Mecânica Clássica 2: Lista sobre Relatividade Restrita

1. Mostre que a equação de onda
$$\nabla^2\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial\psi}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$
é invariante por transformação de Lorentz, mas não o é para transformação de Galileu.

2. Determine a matriz de transformação de Lorentz em termos da variável φ tal que
$$\begin{cases} cosh\varphi = \gamma \\ senh\varphi = \gamma\beta\,. \end{cases} \tag{2}$$
Definindo as variáveis $\xi = (x_o+x_1)/\sqrt{2}$ e $\nu = (x_o-x_1)\sqrt{2}$, determine como ξ e ν se transformam segundo Lorentz.

3. O meson μ tem meia-vida de 2.2 ms, e decai emitindo um elétron (ou pśitron) e um neutrino e um antineutrino. Muons são produzidos quando prótons de alta energia chegam na atmosfera terrestre, e podem caminhar a velocidade muito próxima à da luz, $v = 0.9998\,c$ até chegar na superfície do planeta. Determine a distância que os muons percorrem, em média, na atmosfera antes de decair. Eles podem chegar à atmosfera terrestre? Agora determine o tempo de decaimento visto por um observador parado na superfície da Terra. Qual a distância que o méson percorre nesse tempo? Compare com a espessura da atmosfera terrestre. Determine a espessura da atmosfera como vista por um observador que se encontra num referencial em que o muon está em repouso.

4. Considere a Lagrangeana $L = -m_oc^2\gamma^-1 - q\phi + q(\mathbf{u}.\mathbf{A})$. Determine o momento linear da partícula.

5. Uma partícula de carga q e massa m tem a Lagrangeana covariante na forma
$$L = -\frac{1}{2}mU_\nu u\mu - qA_\nu u_\nu\,, \tag{3}$$
onde u_ν e A_ν são os quadrivetores velocidade e o potencial, respectivamente. Determine a Hamiltoniana do sistema e mostre que ela é invariante por transformação de Lorentz.