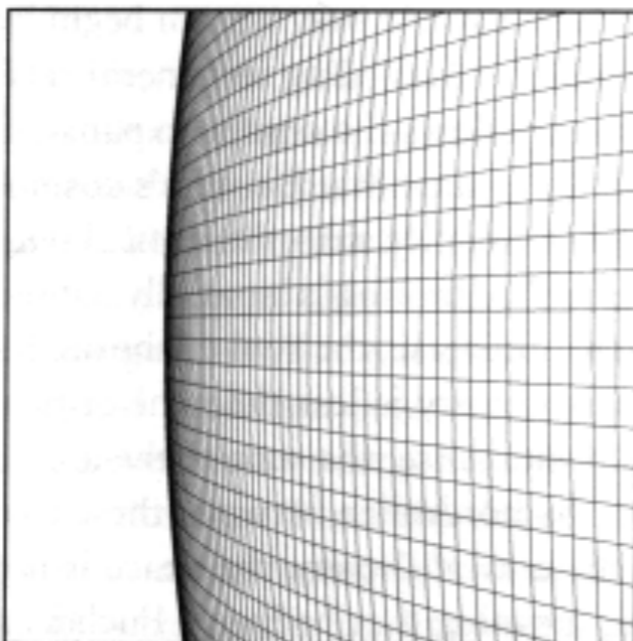
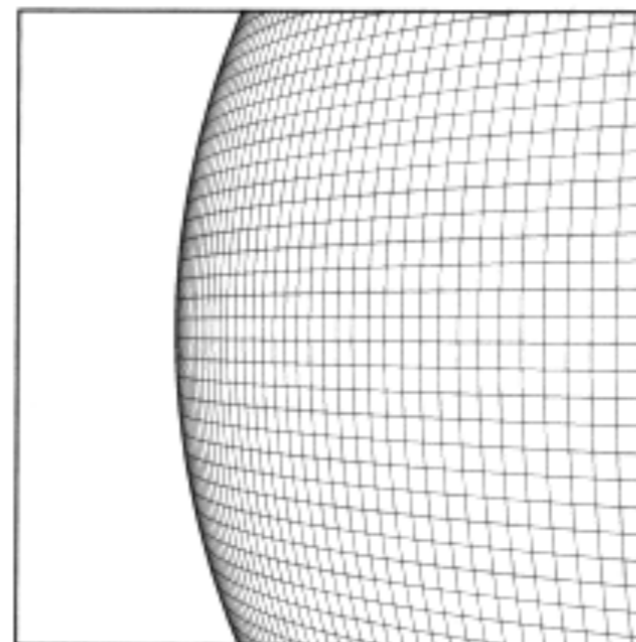
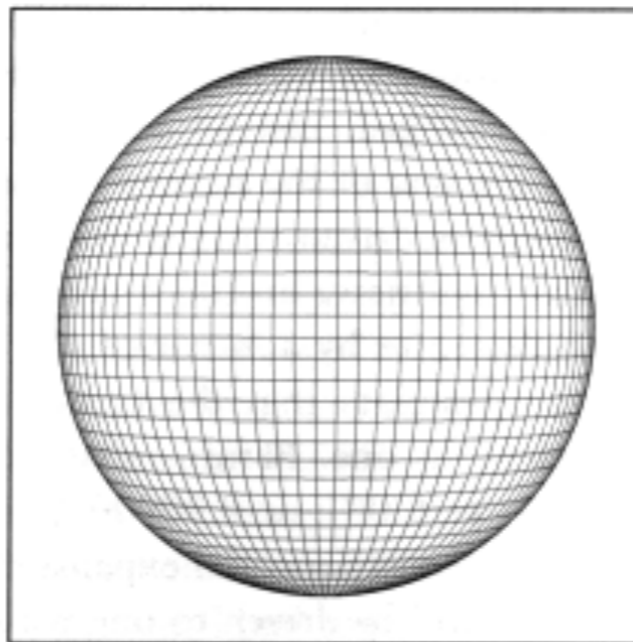
Universo acelerado (inflação)

Universo desacelerado (padrão)

Inflação

Além de nos livrarmos daquele inconveniente horizonte de partículas, que aparece quando a expansão é desacelerada, a inflação também torna o universo **extremamente plano**:

Início da inflação:
universo
possivelmente curvo



Final da inflação:
universo quase
exatamente plano

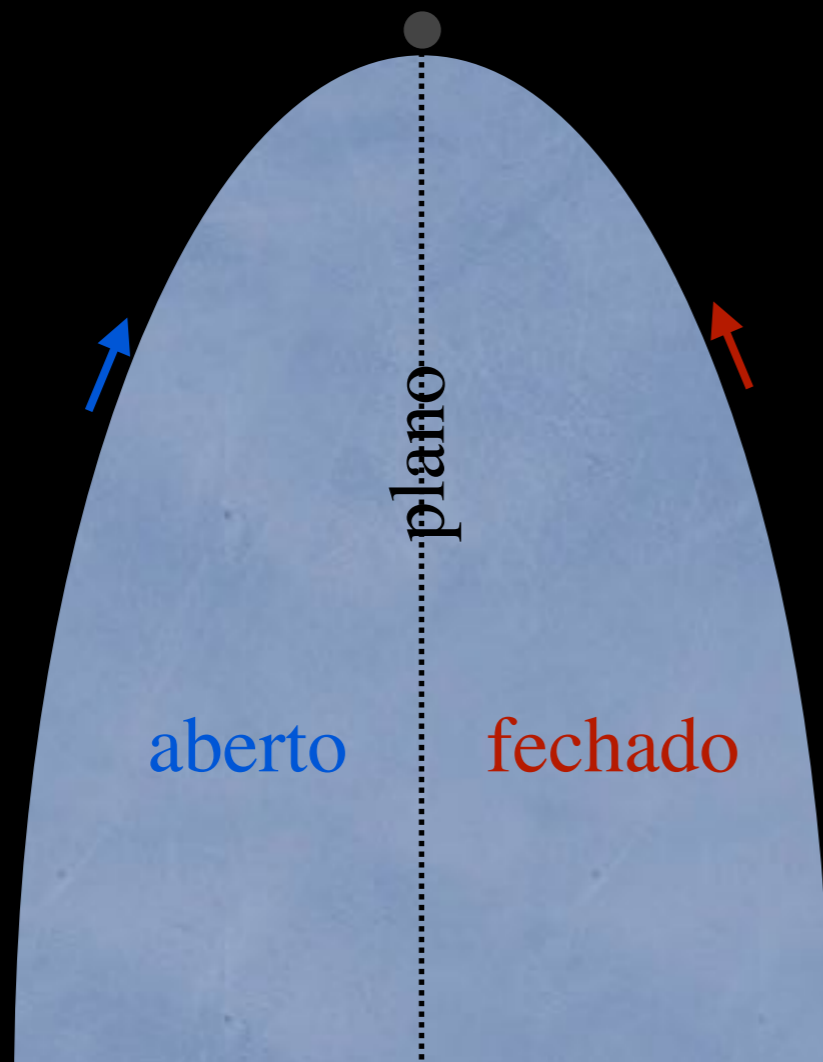
Introdução à Cosmologia Física

Inflação

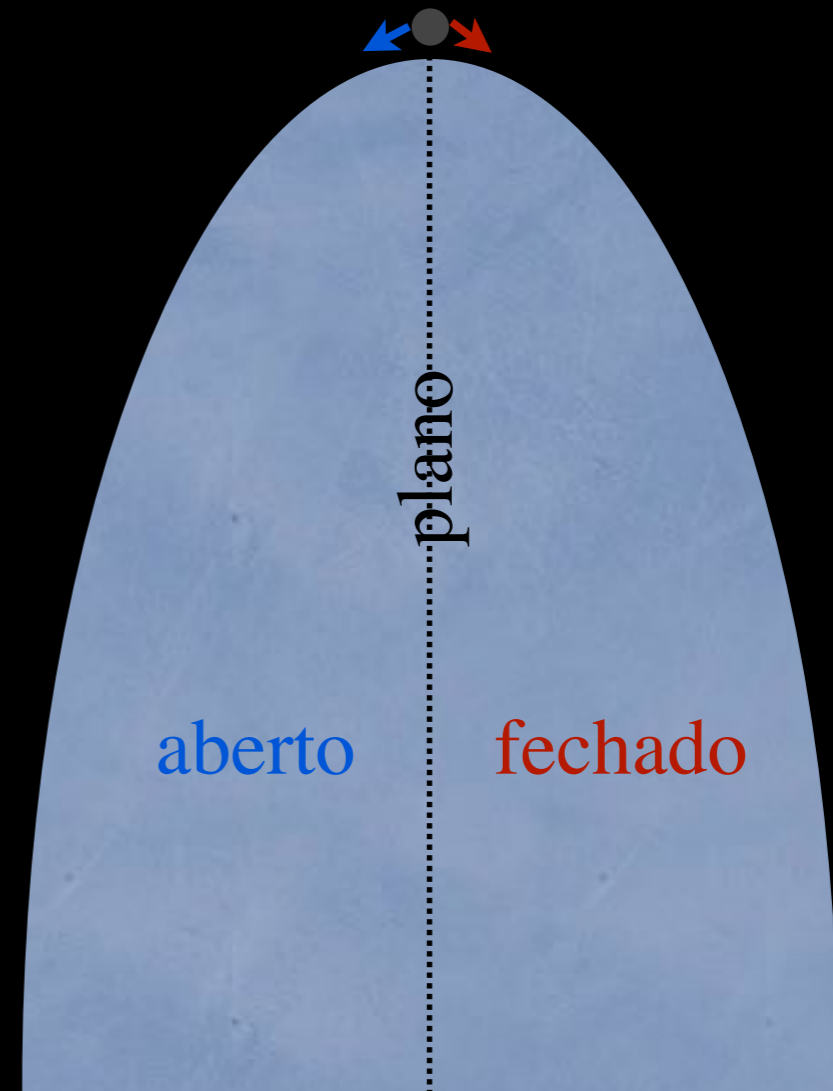
Durante a era acelerada, a curvatura espacial inicial decai:

$$\Omega_k \sim a^\beta, \quad p \simeq -\rho \Rightarrow \beta \simeq -2$$

Era da inflação:
universo acelerado,
 $\beta < 0$



Era pós-inflacionária:
universo **des**acelerado,
 $\beta > 0$



Mas de que forma a inflação gera um **espectro de perturbações de densidade** com as propriedades certas (=observadas)?

Ingrediente-chave: mecânica quântica

MECÂNICA QUÂNTICA:

$$" \Delta E \Delta t > h/4\pi "$$

O vácuo é repleto de **pares virtuais** de partículas, que vivem durante breves momentos até serem aniquiladas de volta ao vácuo

Mukhanov & Chibisov,
1979 & 1980

Starobinsky 1979

Guth 1980
Linde 1982-85

Pares virtuais \leftrightarrow flutuações quânticas

Aqui, agora:

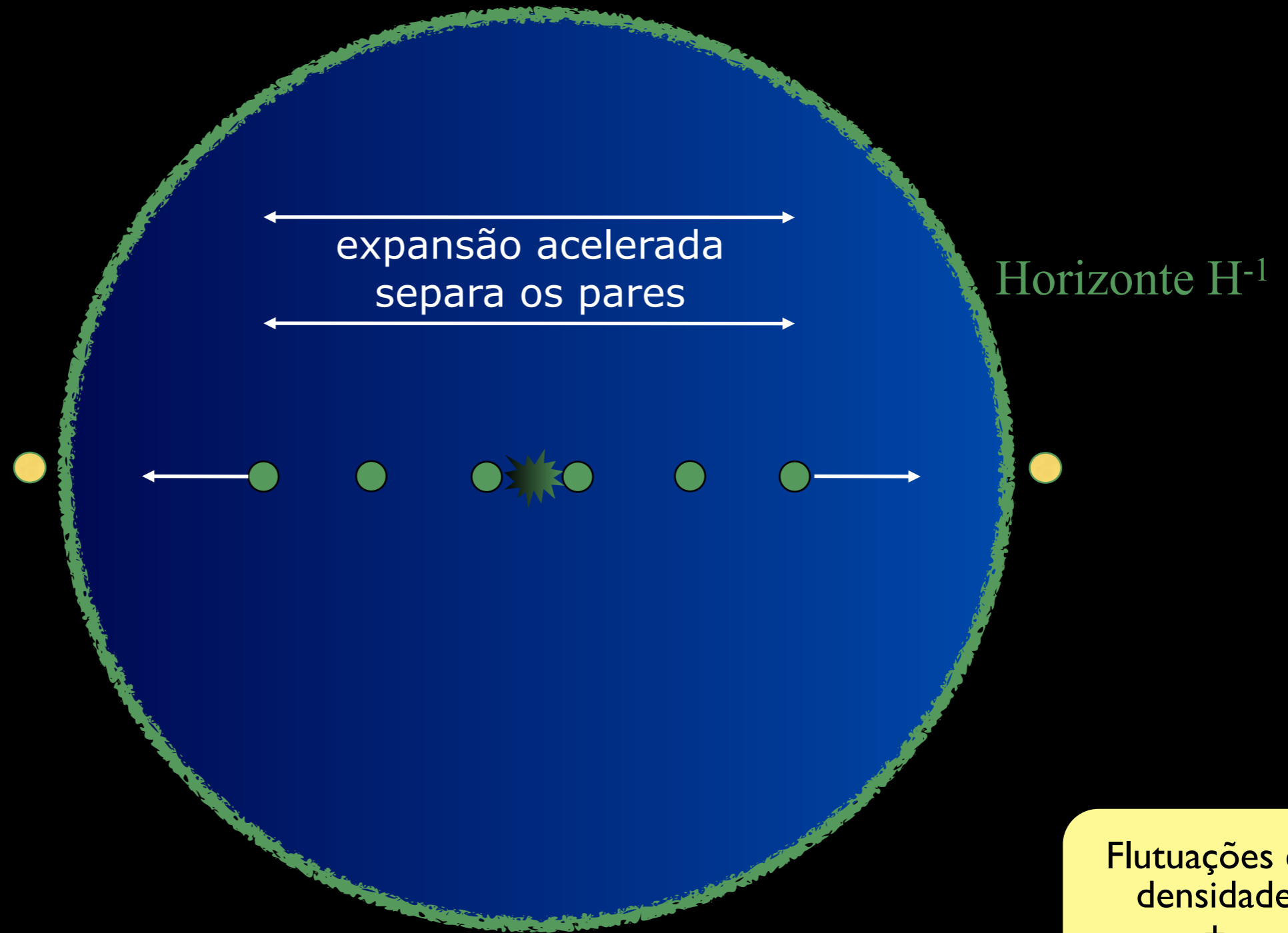


$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$



$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Pares virtuais num universo **acelerado**:



Inflação (expansão acelerada) converte **pares virtuais** em **pares reais**

Flutuações de densidade
+
ondas gravitacionais

Introdução à Cosmologia Física

Modelos de expansão acelerada (inflação ou energia escura!)

A idéia é que o Universo, na sua fase inicial, passou por um surto de **expansão acelerada**, durante o qual:

$$\ddot{a} > 0 \quad , \quad q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} < 0$$

Por exemplo, o fator de escala se comportou como:

$$a = a_1 \left(\frac{t}{t_1} \right)^p \quad , \quad p > 1 \quad \quad \lim p \rightarrow \infty : \quad a = e^{Ht}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{p(p-1)}{t^2} > 0$$

Essa fase acelerada pode ser devida a algum tipo de matéria com pressão negativa, ou seja, uma substância cuja equação de estado w era negativa ($w < -1/3$):

$$\rho \propto a^{-3(1+w)} \quad , \quad w = \frac{2-3p}{3p}$$

Introdução à Cosmologia Física

✓ O problema da curvatura

A primeira Equação de Friedmann nos diz que: $3H^2 + \frac{K}{a^2} = 8\pi G \rho$

Se o tipo de matéria dominante no universo decai mais rápido que a curvatura, ela se torna mais importante com o tempo.

No nosso exemplo, de uma expansão tipo lei de potência com $p \gg 1$, a densidade de energia permanece quase constante:

$$\rho \propto a^{-2/p}$$

No limite $p \rightarrow \infty$ a densidade é **constante**, e a contribuição da curvatura espacial **decai exponencialmente**:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} : a = e^{Ht}, \quad \rho \propto \text{const}, \quad \frac{K}{a^2} \propto e^{-2Ht}$$

Portanto, o resultado de uma era de expansão acelerada é a supressão exponencial da curvatura espacial. Todos os modelos de inflação fazem isso: o fator de expansão durante essa era acelerada é tão grande que a curvatura hoje, apesar de ter crescido por bilhões de anos (durante as eras da radiação e da matéria), ainda é completamente negligenciável.

Portanto, a inflação "prediz" que $\Omega=1$.

Introdução à Cosmologia Física

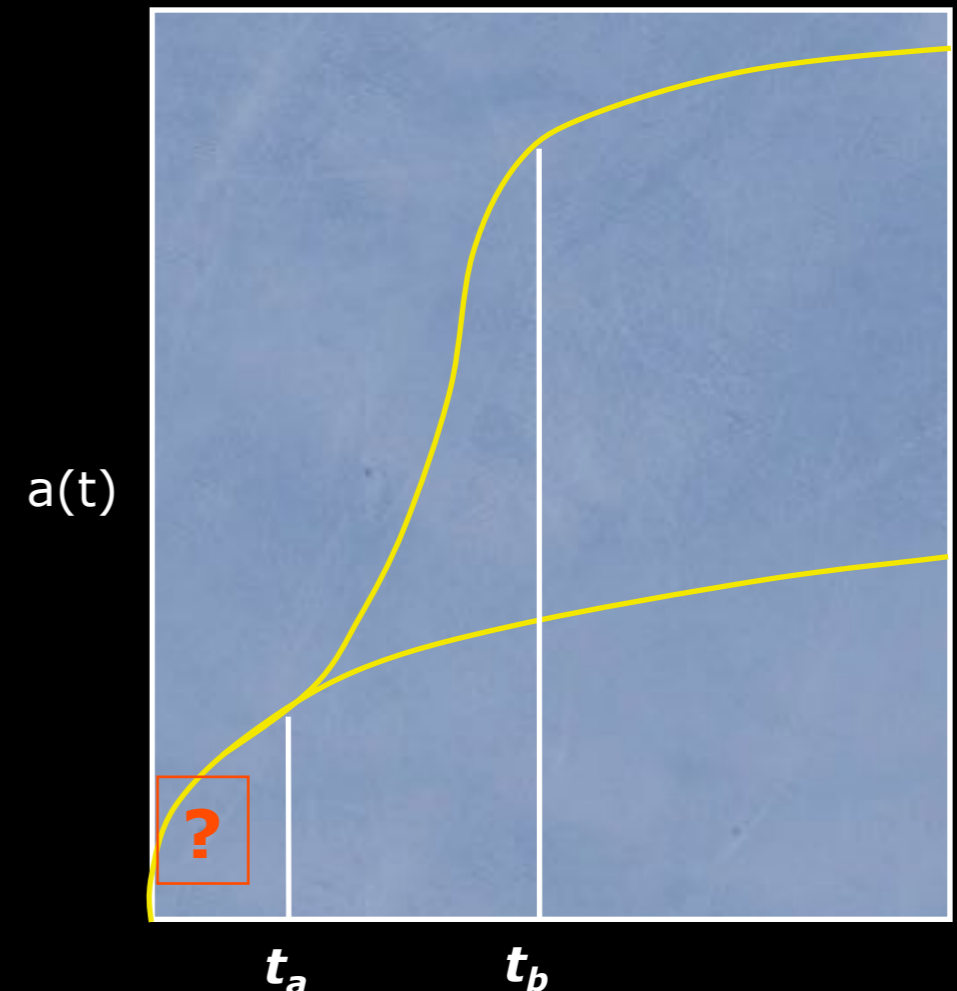
✓ O problema do horizonte (ou da homogeneidade)

Considere, por simplicidade, a era da radiação, e digamos que a curvatura espacial "já era". Sem inflação, teríamos:

$$\left. \begin{array}{l} \rho \propto a^{-4} \\ 3H^2 = 8\pi G\rho \end{array} \right\} a = t^{1/2} \quad \Rightarrow \quad d_{Hp} = a(t) \int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = 2t$$

Agora, vamos supor que **entre os instantes t_a e t_b** a evolução do Universe foi dominada por um tipo de matéria que levou a uma expansão acelerada. Nesse caso, o fator de escala seria parecido com:

$$a(t) = \begin{cases} t^{1/2} & t \leq t_a \\ t_a^{1/2} \left(\frac{t}{t_a} \right)^p & t_a \leq t \leq t_b \\ t_a^{1/2} \left(\frac{t_b}{t_a} \right)^p \left(\frac{t}{t_b} \right)^{1/2} & t \geq t_b \end{cases}$$



Introdução à Cosmologia Física

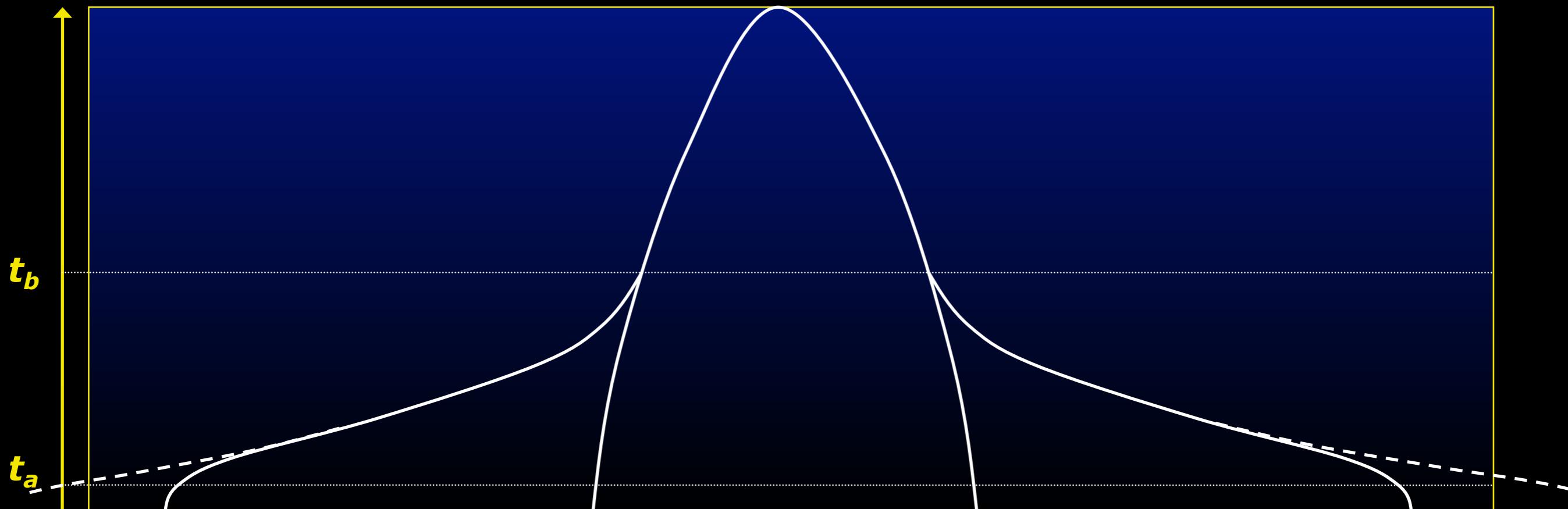
Assim, o horizonte de partículas se torna **muito maior**:

$$d_{Hp} = 2t + \frac{t_a}{p-1} \left(\frac{t_b}{t_a} \right)^{\frac{1}{p}}$$

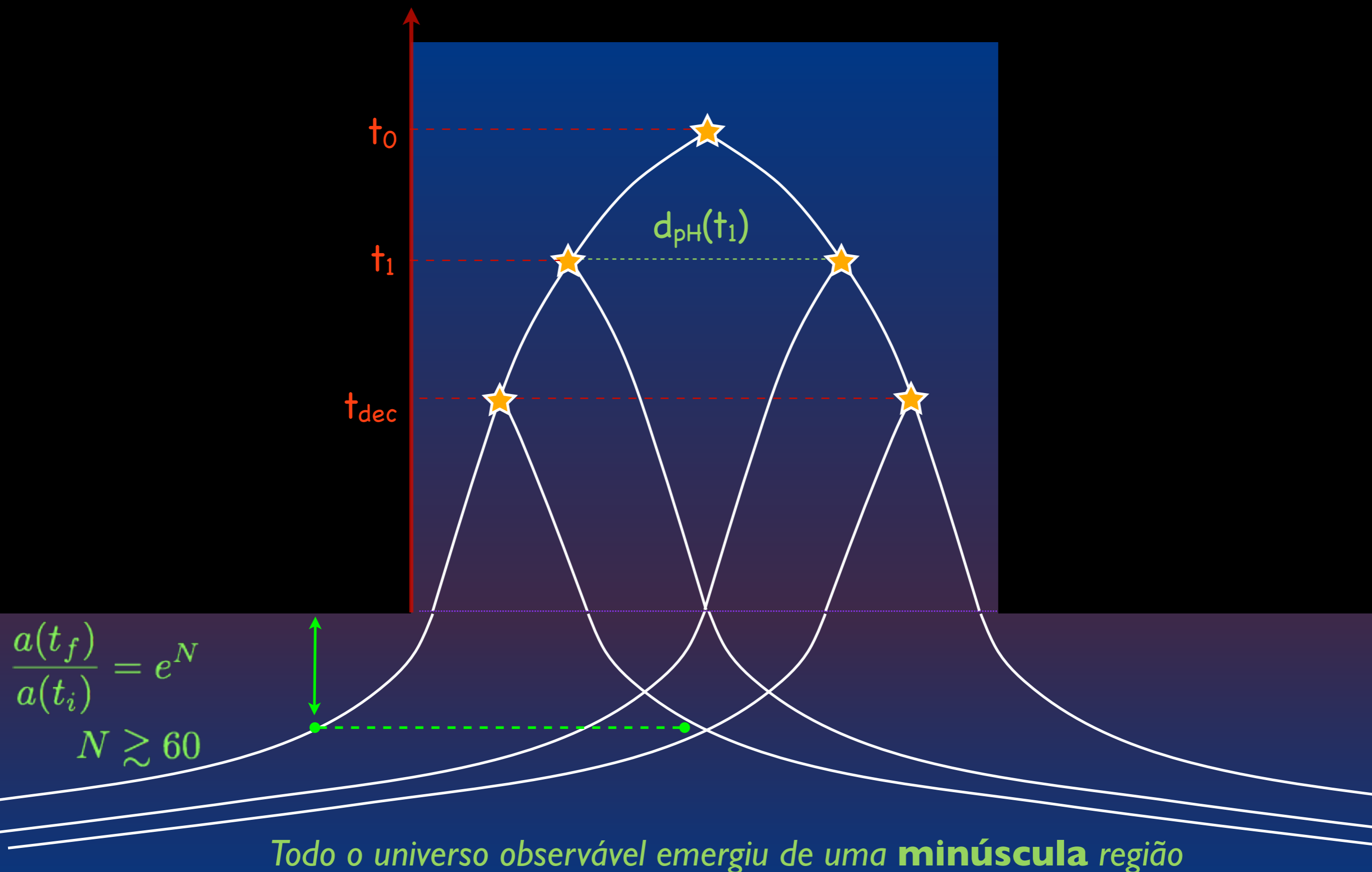
➔ **Exercício: cheque isso!**

Assim, se $t_b \gg t_a$ (ou seja, se a fase inflacionária dura um tempo suficiente grande), e se $p \gg 1$, então o segundo termo é muito maior que o primeiro, (que seria simplesmente o horizonte num universo dominado por radiação).

t Assim, o efeito da inflação sobre o cone de luz é, qualitativamente:



Introdução à Cosmologia Física



Introdução à Cosmologia Física

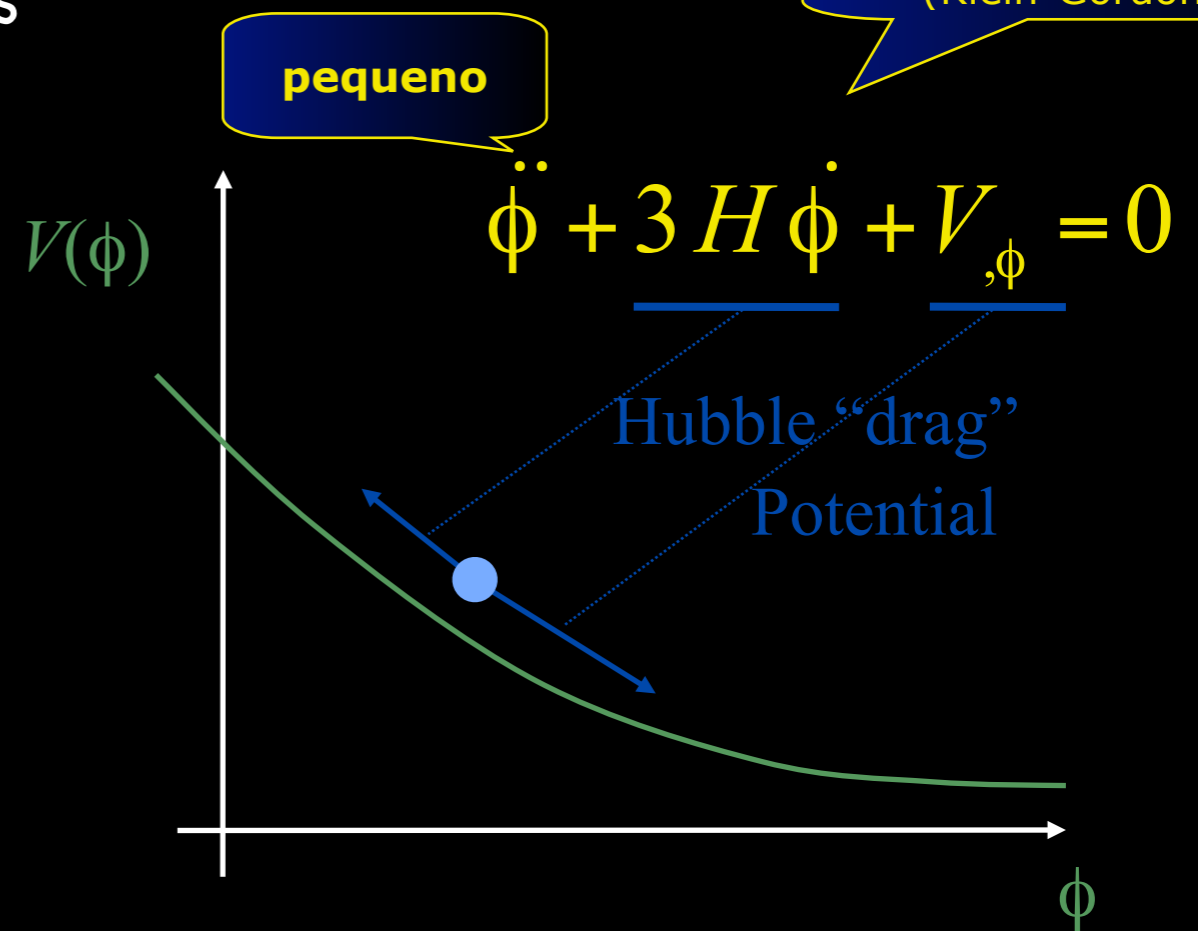
Como fazer aceleração: campos escalares

$$L_\phi = -\frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - V(\phi)$$

Background, $\phi(t)$:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} (\dot{\phi})^2 + V(\phi)$$

$$p_\phi = \frac{1}{2} (\dot{\phi})^2 - V(\phi)$$

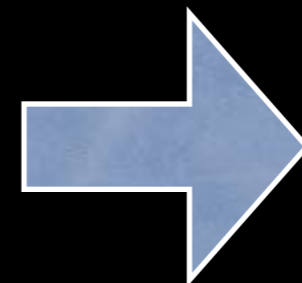


Se a energia cinética é \ll do que a energia potencial \Rightarrow "slow roll":

$$\rho_\phi \approx V(\phi) \approx \text{constante}$$

$$p_\phi \approx -V(\phi)$$

$$w_\phi = \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = \frac{\frac{1}{2} (\dot{\phi})^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2} (\dot{\phi})^2 + V(\phi)}$$



$$w_\phi \approx -1$$

Com o **slow-roll**, $V(\phi)$ funciona como uma Λ que varia no tempo!

Introdução à Cosmologia Física

- Vamos considerar o modelo "power-law" de inflação:

$$V = M^4 e^{-\phi/s} \quad , \quad V_{,\phi} = -\frac{1}{s} V$$

As equações de Friedmann e de Klein-Gordon assumem a forma:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0$$

$$3H^2 = 8\pi G \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V \right)$$

Qual a solução?? Vamos tentar:

$$a(t) = a_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^p \quad , \quad H = \frac{p}{t}$$

Por inspeção das equações acima somos induzidos a considerar:

$$\phi(t) = \phi_0 \ln \frac{t}{t_0}$$

Substituindo essas expressões nas equações acima, temos:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\phi_0}{t^2} + \frac{3p\phi_0}{t} - \frac{M^4}{s} e^{-(\phi_0/s)\ln t/t_0} &= 0 \\ 3\frac{p^2}{t^2} &= 8\pi G \left(\frac{1}{2} \frac{\phi_0^2}{t^2} + M^4 e^{-(\phi_0/s)\ln t/t_0} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{\phi_0}{s} &= 2 \\ 2(3p-1) &= \frac{M^4 t_0^2}{s^2} \\ 3p^2 &= 8\pi G s^2 \left(1 + \frac{M^4 t_0^2}{s^2} \right) \end{aligned}$$

Introdução à Cosmologia Física

Resolvendo para a potência p , obtemos:

$$s = \sqrt{\frac{p}{16\pi G}}$$

$$\phi_0 = 2s$$

$$t_0 = \frac{p}{M^2 \sqrt{8\pi G}} \sqrt{p(3p-1)}$$

Ou seja: nós determinamos que existe uma **solução analítica** no caso de um potencial exponencial, que é dada por:

$$\phi(t) = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{4\pi G}} \ln \frac{t}{t_0}$$

$$a(t) = a_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{p}{3}}$$

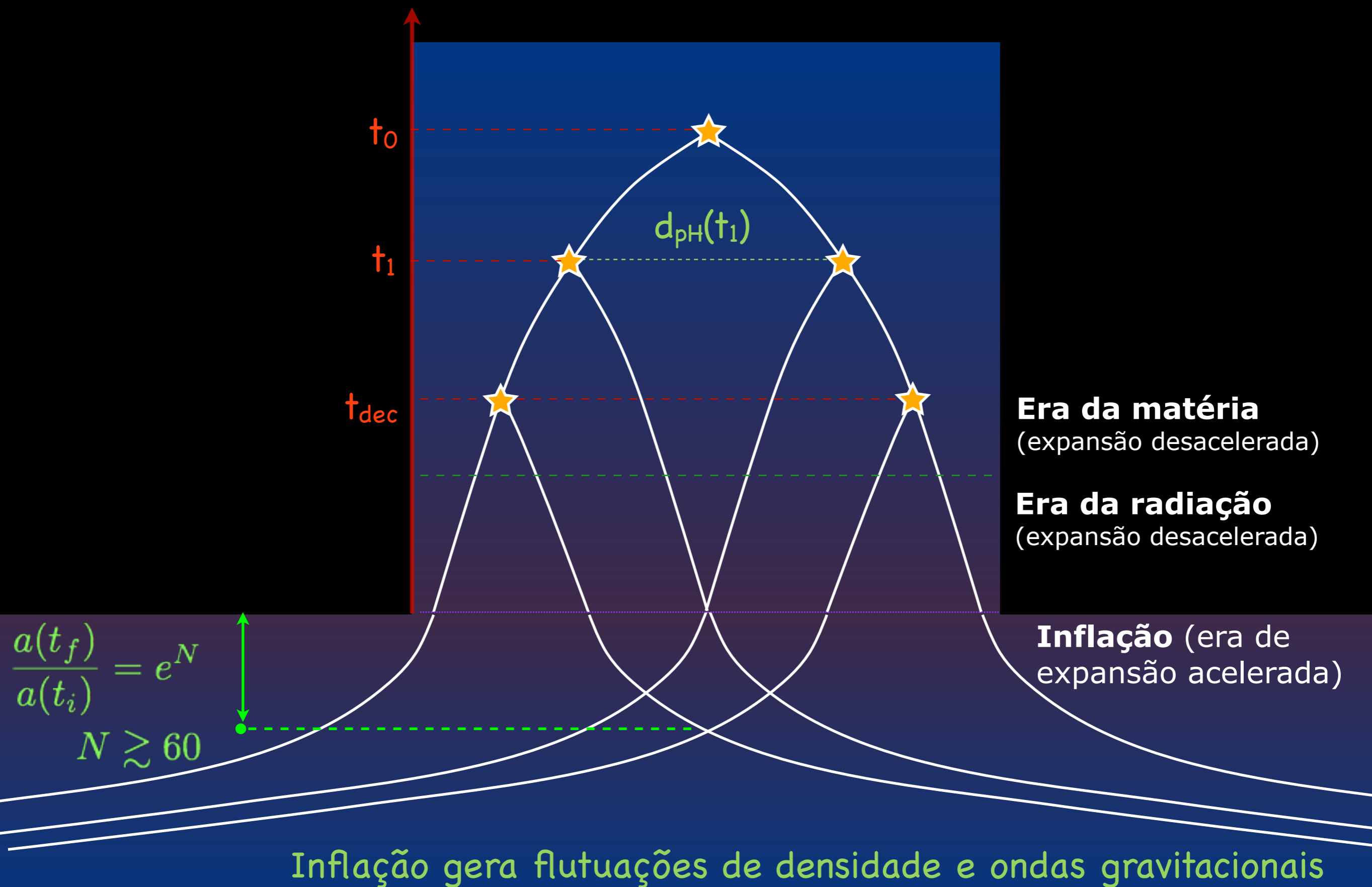
Exercício -
demonstre!

Moral da história:

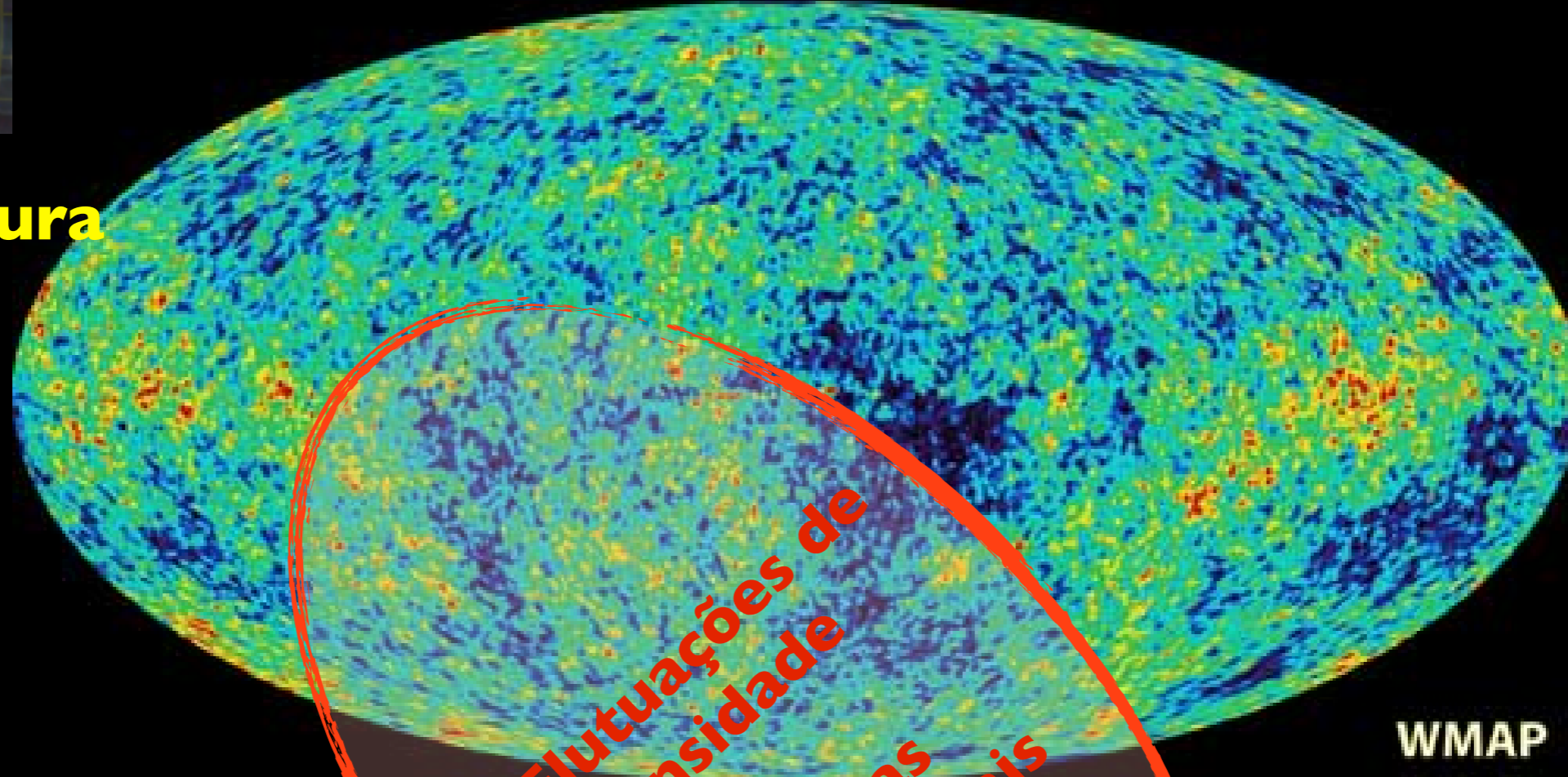
- A inflação é uma fase muito curta de **expansão acelerada** nos primórdios do universo
- A inflação **elimina** o horizonte de partículas da velha “teoria do Big Bang quente” (problema do horizonte, planura)
- A inflação cria um **novo** horizonte (de eventos), cujo efeito é **gerar as primeiras (e pequenas!) inomogeneidades**
- As **perturbações de densidade** dão origem às estruturas (galáxias, etc.) do universo, e ficam marcadas na **radiação cósmica de fundo**
- As **ondas gravitacionais** se manifestam apenas na **radiação cósmica de fundo** (seu efeito na formação das estruturas em grandes escalas é nulo)



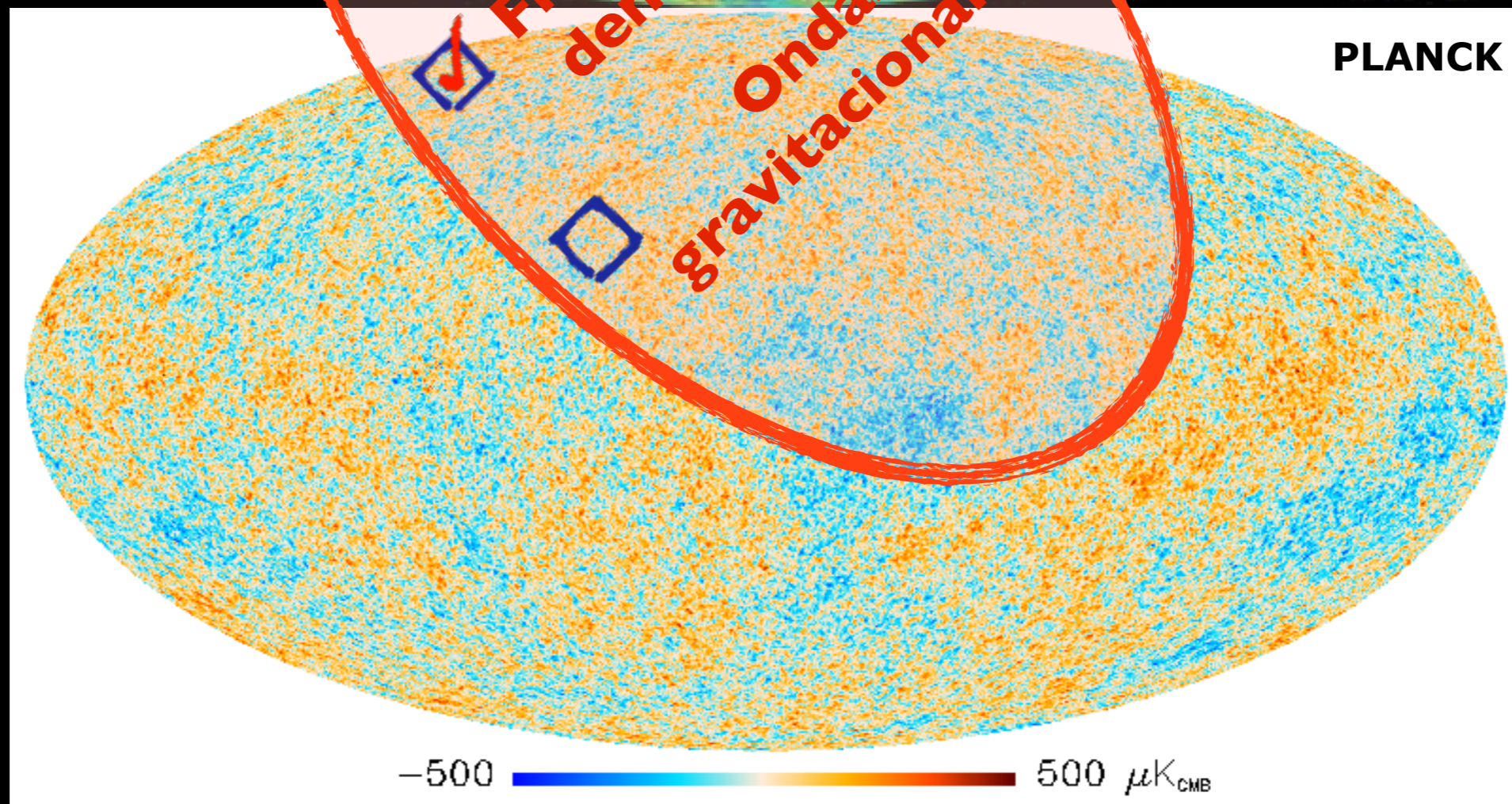
Introdução à Cosmologia Física



Temperatura
da radiação
cósmica
de fundo



WMAP

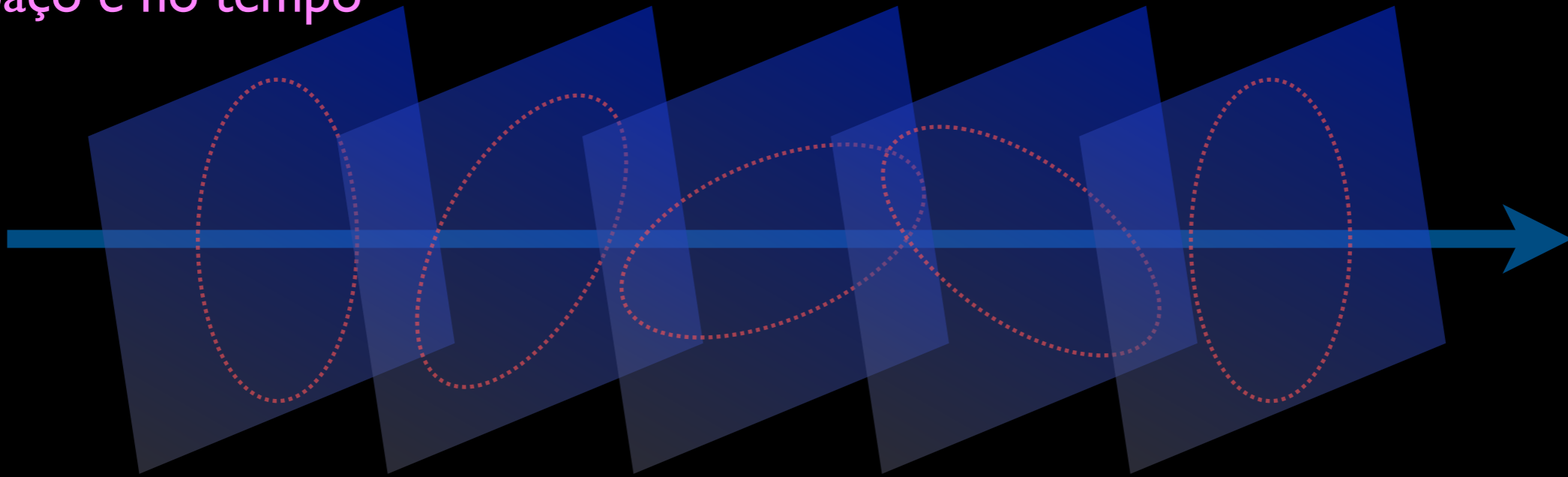


PLANCK

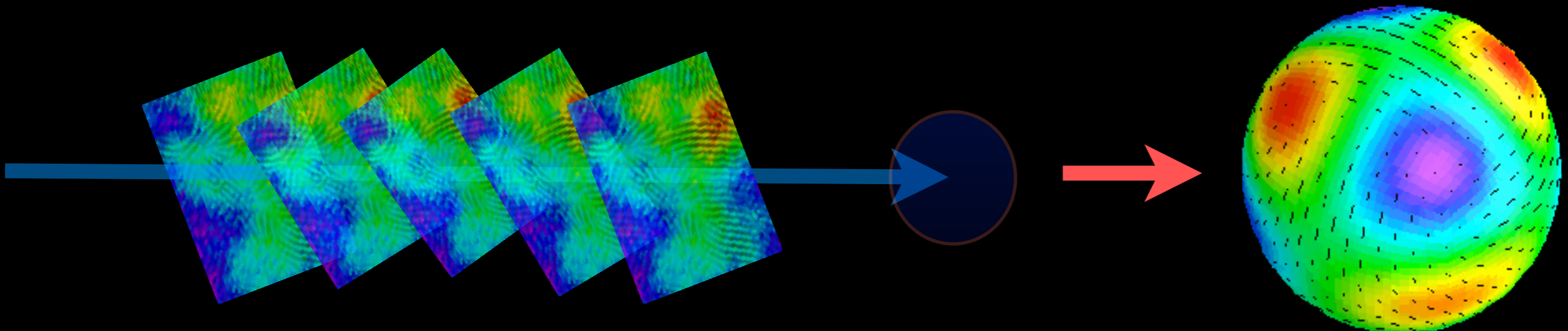
-500  500 μK_{CMB}

A luz não tem apenas uma intensidade - ela também possui polarização

- Uma **onda gravitacional** é como uma onda de deformações que se propaga no espaço e no tempo



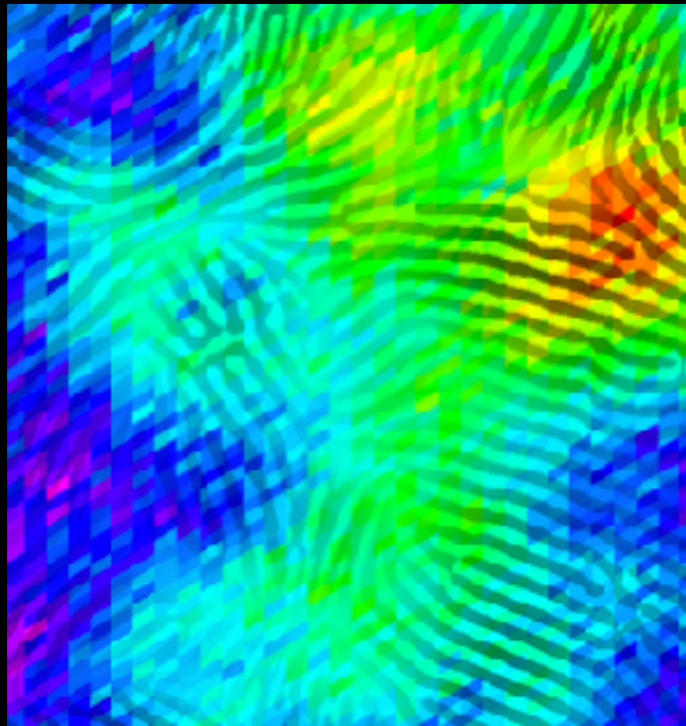
- A luz tende a se “alinhar” (muuuuito sutilmente) com as ondas gravitacionais



Introdução à Cosmologia Física

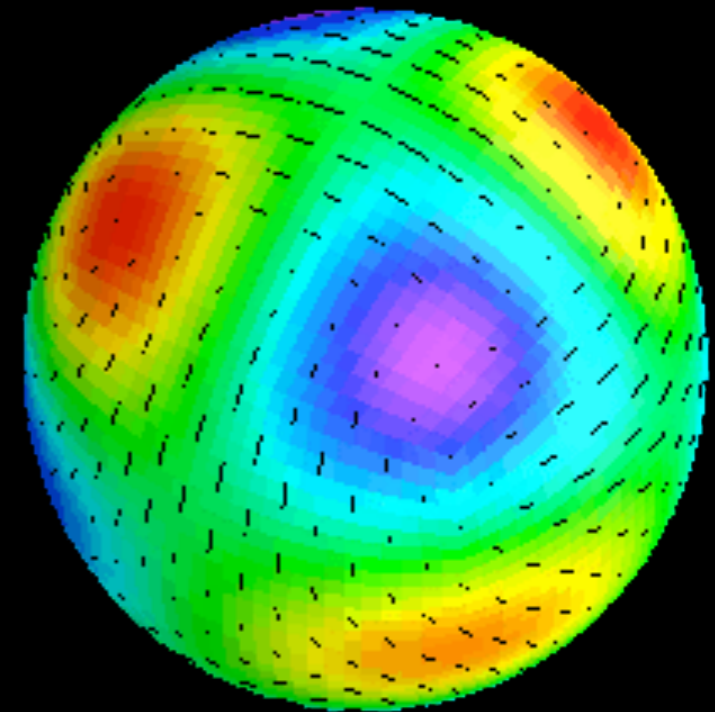
Além das ondas gravitacionais, outros processos também afetam a polarização da luz: as próprias flutuações de densidade, e as lentes gravitacionais

- Padrão de polarização gerado por flutuações de densidade (“modo E ”, ou “gradiente”)



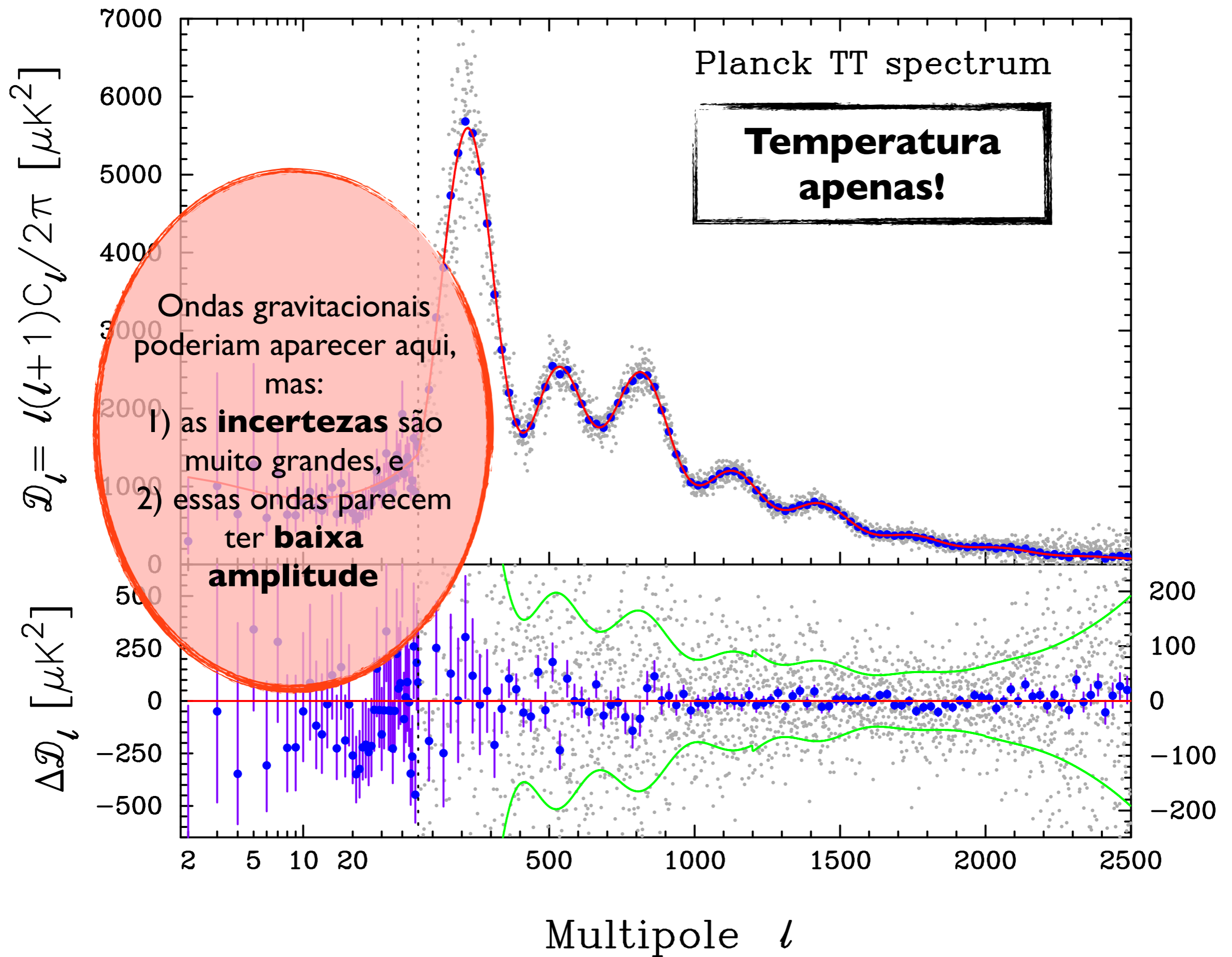
- Lentes gravitacionais também geram uma polarização com modo B (“rotacional”)

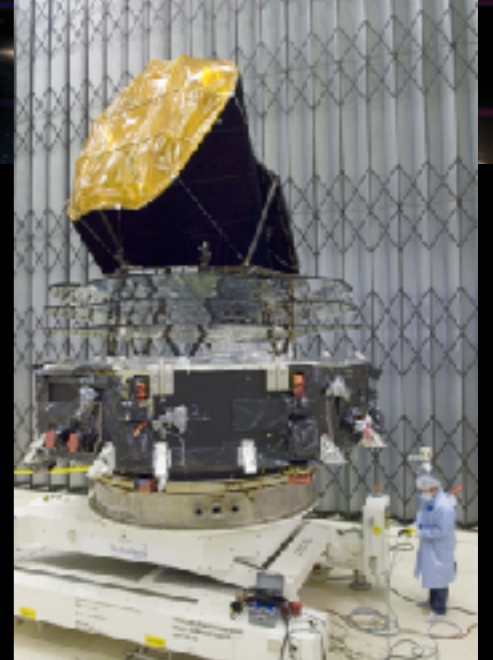
- Padrão gerado por ondas gravitacionais: modos E e B (“gradiente” e “rotacional”)



Inflação v. observações

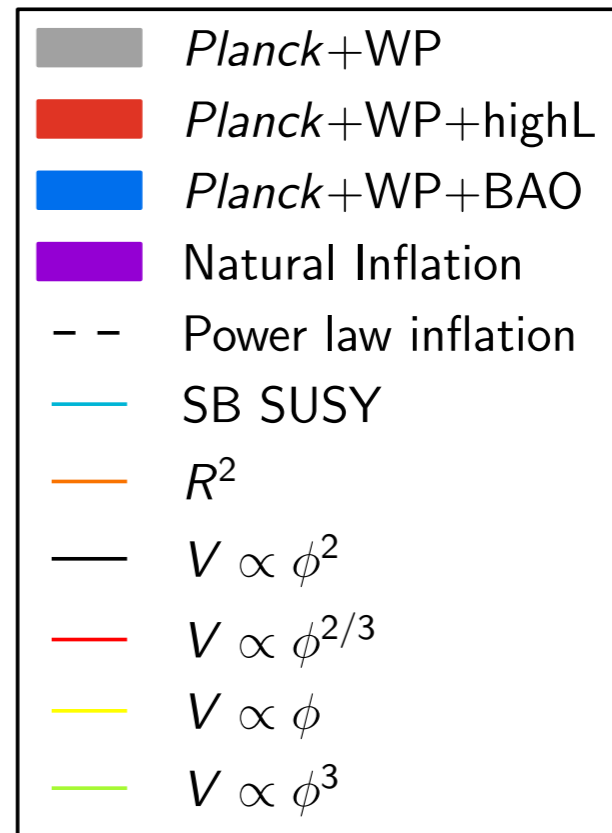
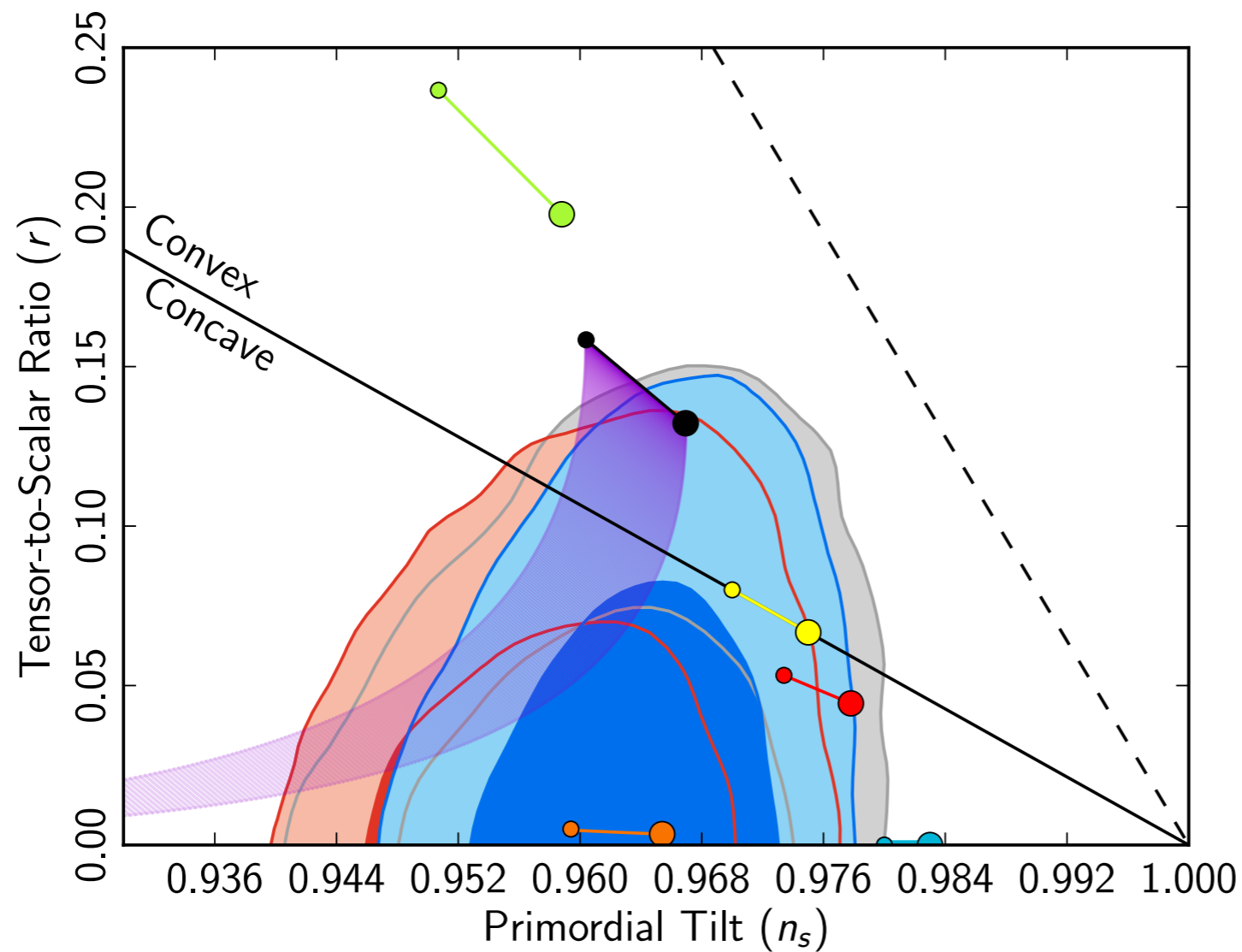
- A **temperatura** e a **polarização** da radiação de fundo contém **pistas sobre a inflação**
- Apenas a **polarização da radiação de fundo** contém pistas ***robustas*** sobre as ondas gravitacionais





Limites observacionais: Satélite Planck (2010-2012)

+ ondas gravitacionais



Ade et al. [Planck Collaboration]

espectro + “azul” de flutuações de densidade

2014: BICEP2

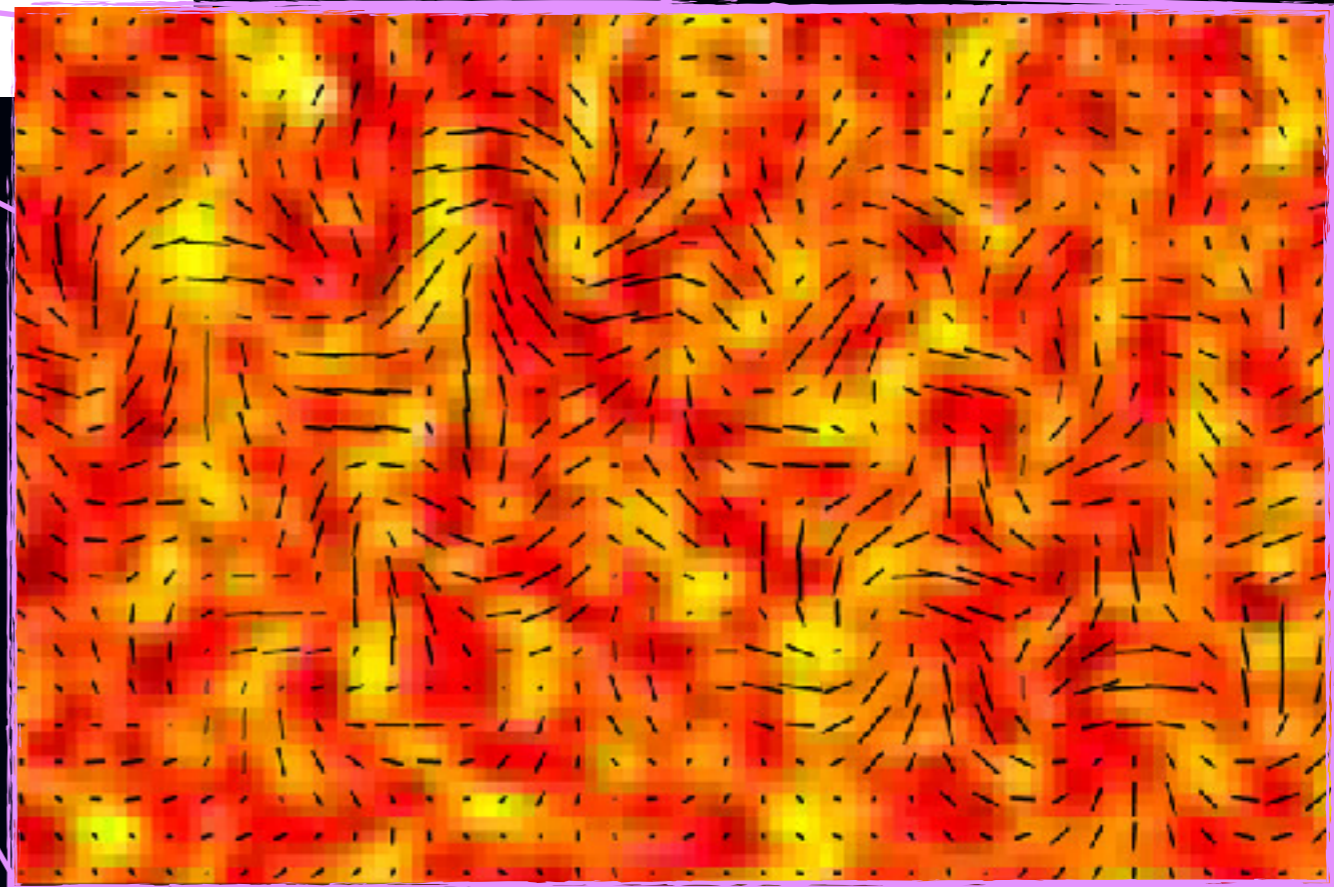
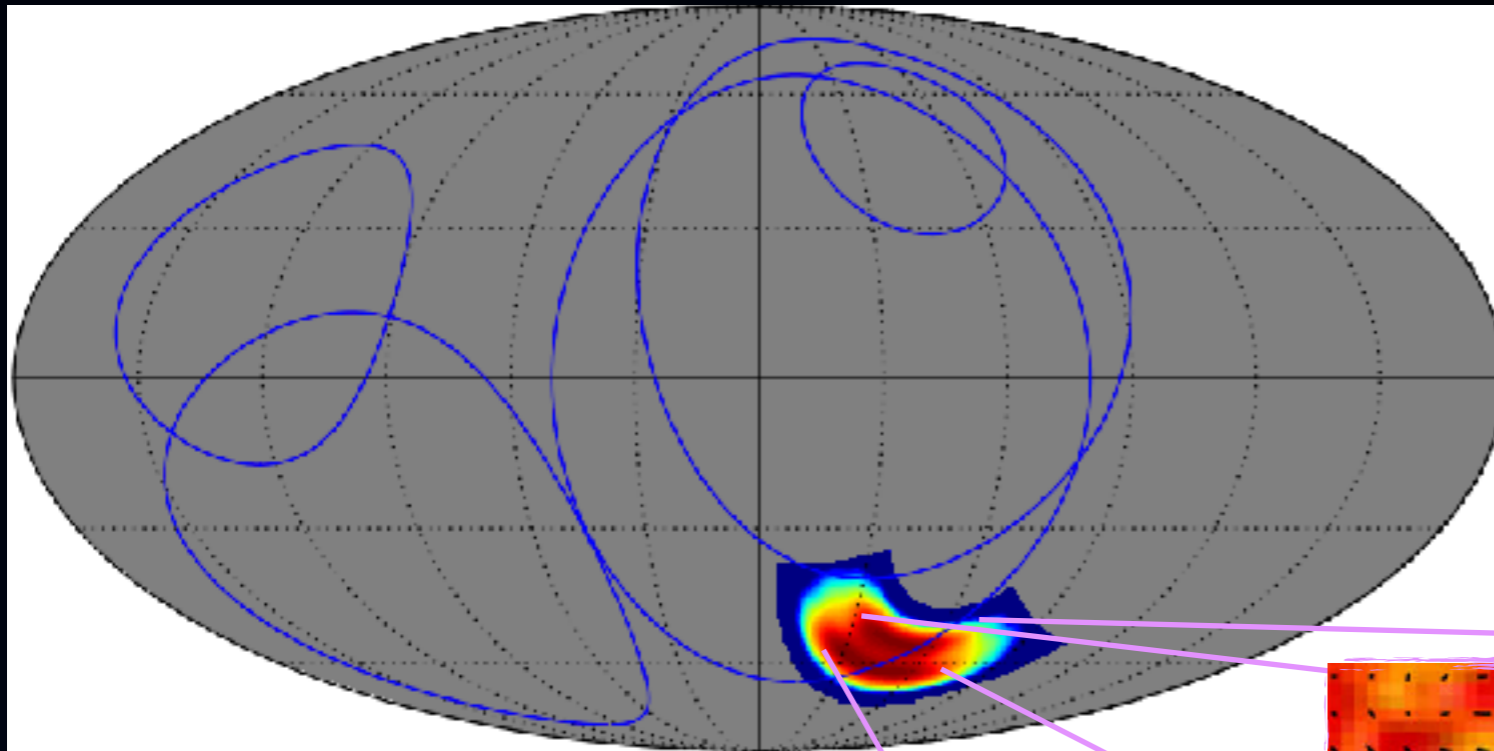
- * Temperatura e modo B da polarização
- * Apenas **um canal de frequência**: 150 GHz
- * Área de ~ 300 graus quadrados ($< 1\%$ do céu inteiro)
- * Sensibilidade $\sim 10x$ maior que a do satélite Planck

Ade et al. 2014, 1403.3985 & 1403.4302

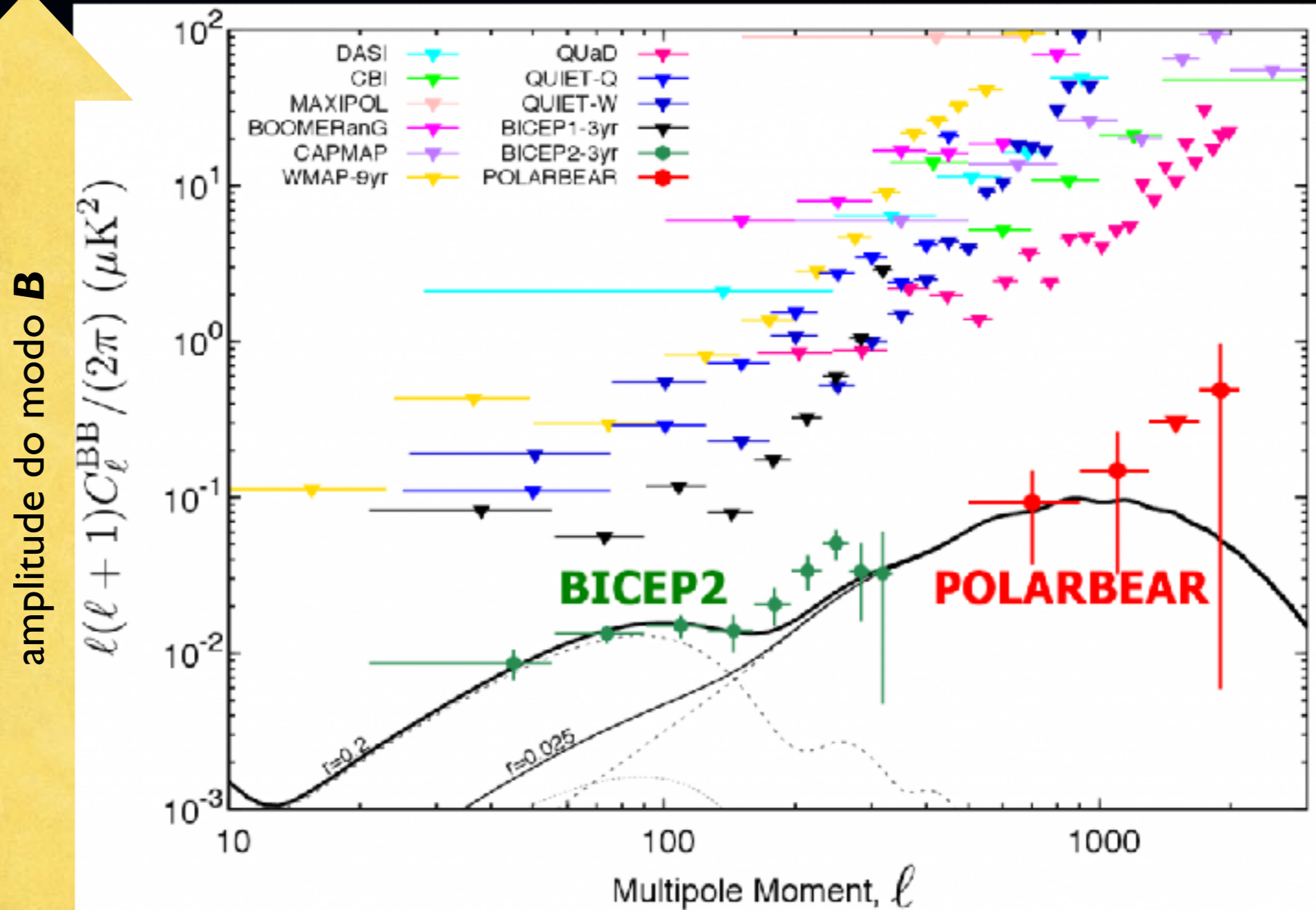


2014: BICEP2

1ª detecção (?) do **modo B** da polarização em **grandes escalas angulares**



BICEP2: Modo B em grandes escalas \Rightarrow ondas gravitacionais?

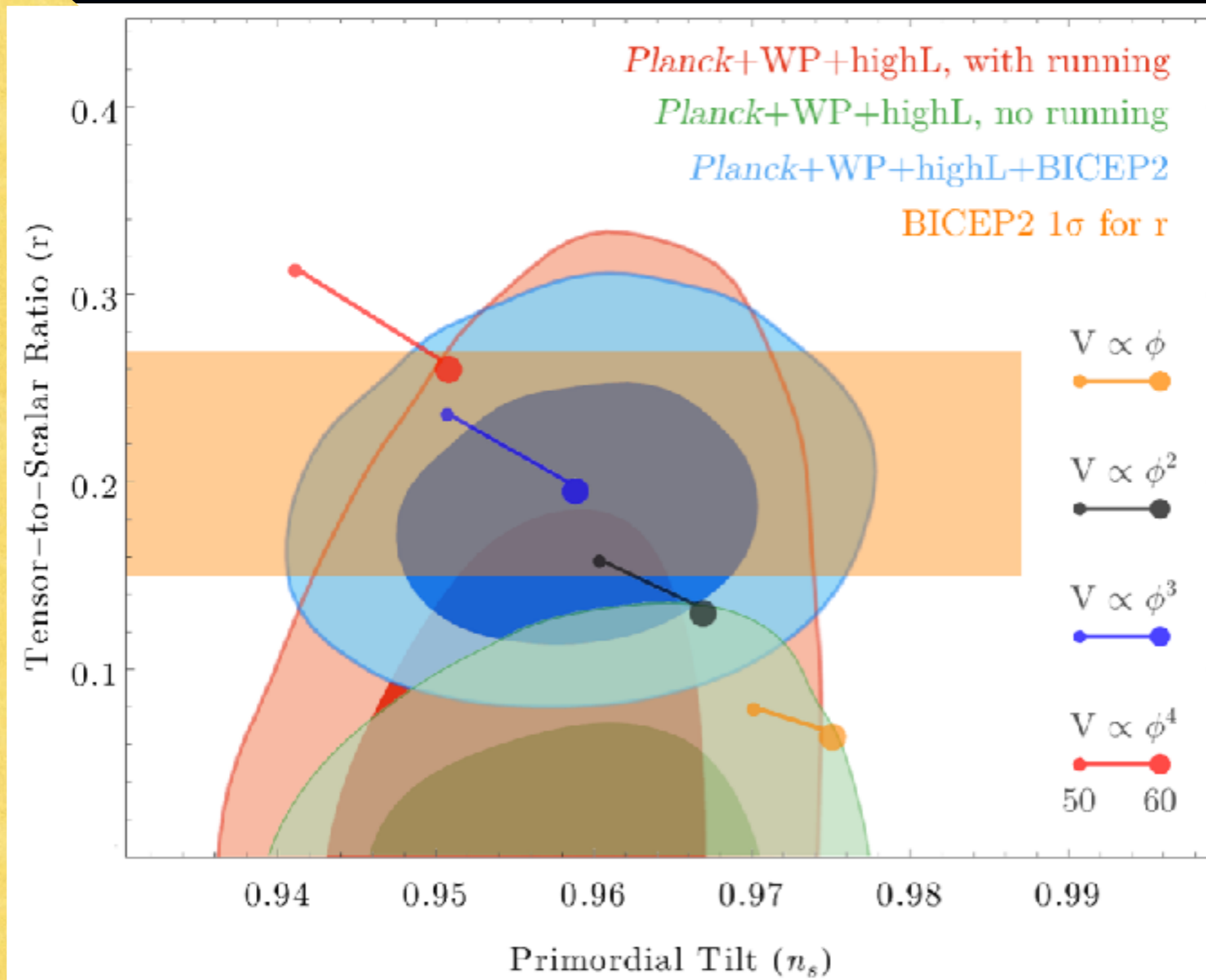


amplitude do modo B

escalas angulares

BICEP2: Modo B em grandes escalas \Rightarrow ondas gravitacionais?

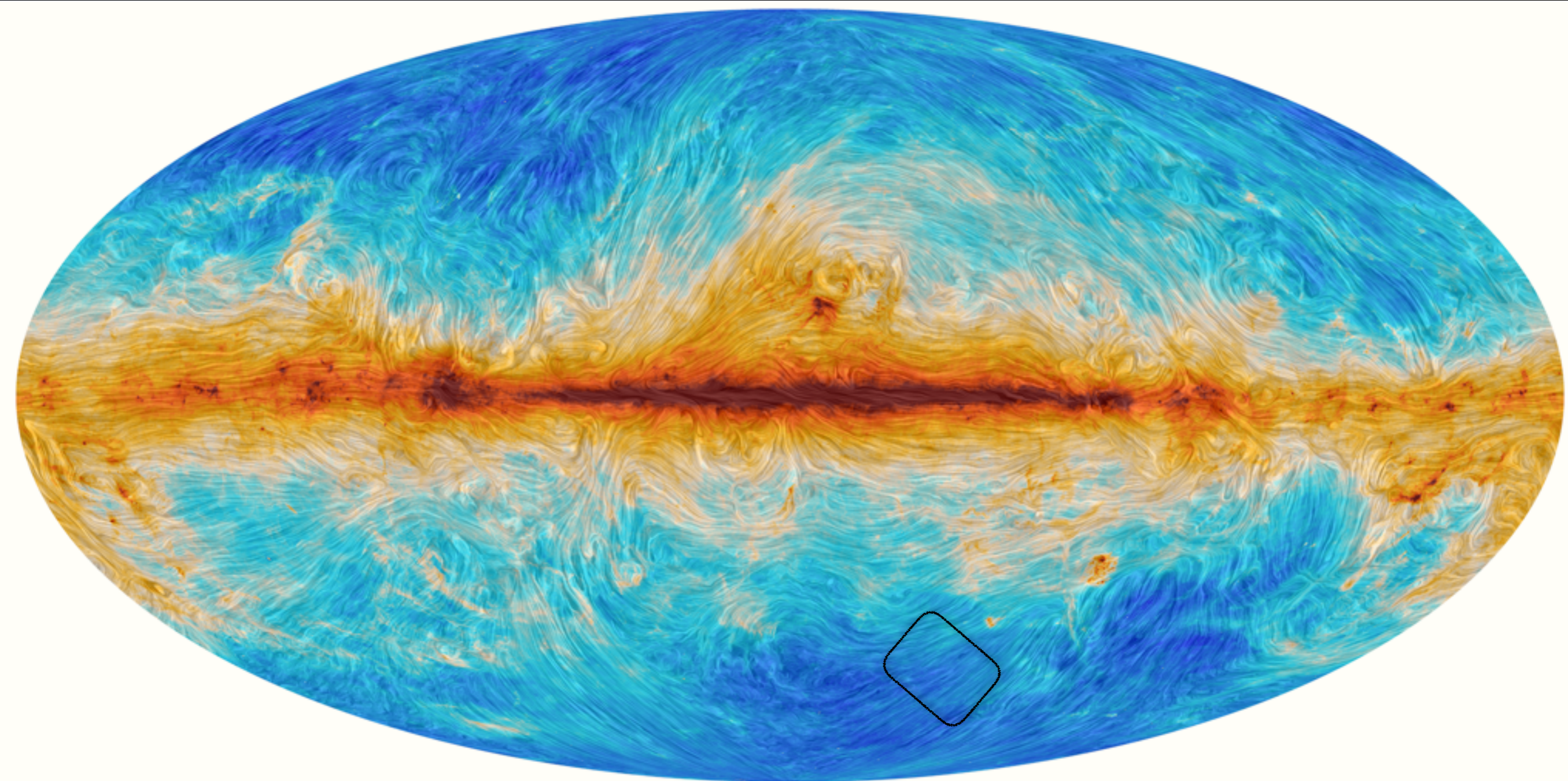
+ ondas gravitacionais



espectro + “azul” de flutuações de densidade

Porém...

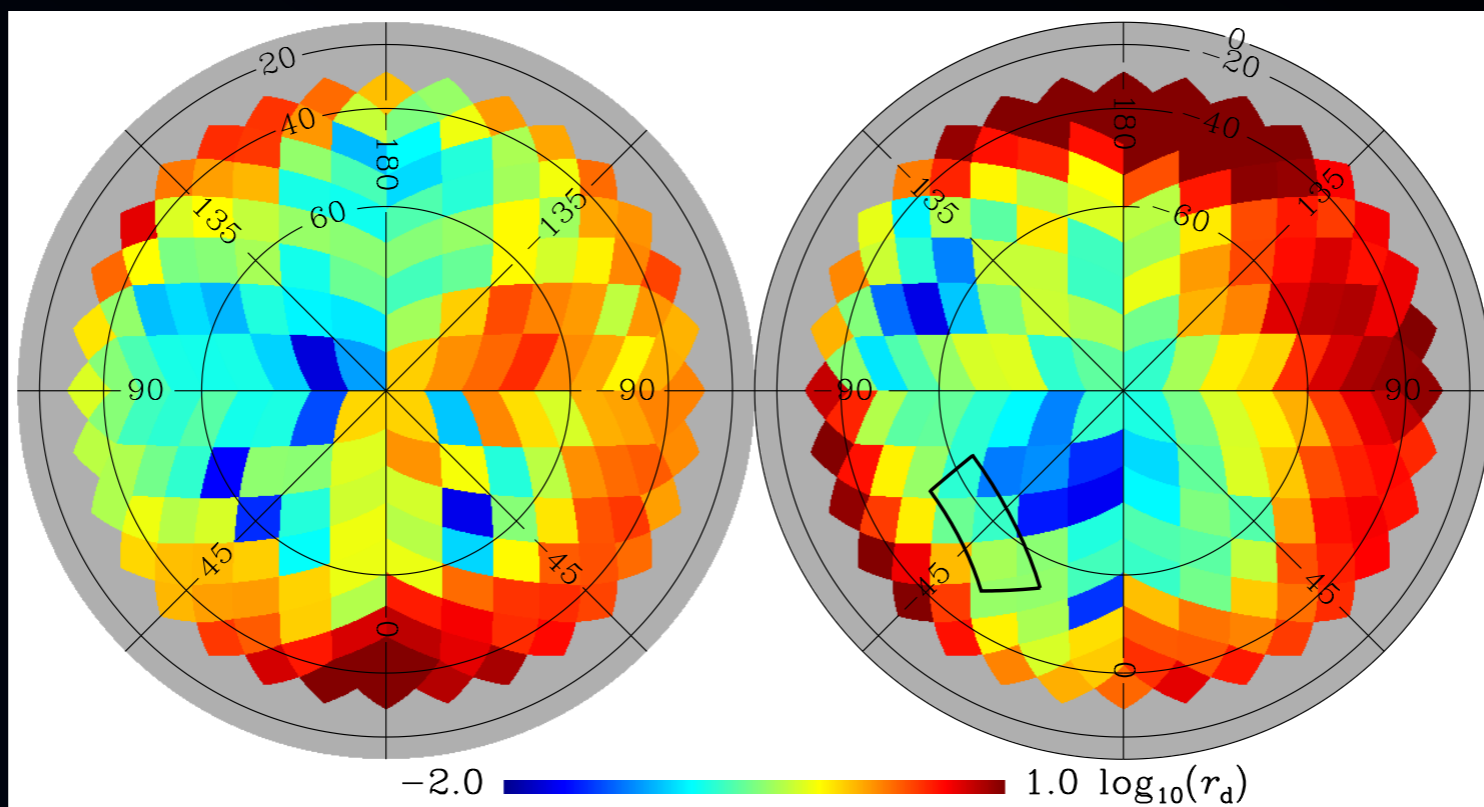
A **poeira** da nossa galáxia também emite radiação polarizada, mesmo nas altas latitudes galácticas do BICEP2



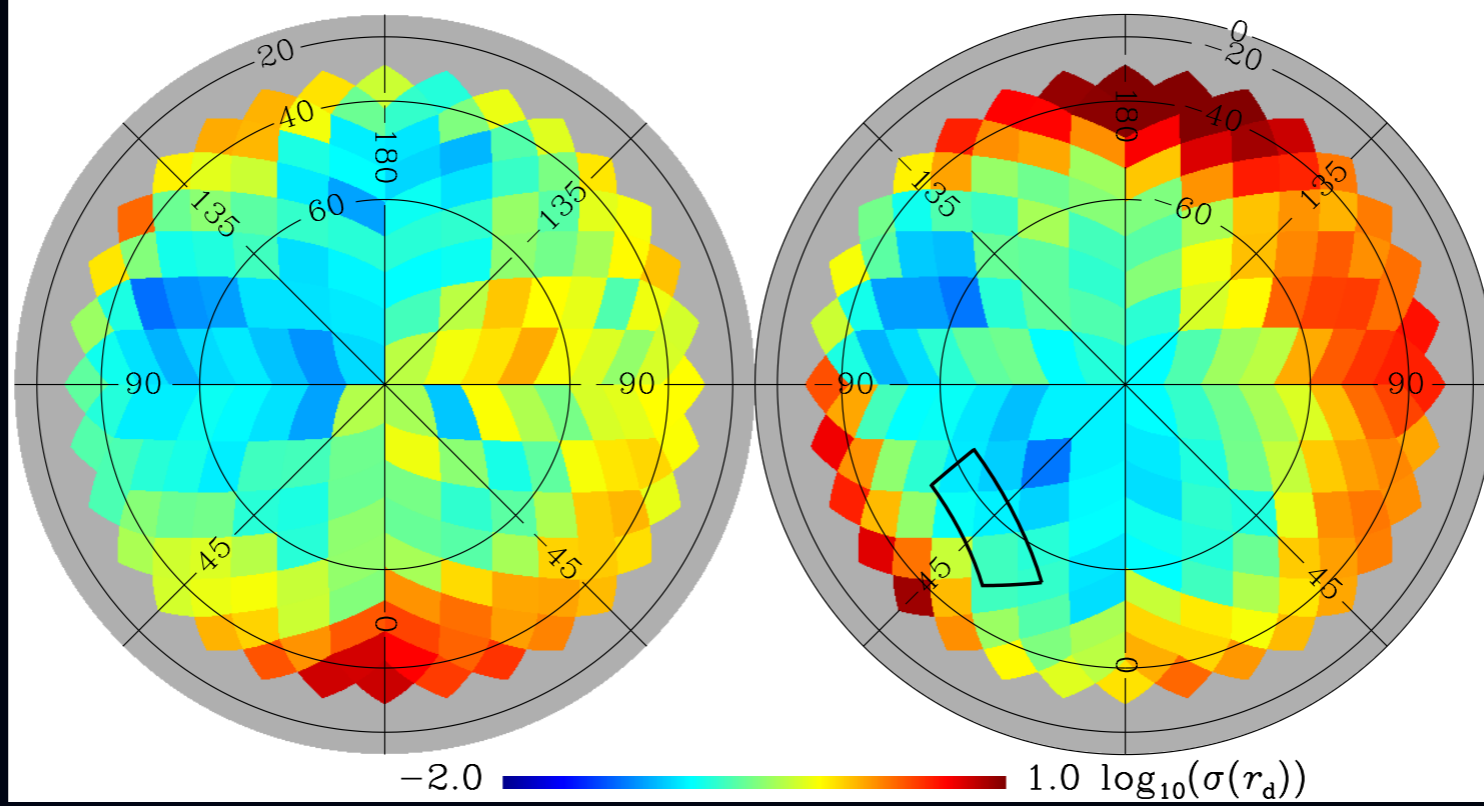
Mapas da polarização da poeira no NGP e SGP



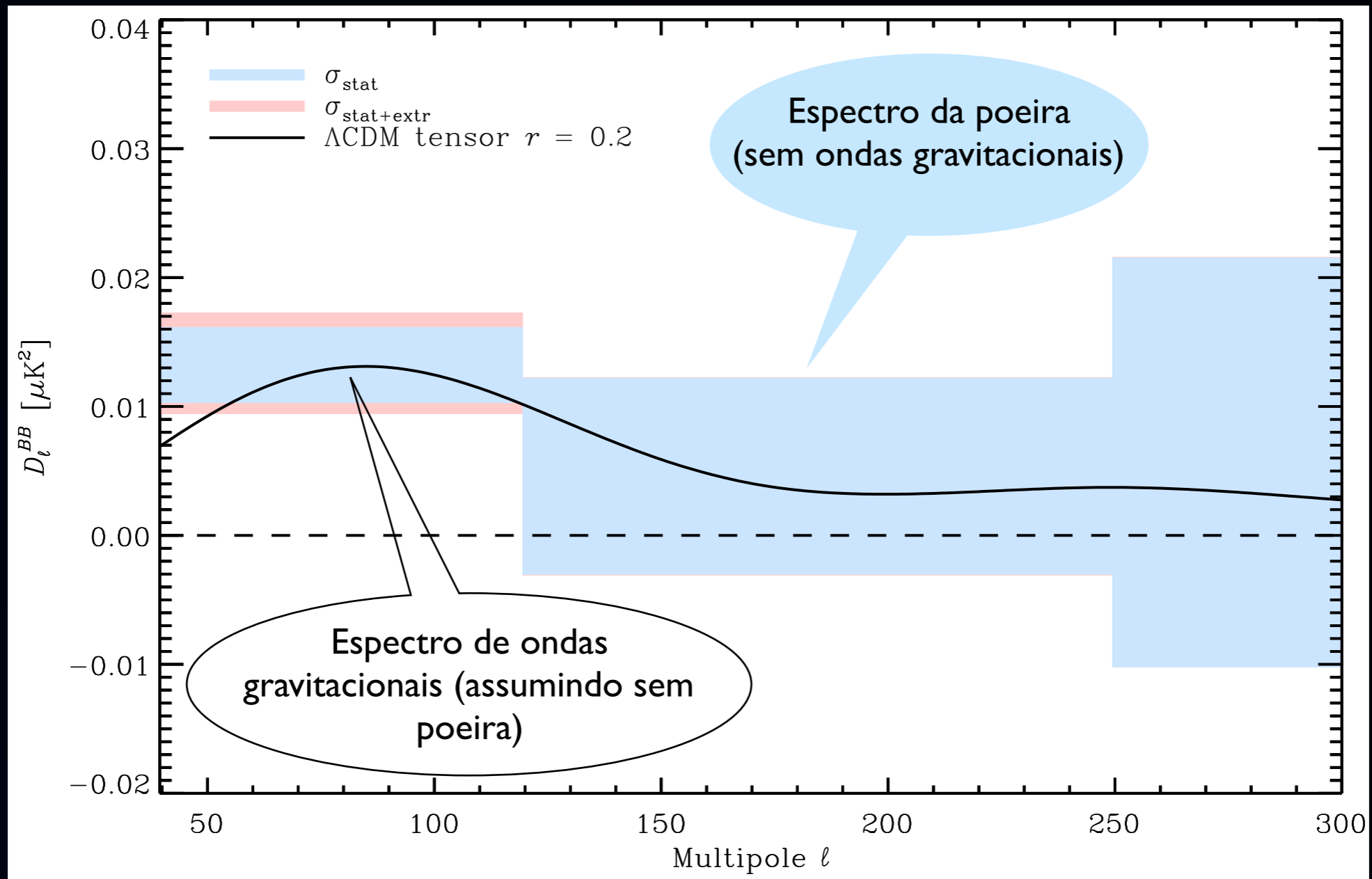
Sinal



Incertezas



Extrapolando o espectro da polarização para o canal de 150 GHz, o modo B gerada por poeira, na região do BICEP2, poderia ser (mal) interpretado como ondas gravitacionais!



- Ou seja: o “sinal” observado pelo BICEP2 é quase certamente apenas **ruído** gerado pela poeira na nossa galáxia! 🤔

Moral da História

- **A Teoria da Inflação do Universo é a única explicação conhecida para os problemas da curvatura espacial, homogeneidade e Gaussianidade do universo;**
- **as observações da temperatura e polarização da Radiação Cósmica de Fundo são consistentes com os modelos de inflação; porém...**
- **ainda não há uma confirmação cabal da inflação (via ondas gravitacionais) — temos que aguardar mais e melhores observações**

