Mecânica Quântica — 7600025

Lista 2P — para praticar para a prova do dia 2/10/2018

Compare, nas questões 1-3, um conjunto de N massas m ligadas entre si e a paredes por molas de constante k, como na Lista 2, com uma corda com densidade linear de massa λ, esticada entre duas paredes sob uma tensão T. Suponha que a distância entre as paredes, nos dois casos, seja L. Em particular, no caso das massas e molas, a separação entre os pontos de equilíbrio deve ser $a = L/(N+1)$.

1. Quais são os modos normais do sistema de molas com menor e com maior frequência? Descreva-os por meio de desenhos.

2. Quais são as frequências desses dois modos?

3. Quais são as frequências máxima e mínima com que podem formar-se modos normais na corda?

4. Os modos normais que se formam na corda descrita acima podem ser divididos em simétricos e antissimétricos. Mostre que, ordenados em frequência crescente, os modos normais se alternam entre simétricos e antissimétricos: o primeiro é simétrico, o segundo antissimétrico, o terceiro simétrico e assim por diante.

5. Calcule a frequência do primeiro modo antissimétrico e mostre que ela é igual à frequência do primeiro modo simétrico em uma corda com comprimento $L/2$. Explique, fisicamente, por quê.

6. Calcule a velocidade do ponto médio da corda para cada modo normal. Explique por que a velocidade é nula em boa parte dos modos normais.

7. Se a extremidade esquerda da corda estiver presa a uma parede e a extremidade direita puder mover-se livremente, o formato da corda ainda será descrito pela função
$$y(x,t) = A\sin(k_n x)\cos(\omega t),$$
mas os k_n são outros, porque na extremidade direita a corda está sempre na horizontal. Encontre os valores possíveis para k_n.

8. Desenhe o formato da corda no instante $t = 0$ nos três modos de frequência mais baixa.

9. Mostre que a frequência do n-ésimo modo normal na corda solta à direita com comprimento L é igual à frequência do n-ésimo modo normal numa corda de comprimento $2L$ presa nas duas pontas. Explique por quê.

10. Suponhamos que a equação de onda para a corda não fosse a que derivamos em classe, mas tivesse a forma
$$\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = \frac{1}{w}\frac{\partial Y}{\partial t},$$
onde w é uma constante. Suponhamos que a corda estivesse presa a duas paredes separadas de L, de forma que $Y(0,t) = Y(L,t) = 0$. Usando o procedimento deduzido em classe, encontre $Y(x,t)$