

# SEM0501

## Dinâmica Aplicada às Máquinas

Aula #15 — Princípio do  
trabalho e energia

**Prof. Dr. Thiago Boaventura**  
[tboaventura@usp.br](mailto:tboaventura@usp.br)

São Carlos, 15/10/18





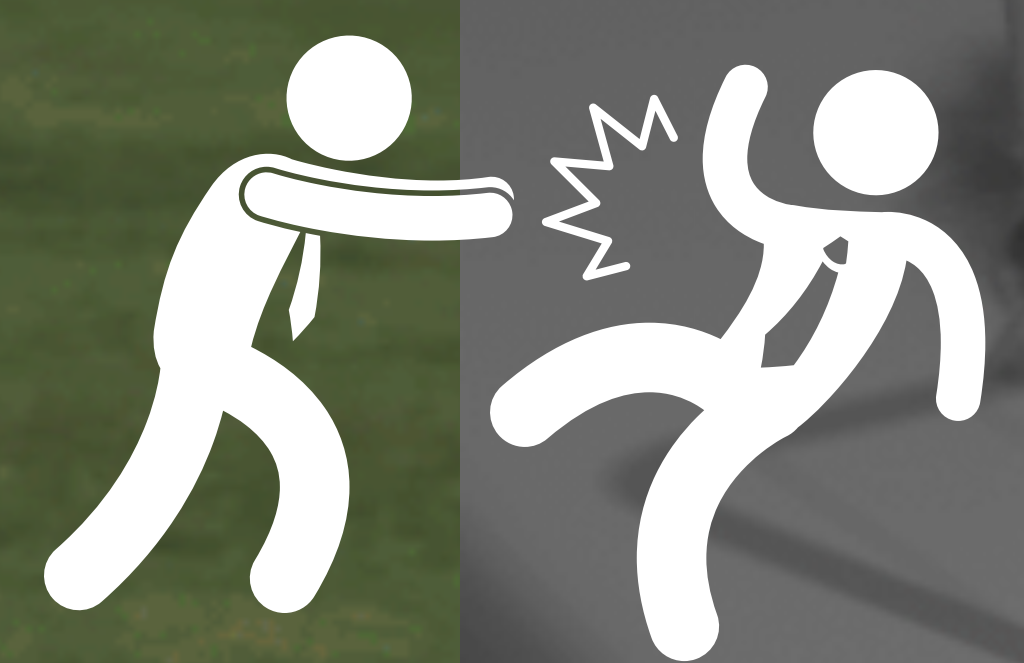
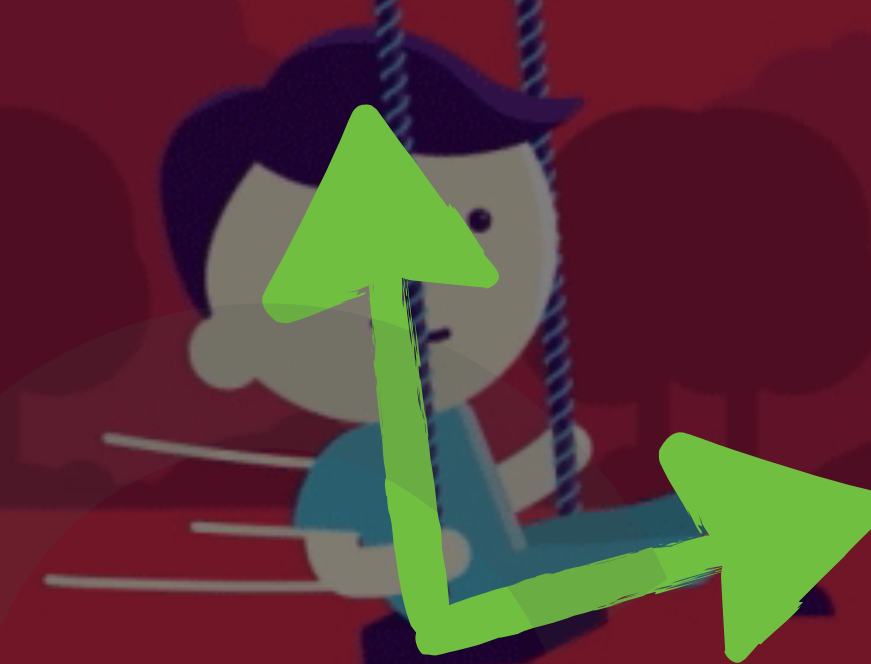
# Momento Cultural



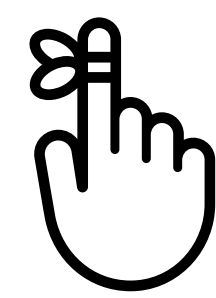
Lab

Laboratory

# Cinética







# Aula passada...



$$\mathbf{F}_{rx} = m \mathbf{a}_{Gx}$$

$$\mathbf{F}_{ry} = m \mathbf{a}_{Gy}$$



$$\sum \mathbf{F}_n = m \mathbf{a}_{Gn}$$

$$\sum \mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_{Gt}$$



$$\sum M_G = I_G \alpha$$

# Alternativa às Equações de movimento



**Trabalho**



**Energia**

# Objetivos da aula

---




**Definir trabalho e  
potência para  
partículas**



**Desenvolver o  
princípio do  
trabalho e energia**

# Conteúdo

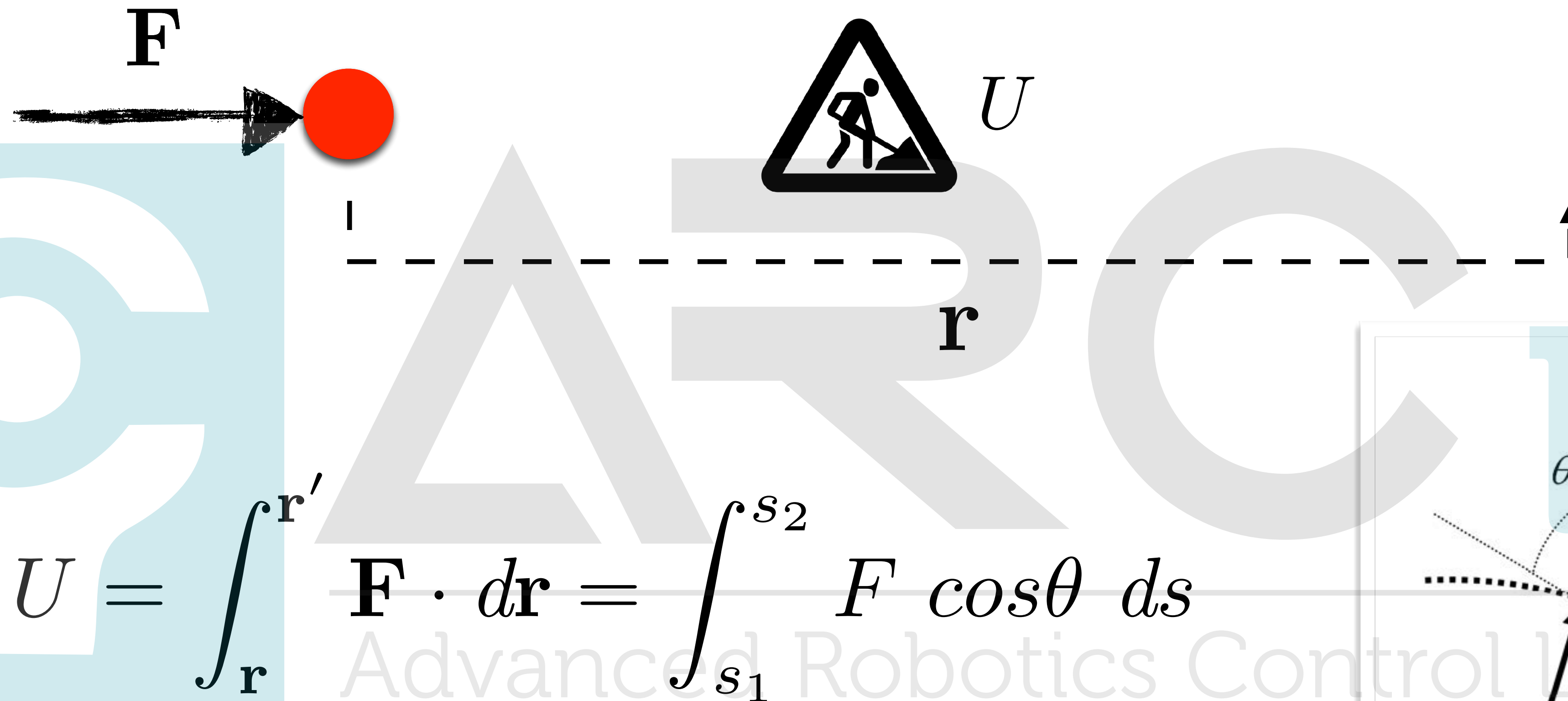
- 
- Trabalho de uma força
  - Potência e eficiência
  - Princípio do trabalho e energia

Trabalho e energia

- 
- “Take-home messages”
  - Próxima aula

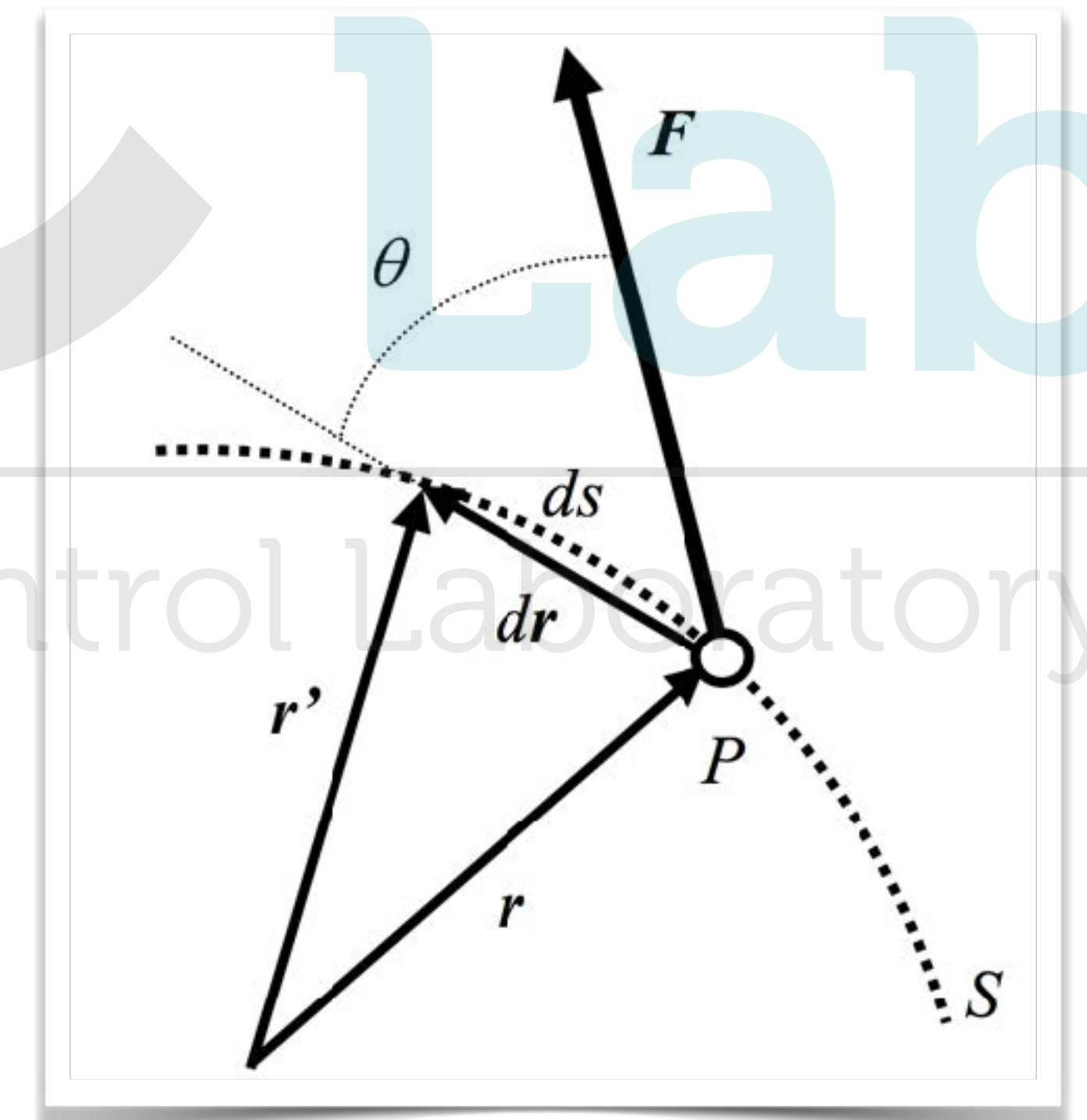
Conclusão

# Trabalho de uma força



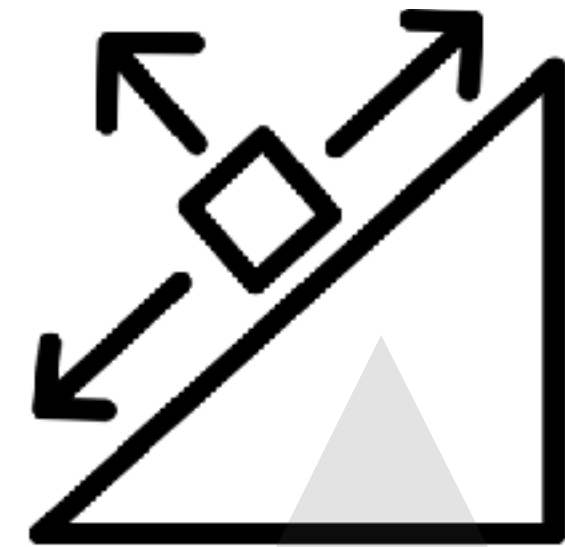
escalar

Joule  
(1 J = 1 N x 1 m)





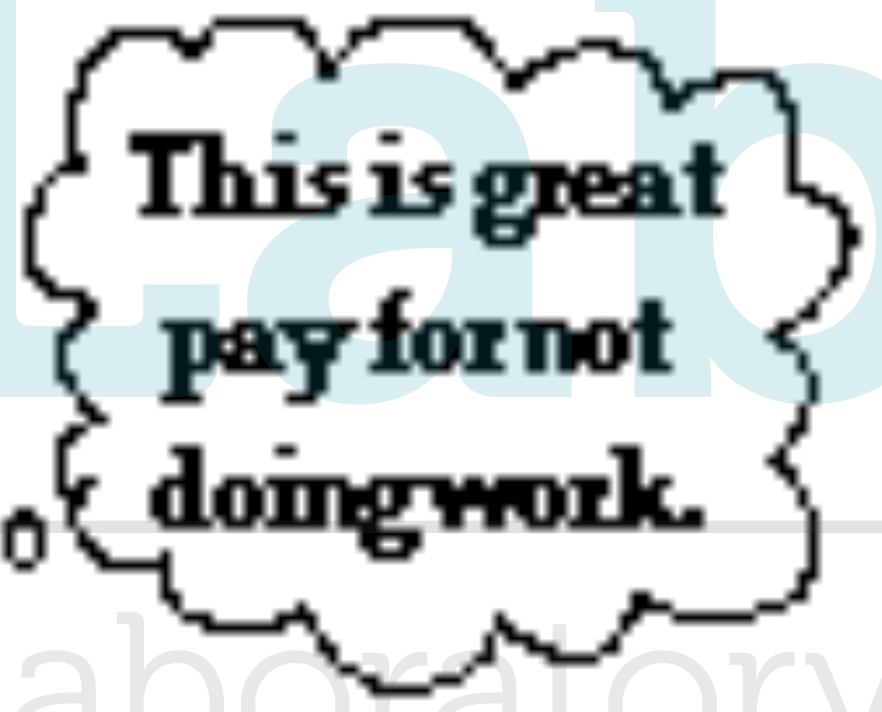
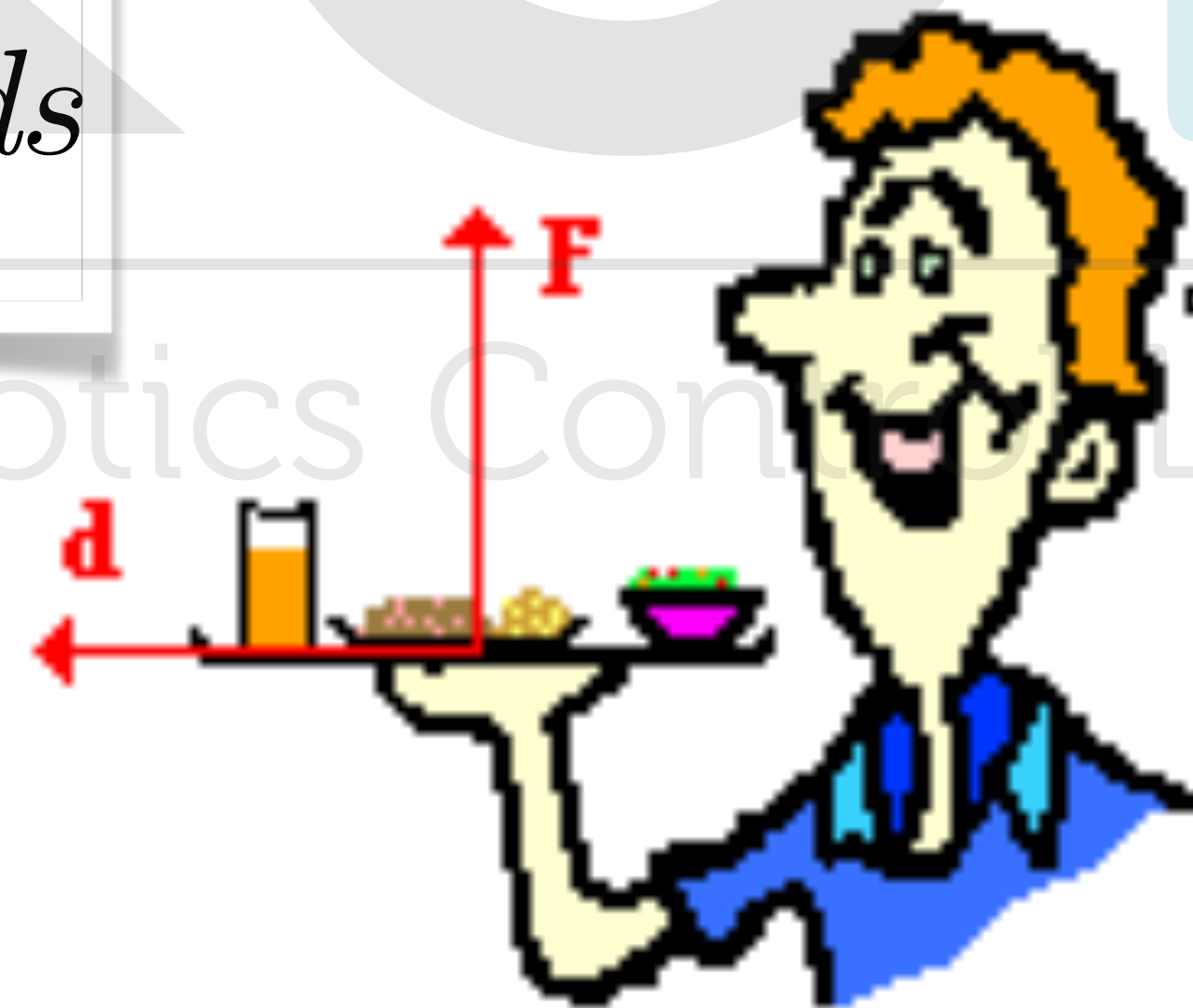
# Casos particulares



força perpendicular  
ao movimento

$$U = \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos\theta \, ds$$

$$U = 0$$

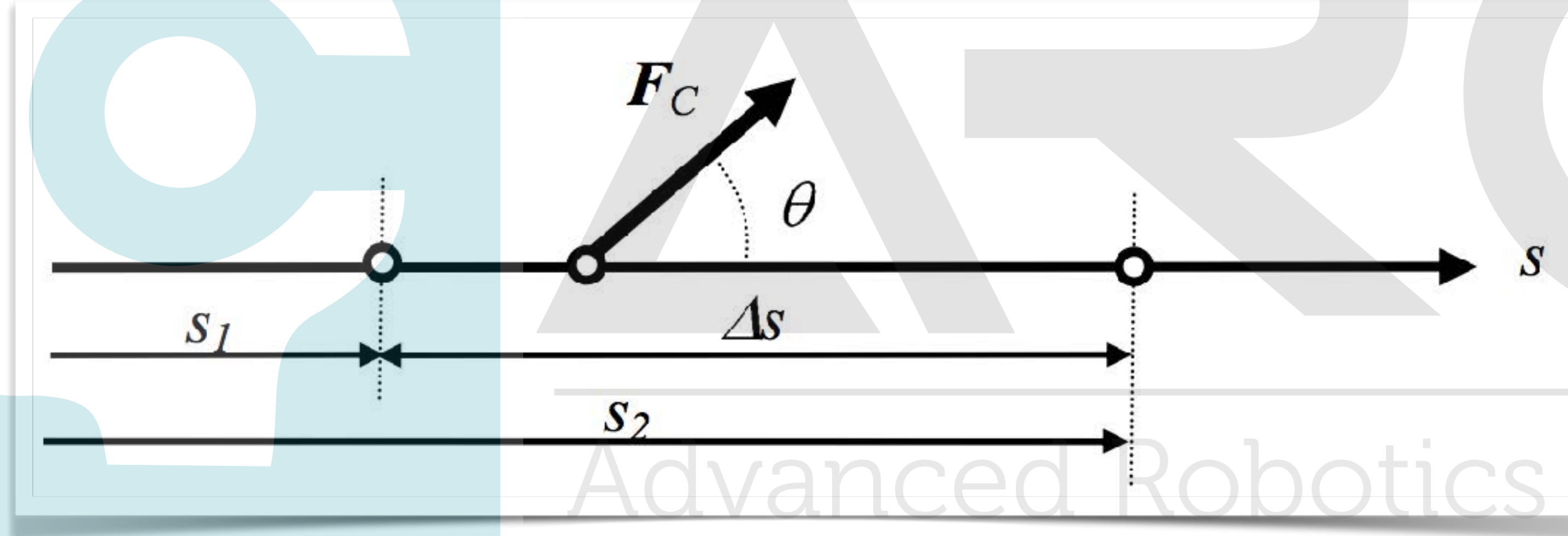


Advanced Robotics Concepts Laboratory

# Casos particulares



força constante e movimento retilíneo:



$$U = F_c \cos\theta \int_{s_1}^{s_2} ds = F_c \cos\theta \Delta s$$



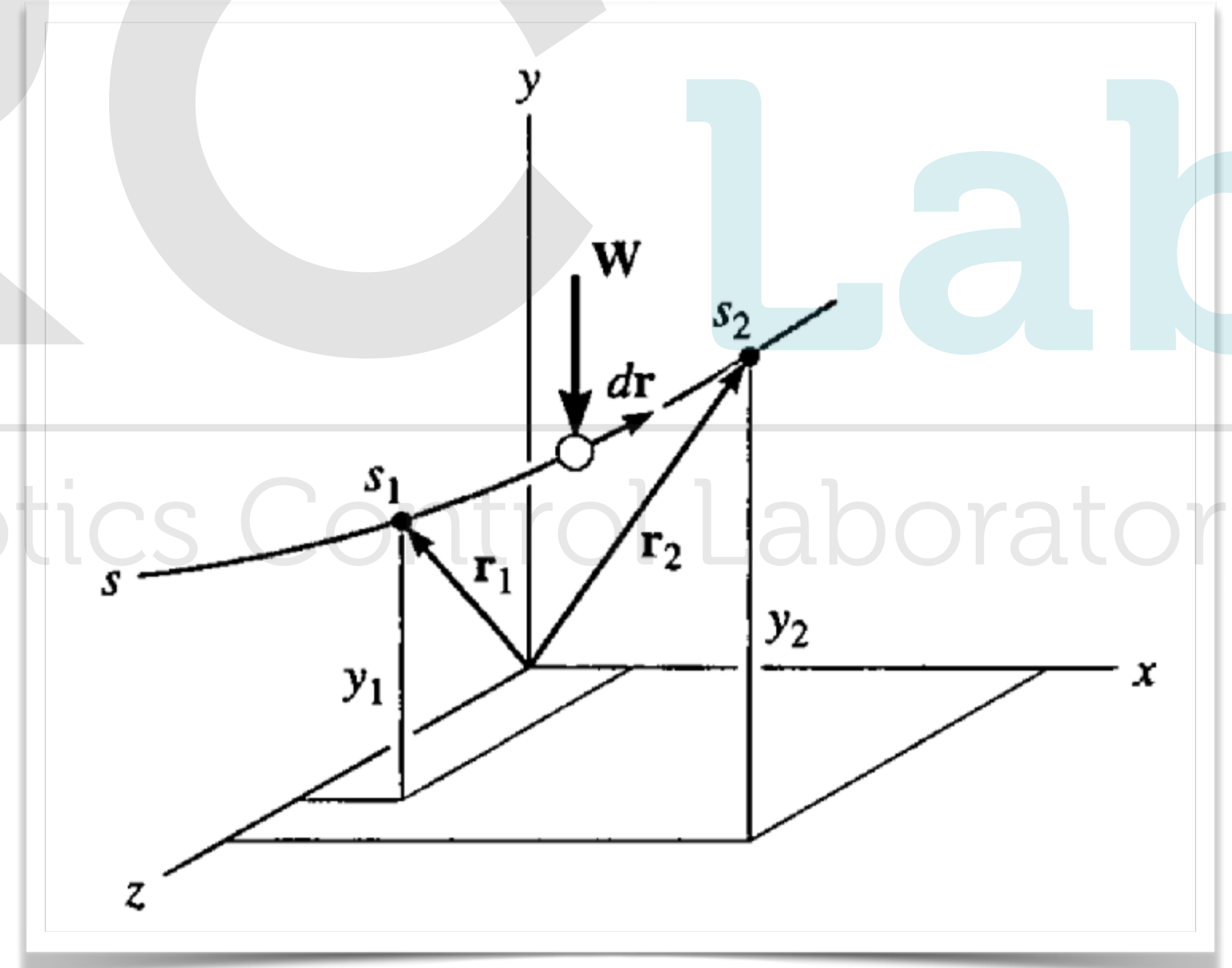
# Casos particulares



força peso: trabalho só na  
direção vertical:

$$U = F_c \cos\theta \Delta s$$

$$U = -W \Delta y$$



# Casos particulares



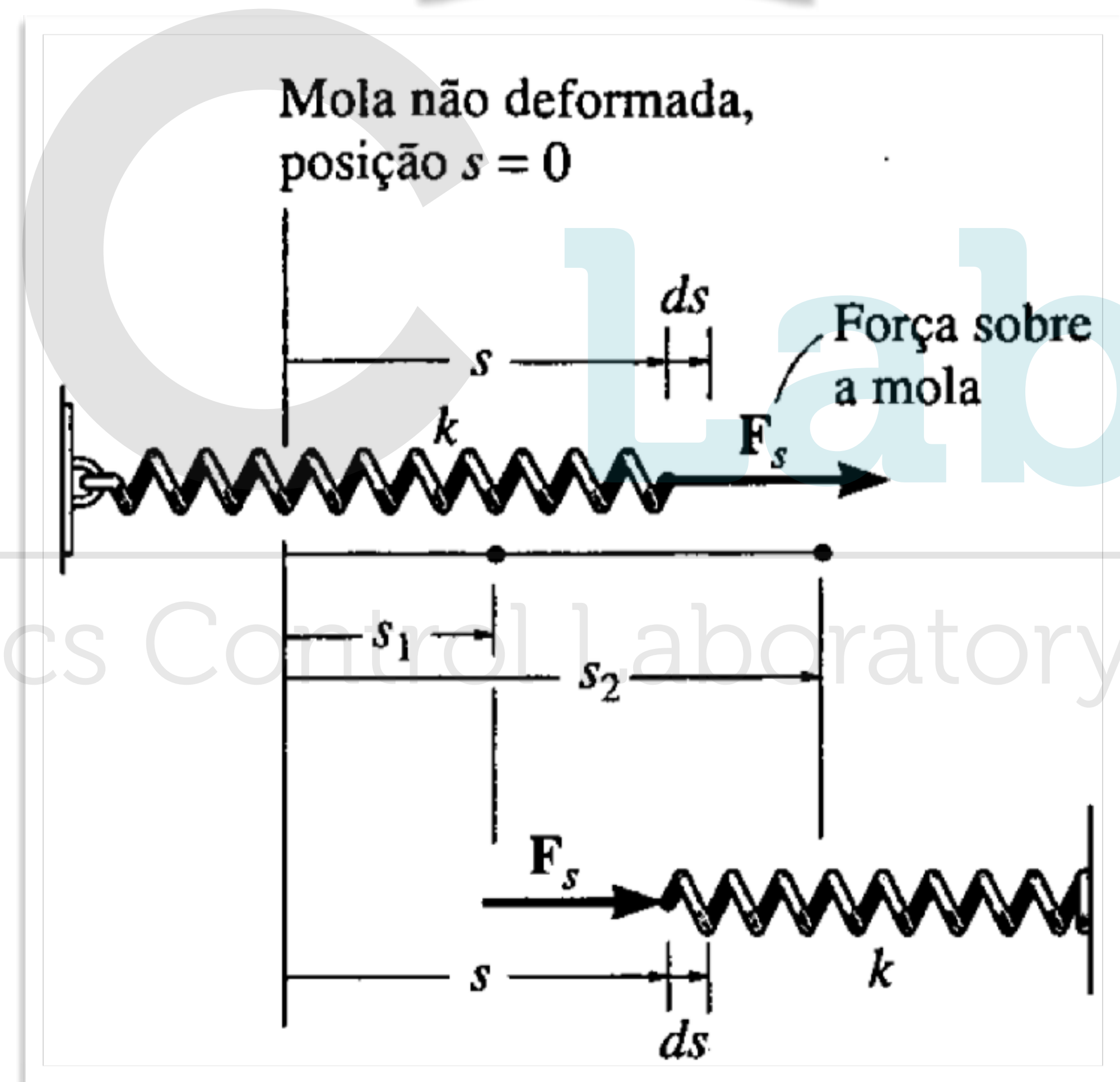
força de uma mola

$$F_s = ks$$

$$U = \int_{s_1}^{s_2} F_s ds$$

$$F_s ds = k \int_{s_1}^{s_2} s ds$$

$$U = \frac{1}{2} k (s_2^2 - s_1^2)$$





# Conteúdo

- Trabalho de uma força
- **Potência e eficiência**
- Princípio do trabalho e energia

Trabalho e energia

- “Take-home messages”
- Próxima aula

Conclusão





# Potência!

110.000 cv



Wartsila-Sulzer RTA96-C

1500 cv



W16 quad-turbocharged



Emma Marsk Ship



2016 Bugatti Chiron

Trabalho e energia

Conclusão



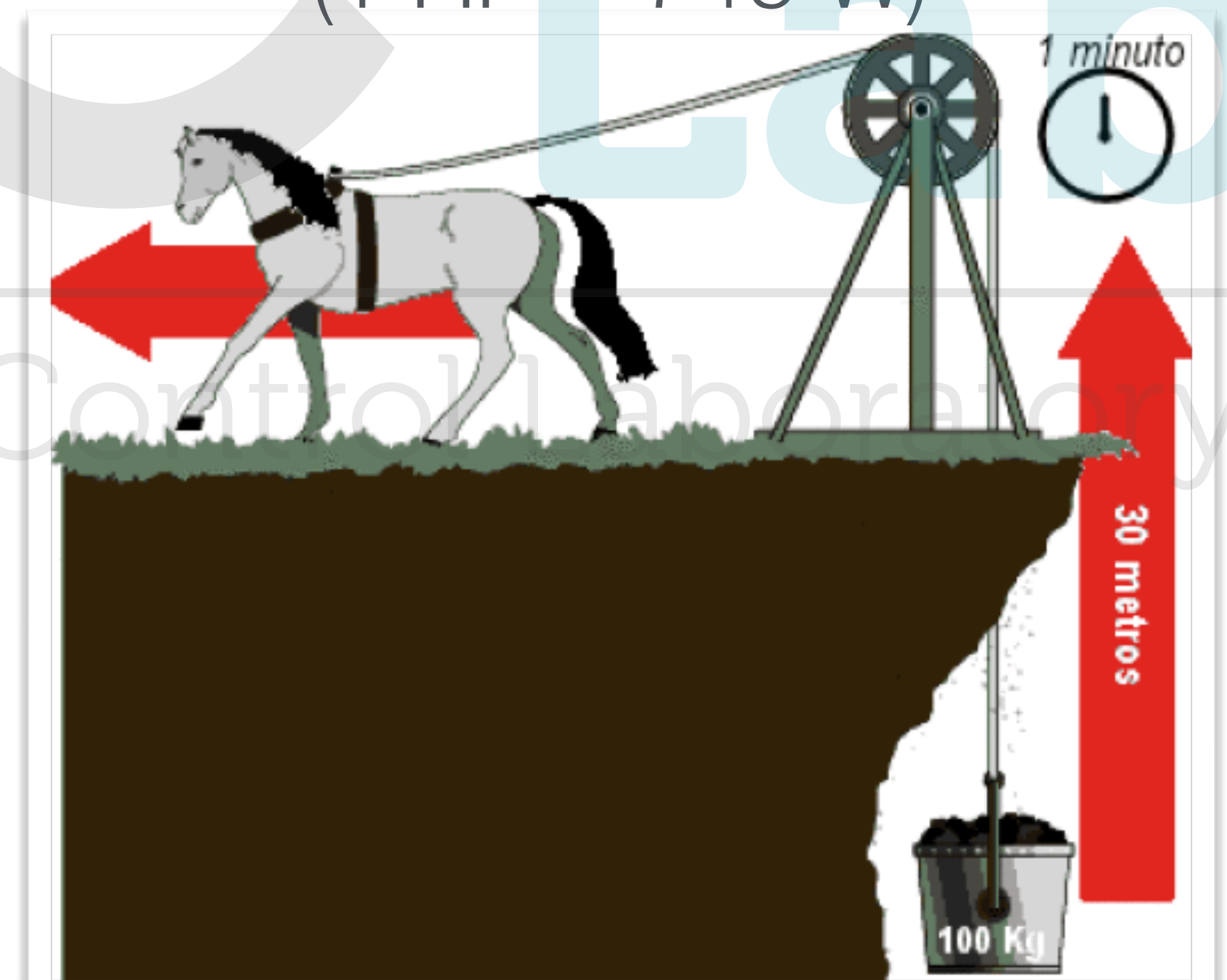
# Potência



Potência:  
taxa de variação temporal do trabalho

$$P \equiv \frac{dU}{dt}$$

Horse power  
(1 HP = 746 W)



escalar

Watt  
(1 W = 1 J/s)

# Potência

$$P \equiv \frac{dU}{dt}$$

$$dU = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

$$P = \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}}{dt}$$

Advanced Robotics Control Laboratory

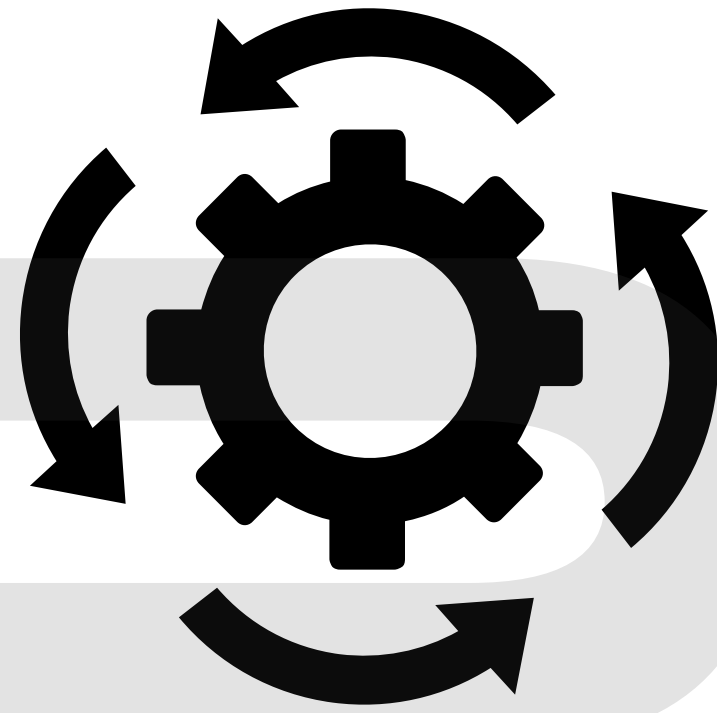
$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$



# Rendimento

Trabalho e energia

Conclusão



ARC Lab

$$\epsilon = \frac{P_{saida}}{P_{entrada}} \leq 1$$

# Conteúdo

---

- Trabalho de uma força
- Potência e eficiência
- Princípio do trabalho e energia**

Trabalho e energia

---

Advanced Robotics Control Laboratory

Conclusão



# Princípio do trabalho e energia

2ª lei de  
Newton:

$$\mathbf{F}_R = \sum_i \mathbf{F}_i = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}$$

$$U = \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

$$U_{F_R} = \int_{r_1}^{r_2} \sum_i \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r} = \int_{r_1}^{r_2} m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot d\mathbf{r}$$

Advanced Robotics Control Laboratory

$$\sum_i \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r} = \int_{v_1}^{v_2} m\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}$$

# Princípio do trabalho e energia

$$\sum_i \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r} = \int_{v_1}^{v_2} m\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}$$

$$\sum_i U_i = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

energia cinética:

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

Advanced Robotics Control Laboratory

$$\sum_i U_i = T_2 - T_1$$

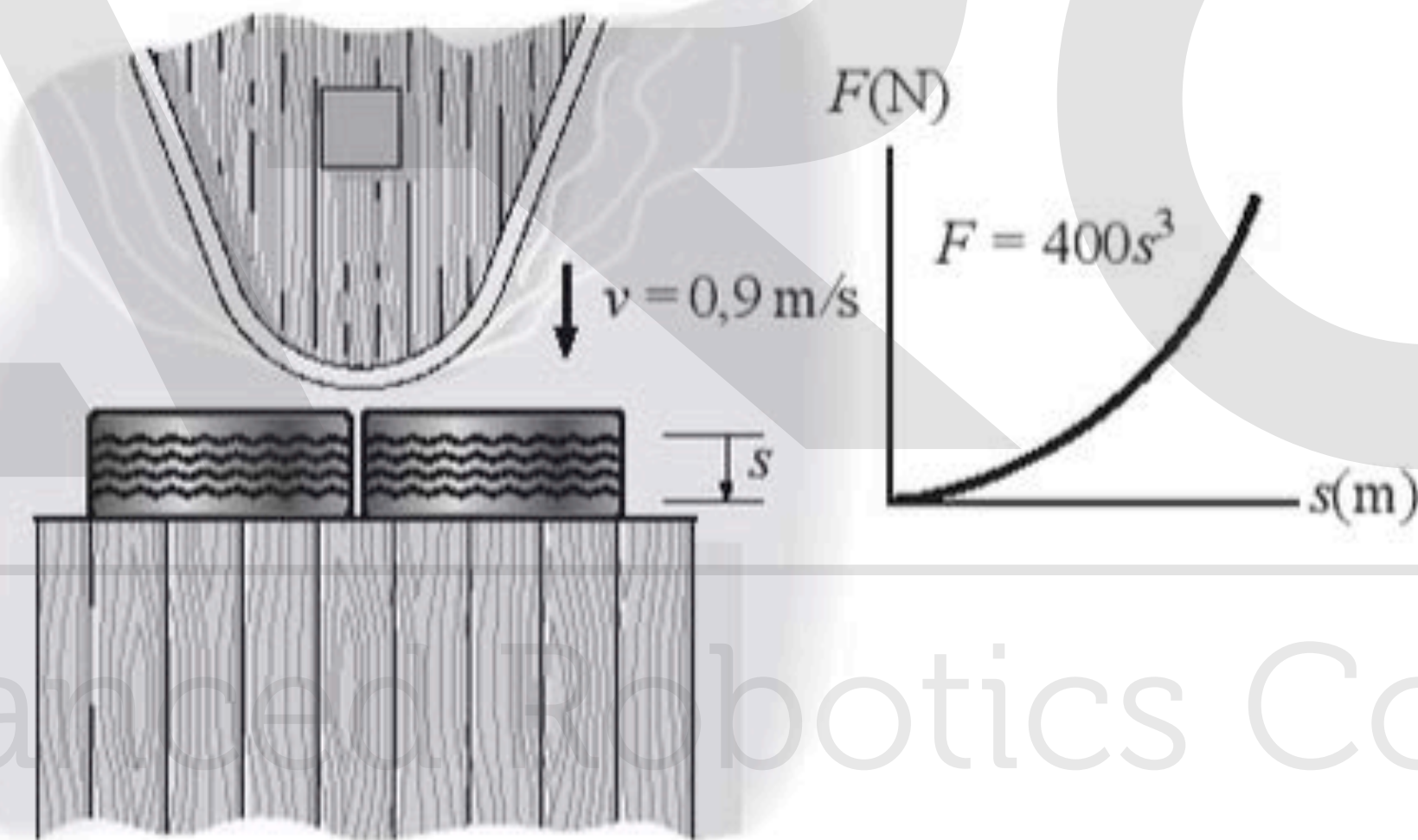


# Princípio do trabalho e energia

$$\sum_i U_i = T_2 - T_1$$

$$T_1 + \sum_i U_i = T_2$$

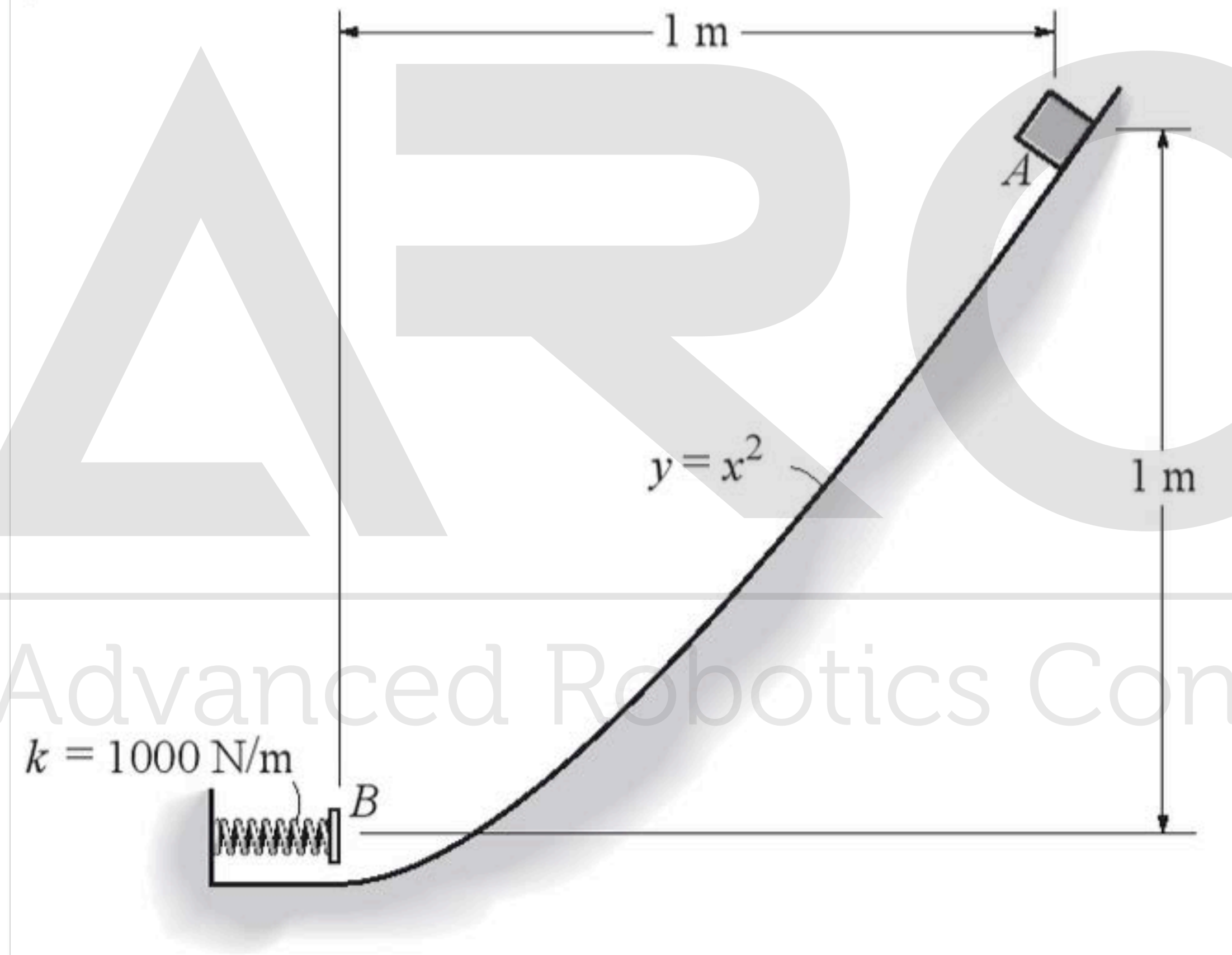
**14.2.** O movimento de um barco de 3.250 kg é impedido usando-se um para-choque que proporciona uma resistência como mostrado no gráfico. Determine a distância máxima que o barco amassa o para-choque se a sua velocidade de aproximação é 0,9 m/s.



**Problema 14.2**



14.7. O bloco de 3 kg é solto do repouso em A e escorrega para baixo pela superfície parabólica lisa. Determine a compressão máxima da mola.





**14.19.** Determine a altura  $h$  da rampa  $D$  que o carrinho da montanha-russa de 200 kg atingirá se for lançado em  $B$  com uma velocidade apenas suficiente para dar a volta no topo do *loop* em  $C$  sem deixar os trilhos. O raio de curvatura em  $C$  é  $\rho_c = 25$  m.





# Conteúdo

Trabalho e energia

# ARC

# Lab



- “Take-home messages”
- Próxima aula

Conclusão

laboratory

# “Take-home messages”



$$T_1 + \sum_i U_i = T_2$$

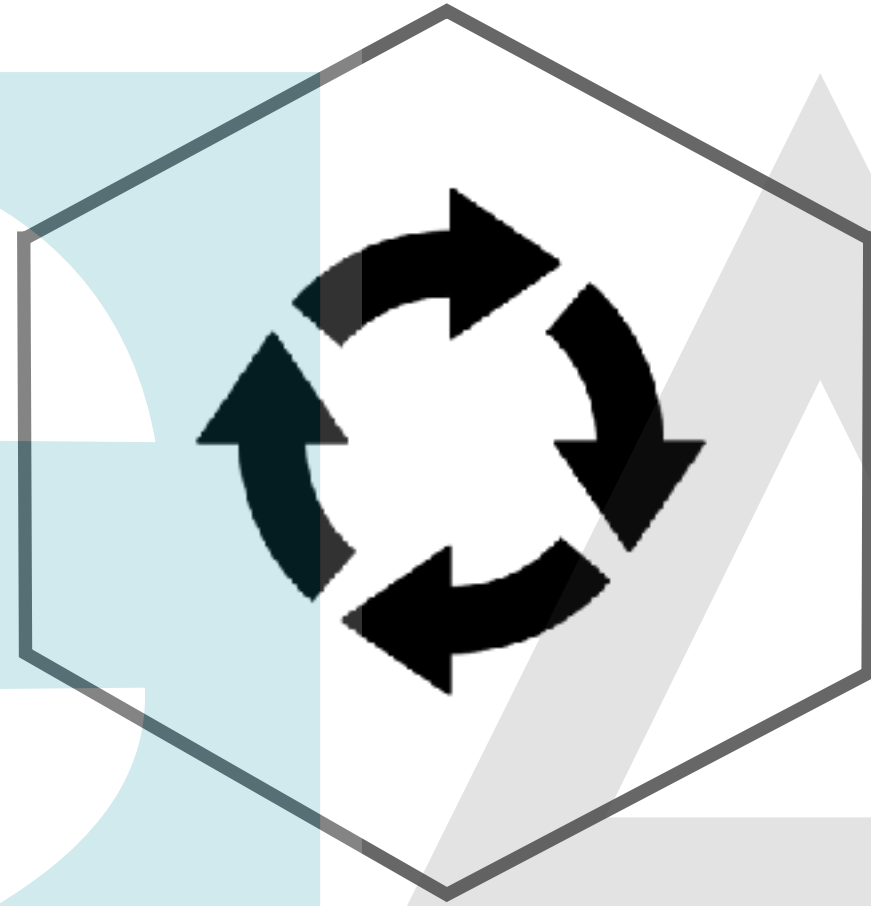
Doar não dói nada!

Princípio do trabalho e energia



# Próxima aula...

Trabalho e energia



**Introduzir forças  
conservativas e  
energia potencial**  
(Cap. 14.5 e 14.6)



**Desenvolver expressão  
para energia cinética  
em corpos rígidos**  
(Cap. 18)

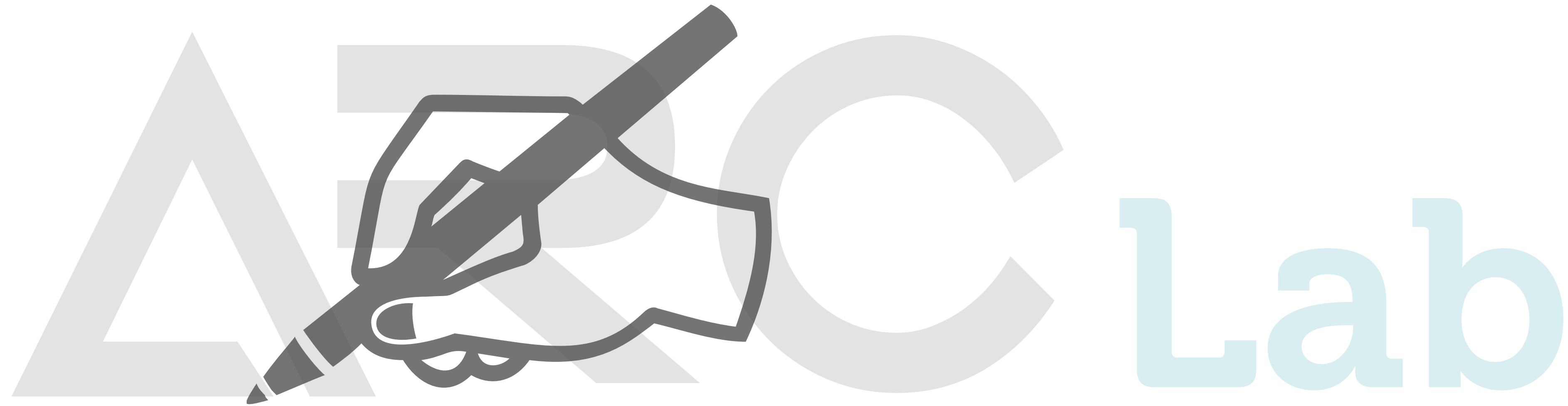
Conclusão

# Lista de exercícios para próxima aula...

---

Trabalho e energia

Conclusão



---

Advanced Robotics Control Laboratory

**14.44, 14.34, 14.23, 14.18, 14.13**





*That's all Folks!*