CAPÍTULO 11

ENERGIA 1: TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

Como se pôde observar as leis de Newton são úteis para entender e analisar uma grande variedade de problemas em Mecânica. Neste capítulo, e nos dois seguintes, realiza-se uma abordagem diferente, baseada em um conceito verdadeiramente fundamental em Física: energia.

Existem muitos tipos de energia. Neste capítulo, considera-se uma forma particular — energia cinética, a energia associada ao movimento de um corpo. Também introduz-se o conceito de trabalho, que é relacionado à energia cinética através do teorema do trabalho—energia. Este teorema, derivado das leis de Newton, fornece uma nova e diferente compreensão do comportamento de sistemas mecânicos. No Cap. 12, apresenta-se um segundo tipo de energia — energia potencial — e inicia-se o desenvolvimento de uma lei de conservação para a energia. No Cap. 13, discute-se energia de modo mais abrangente e generaliza-se a lei de conservação de energia, a qual é uma das mais úteis leis da Física.

11.1 TRABALHO E ENERGIA

A Fig. 11.1 mostra uma pessoa em uma cadeira de rodas em uma rampa conduzindo sua cadeira para cima. À medida que ela faz uma força para baixo $\vec{\mathbf{F}}$ na roda, um torque $\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$ é exercido em relação ao ponto instantâneo de contato entre a roda e o chão. Este torque faz com que a roda gire para a frente. Outra forma de analisar o problema é considerar-se a força de atrito $\vec{\mathbf{f}}$ exercida sobre o chão pela roda (devido ao esforço da pessoa); a força de reação $-\vec{\mathbf{f}}$, exercida sobre a roda pelo chão, empurra a cadeira para a frente. Outro exemplo ilustrativo similar poderia ser traçado com uma pessoa andando de bicicleta.

Eventualmente, os braços da pessoa na cadeira de rodas, ou as pernas do ciclista, acabam se cansando, e a pessoa não é capaz de manter a sua velocidade original de subida. Talvez, os membros fiquem tão cansados que a pessoa tenha que parar completamente. É possível analisar as forças exercidas neste problema usando as leis de Newton, mas estas não podem explicar por que a capacidade da pessoa de exercer uma força para se mover para a frente acaba se esgotando. Isto é, *não se pode* considerar que o corpo da pessoa "contém" uma quantidade de força que é liberada pelo esforço.

Para esta análise, é necessário introduzir os novos conceitos de *trabalho* e *energia*. Da mesma forma que com várias outras palavras utilizadas para descrever conceitos físicos, deve-se ser cuidadoso para não confundir os significados normalmente utilizados no dia-a-dia com as definições precisas que são dadas a eles como grandezas físicas. O conceito *físico* de trabalho envolve uma força que é exercida enquanto o ponto de aplicação move-se através de uma determinada distância, e uma forma de definir a energia de um sistema é a medida da sua capacidade de realizar trabalho. No caso da cadeira de rodas, a pessoa realiza trabalho porque exerce uma força à medida que a cadeira de rodas move-se para a frente percorrendo determinada distância. Para que ela realize trabalho, precisa gastar um pouco de sua reserva de energia — isto é, a energia química armazenada nas fibras dos seus músculos — que pode ser reposta da reserva de energia de seu corpo através do repouso e que provém dos alimentos que ela ingere.

A energia armazenada em um sistema pode ter várias formas: por exemplo, química, elétrica, gravitacional ou mecânica. Neste capítulo, estuda-se a relação entre trabalho e um tipo especial de energia — a energia do movimento de um corpo, chamada *energia cinética*.

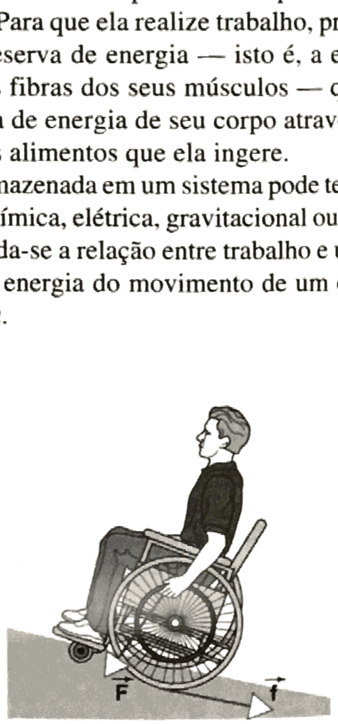

Fig. 11.1 Uma pessoa em uma cadeira de rodas conduz a cadeira rampa acima. A força $\vec{\mathbf{F}}$, exercida na roda pela pessoa, fornece um torque em relação ao ponto onde a roda tem contato com o chão.

11.2 TRABALHO REALIZADO POR UMA FORÇA CONSTANTE

A Fig. 11.2*a* mostra um bloco de massa m sendo elevado através de uma distância vertical h por um guincho acionado por um motor. O bloco é elevado a uma velocidade constante; uma vez que sua aceleração é nula, conforme a segunda lei de Newton, a força resultante agindo sobre ele também é nula. A intensidade da força para cima $\vec{\mathbf{T}}$, exercida pelo motor e guincho, deve ser igual à intensidade da força para baixo $m\vec{\mathbf{g}}$, devido à gravidade.

Na Fig. 11.2*b*, uma esteira rolante é acionada por um motor para mover para cima um bloco idêntico através de uma distância L ao longo de um plano inclinado que faz um ângulo θ com a horizontal. Se o bloco se move com uma velocidade constante, a força resultante é, de novo, nula. Portanto, a intensidade da força $\vec{\mathbf{F}}$ exercida para cima pela esteira ao longo do plano inclinado deve ser igual à componente do peso mg sen θ que age para baixo ao longo do plano inclinado.

Em ambos os casos, o resultado final é o mesmo — o bloco é elevado através de uma distância h. Se o bloco for solto e ficar livre para cair, ele atingirá o chão com determinada velocidade v. Pode-se usar o bloco em queda para atingir algum objetivo, como cravar uma estaca no chão ou lançar um projétil de uma catapulta. O resultado será o mesmo, não importando como o bloco foi originalmente elevado.

Uma vez que o bloco foi elevado, pode-se desligar os dois motores que o bloco permanecerá no lugar. Isto é, gasta-se combustível ou energia elétrica para se alimentar os motores *somente* ao elevar-se o bloco, não para mantê-lo no lugar. *O investimento neste processo é na elevação, e não na manutenção.*

Define-se o trabalho W realizado por uma força constante $\vec{\mathbf{F}}$ que move um corpo através de um deslocamento $\vec{\mathbf{s}}$ *na direção e sentido da força* como sendo o produto das intensidades da força e do deslocamento:

$$W = Fs \quad (\text{constante elástica, } \vec{\mathbf{F}} \parallel \vec{\mathbf{s}}). \qquad (11\text{-}1)$$

Na Fig. 11.2*a*, o motor exerce uma força de intensidade $T = mg$ sobre o bloco em movimento por uma distância h. Uma vez que a força está na direção do movimento, o trabalho realizado pelo motor é, de acordo com a Eq. 11.1, $W = Th = mgh$. Na Fig. 11.2*b*, o motor exerce uma força de intensidade $F = mg$ sen θ sobre o bloco em movimento por uma distância L, de modo que o trabalho realizado pelo motor é $W = (mg \text{ sen } \theta)(L) = mgh$, com $h = L \text{ sen } \theta$. Não é acidental o fato de ser a mesma a quantidade de trabalho realizado pelo motor em ambos os processos — em cada caso, o motor investe a mesma quantidade de esforço (trabalho) para elevar o bloco, conforme pode ser evidenciado pelos resultados idênticos que se obtêm o bloco em queda para realizar-se alguma outra tarefa.

Em ambas as Figs. 11.2*a* e 11.2*b*, a força é exercida em uma direção paralela ao movimento do bloco. Suponha que, em vez disso, um trabalhador exerça uma força horizontal $\vec{\mathbf{F}}$ sobre o bloco para puxá-lo para cima no plano inclinado. Agora a força e o movimento estão em direções diferentes (Fig. 11.3). A componente de força F sen θ perpendicular ao plano não tem

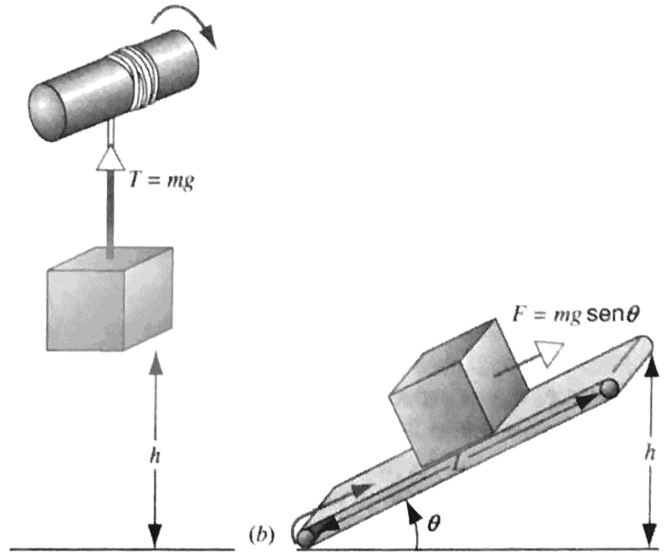

Fig. 11.2 (*a*) Um guincho a motor eleva um peso mg a uma distância h. (*b*) Um motor aciona uma esteira que move um peso idêntico ao longo de um plano inclinado até que ele seja elevado a uma distância h.

efeito sobre a elevação do bloco. Somente a componente F cos θ na direção do movimento realiza algum trabalho na elevação do bloco.

Considere, agora, o caso arbitrário ilustrado na Fig. 11.4. Uma esfera com um furo desliza sem atrito ao longo de uma haste fina horizontal. A esfera move-se de A para B, cujo movimento é representado através do vetor de deslocamento $\vec{\mathbf{s}}$. Uma força constante $\vec{\mathbf{F}}$ é exercida sobre a esfera por um agente externo; $\vec{\mathbf{F}}$ faz um ângulo ϕ com o vetor de deslocamento. Somente a componente da força F cos ϕ ao longo do vetor de deslocamento contribui para o trabalho, de modo que o trabalho realizado pela força $\vec{\mathbf{F}}$ é

$$W = (F \cos \phi)s = Fs \cos \phi \quad (\text{constante elástica}). \qquad (11\text{-}2)$$

A Eq. 11.2 fornece o trabalho realizado por uma força em especial $\vec{\mathbf{F}}$. Podem existir diversas forças agindo sobre um objeto; na Fig. 11.3, por exemplo, além da força $\vec{\mathbf{F}}$, há a força normal $\vec{\mathbf{N}}$, a força da gravidade $m\vec{\mathbf{g}}$ e, talvez, também uma força de atrito $\vec{\mathbf{f}}$. Para cada uma das forças que agem, é necessário calcular-se o trabalho em separado.

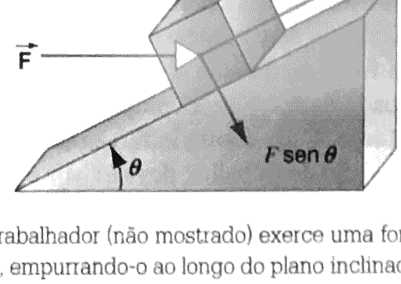

Fig. 11.3 Um trabalhador (não mostrado) exerce uma força horizontal $\vec{\mathbf{F}}$ sobre um bloco, empurrando-o ao longo do plano inclinado.

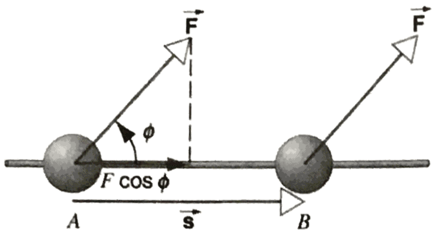

Fig. 11.4 Uma esfera desliza ao longo de uma haste fina de A para B. Uma força constante $\vec{\mathbf{F}}$, que faz um ângulo ϕ com a haste, age sobre a esfera em todos os pontos entre A e B.

Observe alguns aspectos da Eq. 11.2:

1. Se $F = 0$, então $W = 0$. Para que seja realizado trabalho, é necessário que uma força seja exercida.

2. Se $s = 0$, então $W = 0$. Para que seja realizado trabalho por uma força, é necessário que exista o movimento do ponto de aplicação desta força ao longo de uma determinada distância.

3. Se $\phi = 90°$, então $W = 0$. Para que seja realizado trabalho por uma força, é necessário que uma componente da força atue na direção do deslocamento (ou no sentido oposto). Se a força é sempre perpendicular à direção do movimento, então o trabalho realizado por esta força em especial é zero.

4. Quando $\phi = 0°$, então $W = Fs$. Se a força e o deslocamento têm a mesma direção e o mesmo sentido, a Eq. 11.2 reduz-se à Eq. 11.1.

5. Quando $\phi = 180°$, então $W = -Fs$. Se a força age no sentido oposto mas na mesma direção do deslocamento, então a força realiza trabalho *negativo*. Na Fig. 11.2*a*, por exemplo, uma força gravitacional mg (não mostrada) age sobre o bloco para baixo. Quando o bloco move-se para cima através de uma distância h, o trabalho realizado por esta força é $-mgh$.

Como exemplo destes conceitos, considere a Fig. 11.5. Na Fig. 11.5*a*, um bloco está deslizando para baixo sobre um plano. A força gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$ realiza um trabalho positivo, a força de atrito $\vec{\mathbf{f}}$ realiza um trabalho negativo e a força normal $\vec{\mathbf{N}}$ não realiza trabalho. Na Fig. 11.5*b*, a tração na corda $\vec{\mathbf{T}}$ não é uma força constante, porque a sua direção varia mesmo que sua intensidade permaneça constante. Porém, se a trajetória circular for dividida em uma série de deslocamentos infinitesimais, cada pequeno deslocamento (que é tangente ao círculo) será perpendicular a $\vec{\mathbf{T}}$ (que age na direção radial). Assim, o trabalho realizado pela tração será nulo.

Observe que a Eq. 11.2 pode ser escrita tanto como $(F \cos \phi)(s)$ quanto como $(F)(s \cos \phi)$. Isto sugere que o trabalho pode ser calculado de duas formas diferentes, que fornecem o mesmo resultado: ou multiplica-se a intensidade do deslocamento pela componente da força na direção do deslocamento, ou multiplica-se a intensidade da força pela componente do deslocamento na direção da força. Cada forma indica uma característica importante da definição do trabalho: deve existir uma componente de $\vec{\mathbf{s}}$ na direção de $\vec{\mathbf{F}}$ e deve existir uma componente de $\vec{\mathbf{F}}$ na direção de $\vec{\mathbf{s}}$ (Fig. 11.6).

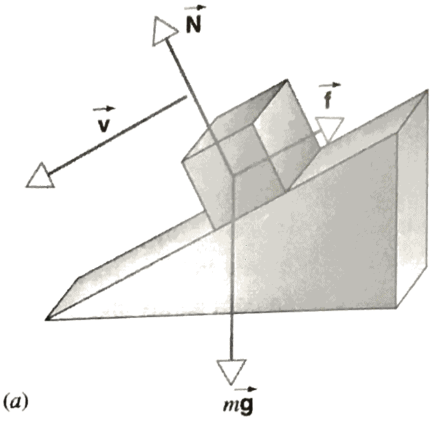

Fig. 11.5 (*a*) Um bloco desliza para baixo sobre um plano, sob a ação de três forças: a gravidade ($m\vec{\mathbf{g}}$) devido à Terra, o atrito ($\vec{\mathbf{f}}$) devido ao plano e a força normal ($\vec{\mathbf{N}}$) também devido ao plano. (*b*) Um corpo preso a uma corda gira em um círculo horizontal, somente sob a ação da tração ($\vec{\mathbf{T}}$) devida à corda.

Conforme foi definido (Eq. 11.2), o trabalho mostra-se um conceito bastante útil em Física. A definição especial estabelecida para a palavra "trabalho" não corresponde à utilização coloquial do termo. Isto pode ser confuso. Uma pessoa segurando um haltere pesado no ar (Fig. 11.7) pode estar trabalhando duro no sentido psicológico, mas, do ponto de vista da Física, esta pessoa não está realizando nenhum trabalho sobre o peso. Pode-se afirmar isto, uma vez que o haltere não se move.

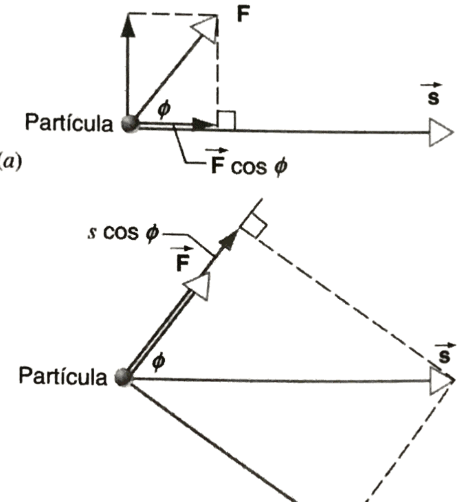

Fig. 11.6 (*a*) O trabalho W exercido sobre a partícula pela força $\vec{\mathbf{F}}$ interpretado como $W = (F \cos \phi)(s)$. (*b*) O trabalho W interpretado como $W = (F)(s \cos \phi)$.

Fig. 11.7 Um halterofilista segura um peso acima de sua cabeça. Nesta configuração, de acordo com a definição de trabalho estabelecida, o halterofilista não exerce nenhum trabalho.

Por que, então, o halterofilista fica cansado e eventualmente perde a sua capacidade de suportar o peso? Se os músculos forem examinados, observa-se que está sendo realizado trabalho microscopicamente mesmo que o peso não se mova. O músculo não é um suporte sólido e não é capaz de manter uma carga de forma estática. As fibras individuais dos músculos relaxam e contraem-se repetidamente, e é realizado trabalho a cada contração. Este trabalho microscópico esgota o suprimento interno de energia, e, gradualmente, o halterofilista fica tão cansado que não é mais capaz de suportar o peso. Neste capítulo, não se considera esta forma "interna" de trabalho. Usa-se a palavra *trabalho* somente no sentido estrito da Eq. 11.2, de modo que ele é nulo quando não existe movimento do corpo sobre o qual a força age.

Observe que o trabalho, ao contrário das propriedades como massa, volume ou temperatura, não é uma propriedade intrínseca de um corpo. Não se pode afirmar, por exemplo, que um corpo ganha, perde ou contém determinada quantidade de trabalho quando se move através de uma distância à medida que uma força age sobre ele. O trabalho está associado à força que atua sobre o corpo ou ao agente que exerce esta força.

A unidade do trabalho é determinada a partir do trabalho realizado por uma força unitária durante o movimento de um corpo ao longo de uma distância unitária na direção da força. A unidade de trabalho do SI é o *newton-metro*, chamado de *joule* (símbolo J). No sistema de unidades inglesas, a unidade de trabalho é o pé-libra. No sistema cgs, a unidade de trabalho é o dina-centímetro, chamado de *erg*. Através das relações entre newton, dina e libra, e entre metro, centímetro e pé, obtém-se 1 joule = 10^7 ergs = 0,7376 ft·lb.

Quando se está lidando com partículas atômicas ou subatômicas, uma unidade conveniente de trabalho é o *elétron-volt* (símbolo eV), onde 1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J. O trabalho necessário para remover o elétron mais externo de um átomo possui uma intensidade típica de vários eV. O trabalho necessário para remover um próton ou um nêutron do núcleo possui uma intensidade típica de vários MeV (10^6 eV). O trabalho necessário para acelerar um elétron no acelerador linear de 2 milhas de comprimento de Stanford é de vários GeV (10^9 eV). O trabalho necessário para acelerar um próton no acelerador do Fermilab é de aproximadamente 10^{12} eV (1 TeV).

PROBLEMA RESOLVIDO 11.1.

Um bloco de massa m = 11,7 kg deve ser empurrado por uma distância s = 4,65 m ao longo de um plano inclinado, de modo a ser elevado a uma distância h = 2,86 m no decurso (Fig. 11.8*a*). Supondo que as superfícies não tenham atrito, calcule qual é o valor do trabalho necessário para empurrar o bloco para cima com uma velocidade constante através de uma força paralela ao plano inclinado.

Solução A Fig. 11.8*b* apresenta um diagrama de corpo livre do bloco. É necessário encontrar F, a intensidade da força para empurrar o bloco para cima ao longo do plano inclinado. Porque o movimento não é acelerado (considera-se uma velocidade constante), a força resultante paralela ao plano deve ser nula. Escolhe-se o eixo x como paralelo ao plano, com o seu sentido positivo para cima. A força resultante ao longo desse plano é, então, $\Sigma F_x = F - mg \text{ sen } \theta$. Com $a_x = 0$, a segunda lei de Newton fornece $F - mg \text{ sen } \theta = 0$ ou

$$F = mg \text{ sen } \theta = (11{,}7 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)\left(\frac{2{,}86 \text{ m}}{4{,}65 \text{ m}}\right) = 70{,}5 \text{ N}.$$

Assim, da Eq. 11.2 com $\phi = 0°$, o trabalho realizado por $\vec{F}$ é

$$W = Fs \cos 0° = (70{,}5 \text{ N})(4{,}65 \text{ m}) = 328 \text{ J}.$$

Observe que o ângulo ϕ (= 0°) utilizado nesta expressão é o ângulo formado entre a força aplicada e o deslocamento do bloco, ambos paralelos ao plano inclinado. O ângulo ϕ não deve ser confundido com o ângulo θ do plano inclinado.

Se o bloco fosse elevado verticalmente a uma velocidade constante sem que o plano inclinado fosse utilizado, o trabalho

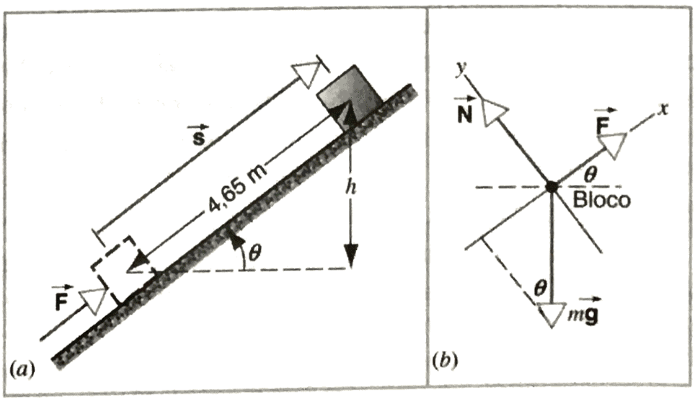

Fig. 11.8 Problema Resolvido 11.1. (*a*) Uma força $\vec{F}$ move um bloco para cima em um plano inclinado através de um deslocamento $\vec{s}$. (*b*) Um diagrama de corpo livre do bloco.

realizado seria a componente vertical da força exercida sobre o bloco, igual a mg, vezes a distância vertical h, ou

$$W = mgh = (11{,}7\ \text{kg})(9{,}80\ \text{m/s}^2)(2{,}86\ \text{m}) = 328\ \text{J},$$

o mesmo valor obtido antes. A única diferença é que o plano inclinado permite que uma força menor ($F = 70{,}5$ N) seja aplicada para elevar o bloco, em comparação à que seria necessária sem o plano inclinado ($mg = 115$ N). Por outro lado, a distância que é necessária para empurrar o bloco para cima ao longo do plano inclinado (4,65 m) é maior do que a distância necessária para elevá-lo diretamente (2,86 m).

PROBLEMA RESOLVIDO 11.2.

Uma criança puxa um trenó de 5,6 kg por uma distância $s = 12$ m ao longo de uma superfície horizontal, com uma velocidade constante. Qual é o trabalho que a criança realiza sobre o trenó se o coeficiente de atrito cinético μ_c é 0,20 e a corda faz um ângulo $\phi = 45°$ com a horizontal?

Solução A situação é ilustrada na Fig. 11.9*a* e as forças que agem sobre o trenó são mostradas no diagrama de corpo livre da Fig. 11.9*b*. $\vec{F}$ representa a força que a criança faz; $m\vec{g}$, o peso do trenó; $\vec{f}$, a força de atrito; e $\vec{N}$, a força normal exercida pela superfície sobre o trenó. Para calcular o trabalho, é necessário primeiro encontrar a intensidade da força F. Com a escolha dos eixos x e y conforme mostrado no diagrama de corpo livre da Fig. 11.9*b*, as componentes da força resultante são $\Sigma F_x = F\cos\phi - f$ e $\Sigma F_y = F \operatorname{sen}\phi + N - mg$. Com ambos $a_x = 0$ e $a_y = 0$, a segunda lei de Newton fornece

$$F\cos\phi - f = 0 \quad \text{e} \quad F\operatorname{sen}\phi + N - mg = 0.$$

A força de atrito está relacionada com a força normal por $f = \mu_c N$. Combinando estas três equações, é possível eliminar f e N para encontrar uma expressão para F:

$$F = \frac{\mu_c mg}{\cos\phi + \mu_c \operatorname{sen}\phi}.$$

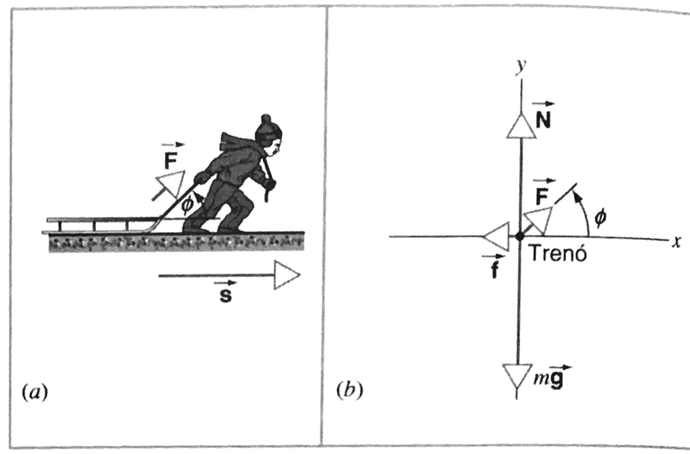

Fig. 11.9 Problema Resolvido 11.2. (*a*) Uma criança desloca um trenó de um valor $\vec{s}$ empurrando-o com uma força $\vec{F}$ sobre uma corda que faz um ângulo ϕ com a horizontal. (*b*) Um diagrama de corpo livre do trenó.

Com $\mu_c = 0{,}20$, $mg = (5{,}6\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 55$ N e $\phi = 45°$, obtém-se

$$F = \frac{(0{,}20)(55\ \text{N})}{\cos 45° + (0{,}20)(\operatorname{sen} 45°)} = 13\ \text{N}.$$

Assim, com $s = 12$ m, o trabalho realizado pela criança sobre o trenó é, usando a Eq. 11.2,

$$W = Fs\cos\phi = (13\ \text{N})(12\ \text{m})(\cos 45°) = 110\ \text{J}.$$

A componente vertical de força $\vec{F}$ não realiza trabalho algum sobre o trenó. Entretanto, observe que ela reduz a força normal entre o trenó e a superfície ($N = mg - F \operatorname{sen}\phi$) e, portanto, reduz a intensidade da força de atrito ($f = \mu_c N$).

A criança realizaria mais trabalho, menos trabalho ou a mesma quantidade de trabalho sobre o trenó se $\vec{F}$ fosse aplicada na horizontal em vez de a um ângulo de 45° com a horizontal? Existem outras forças que agem sobre o trenó que realizam trabalho sobre ele?

TRABALHO COMO UM PRODUTO ESCALAR

O trabalho é uma grandeza escalar; ele é caracterizado somente por uma intensidade e um sinal. Porém, ele é calculado combinando-se dois vetores ($\vec{F}$ e $\vec{s}$). Nos Capítulos de 8 a 10, em diversas situações, foi necessário multiplicar dois vetores para obter um outro vetor; situação expressa de uma forma compacta através do produto vetorial (por exemplo, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ou $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$). Aqui está-se multiplicando dois vetores para obter-se um escalar. Uma forma compacta de escrever-se isto basea-se no *produto escalar* de dois vetores.

Considere dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ (Fig. 11.10) separados por um ângulo ϕ. O produto escalar de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é definido considerando as intensidades de A e B como

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\phi, \qquad (11\text{-}3)$$

que se lê como "A escalar B". Claramente isto também pode ser escrito como $A(B\cos\phi)$ ou $B(A\cos\phi)$, o que sugere que o produto escalar pode ser visto como o produto da intensidade de um vetor e a componente do outro na direção do primeiro, conforme mostrado na Fig. 11.10. As intensidades A e B são sempre positivas, mas o produto escalar pode ser positivo, negativo ou nulo, dependendo do valor do ângulo ϕ. Se $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são perpendiculares entre si, ($\phi = 90°$), o produto escalar é nulo. Ao contrário do produto vetorial, a ordem dos vetores no produto escalar não é importante; isto é, $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$. Além disso, observe que o produto escalar de um vetor com ele mesmo é apenas o quadrado da intensidade do vetor: $\vec{A} \cdot \vec{A} = A^2$.

Estas propriedades do produto escalar correspondem exatamente às propriedades do trabalho, se ele for definido em rela-

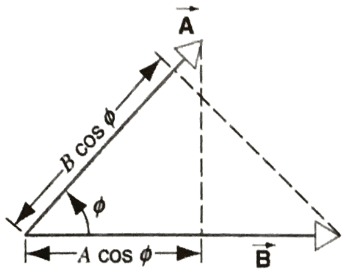

Fig. 11.10 O produto escalar de dois vetores $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ pode ser visto como o produto da intensidade de um vetor e a componente do outro na direção do primeiro.

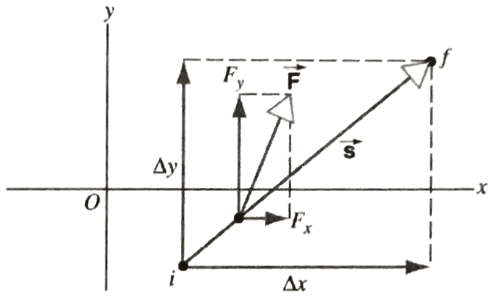

Fig. 11.11 Aqui uma partícula move-se da posição inicial i à posição final f através de um deslocamento $\vec{\mathbf{s}}$ à medida que uma força constante $\vec{\mathbf{F}}$ age sobre a partícula. Quando a força $\vec{\mathbf{F}}$ e o deslocamento $\vec{\mathbf{s}}$ estão em direções arbitrárias, pode-se determinar o trabalho decompondo-se $\vec{\mathbf{F}}$ e $\vec{\mathbf{s}}$ nas suas componentes x e y.

ção aos vetores $\vec{\mathbf{F}}$ e $\vec{\mathbf{s}}$. Isto sugere que se pode escrever a Eq. 11.2 como

$$W = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{s}} \quad \text{(constante elástica)}. \qquad (11\text{-}4)$$

Se os vetores $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ forem escritos considerando suas componentes ($\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$ e $\vec{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$), então o produto escalar é

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z. \qquad (11\text{-}5)$$

Para derivar-se esta expressão, utiliza-se a Eq. 11.3 para se determinar o produto escalar dos vetores unitários: $\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 1$ e $\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0$. Se os vetores da força e do deslocamento estão no plano xy (Fig. 11.11), pode-se descrever o trabalho na forma da Eq. 11.5; com $\vec{\mathbf{F}} = F_x\hat{\mathbf{i}} + F_y\hat{\mathbf{j}}$ e $\vec{\mathbf{s}} = \Delta x\hat{\mathbf{i}} + \Delta y\hat{\mathbf{j}}$, tem-se

$$W = F_x\Delta x + F_y\Delta y \quad \text{(constante elástica)}. \qquad (11\text{-}6)$$

Os dois termos do lado direito desta equação *não podem* ser interpretados como as componentes do trabalho. *O trabalho é um escalar, e escalares não têm componentes.* Pode parecer da Eq. 11.6 que o valor do trabalho depende de onde se traçam os eixos do sistema de coordenadas; porém a Eq. 11.2 mostra que isto não é verdadeiro. Geralmente, *o valor do produto escalar independe da escolha dos eixos do sistema de coordenadas.*

Embora a força $\vec{\mathbf{F}}$ seja invariante (ela possui a mesma intensidade, direção e sentido para qualquer sistema de referência inercial escolhido), o deslocamento $\vec{\mathbf{s}}$ de uma partícula durante um determinado intervalo de tempo não é invariante. Observadores de diferentes sistemas de referência inerciais medem o mesmo valor de $\vec{\mathbf{F}}$, mas diferentes valores para a intensidade, direção e sentido do deslocamento $\vec{\mathbf{s}}$. Como resultado, o valor determinado para o trabalho dependerá do sistema de referência inercial do observador. Diferentes observadores podem encontrar o trabalho como sendo positivo, negativo ou nulo. Isto será discutido mais tarde na Seção 11.6.

11.3 POTÊNCIA

No projeto de um sistema mecânico, freqüentemente é necessário considerar não somente a quantidade de trabalho que precisa ser realizado, mas também o quão rápido este precisa ser realizado. Para elevar um corpo a determinada altura em 1 segundo ou em 1 ano, emprega-se a mesma quantidade de trabalho. Porém, a *taxa com a qual o trabalho é realizado* é bastante diferente nos dois casos.

Define-se *potência* como a taxa com a qual o trabalho é realizado. (Aqui considera-se somente a potência *mecânica*, que resulta de trabalho mecânico. Uma visão mais geral de potência, como energia liberada por unidade de tempo, permite estender o conceito de potência para incluir potência elétrica, potência solar e assim por diante.) Se determinada força realiza um trabalho W sobre um corpo em um tempo t, a *potência média* causada pela força é

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{t}. \qquad (11\text{-}7)$$

A *potência instantânea* é

$$P = \frac{dW}{dt}, \qquad (11\text{-}8)$$

onde dW é a pequena quantidade de trabalho realizado durante o intervalo de tempo infinitesimal dt. Se a potência é constante no tempo, então $P = P_{\text{méd}}$ e

$$W = Pt. \qquad (11\text{-}9)$$

A unidade de potência do SI é joule por segundo, que é chamada de *watt* (símbolo W):

$$1\ \text{W} = 1\ \text{J/s}.$$

Esta unidade foi assim nomeada em homenagem a James Watt (1736 — 1819), que proporcionou avanços consideráveis aos motores a vapor de sua época. Nas unidades inglesas, a unidade de potência é 1 ft·lb/s, embora uma unidade prática mais comum, o *cavalo-vapor* (*horsepower* — hp), seja normalmente utilizada para descrever a potência de dispositivos como motores elétricos ou motores automotivos. Um cavalo-vapor é definido como 550 ft·lb/s, que equivale a aproximadamente 746 W.

O trabalho pode ser expresso em unidades de potência × tempo. Isto é a origem do termo *quilowatt-hora*, que é utilizado pela companhia de fornecimento de energia elétrica para medir a quantidade de trabalho (na forma de energia elétrica) que foi fornecido para a residência das pessoas. Um quilowatt-hora é o trabalho realizado em 1 hora por um agente trabalhando a uma taxa constante de 1 kW.

Também pode-se expressar a potência fornecida a um corpo no que se refere à velocidade do corpo e à força que age sobre ele. Em um curto intervalo de tempo dt, o corpo move-se a uma distância $d\vec{s}$ e o trabalho realizado sobre o corpo é $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$. Pode-se reescrever a Eq. 11.8 como

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt},$$

a qual se torna, após substituir-se a velocidade $\vec{v}$ por $d\vec{s}/dt$,

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}. \tag{11-10}$$

Se $\vec{F}$ e $\vec{v}$ são paralelas entre si, isto pode ser escrito como

$$P = Fv. \tag{11-11}$$

Observe que a potência pode ser negativa se $\vec{F}$ e $\vec{v}$ forem antiparalelos. O fornecimento de potência negativa a um corpo significa realizar trabalho negativo sobre ele: a força exercida sobre o corpo pelo agente externo está no sentido oposto ao deslocamento $d\vec{s}$ e, portanto, oposto a $\vec{v}$.

PROBLEMA RESOLVIDO 11.3.

Um elevador vazio tem um peso de 5.160 N (1.160 lb). Ele foi projetado para transportar uma carga máxima de 20 passageiros do chão até ao piso do 25.º andar de um prédio em um tempo de 18 segundos. Supondo que o peso médio de um passageiro seja de 710 N ≈ 71 kg e que a distância entre os andares seja de 3,5 m, qual é a potência média que precisa ser fornecida pelo motor do elevador? (Presuma que todo o trabalho de elevação venha do motor e que o elevador não tenha um contrapeso.)

Solução Supõe-se que o elevador suba a uma velocidade constante e que as distâncias percorridas durante a aceleração e a desaceleração possam ser desprezadas. Com uma velocidade constante, a força resultante é *nula*, de modo que a força para cima exercida pelo motor é igual em intensidade ao peso total do elevador com os passageiros: $F = 5.160\text{ N} + 20(710)\text{N} = 19.400\text{ N}$. O trabalho que precisa ser realizado é

$$W = Fs = (19.400\text{ N})(25 \times 3{,}5\text{ m}) = 1{,}7 \times 10^6\text{ J}.$$

Assim, a potência média é

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{t} = \frac{1{,}7 \times 10^6\text{ J}}{18\text{ s}} = 94\text{ kW}.$$

Isto equivale a 126 hp, que é aproximadamente a potência fornecida por um motor de automóvel. Certamente, as perdas por atrito e outras ineficiências aumentarão a potência que o motor precisa fornecer para fazer subir o elevador.

Na prática, um elevador costuma ter um contrapeso que vai para baixo à medida que o elevador sobe. A gravidade realiza trabalho *positivo* sobre o contrapeso em queda e trabalho *negativo* sobre o elevador subindo. O trabalho que precisa ser fornecido pelo motor, que é igual à intensidade do trabalho *resultante* realizado pela gravidade, é, portanto, consideravelmente reduzido.

11.4 TRABALHO REALIZADO POR UMA FORÇA VARIÁVEL

Até então considerou-se somente o trabalho realizado por uma força *constante*. Muitas das forças que foram previamente consideradas não variam em intensidade ou em direção quando um corpo se move; a gravidade perto da superfície da Terra é um bom exemplo. Porém, diversas forças variam em intensidade com o deslocamento do corpo, e, desta forma, é necessário considerar-se como avaliar o trabalho realizado por tais forças. Supõe-se uma situação unidimensional: a força tem apenas uma componente x e a partícula move-se somente na direção x (no sentido positivo ou negativo). Inicialmente, discute-se o procedimento geral para analisar o trabalho realizado por uma força variável e, então, aplica-se este método à análise de uma importante força que ainda não foi considerada — a saber, a força exercida por uma mola quando é estendida ou comprimida.

Considere um corpo que se move ao longo do eixo x, de x_i para x_f, quando uma força $F_x(x)$ é aplicada a ele. Ao escrever a força como $F_x(x)$, indica-se que esta varia em intensidade (e possivelmente em sentido) quando o deslocamento do corpo varia. A estratégia utilizada nesta análise é dividir o intervalo de x_i a x_f em um grande número de pequenos intervalos. Dentro de cada pequeno intervalo, considera-se a força como sendo aproximadamente constante (embora a força possa ser diferente para intervalos diferentes), de modo que o trabalho em qualquer intervalo possa ser calculado utilizando-se os métodos para forças constantes desenvolvidos anteriormente neste capítulo. Eventualmente, os intervalos fazem-se infinitamente numerosos e suficientemente pequenos, o que acaba levando aos métodos do cálculo.

A curva suave na Fig. 11.12 mostra uma força arbitrária $F_x(x)$ que age sobre um corpo movendo-se de x_i para x_f. Divide-se o deslocamento total em um número N de pequenos intervalos de tamanho idêntico δx (Fig. 11.12*a*). Considere o primeiro intervalo, no qual existe um pequeno deslocamento δx de x_i até $x_i + \delta x$. Faz-se este intervalo suficiente pequeno, de forma que a componente x da força tenha um valor F_1 aproximadamente constante. Assim, pode-se usar a Eq. 11.6 para determinar o trabalho δW_1 realizado pela força neste intervalo: $\delta W_1 = F_1\, \delta x$. Analogamente, no segundo intervalo, no qual o corpo move-se de $x_i + \delta x$ até