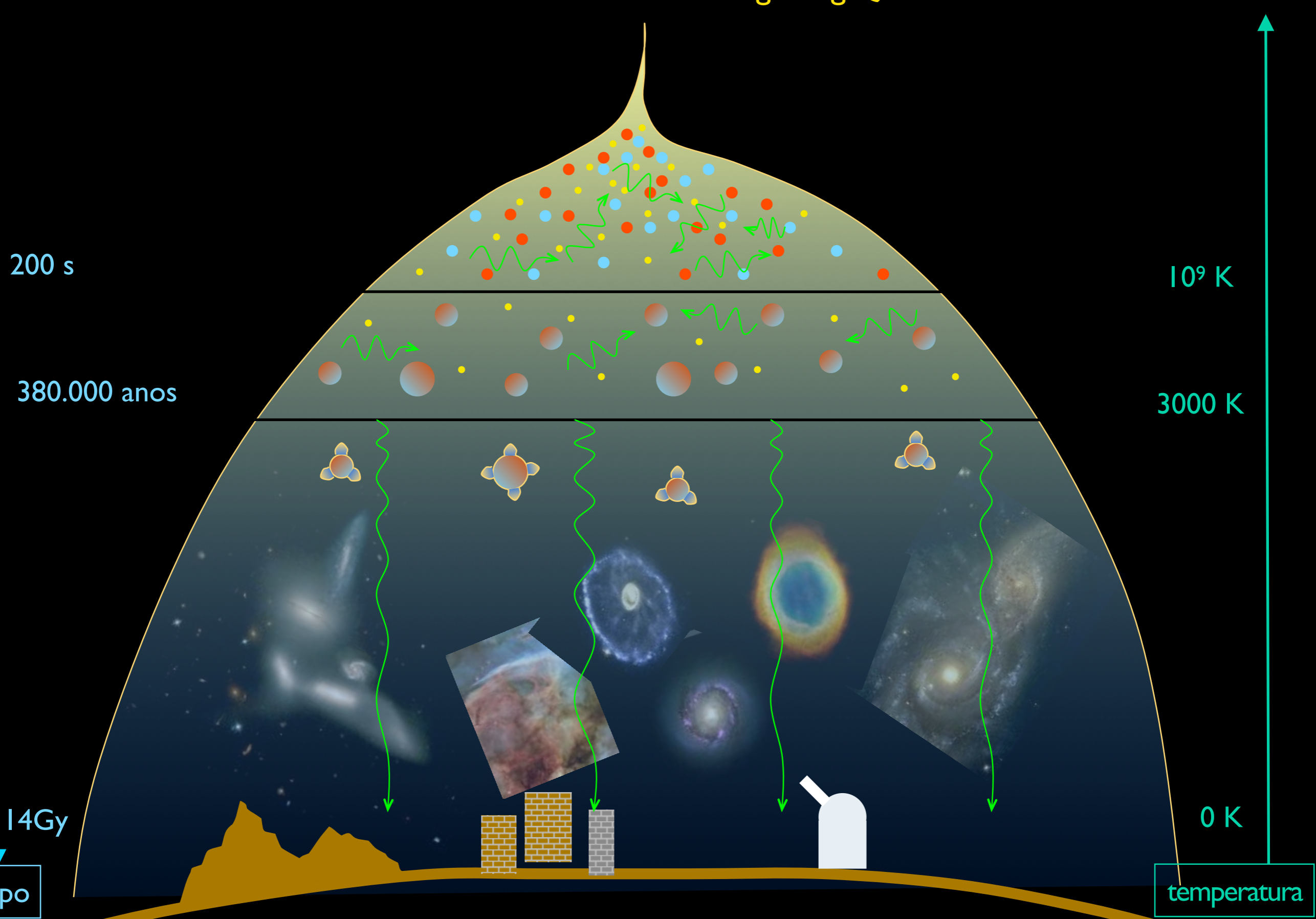


Introdução à Cosmologia Física

História térmica: o modelo do "Big Bang Quente"



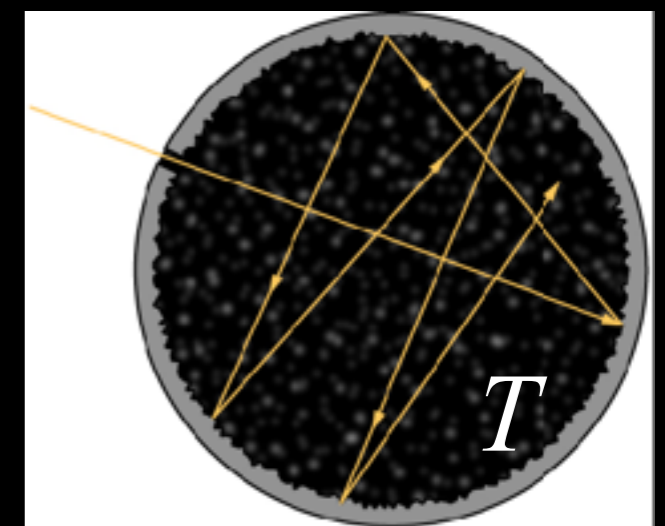
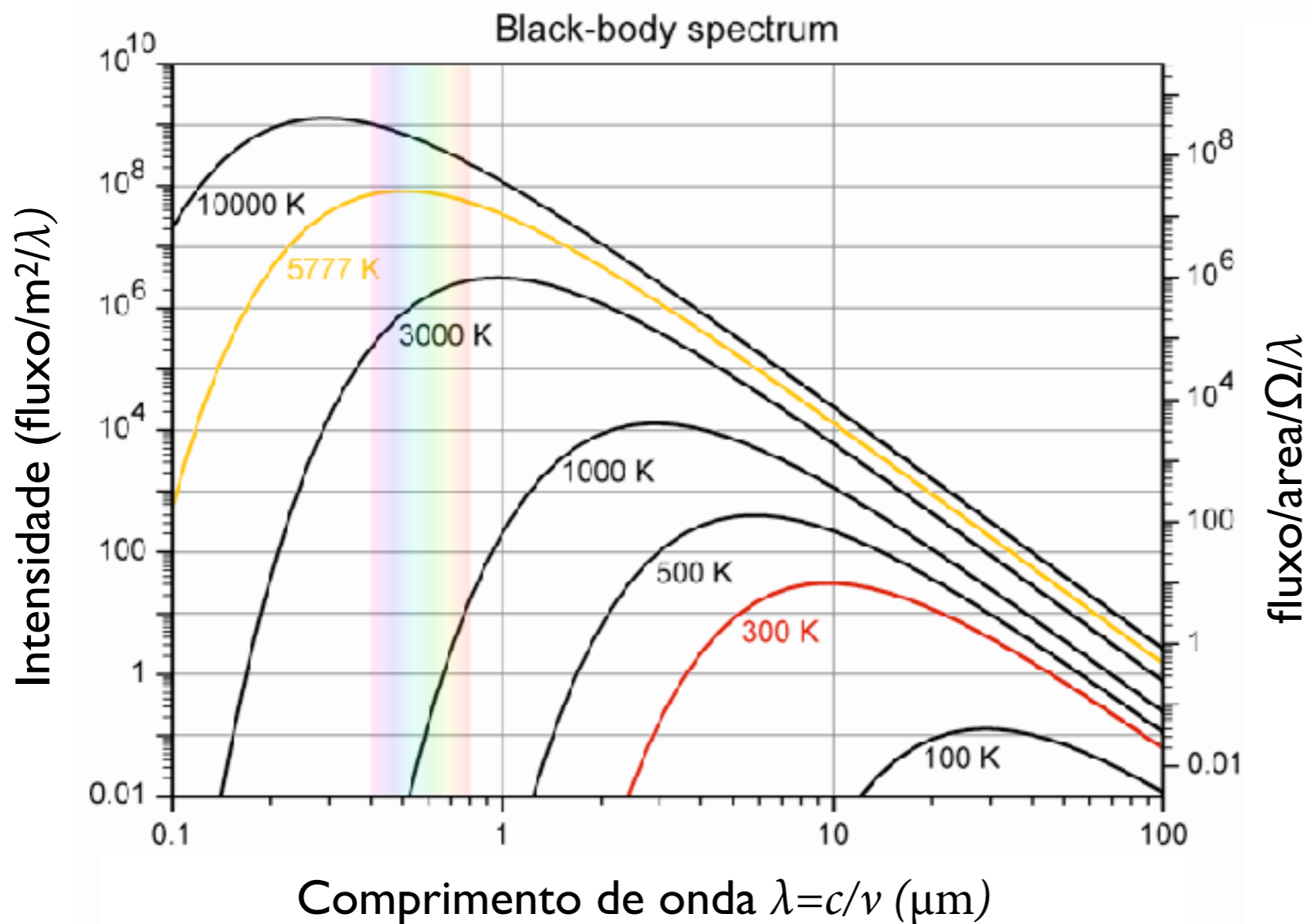
Nucleosíntese Primordial (BBN – Big Bang Nucleosynthesis)

- * Equilíbrio termo-estatístico
- * Energia e pressão da matéria (fria ou relativística)
- * Origem dos elementos mais leves
- * Origem dos elementos mais pesados

(Ryder, Cap. 10)

Introdução à Cosmologia Física

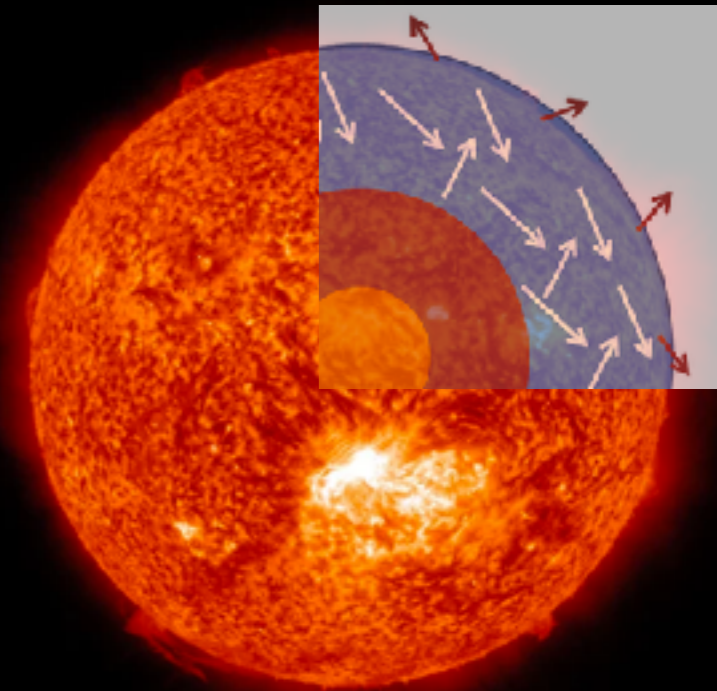
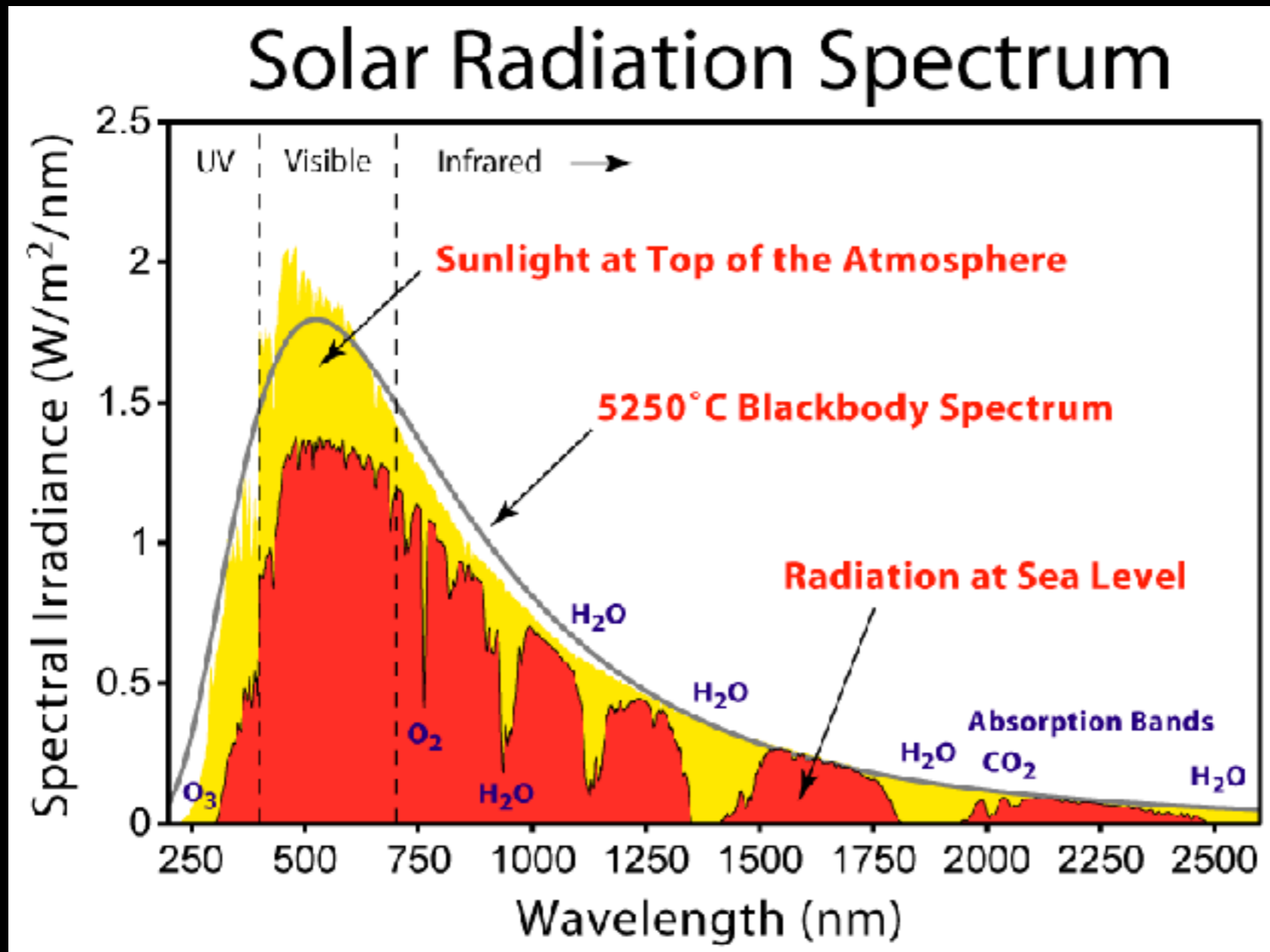
Equilíbrio termodinâmico: Espectro de Corpo Negro de Planck



$$I(\nu; T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

Introdução à Cosmologia Física

O próprio Sol emite luz como se fosse um "corpo negro"



Introdução à Cosmologia Física

O equilíbrio termo-estatístico é governado pelos estados que as partículas podem ocupar.

Na Mecânica Quântica, quem governa a estatística desses estados é o spin das partículas.

$$\text{Spin inteiro : } s = 0, 1, 2, \dots \Leftrightarrow \text{Bose - Einstein} \Leftrightarrow I(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

$$\text{Spin semi - inteiro : } s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots \Leftrightarrow \text{Fermi - Dirac} \Leftrightarrow I(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} + 1}$$

Em vez dessa densidade de energia espectral ("espectro", SED) muitas vezes é mais conveniente escrever a função de distribuição: **número de estados/volume no espaço de fase**

$$\frac{dN}{\frac{d^3x d^3p}{(2\pi)^3}} = \frac{dn}{d^3p/(2\pi)^3} = g_s \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} \pm 1} \quad g_s = 2s + 1$$

Obs: para fótons (luz), $s=1$ mas $g=2$! Por quê?...

Introdução à Cosmologia Física

A densidade de número de partículas, densidade de energia e a pressão são (em unidades de $k_B=1$, E e T têm mesma unidade $\Leftrightarrow 1.1 \times 10^4 \text{ K} \approx 1 \text{ eV}$):

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \int dE E \frac{(E^2 - m^2)^{1/2}}{e^{E/T} \pm 1} = \begin{cases} T \gg m & \text{BE} & \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \\ T \gg m & \text{FD} & \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \\ T \ll m & \text{BE/FD} & \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-m/T} \end{cases} \rightarrow 1/V$$

$$\rho = \frac{1}{2\pi^2} \int dE E^2 \frac{(E^2 - m^2)^{1/2}}{e^{E/T} \pm 1} = \begin{cases} T \gg m & \text{BE} & \frac{\pi^2}{30} T^4 \\ T \gg m & \text{FD} & \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} T^4 \\ T \ll m & \text{BE/FD} & m n + \frac{3}{2} n T \end{cases}$$

$$P = \frac{1}{6\pi^2} \int dE \frac{(E^2 - m^2)^{3/2}}{e^{E/T} \pm 1} = \begin{cases} T \gg m & \text{BE} & \frac{1}{3} \rho \\ T \gg m & \text{FD} & \frac{1}{3} \rho \\ T \ll m & \text{BE/FD} & n T \ll \rho \end{cases}$$

Densidade de energia da matéria relativística (radiação)

Vamos juntar todos os tipos de partículas que são relativísticos num dado instante – as partículas cujas massas são muito menores que suas temperaturas de equilíbrio.

Vamos também permitir que algumas dessas partículas estejam fora de equilíbrio com as outras partículas, de tal forma que as suas temperaturas sejam diferentes.

A densidade de energia total nos graus de liberdade relativísticos é, portanto:

$$\rho_r = \sum_i g_i T_i^4 \frac{1}{2\pi^2} \int_{m_i/T_i}^{\infty} dx x^2 \frac{\sqrt{x^2 - m_i^2/T_i^2}}{e^x \pm 1} = T^4 \sum_i g_i \frac{T_i^4}{T^4} \times \begin{cases} \frac{\pi^2}{30} & BE \\ \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} & FD \end{cases}$$

Podemos definir a densidade de energia total da radiação em termos de um número efetivo de graus de liberdade relativísticos:

$$\rho_r = g_* \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad g_* = \sum_{i: BE} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{j: FD} g_j \left(\frac{T_j}{T} \right)^4$$

Inventário dos graus de liberdade

Tipo	Estatística	g (# de g.l.)	massa
fotons	BE	2	-
neutrinos	FD	$(3 \times 2) \times 2$	$< 1.2 \text{ eV}$
e^+, e^-	FD	$(2) \times 2$	0.511 MeV
p^+, p^-	FD	$(2) \times 2$	0.9383 GeV
n	FD	2	0.9396 GeV
...

$\tau_{1/2} = 881 \text{ s}$

Introdução à Cosmologia Física

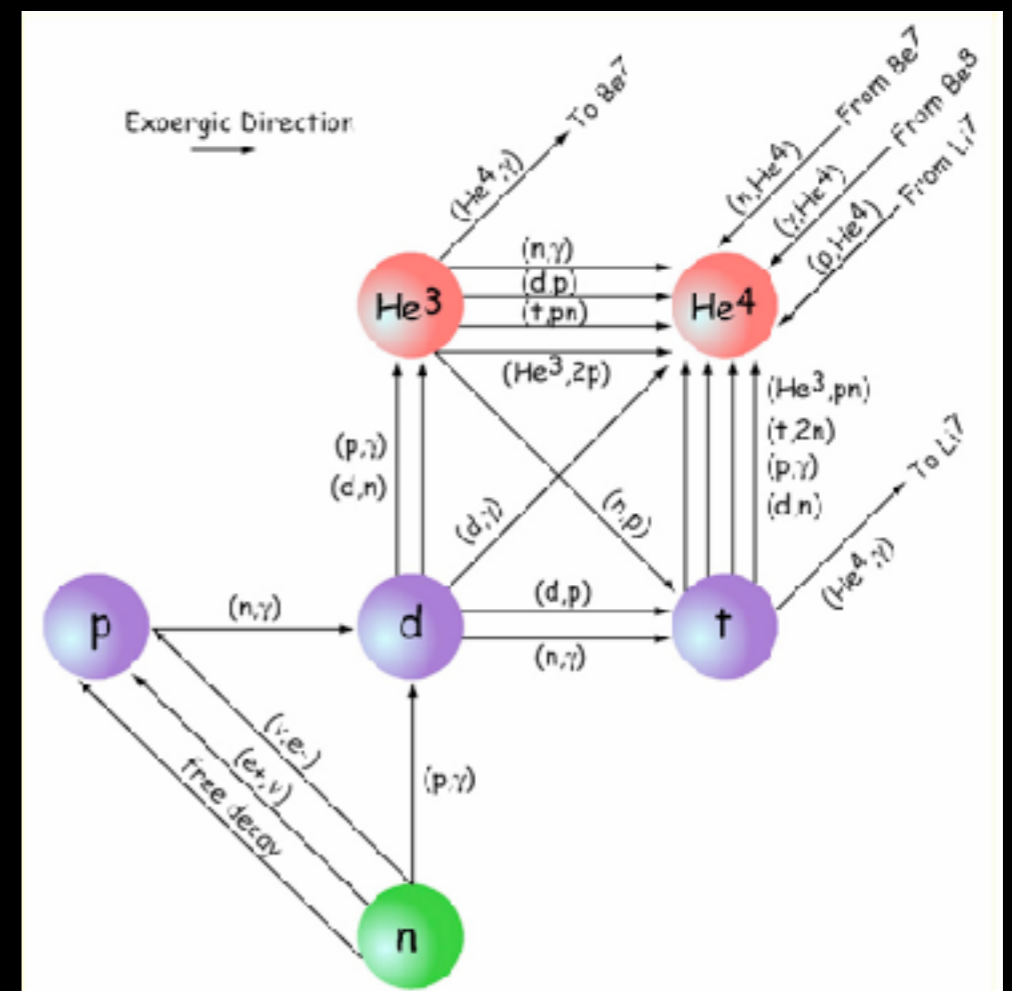
Nucleossíntese Primordial (Big Bang Nucleosynthesis/BBN)

Existe uma **pequena diferença** entre as massas dos protons e dos neutrons: $m_n = 939.57$ MeV , $m_p = 938.27$ MeV $\rightarrow B = 1.3$ MeV ("energia de ligação", "binding energy") .

A temperaturas suficientemente altas ($T \gg 1.3$ MeV), as duas partículas estão em **equilíbrio térmico**, o que significa que as suas abundâncias (e densidades) são iguais.

À medida que o universo expande e a **temperatura cai**, protons e neutrons podem começar a se juntar, formando os **primeiros núcleos atômicos**:

AZ	B_A	g_A
${}^2\text{H}$	2.22 MeV	3
${}^3\text{H}$	6.92 MeV	2
${}^3\text{He}$	7.72 MeV	2
${}^4\text{He}$	28.3 MeV	1
...



Introdução à Cosmologia Física

Portanto, à medida que a **temperatura** cai abaixo de ~ 10 MeV (num instante $t \sim 0.1$ s depois do Big Bang), uma **série de eventos** começa a acontecer:

1. Os núcleos leves (D, T, ^3He , ^4He , ...) começam a se formar, "comendo" os neutrons disponíveis;
2. Os neutrons que **não estão** nesses núcleos leves começam a **decair** em $\text{neutron} \rightarrow \text{proton} + \text{eletron} + (\text{anti-})\text{neutrino} + \gamma$ (energia);
3. Quanto **mais ftons** (radiação) existir para cada barion, mais **fácil é reverter** essa reação (com $p + \gamma \rightarrow n + e^+ + \nu$), convertendo neutrons de volta para protons, e quebrando os núcleos leves; mas essa energia da radiação **decai...**
4. Com cada vez menos neutrons disponíveis, torna-se cada vez mais **difícil** formar novos núcleos de He, D, etc.;
5. Quando o universo atinge uma temperatura de aproximadamente 0.05 MeV ($t \sim 100$ s ~ 3 min), praticamente todos os neutrons livres foram capturados pelos núcleos, ou decaíram em protons ($\tau_{1/2} = 881$ s). A partir desse momento, as abundâncias dos núcleos leves permanecem constantes ("**Freeze-out**").

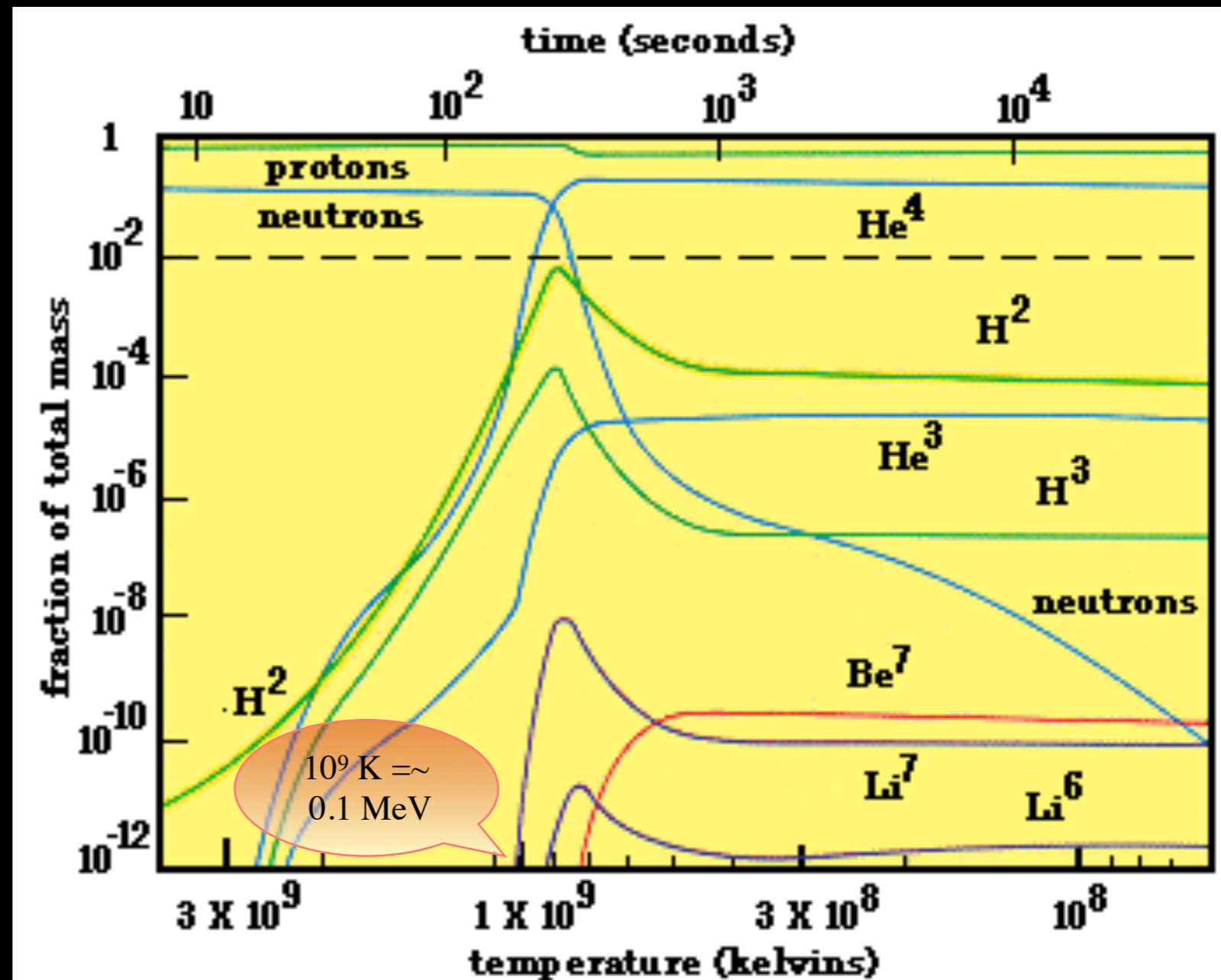
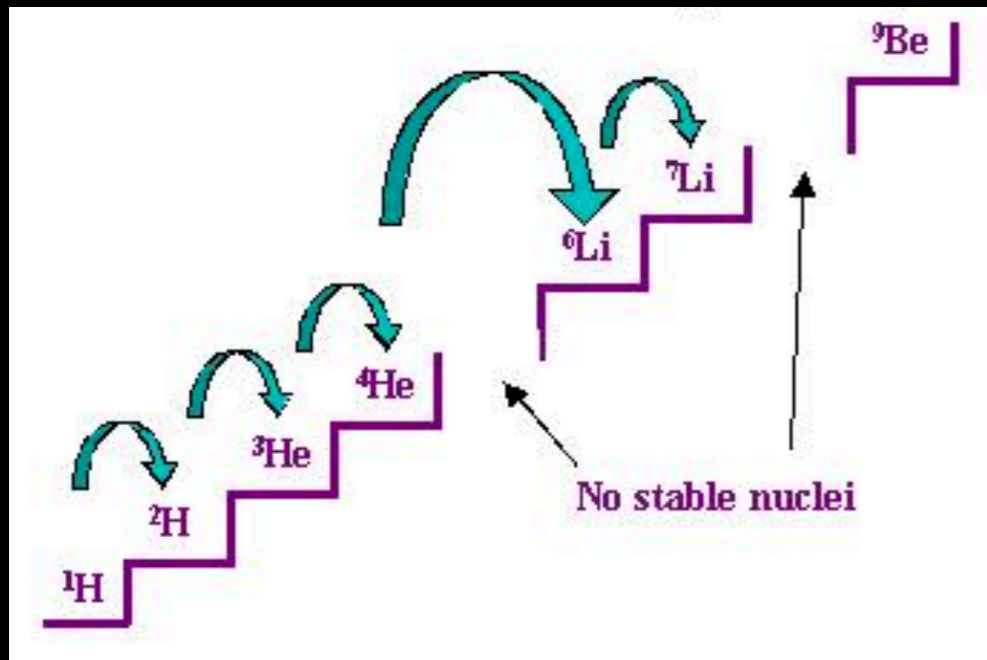
Introdução à Cosmologia Física

É claro que as coisas são muito mais complicadas do que isso!!!

[Veja, p. ex., o livro do Mukhanov, ou a revisão G. Steigman, 0712.1100;

Uma boa revisão é também dada por Tytler et al. (2000), veja o link:

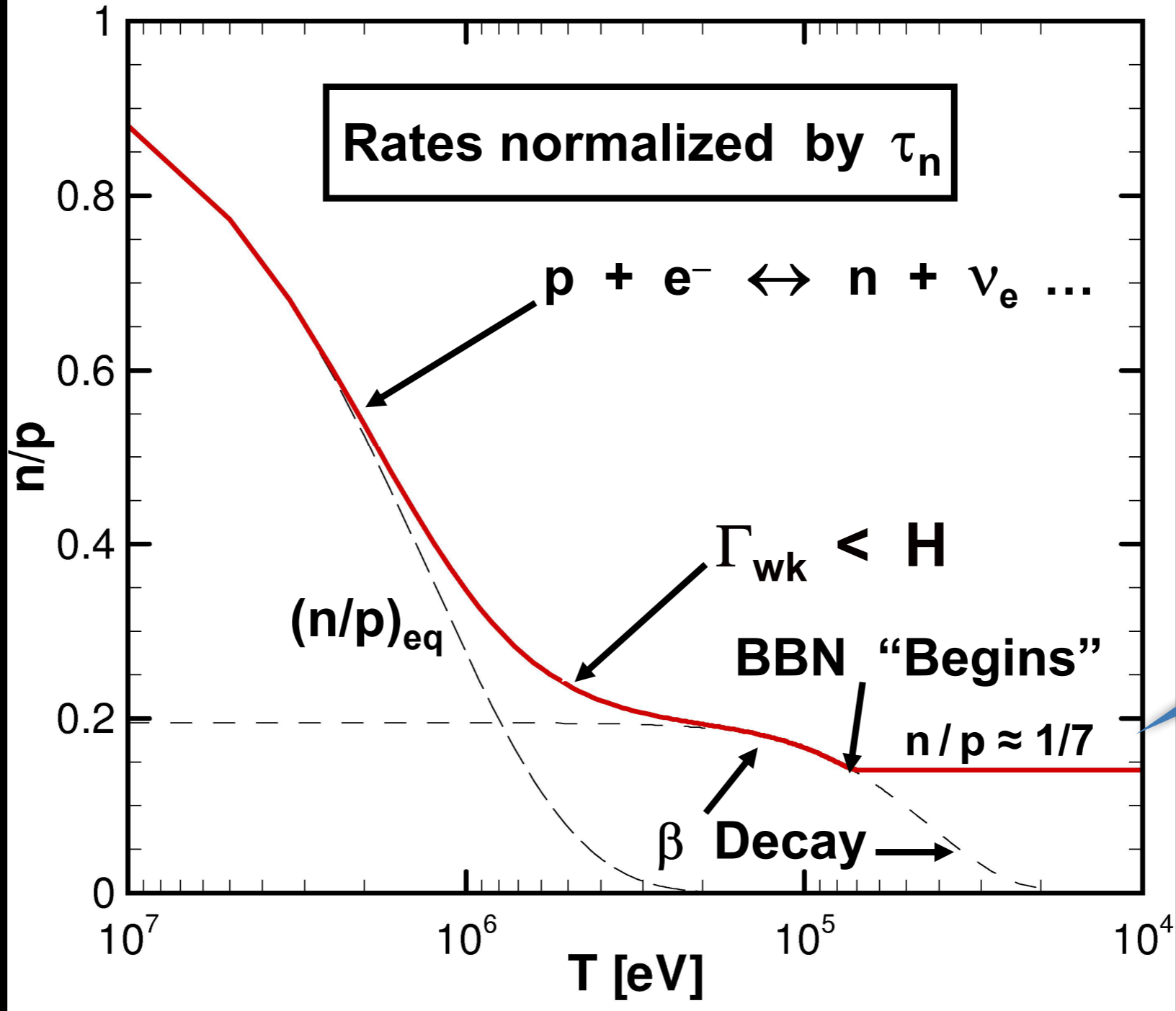
http://ned.ipac.caltech.edu/level5/Tytler2/Tytler_contents.html]



Introdução à Cosmologia Física

Uma história um pouco mais completa (notas de aula de G. Steigman, 2014)

Neutron Abundance vs. Temperature



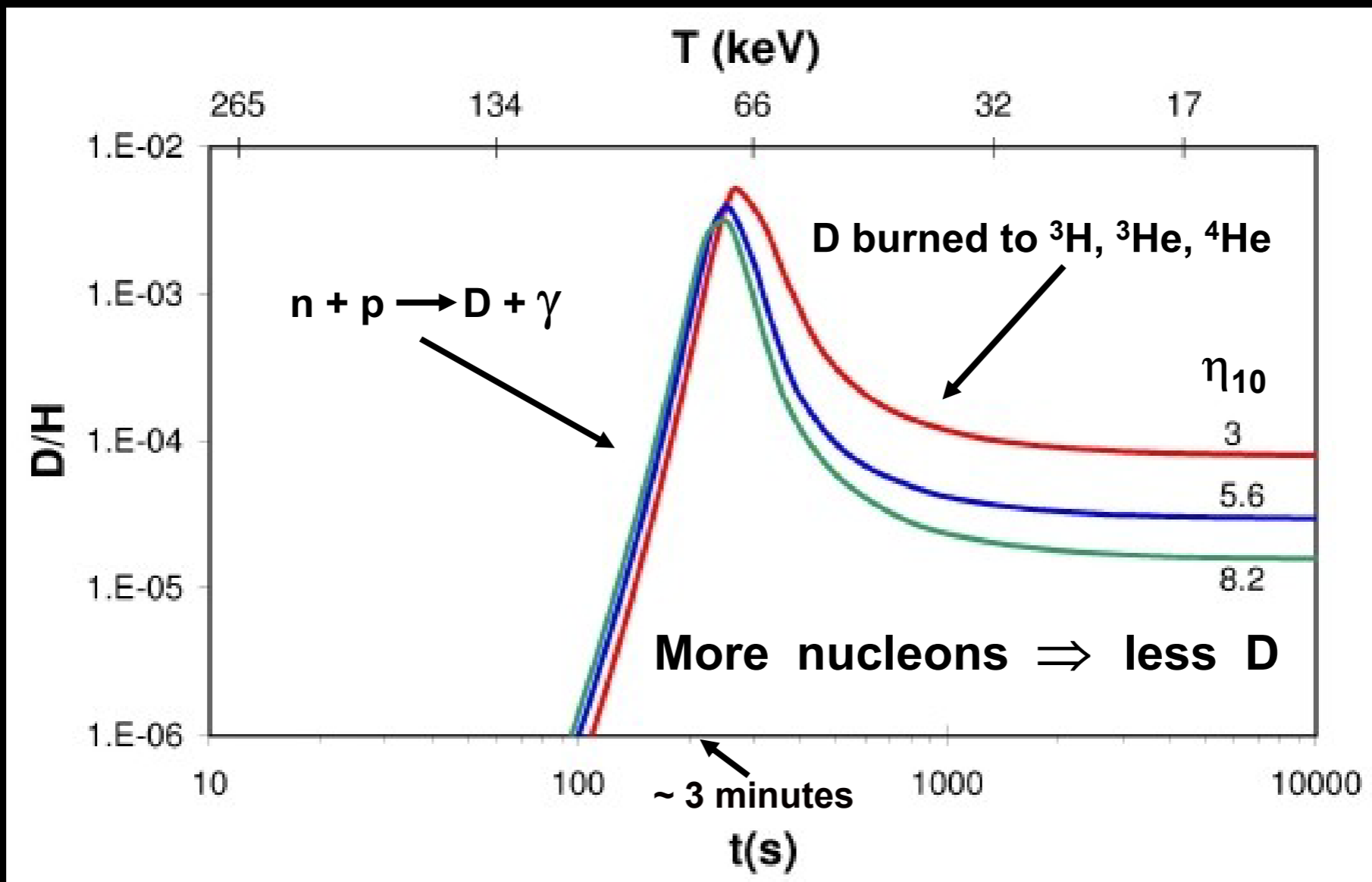
Aqui, n e p são as densidades em números de neutros e protons

n, p : densidades em números de neutros e protons

Introdução à Cosmologia Física

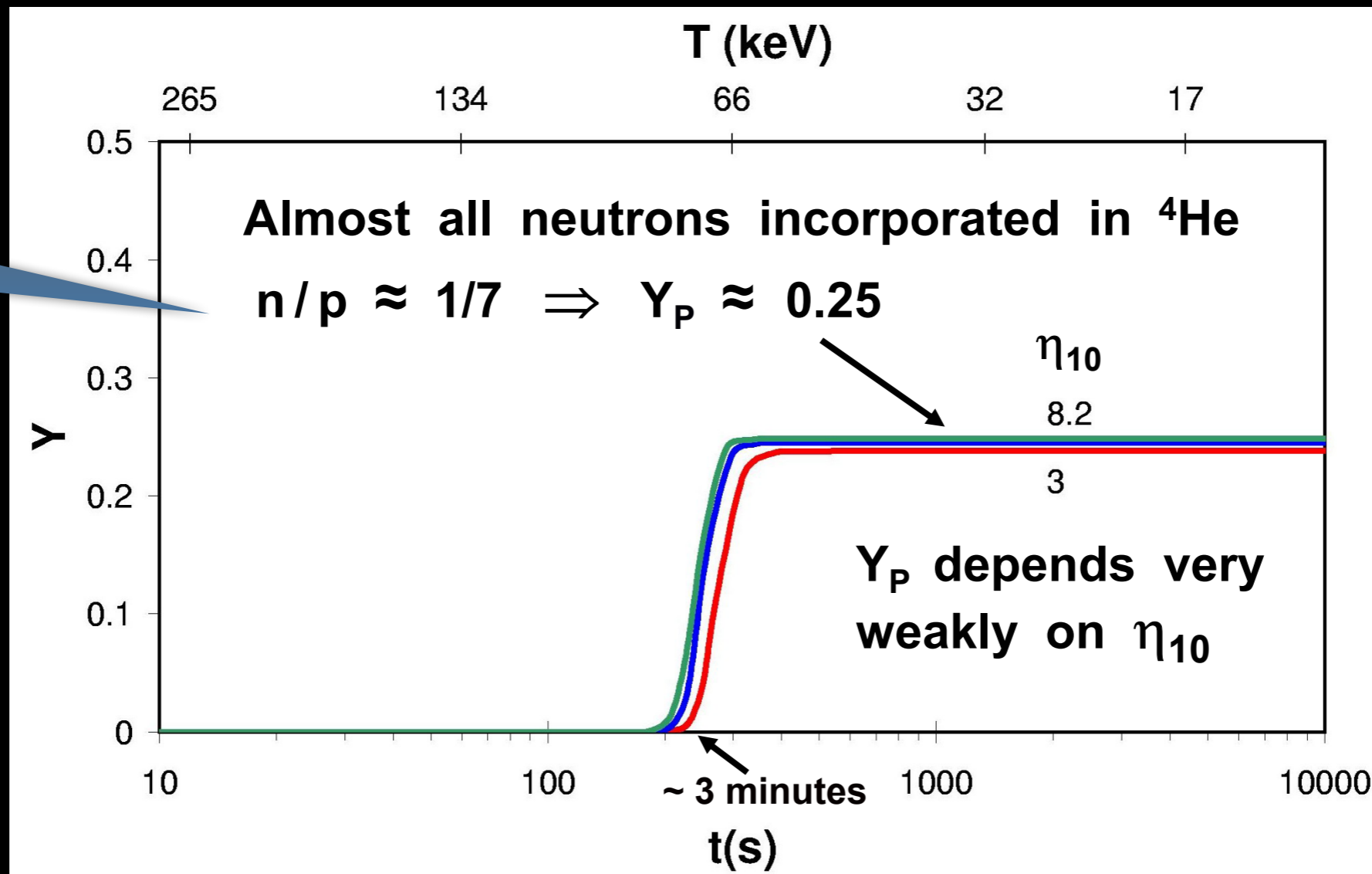
A quantidade de fótons também importa!

Evolução do deutério (D)



$$\eta_B = \frac{n_B}{n_\gamma}, \quad \eta_{10} = 10^{10} \eta_B \simeq 274 \Omega_B h^2$$

Evolução do He



Y_p = fração de massa bariônica *primordial* em ${}^4\text{He}$

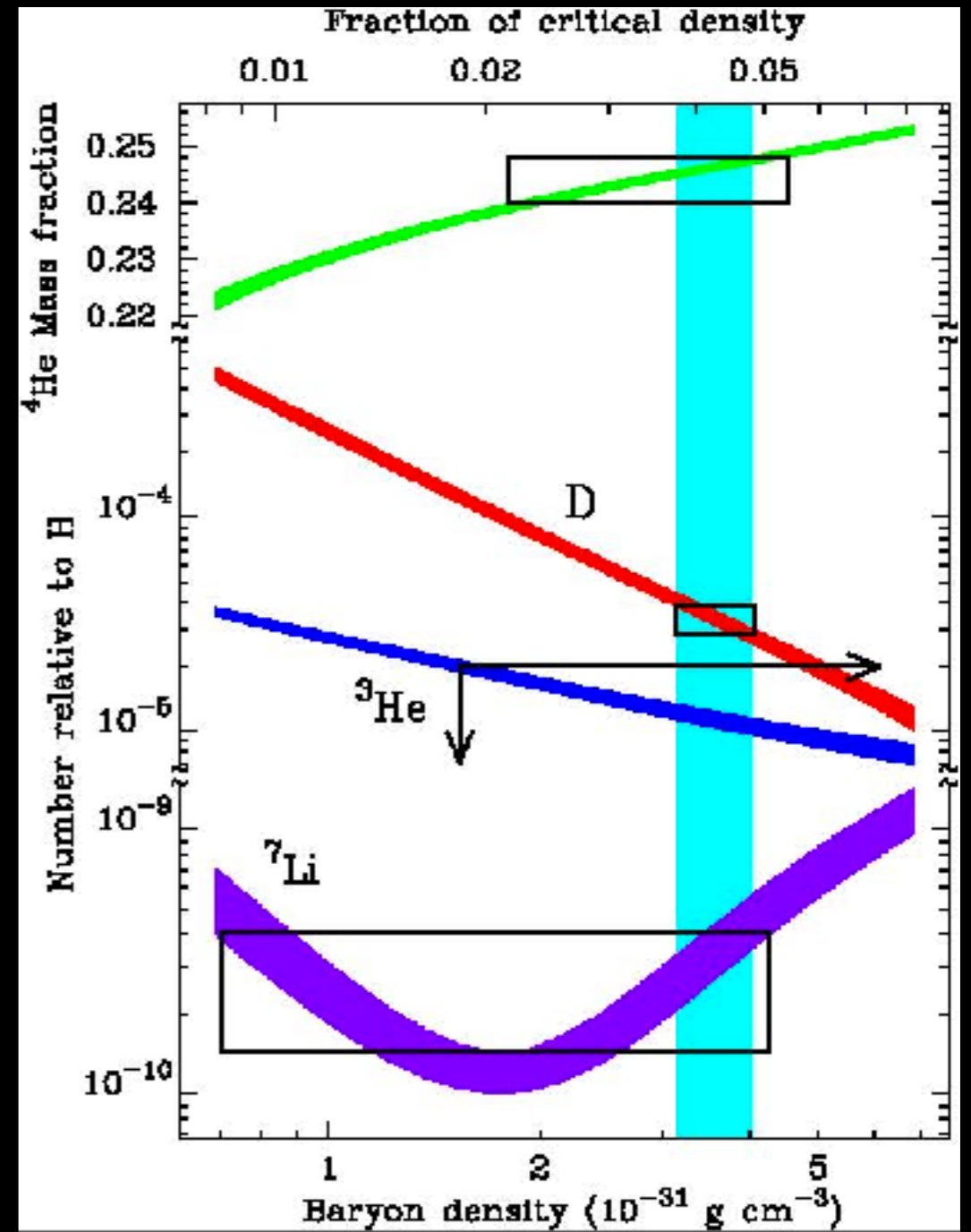
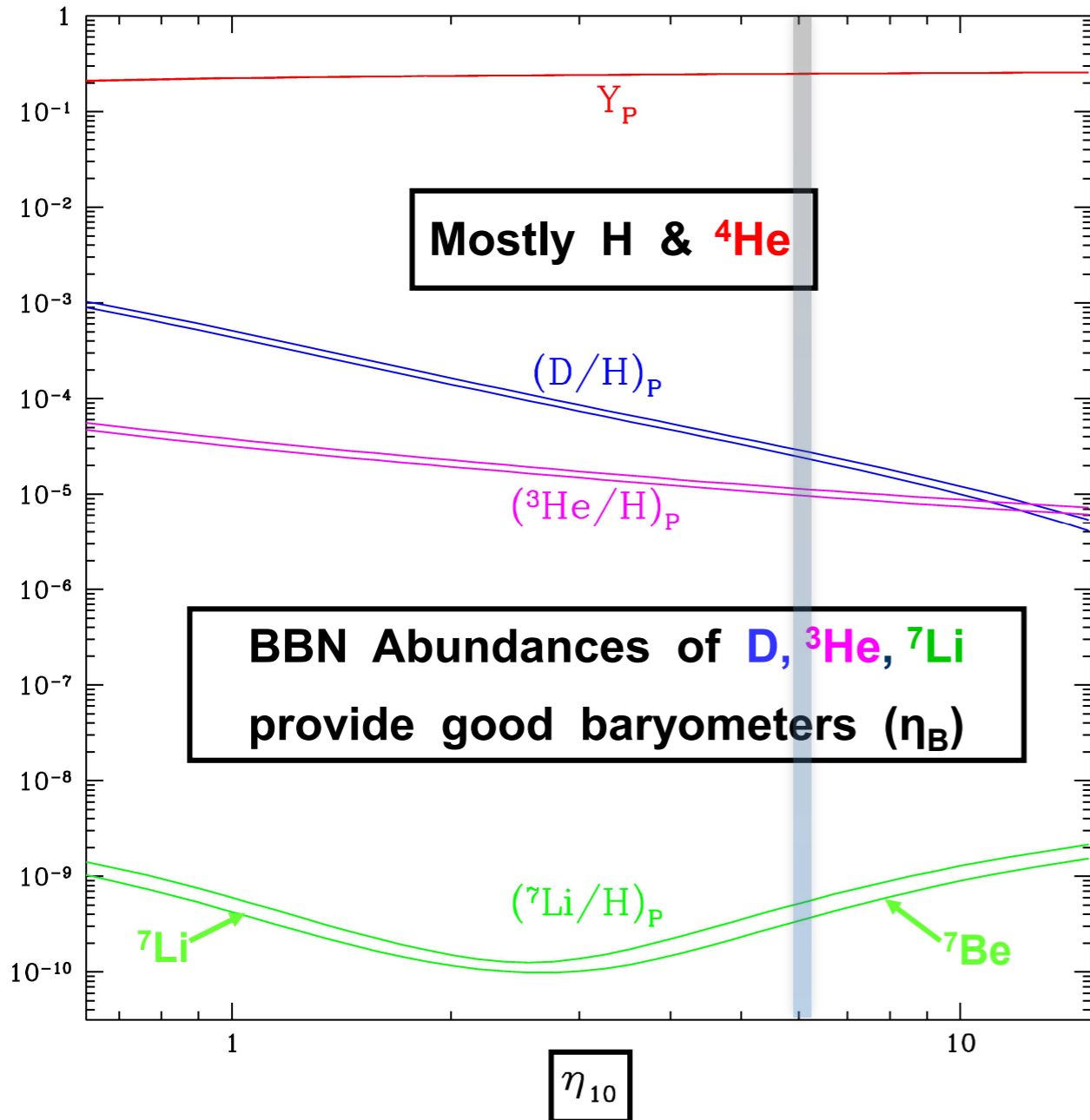
Se todos os n acabam dentro de núcleos de ${}^4\text{He}$:

$$Y_p = \frac{m({}^4\text{He})}{m(n+p)} \approx \frac{4m_N(n_{\text{He}} = n_n/2)}{m_N(n_n + n_p)} = \frac{2(n_n/n_p)}{1 + (n_n/n_p)} = \frac{2/7}{1 + 1/7} = \frac{1}{4}$$

Introdução à Cosmologia Física

Abundâncias previstas pela BBN padrão

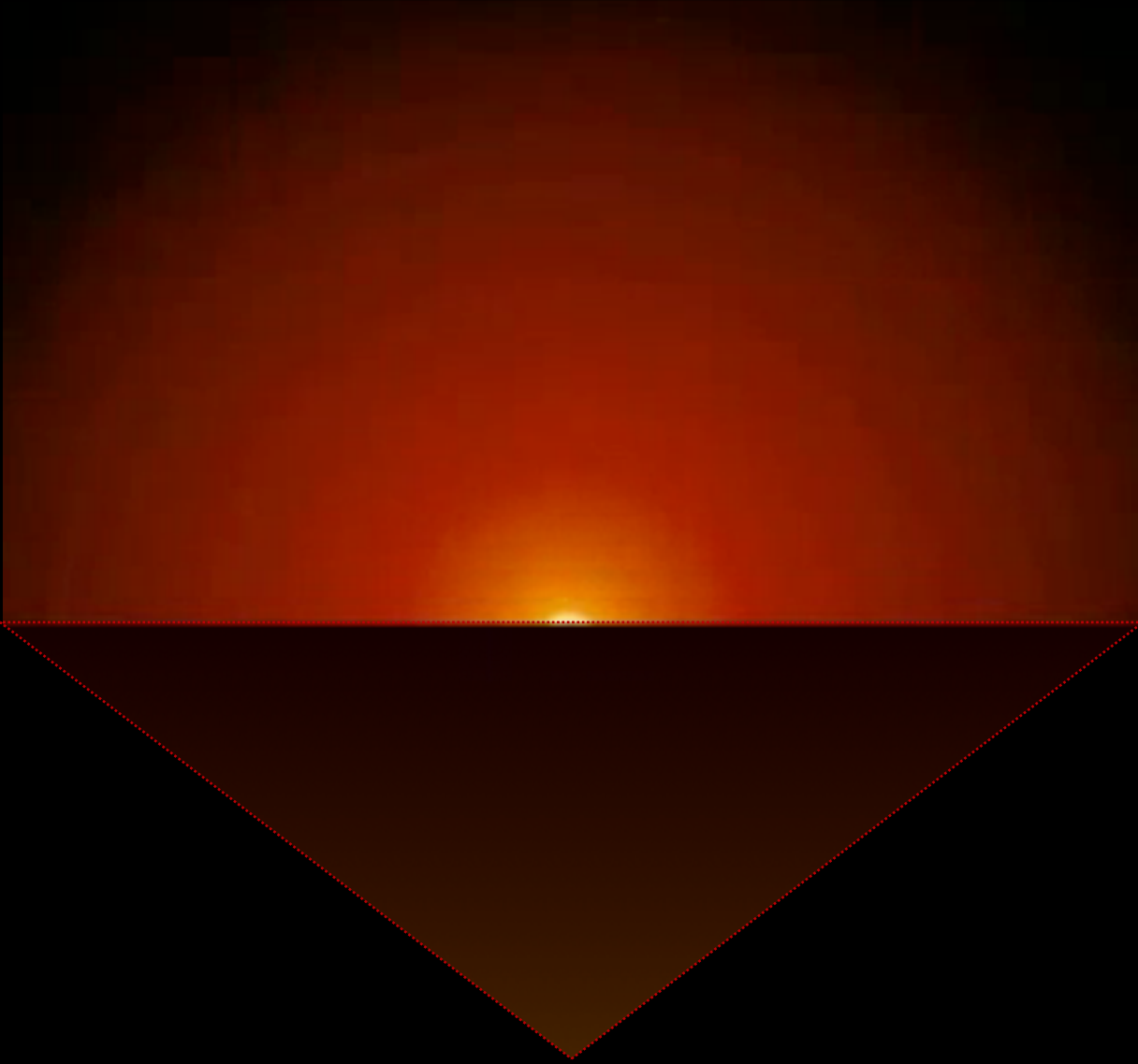
SBBN – Predicted Primordial Abundances



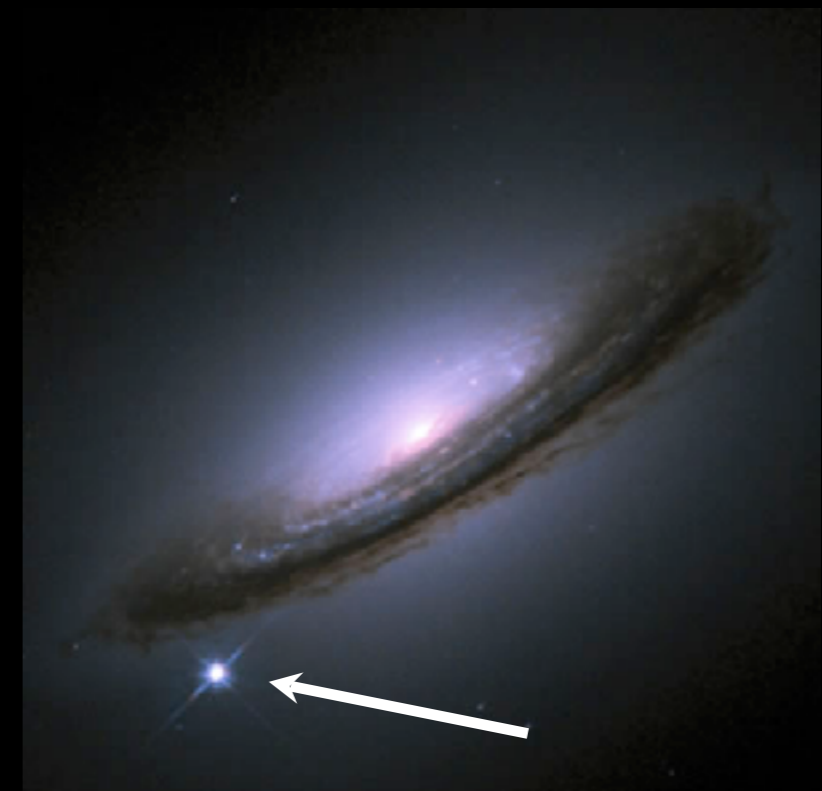
$$\Omega_B h^2 = 0.0221 \pm 0.0003 \quad \Rightarrow \quad \eta_{10} = 274 \Omega_B h^2 = 6.05 \pm 0.08$$

Introdução à Cosmologia Física

A maior parte dos outros elementos foram **gerados nas primeiras estrelas**, e depois **jogados no espaço** quando essas estrelas **explodiram**



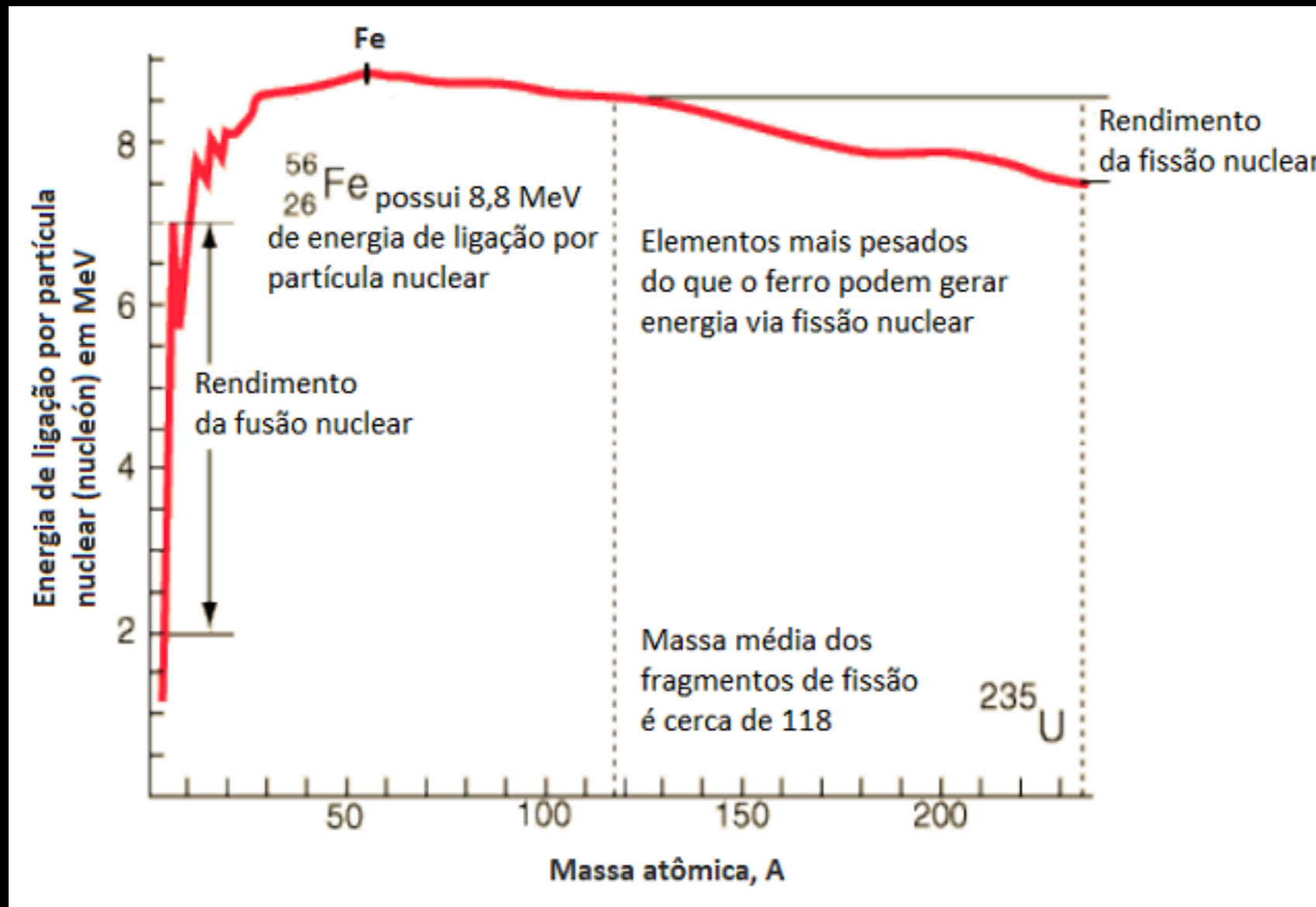
Explosão de
uma estrela
“supernova”



Introdução à Cosmologia Física

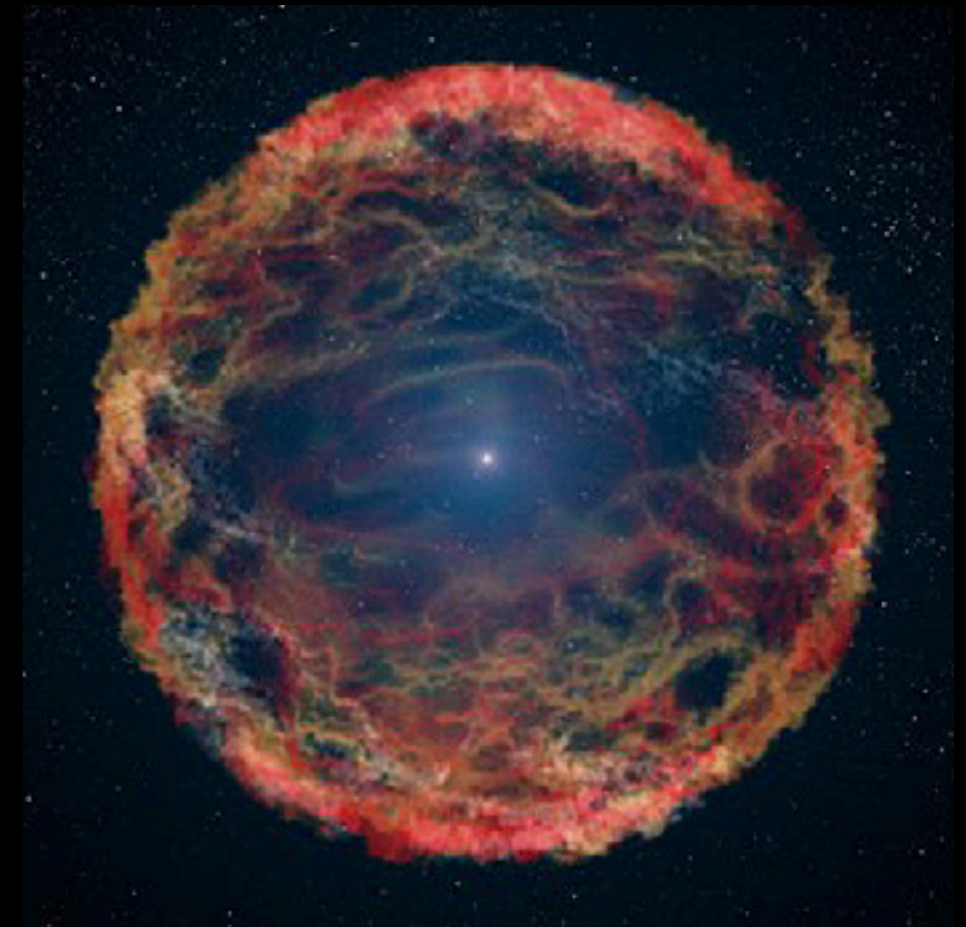
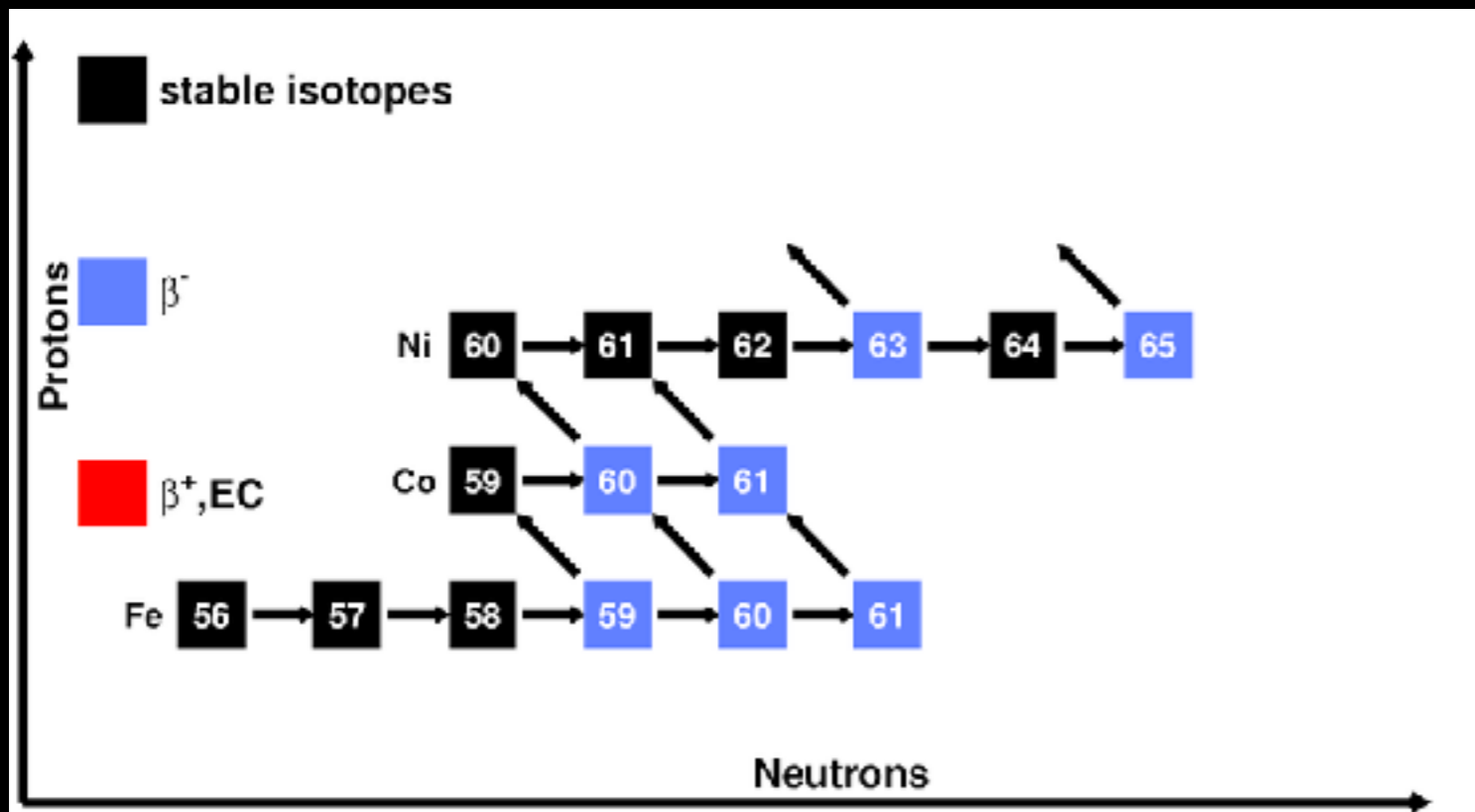
Na verdade a situação da origem dos elementos é ainda mais complicada!

Nas estrelas, que retiram energia através da fusão nuclear, os elementos se formam em processos nucleares exotérmicos — ou seja, aqueles nos quais há liberação de energia após a fusão de dois núcleos mais leves em um núcleo mais pesado.



Introdução à Cosmologia Física

Alguns elementos mais pesados que o Fe são gerados nas “bolas de fogo” das supernovas, em processos de “captura lenta de neutrons” (s-process):

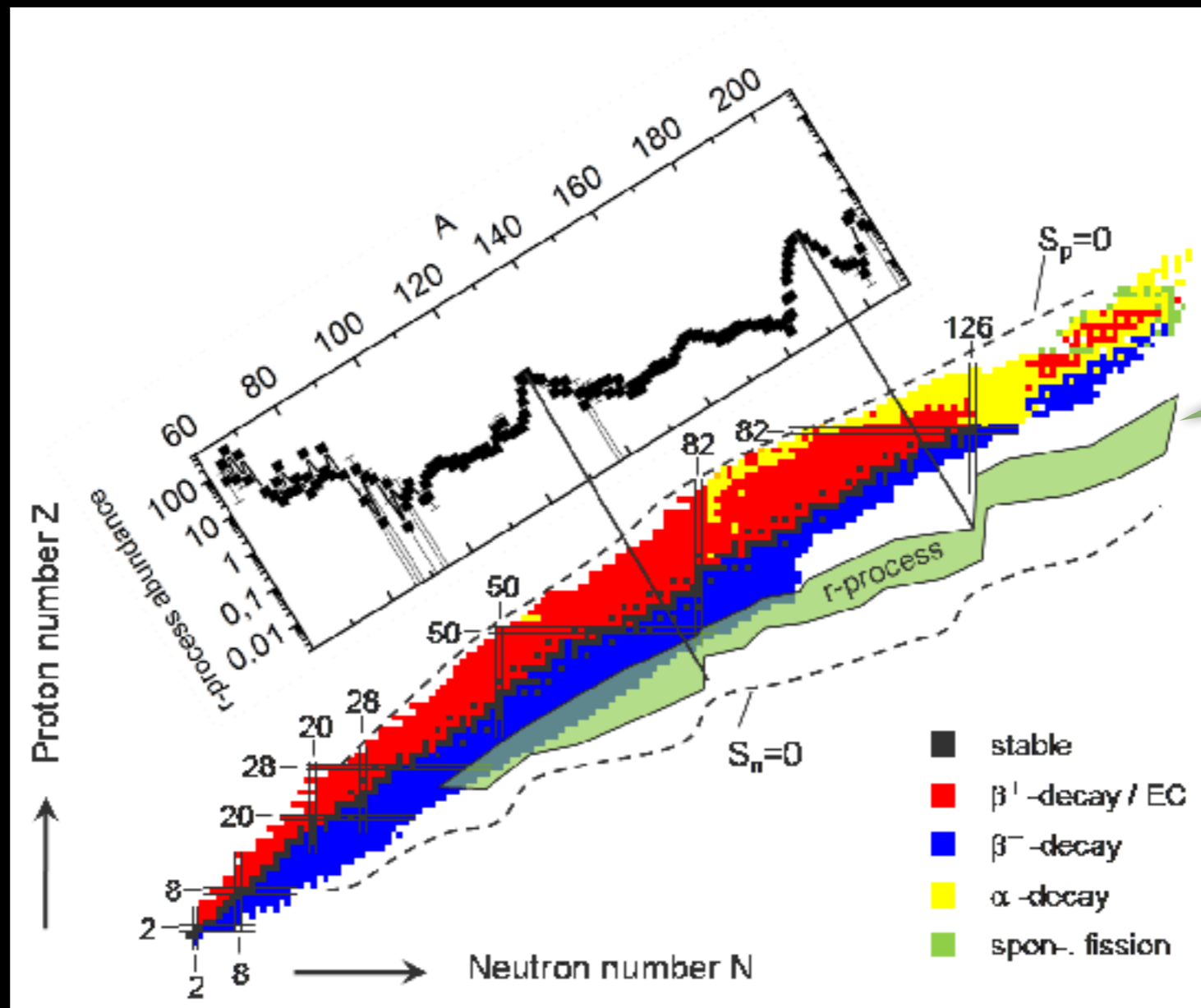


Introdução à Cosmologia Física

Porém, o “processos s” vão “lentamente” gerando elementos como Co, Ni, Cu, Zn, e quanto mais pesado, mais difícil é gerar um elemento.

Como precisamos do elemento A para gerar o elemento $A+1$, a produção dos elementos ultra-pesados (Au, Pb, etc.) fica muito baixa — abaixo do observado!

Para esses elementos, precisamos dos processos “rápidos”, r-process:



Como???

Introdução à Cosmologia Física

Qual o “palco” onde estariam acontecendo esses **processos r** ?...

Fusão de estrelas de nêutrons!

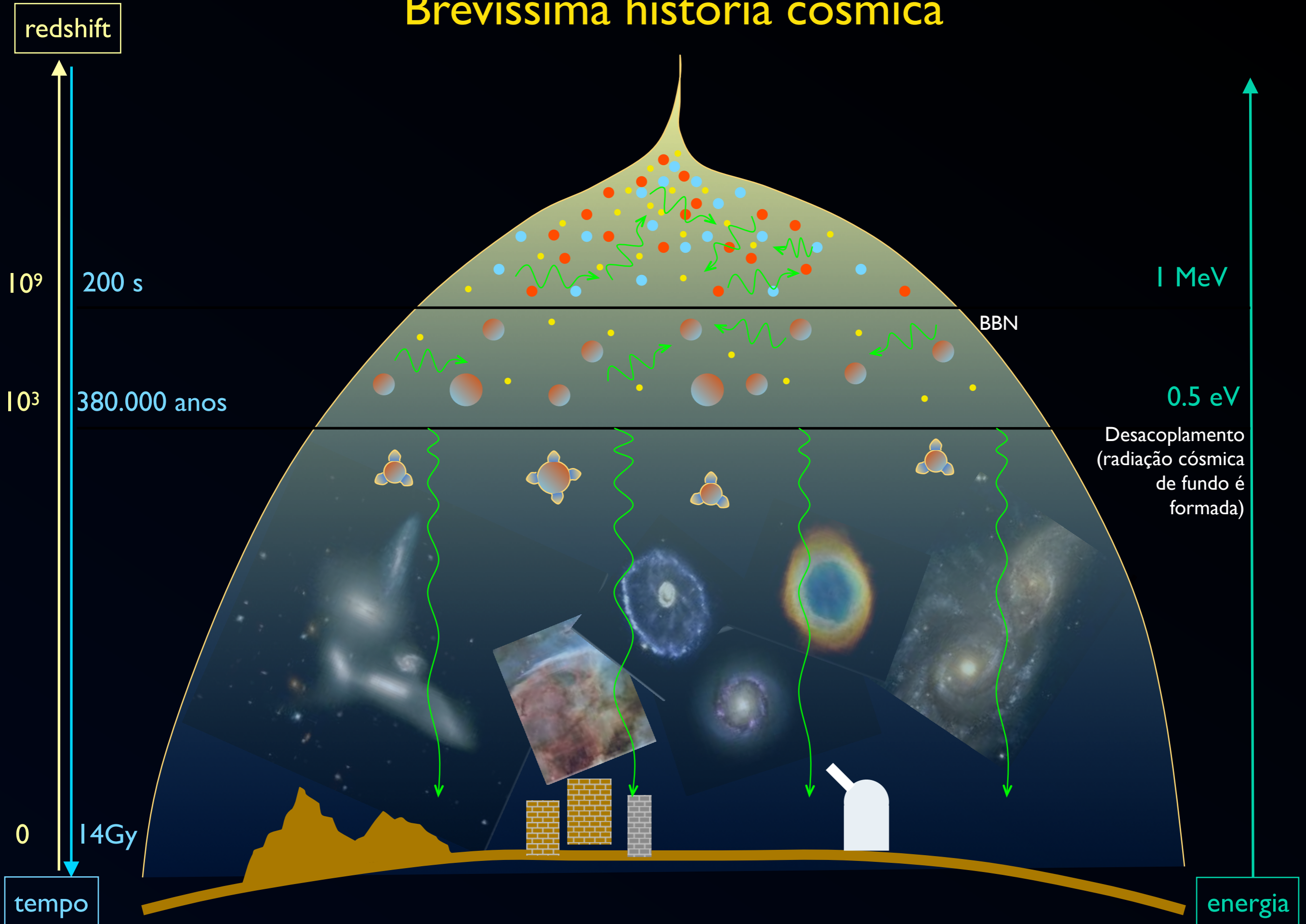


A Radiação Cósmica de Fundo

- * Revisão sobre o "desacoplamento" da radiação c/ matéria ("recombinação")
- * RCF como "fotografia" das condições iniciais do universo
- * Física da radiação e matéria durante o desacoplamento

→ Ryder, Cap. 10

Brevíssima história cósmica



Recombinação: Eq. de Saha

Considere dois estados A (p. ex., estado ionizado) e B (p. ex., estado fundamental), com graus de liberdade g_A e g_B , e energias E_A e E_B . Se esses estados estiverem em "equilíbrio termodinâmico local", o número de partículas nesses estados é proporcional ao fator de Boltzmann:

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{g_A}{g_B} e^{-(E_A - E_B)/k_B T}$$

Num gás, ao passar do nível fundamental (neutro) a um nível ionizado, o elétron é liberado, e portanto os níveis desse elétron (que após a ionização fica livre, no "contínuo") também têm que ser levados em conta.

Como vimos anteriormente, os elétrons têm densidade por unidade de volume de espaço de fase de

$$\frac{dN_e}{\frac{d^3x d^3p}{(2\pi)^3 \hbar^3}} = 2 \frac{1}{e^{E/k_B T} + 1} \simeq 2 e^{-E/k_B T}$$

$$dn_e = \frac{dN_e}{d^3x} \simeq 2 e^{-E/k_B T} \times \frac{4\pi p^2 dp}{h^3}$$

Recombinação: Eq. de Saha

Lembre-se que o número de estados do estado final é igual ao produto do número de estados de cada partícula do estado final, portanto:

$$\frac{n_p}{n_H} \times dn_e = \frac{g_p}{g_H} e^{-(m_p - m_H)/k_B T} \times g_e e^{-E_e/k_B T} \frac{4\pi p^2 dp}{h^3}$$

No regime não-relativístico temos que $E_e \simeq m_e + \frac{p^2}{2m}$

$$\Rightarrow \frac{n_p}{n_H} n_e = \frac{g_p g_e}{g_H} \frac{4\pi}{h^3} e^{-(m_p + m_e - m_H)/k_B T} \int dp p^2 e^{-p^2/2m_e k_B T}$$

Fazendo $x = p^2/2m_e k_B T$ temos:

$$\frac{n_p}{n_H} n_e = \frac{g_p g_e}{g_H} \frac{4\pi}{h^3} e^{-B/k_B T} \times (2m_e k_B T)^{3/2} \times \frac{1}{2} \int_0^\infty \pi^{1/2} x^{1/2} e^{-x} dx$$

Recombinação: Eq. de Saha

Finalmente, podemos re-escrever:

$$\frac{n_p n_e}{n_H} = \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-B/k_B T}$$

Como evidentemente o universo é neutro, temos $n_p = n_e$, e portanto a fração ionizada é dada por:

$$X_e = \frac{n_e}{n_p + n_H} = \frac{n_e}{n_e + n_H} \quad \Leftrightarrow \quad n_H = \frac{n_e}{X_e} (1 - X_e)$$

$$\Rightarrow \frac{n_p n_e}{n_H} = \frac{X_e^2 (n_p + n_H)}{1 - X_e} = \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-B/k_B T}$$

Recombinação: Eq. de Saha

Lembrando que $n_p + n_H = n_b$, a equação que governa a fração ionizada é:

$$\frac{X_e^2}{1 - X_e} = \frac{1}{n_b} \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-B/k_B T}$$

Como $n_b = 1.6 (1+z)^3 \text{ m}^{-3}$, $T = 2.73 (1+z) \text{ K}$, $B = 13.6 \text{ eV}$, $k_B = 8.6 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$,
e $\hbar = 6.58 \times 10^{-16} \text{ eV s}$, temos:

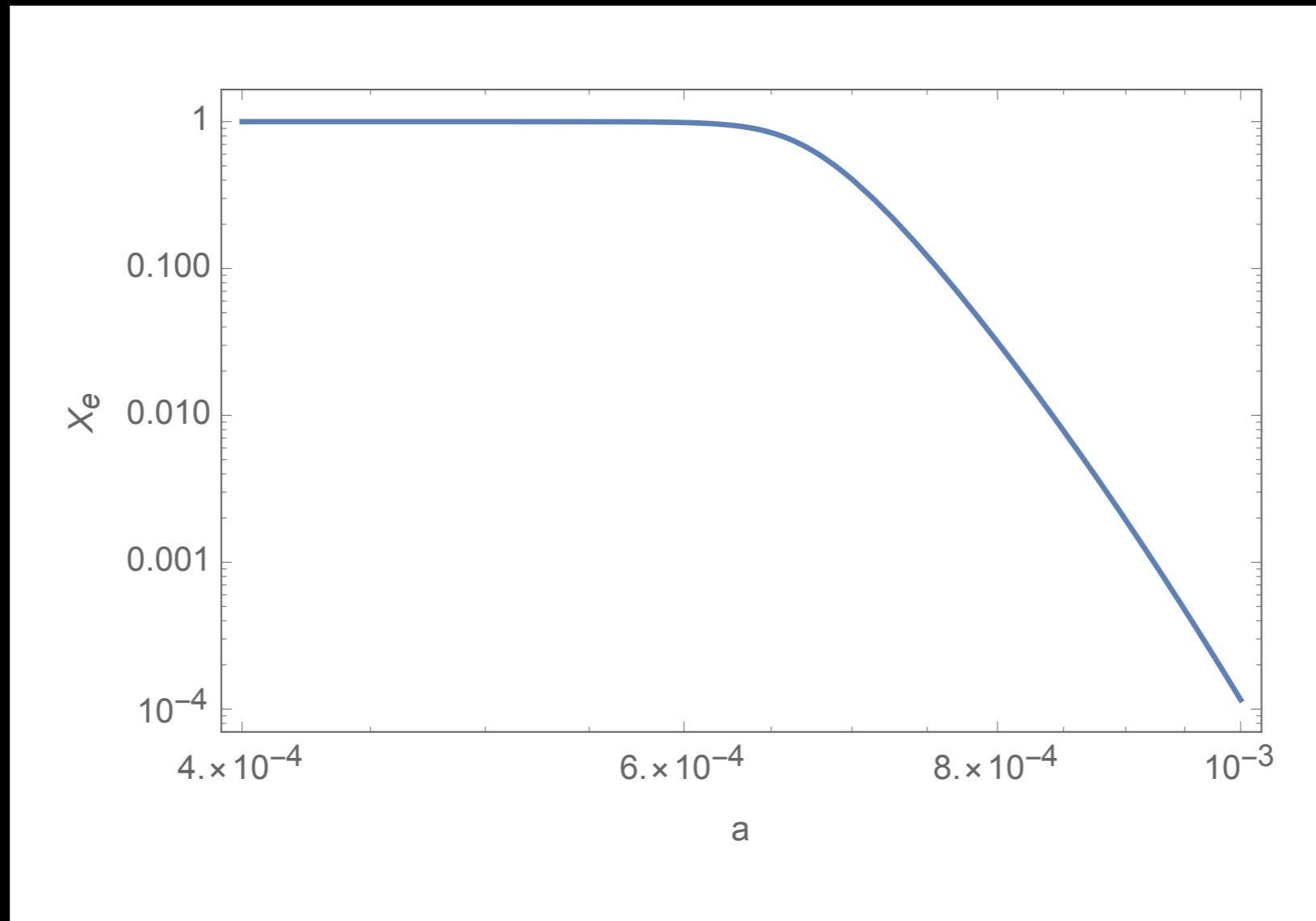
$$\frac{X_e^2}{1 - X_e} = 6.1 \times 10^{21} (1+z)^{-3/2} y(z) - 5.8 \times 10^5 (1+z)^{-3}$$

Chamando o lado direito de y , podemos resolver para a fração ionizada como:

$$X_e(z) = \frac{y(z)}{2} \left(\sqrt{\frac{4}{y(z)} + 1} - 1 \right)$$

Introdução à Cosmologia Física

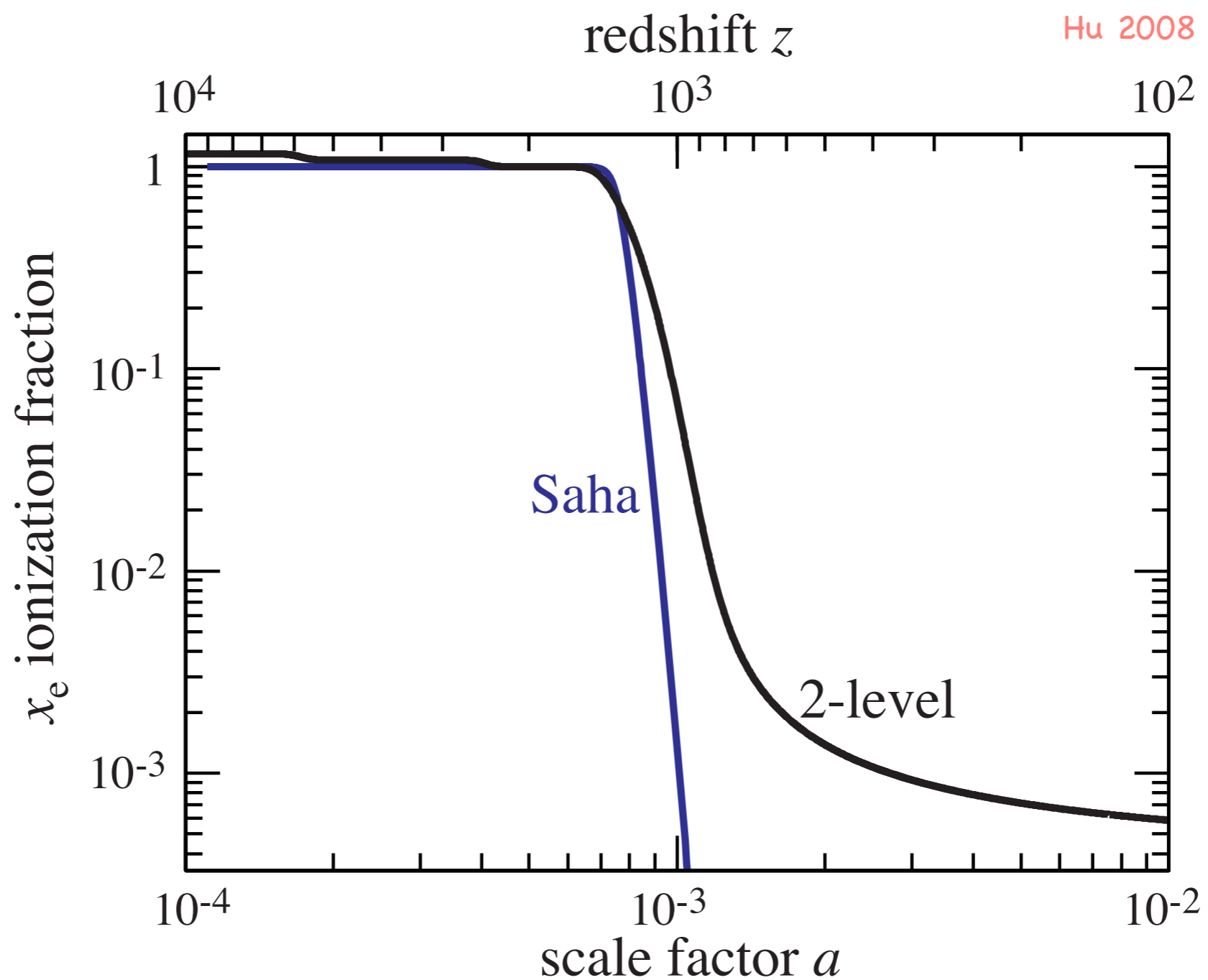
Portanto, segundo a Eq. de Saha temos a fração ionizada, em termos do fator de escala $a=1/(1+z)$:



Introdução à Cosmologia Física

Corrigindo $p/{}^4\text{He}$: $n_e = (1 - Y)X_e n_b = x_e \times 1.12 \times 10^{-5} \Omega_b h^2 (1 + z)^3 \text{cm}^{-3}$

e fazendo a recombinação segundo a Eq. de Boltzmann colisional, obtemos:



Introdução à Cosmologia Física

E como esses e^- livres afetam os fótons da RCF durante e depois da recombinação?

A seção de choque relevante é a do espalhamento Thomson/Compton:

$$\sigma_T = \frac{8\pi\alpha^2}{3m_e^2} = 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

O caminho livre médio ("mean free path") é dado por:

$$\lambda_{phys}^{mfp} = \frac{1}{n_e \sigma_T} = \frac{1}{X_e n_b \sigma_T} \Rightarrow \lambda_c^{mfp} = \frac{1}{X_e n_b \sigma_T a}$$

A probabilidade normalizada de que um fóton será espalhado por um e^- livre, entre os instantes t_s e $t_s + dt_s$, e nunca mais depois desse instante, é :

$$dP = \frac{dt_s}{\lambda(t_s)} \left(1 - \frac{dt_1}{\lambda(t_1)}\right) \left(1 - \frac{dt_2}{\lambda(t_2)}\right) \dots \left(1 - \frac{dt_N}{\lambda(t_N)}\right)$$

$$N \rightarrow \infty \downarrow$$

$$\Rightarrow dP = \mu'(\eta_s) d\eta_s \times e^{-\mu(\eta_s)}, \quad \mu(\eta) \equiv \int_{\eta}^{\eta_f} d\eta' X_e(\eta') n_b(\eta') \sigma_T$$

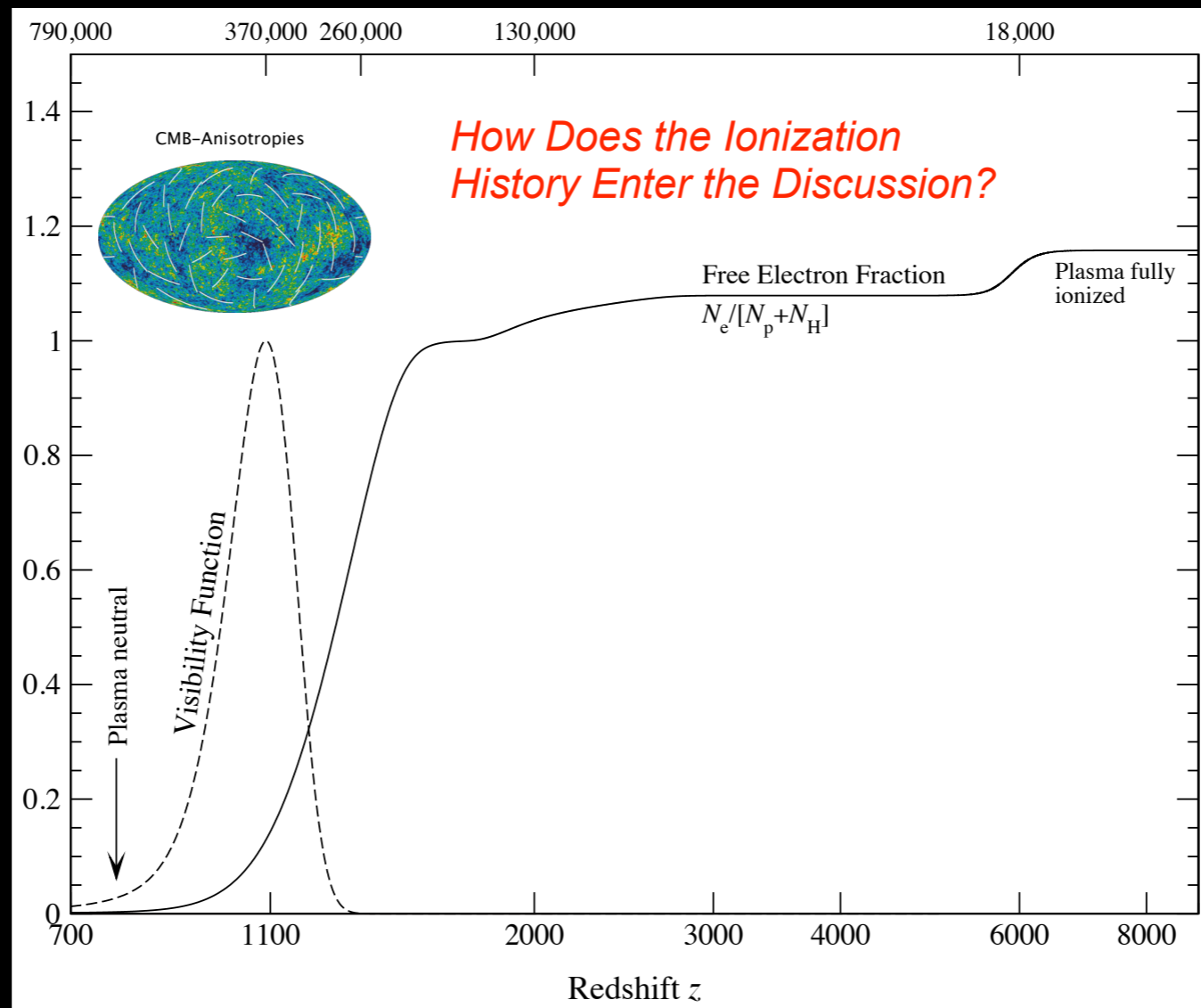
$$P = \int_0^{\infty} d\mu e^{-\mu} = 1$$

Profundidade óptica p/
espalh. Thomson

Introdução à Cosmologia Física

Essa probabilidade por unidade de comprimento de que um fóton será espalhado em um instante t , mas não depois, é chamada função de visibilidade:

$$g(\eta) = \mu'(\eta)e^{-\mu(\eta)} = \sigma_T X_e(\eta)n_b(\eta)a(\eta) \times \exp \left[\int_0^\eta d\eta' \sigma_T X_e(\eta')n_b(\eta')a(\eta') \right]$$

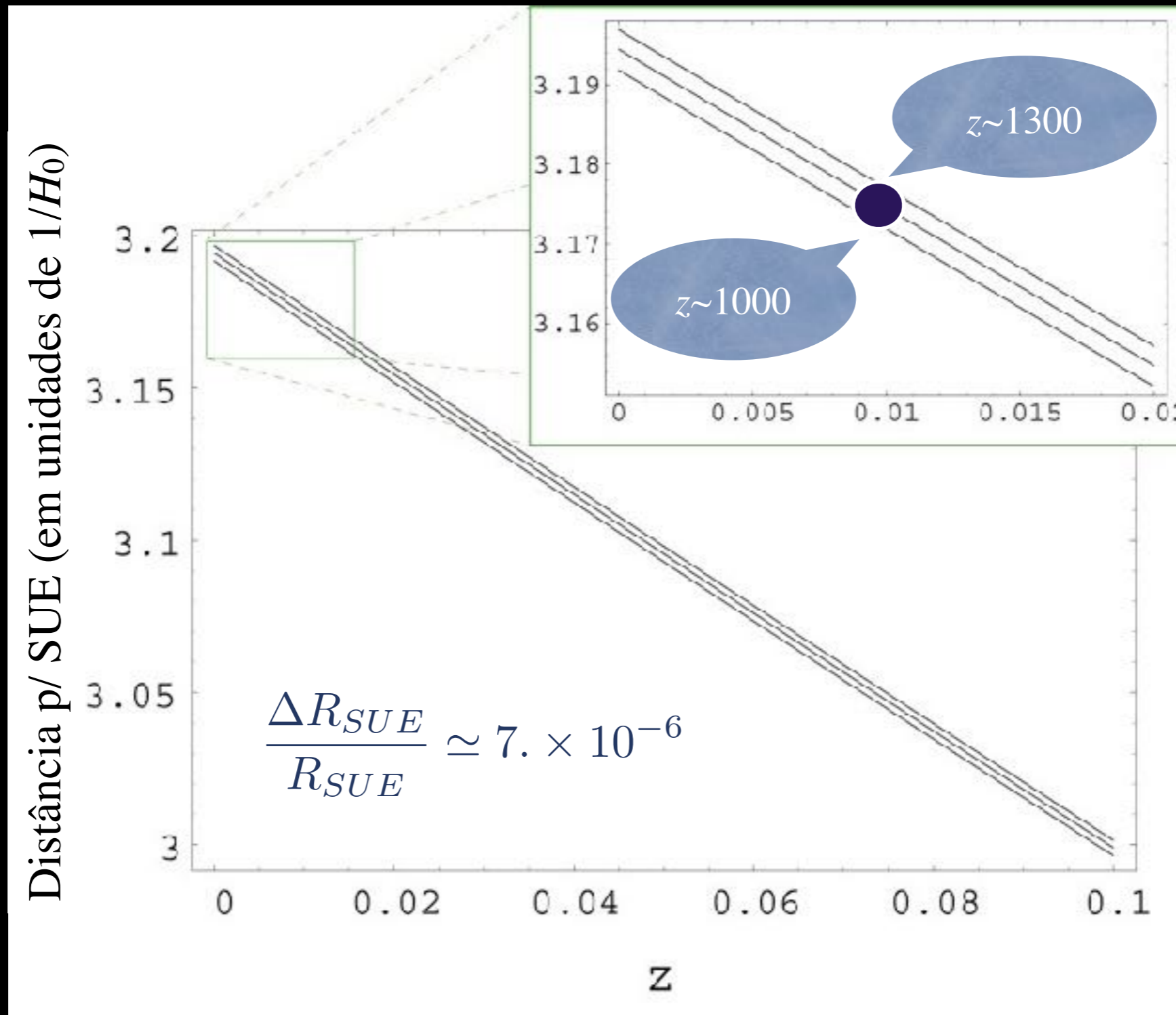


Máxima probabilidade:

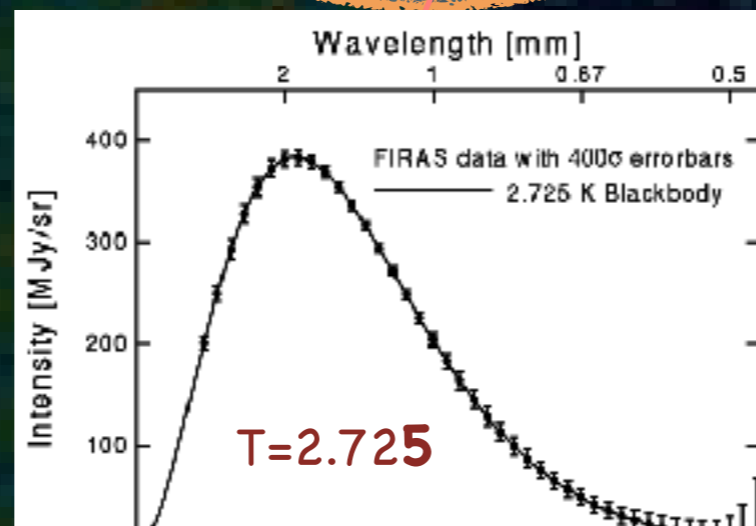
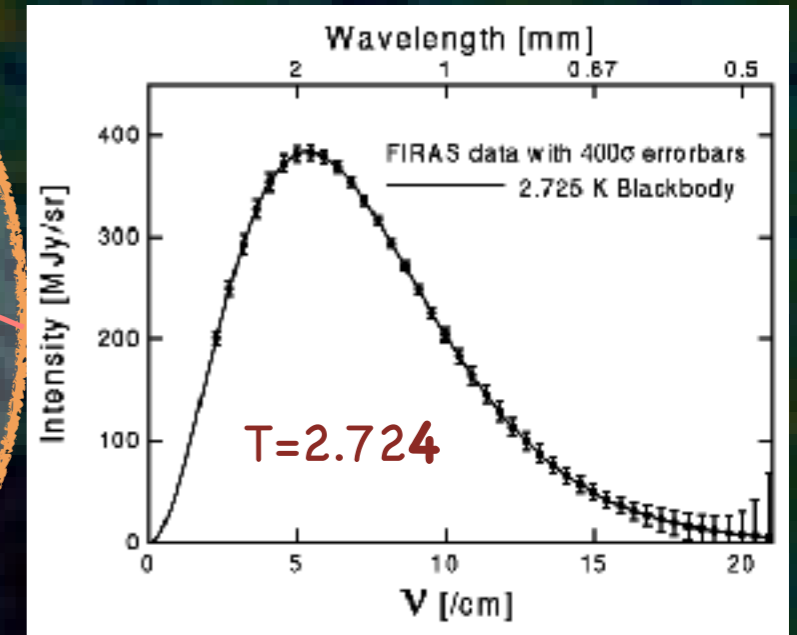
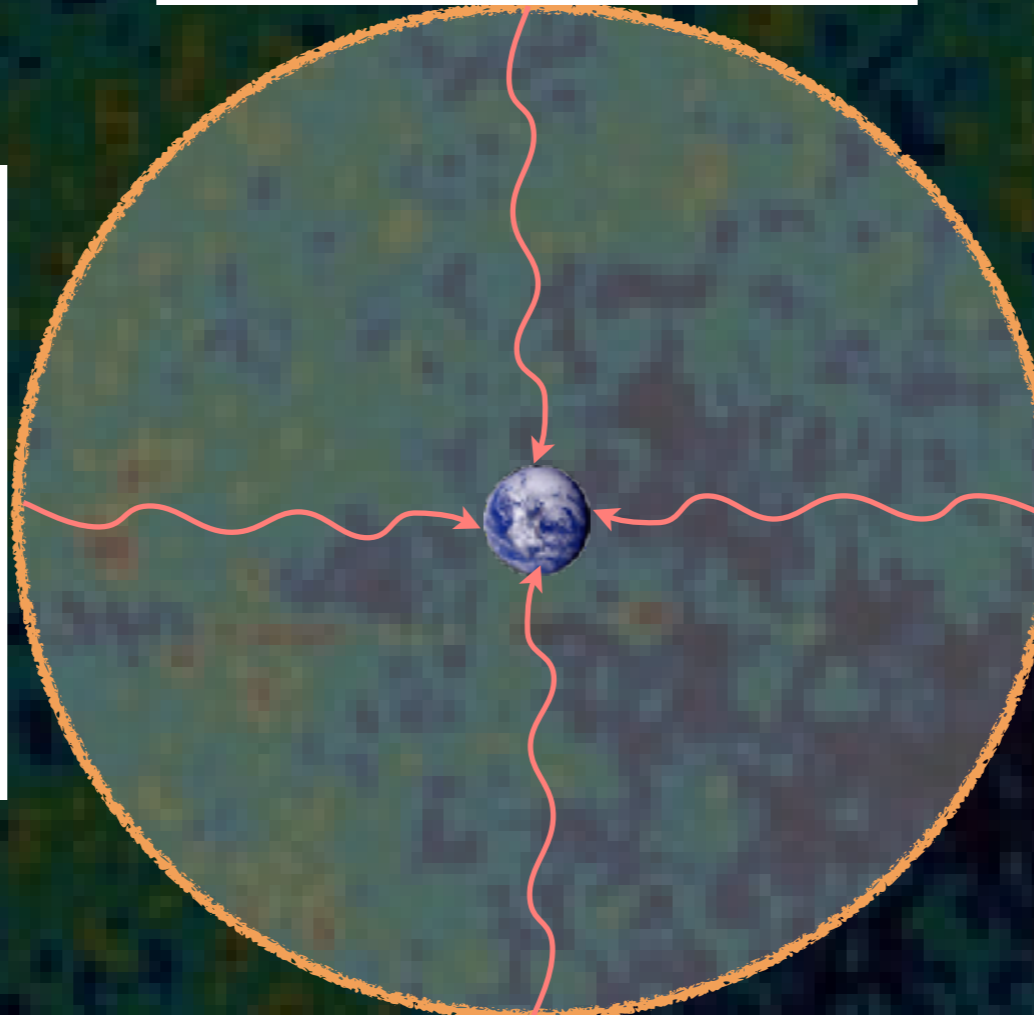
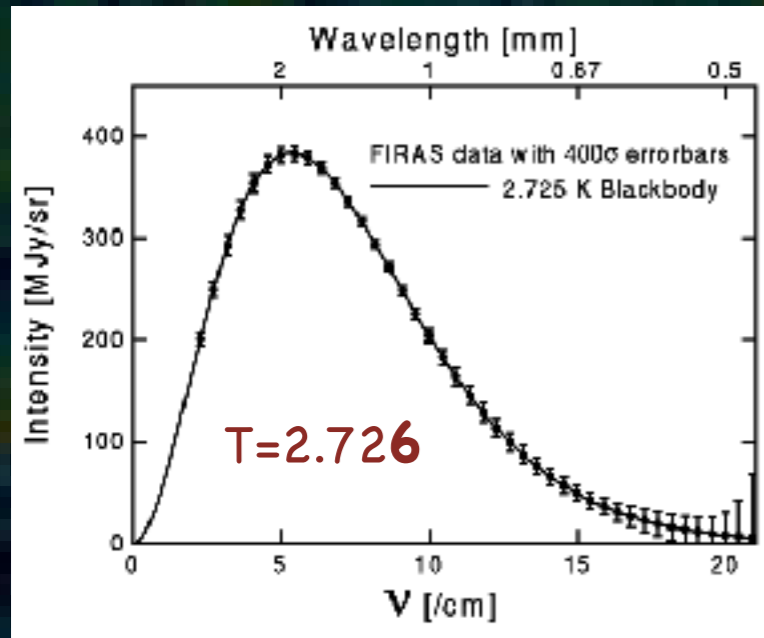
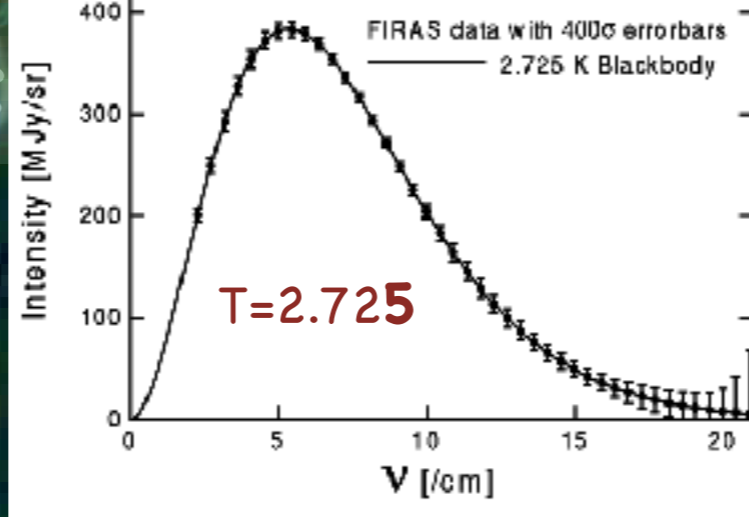
$$z_* \approx 1089 \left(\frac{\Omega_m h^2}{0.14} \right)^{0.0105} \left(\frac{\Omega_b h^2}{0.024} \right)^{-0.028}$$

Introdução à Cosmologia Física

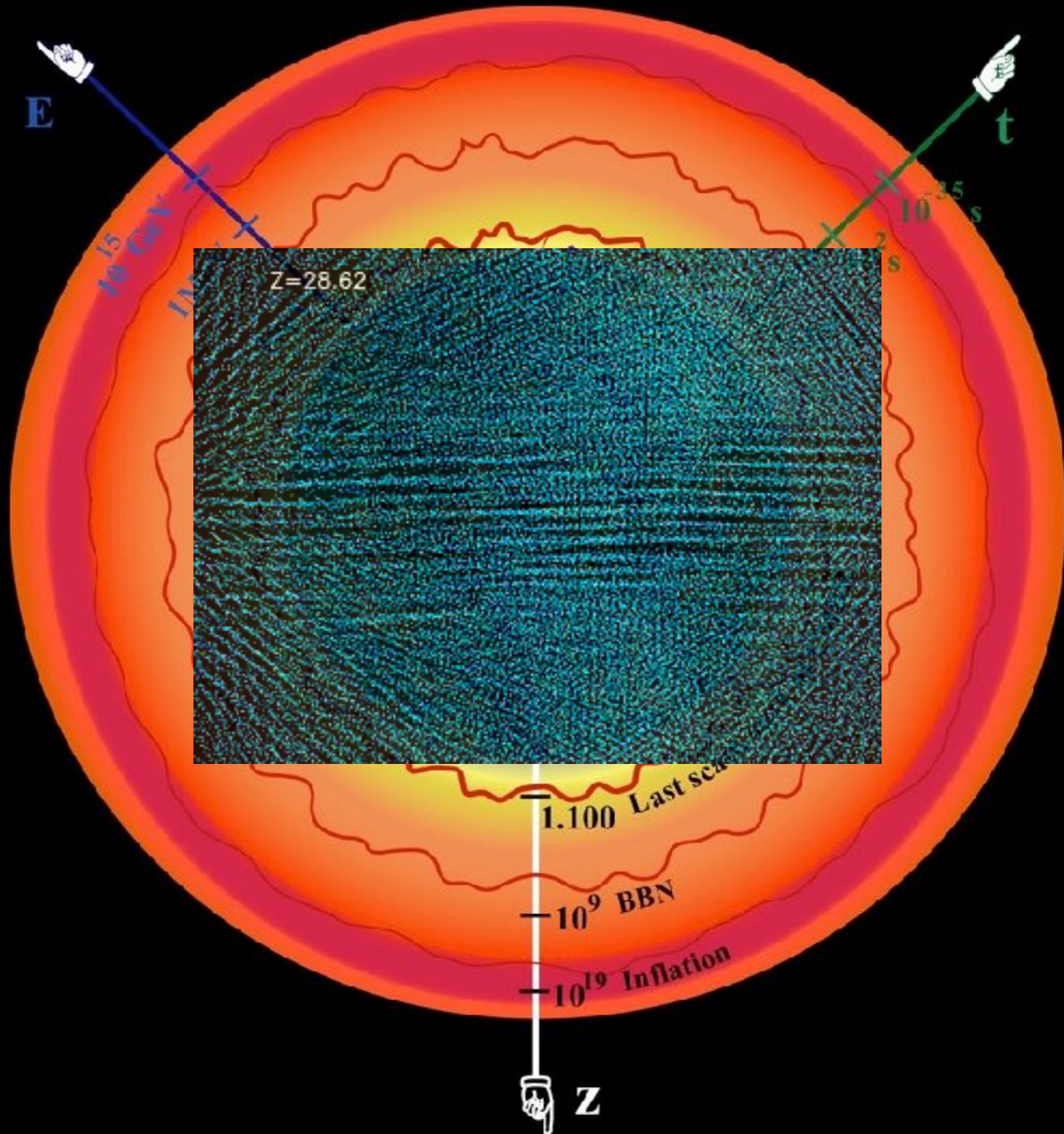
Espessura da Superfície de Último Espalhamento (SUE) observada hoje:



- A RCF realmente nos dá uma foto de uma época muito bem determinada, uma casca esférica muito fina, de raio R_{SUE} !



Uma visão causal do nosso universo



Simulação Illustris



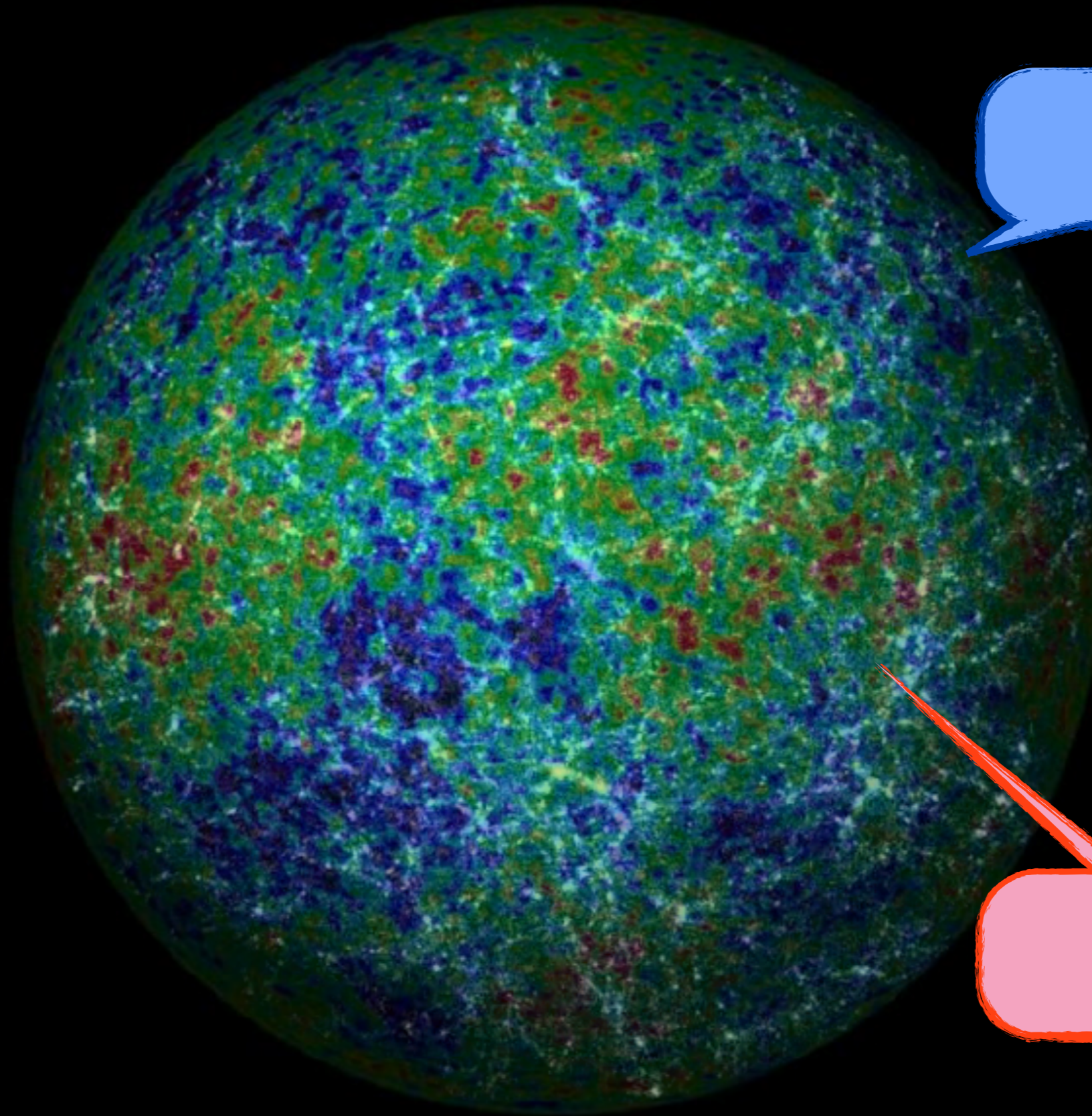
Time since the Big Bang: 10.8 billion years

ILLUSTRIS

Time since the Big Bang: 10.8 billion years

ILLUSTRIS

Radiação de fundo: condições iniciais para a rede de estruturas do universo

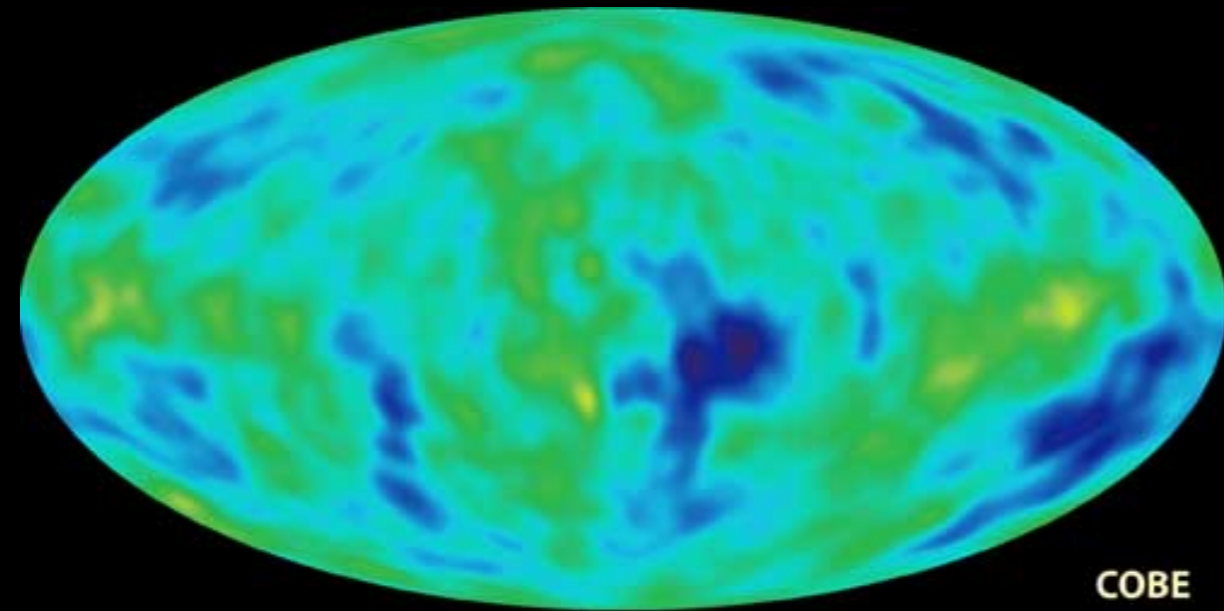


$T \sim 2.7292$ K

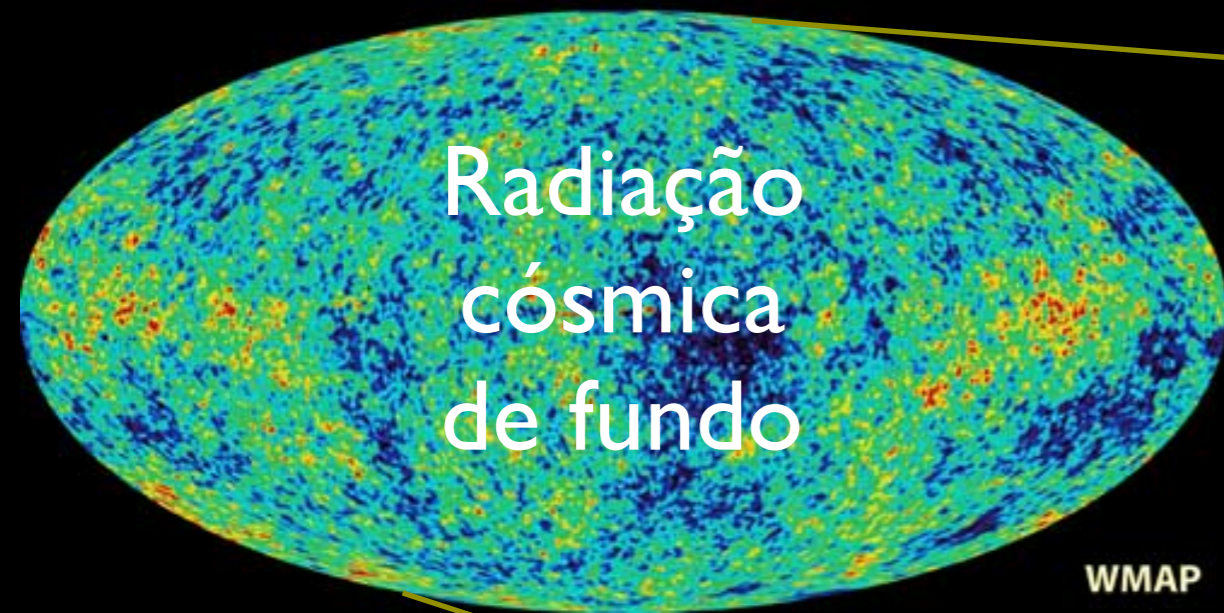
$\Delta T/T \sim 10^{-5}$

$T \sim 2.7298$ K

Introdução à Cosmologia Física

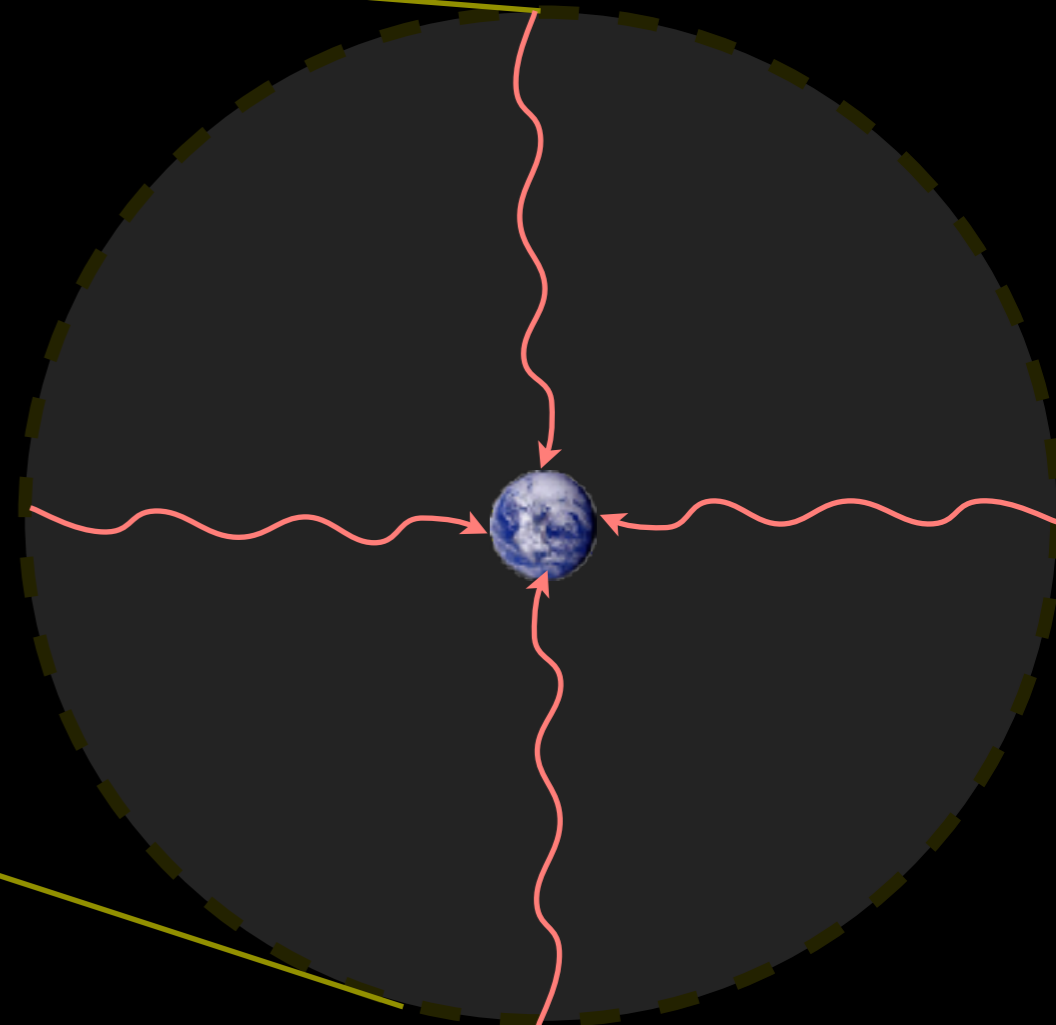


COBE

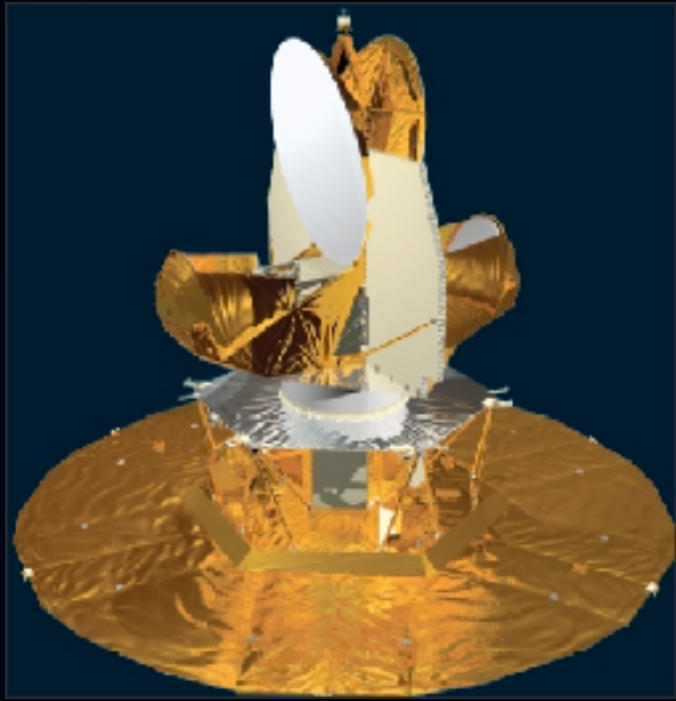


Radiação
cósmica
de fundo

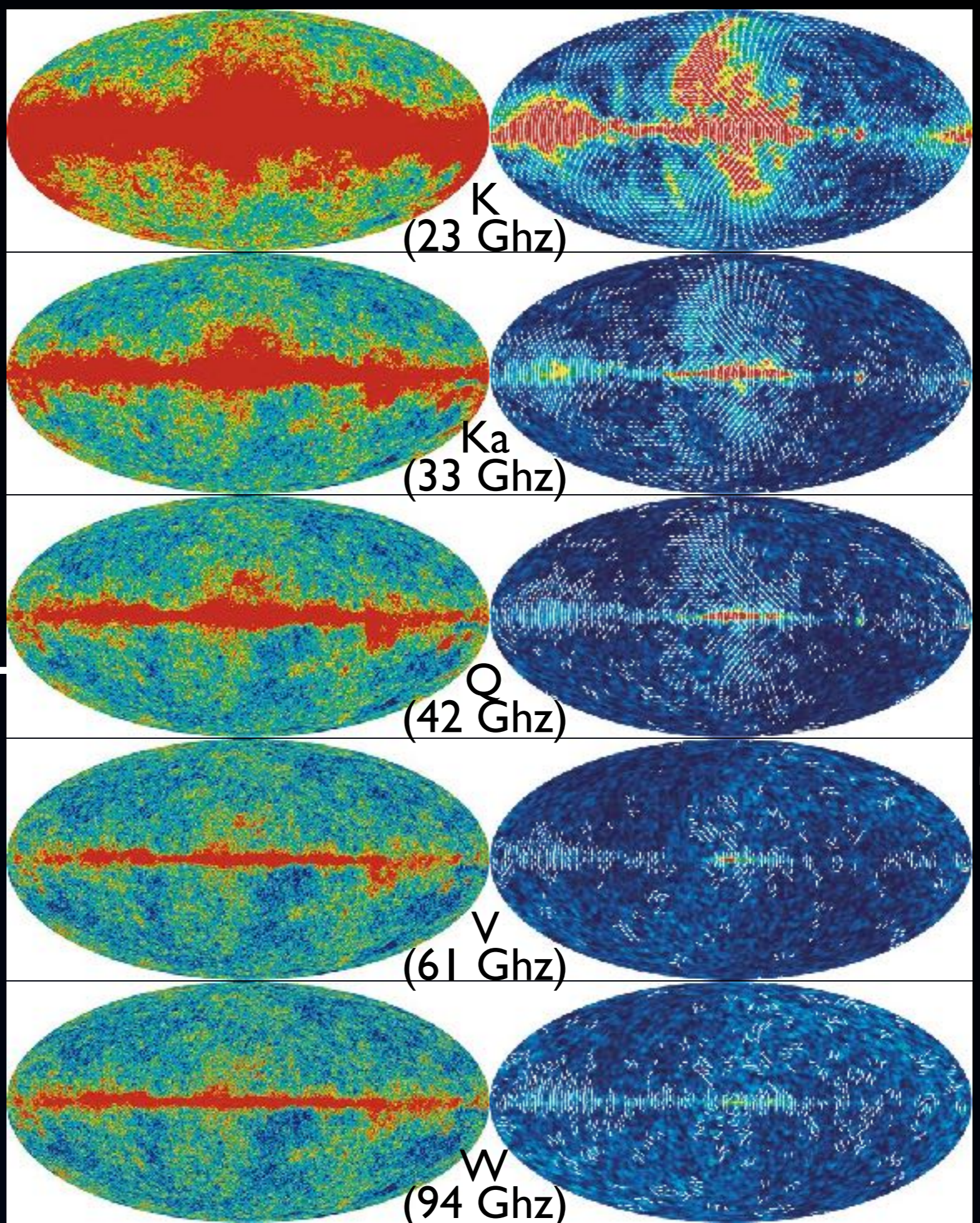
WMAP



WMAP: 2003-2012



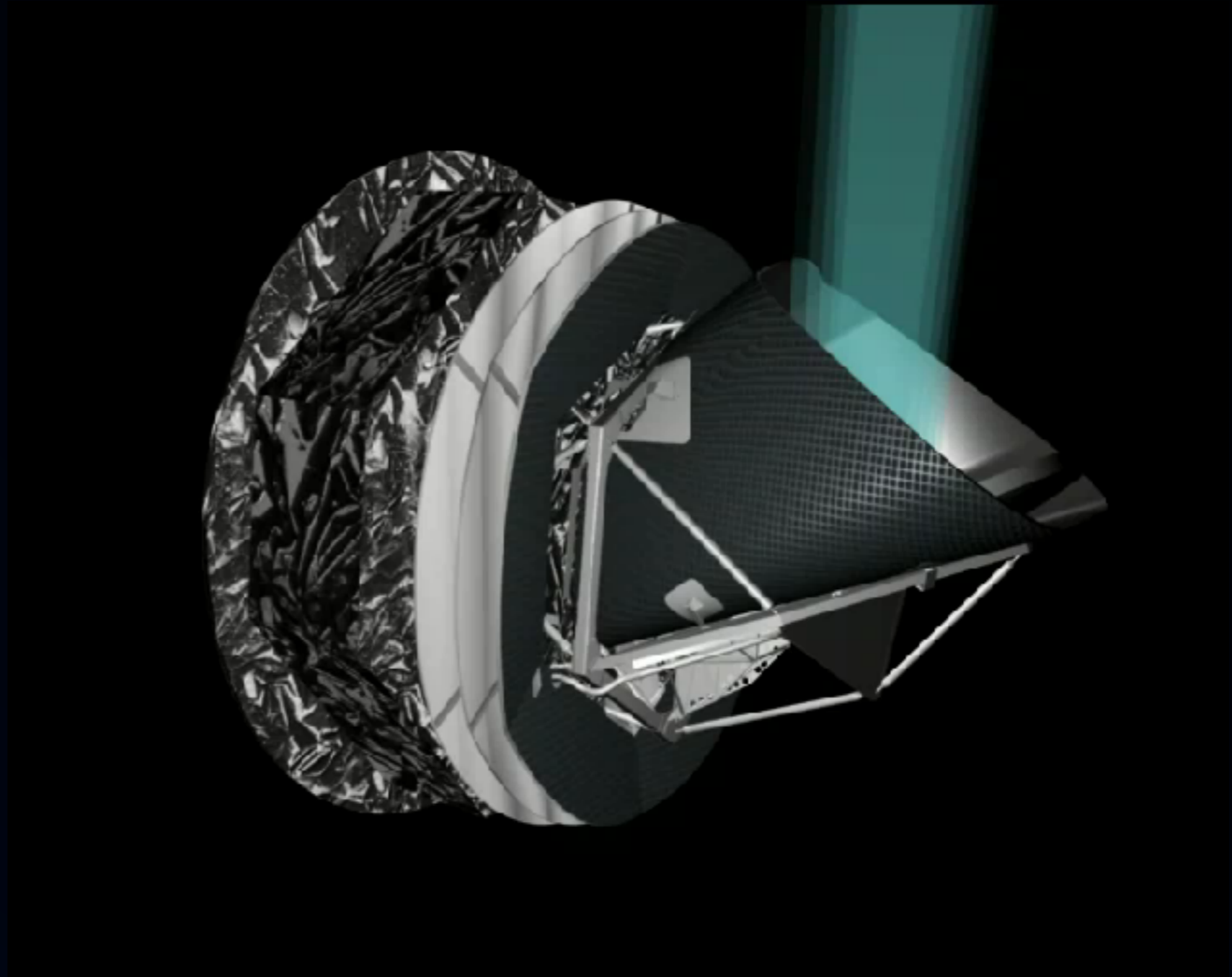
Temperatura



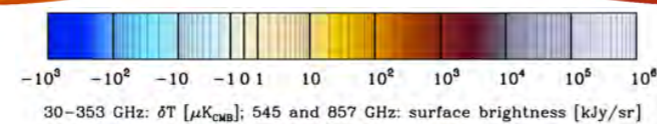
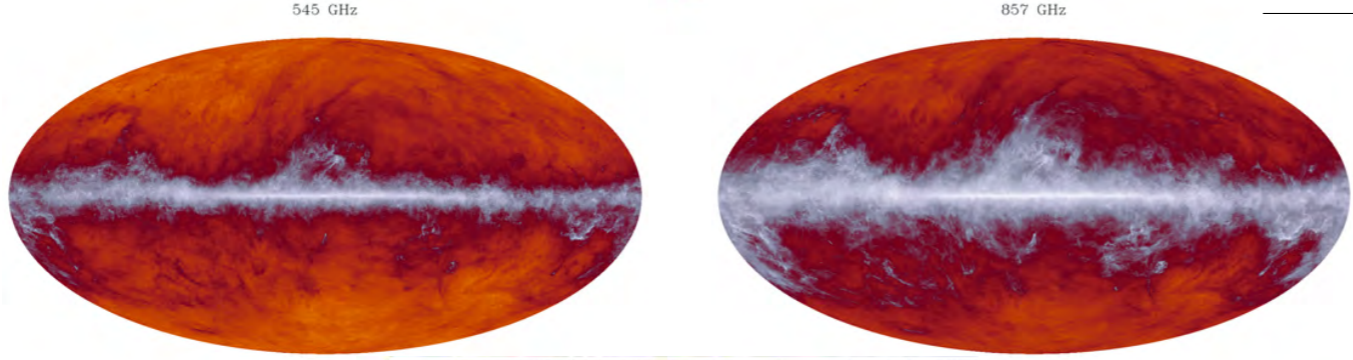
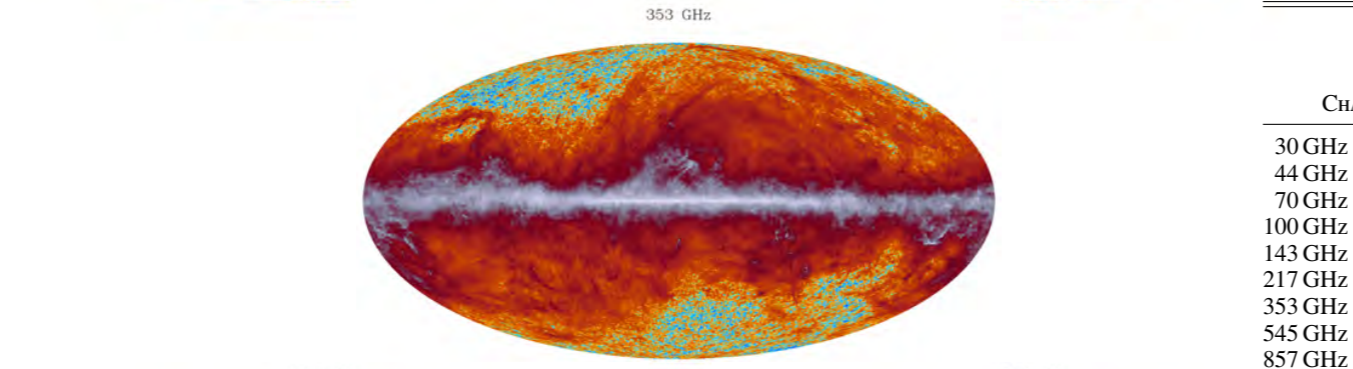
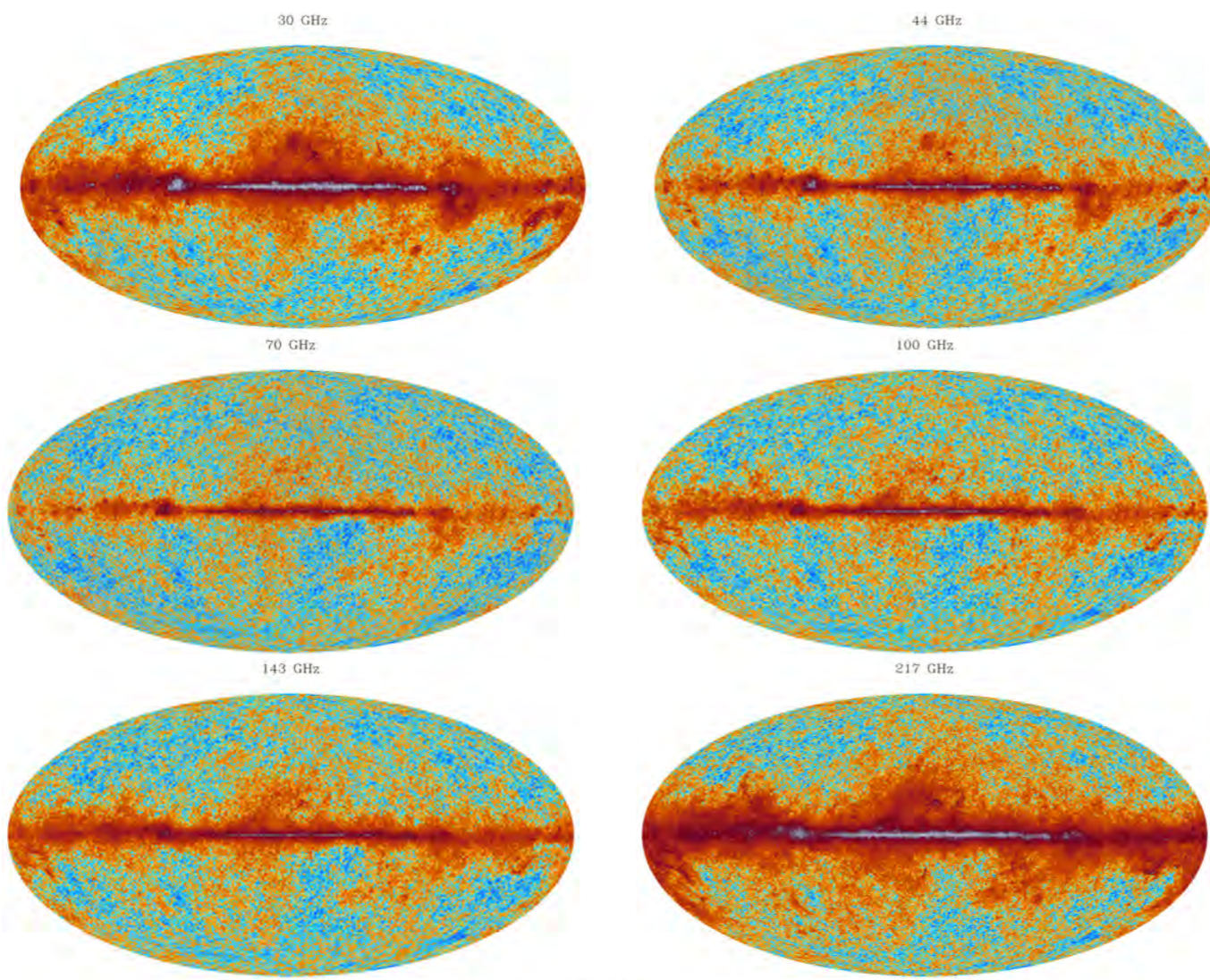
Polarização

Introdução à Cosmologia Física

PLANCK



PLANCK canais de frequência



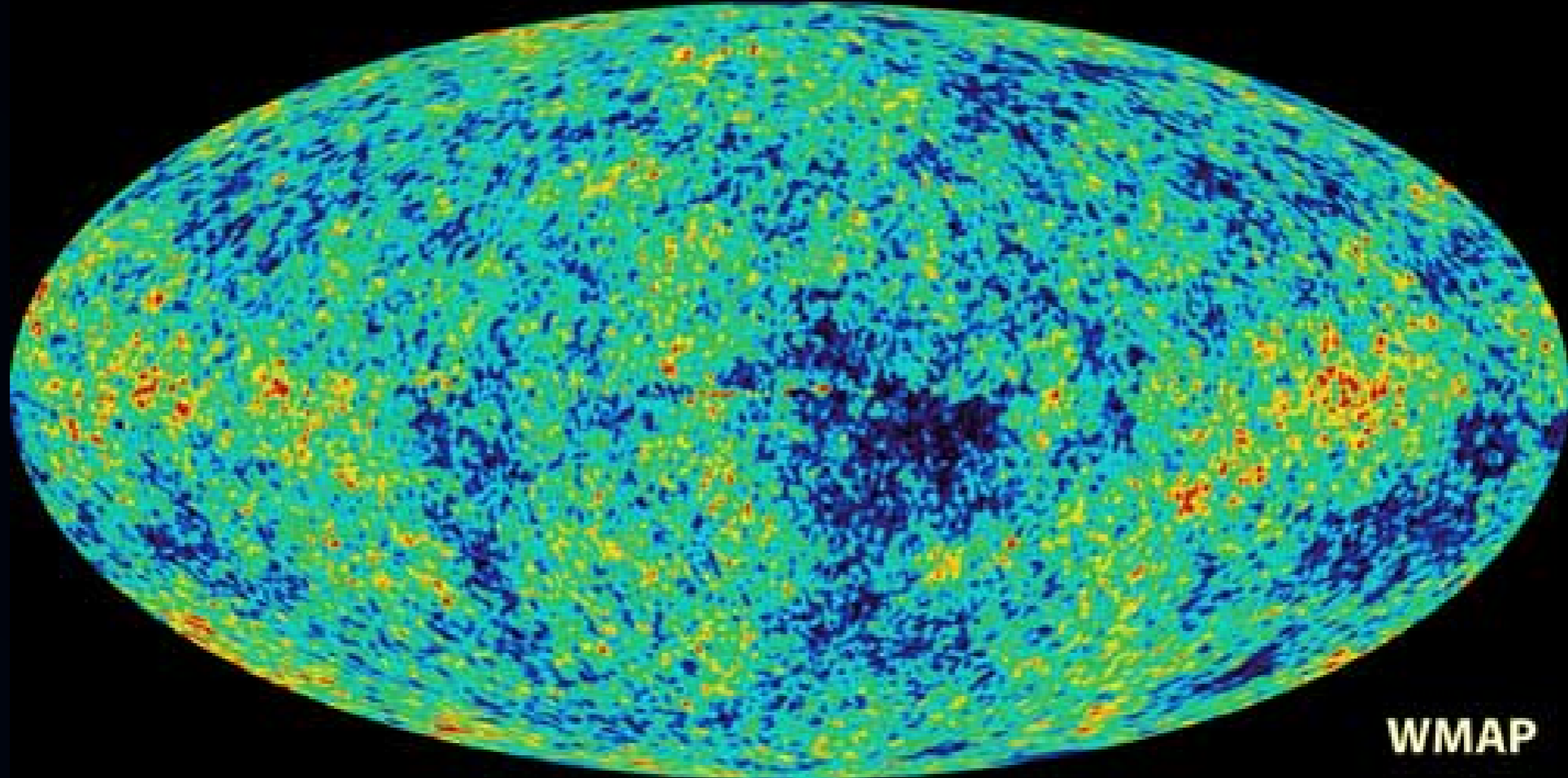
LFI

Low-Frequency Instrument
Radiômetros: 30, 44 & 70 GHz

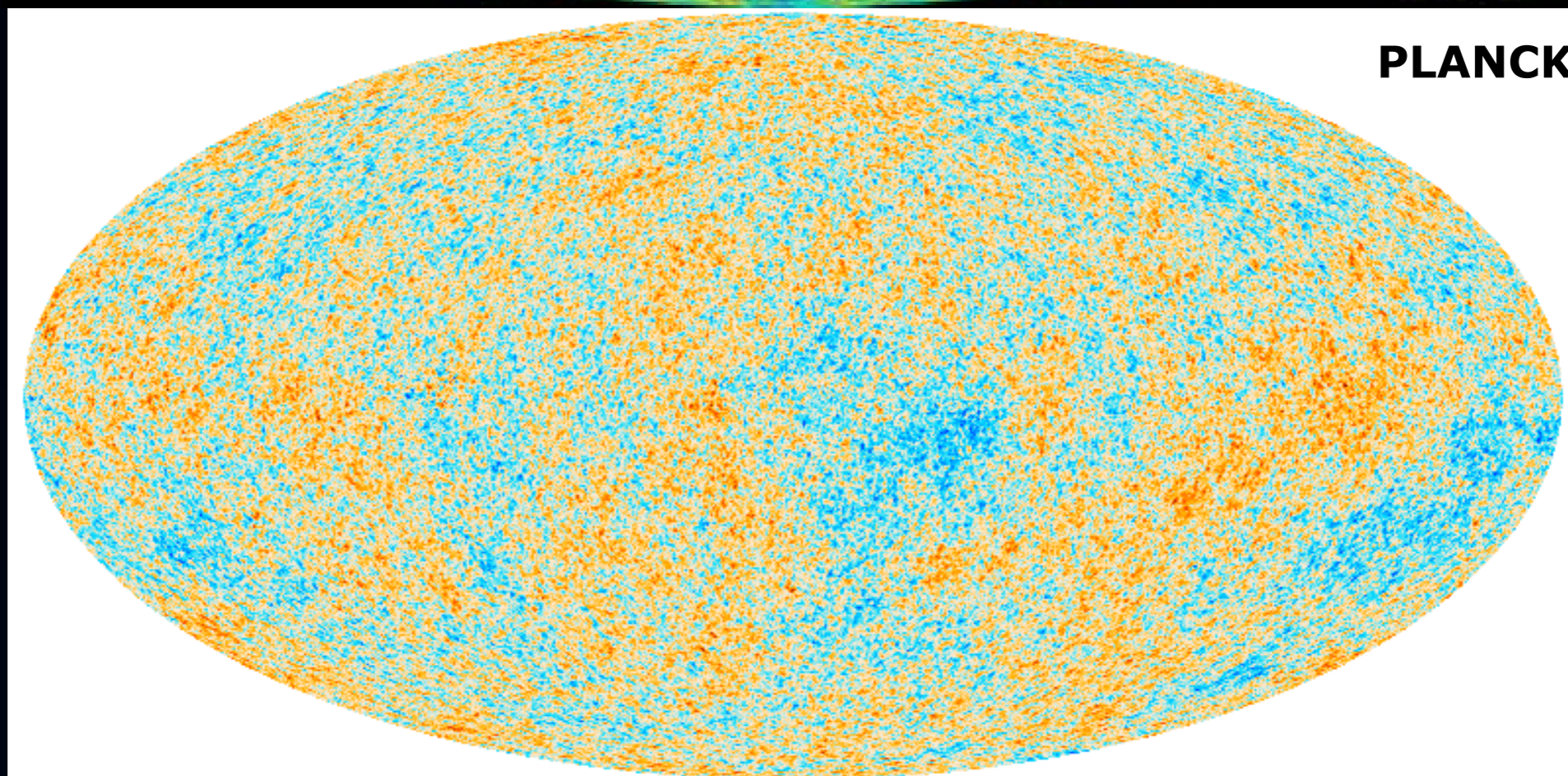
HFI

High-Frequency Instrument
Bolômetros: 100, ... GHz

CHANNEL	$N_{\text{detectors}}^a$	ν_{center}^b [GHz]	SCANNING BEAM ^c		NOISE ^d SENSITIVITY	
			FWHM [arcmin]	Ellipticity	$[\mu\text{K}_{\text{RJ}} \text{s}^{1/2}]$	$[\mu\text{K}_{\text{CMB}} \text{s}^{1/2}]$
30 GHz	4	28.4	33.16	1.37	145.4	148.5
44 GHz	6	44.1	28.09	1.25	164.8	173.2
70 GHz	12	70.4	13.08	1.27	133.9	151.9
100 GHz	8	100	9.59	1.21	31.52	41.3
143 GHz	11	143	7.18	1.04	10.38	17.4
217 GHz	12	217	4.87	1.22	7.45	23.8
353 GHz	12	353	4.7	1.2	5.52	78.8
545 GHz	3	545	4.73	1.18	2.66	0.0259 ^d
857 GHz	4	857	4.51	1.38	1.33	0.0259 ^d



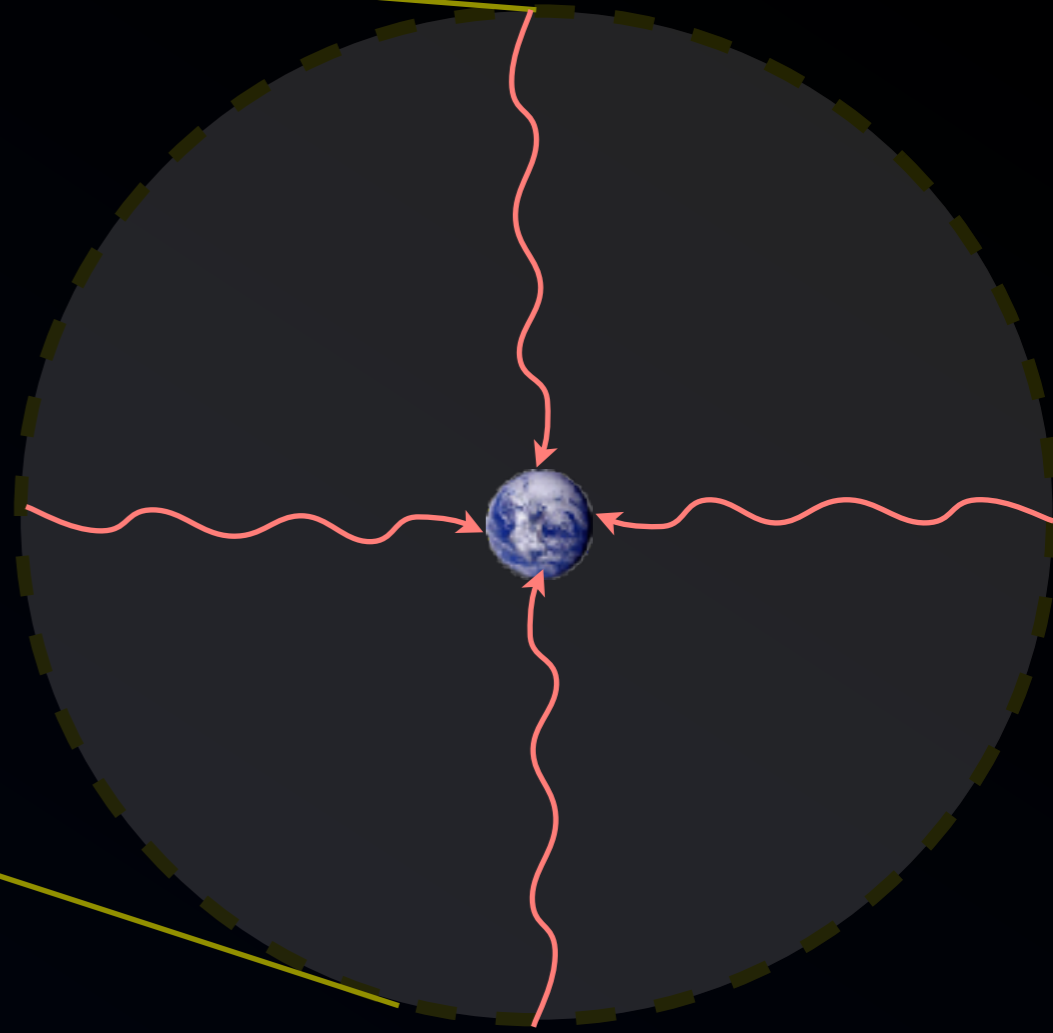
WMAP



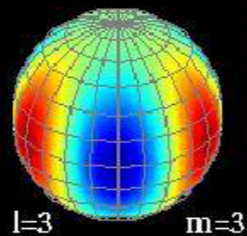
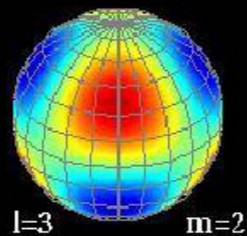
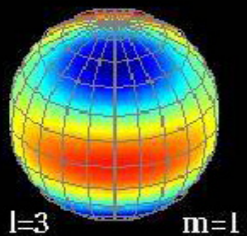
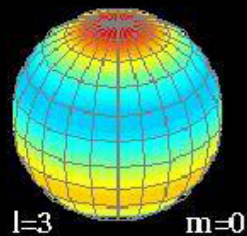
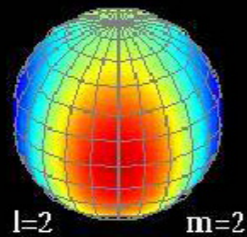
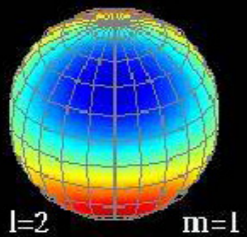
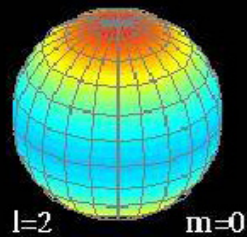
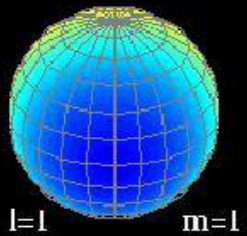
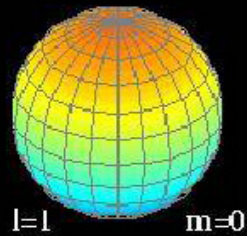
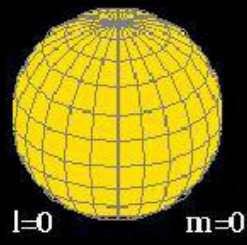
PLANCK

-500  500 μK_{CMB}

Radiação
cós mica
de fundo



Espectro angular:
decomposição em
“multipolos”

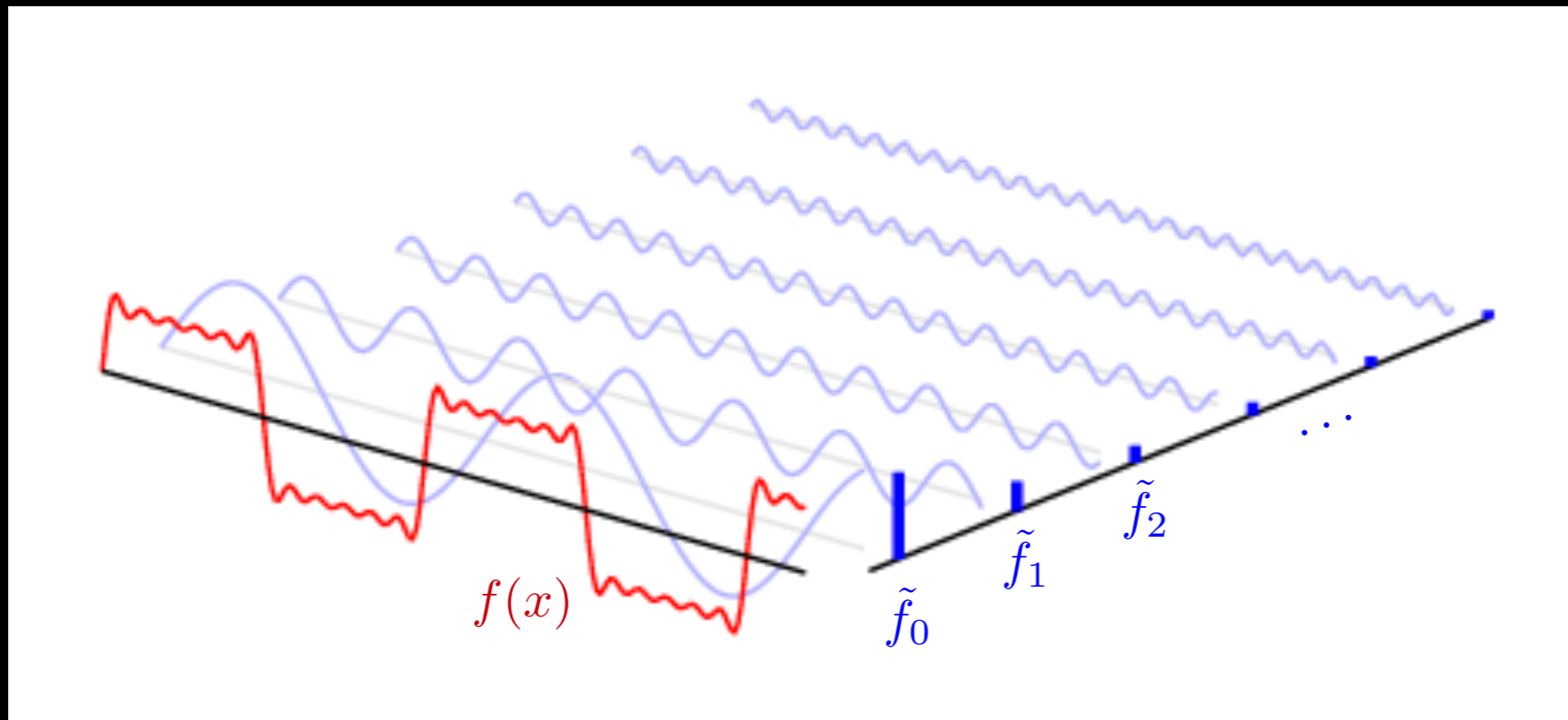


$$\delta T(\theta, \varphi) = \sum_{\ell, m} a_{\ell m} Y_{\ell}^m(\theta, \varphi)$$

$$C_{\ell} = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}|^2$$

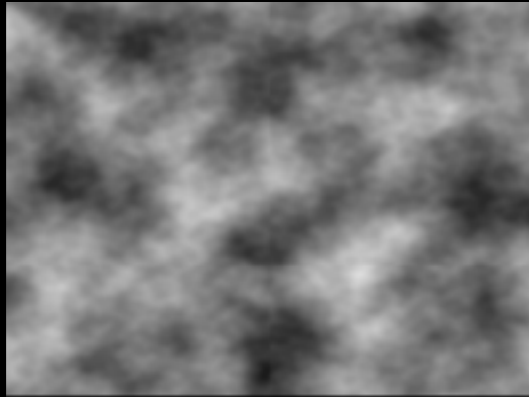
Esféricos Harmônicos e Transformada de Fourier

Decomposição em modos de Fourier (Transformada de Fourier)

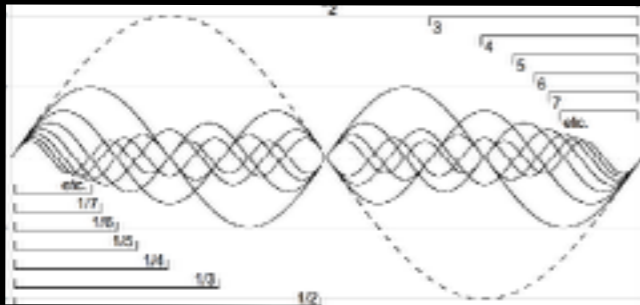


$$f(x) = \sum_k \tilde{f}_k e^{ikx}$$

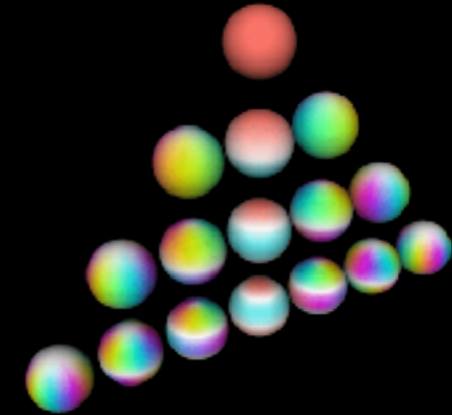
Esféricos Harmônicos e Transformada de Fourier



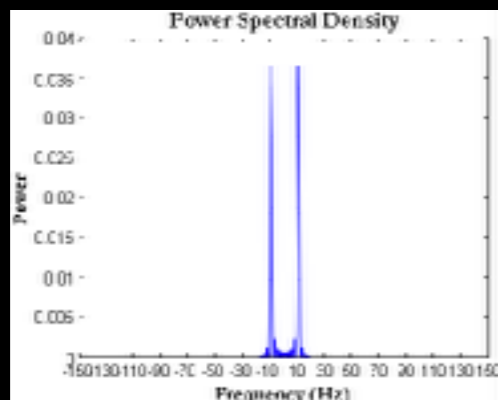
$$f(x, y) \longleftrightarrow f(\theta, \phi)$$



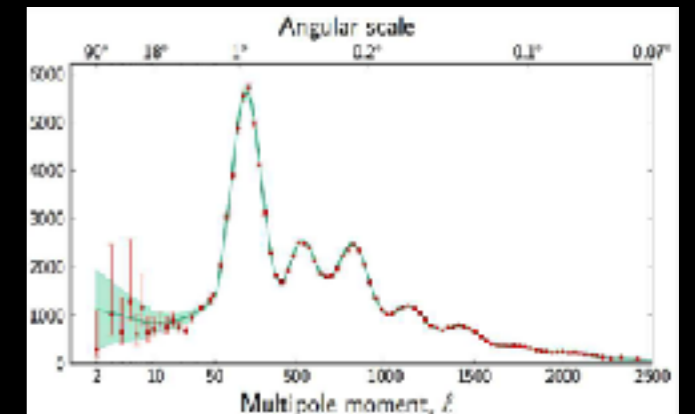
$$e^{i(k_x x + k_y y)} \longleftrightarrow Y_{\ell m}(\theta, \phi)$$



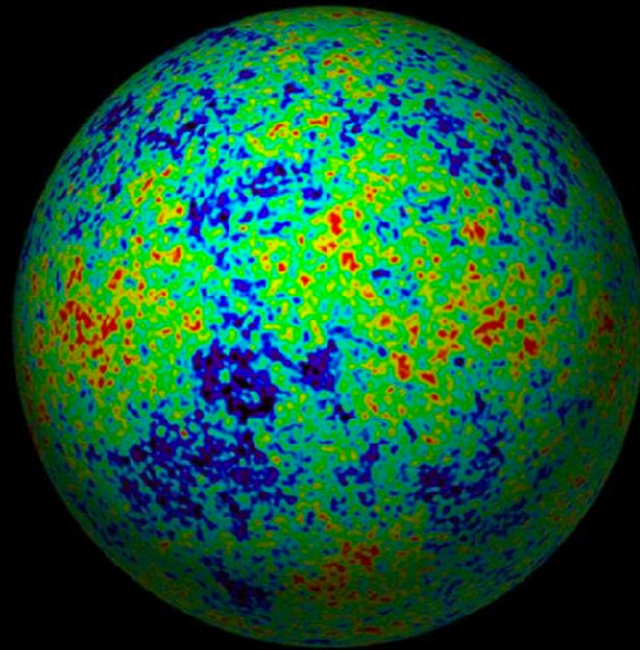
$$f(x, y) = \sum_{\vec{k}} \tilde{f}_{\vec{k}} e^{i(k_x x + k_y y)} \longleftrightarrow f(\theta, \phi) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} \sum_{\ell=0}^{\infty} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi)$$



$$P_k = |\tilde{f}_{\vec{k}}|^2 \longleftrightarrow C_\ell = \langle |a_{\ell m}|^2 \rangle$$



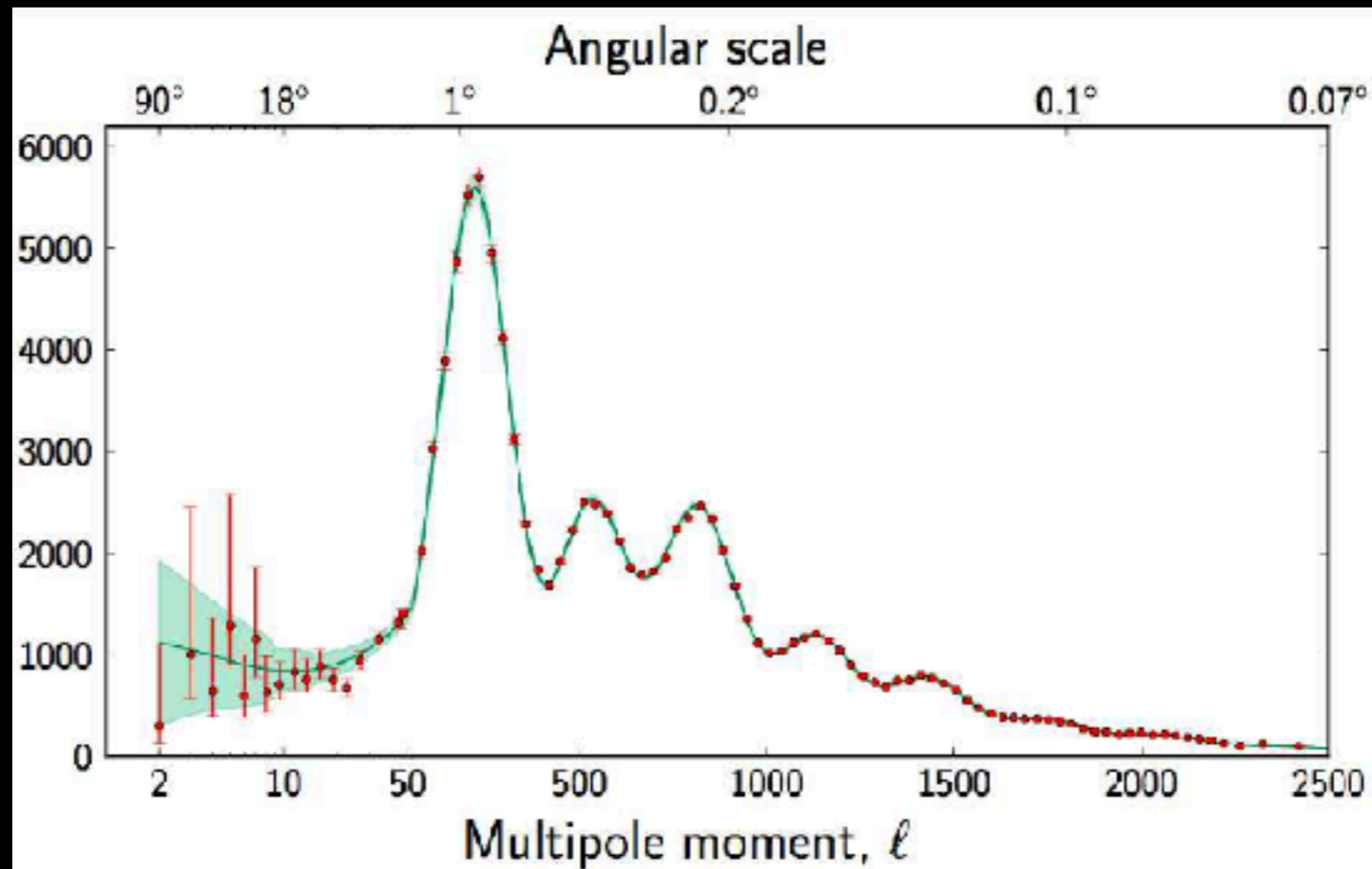
Espectro angular de potência da RCF



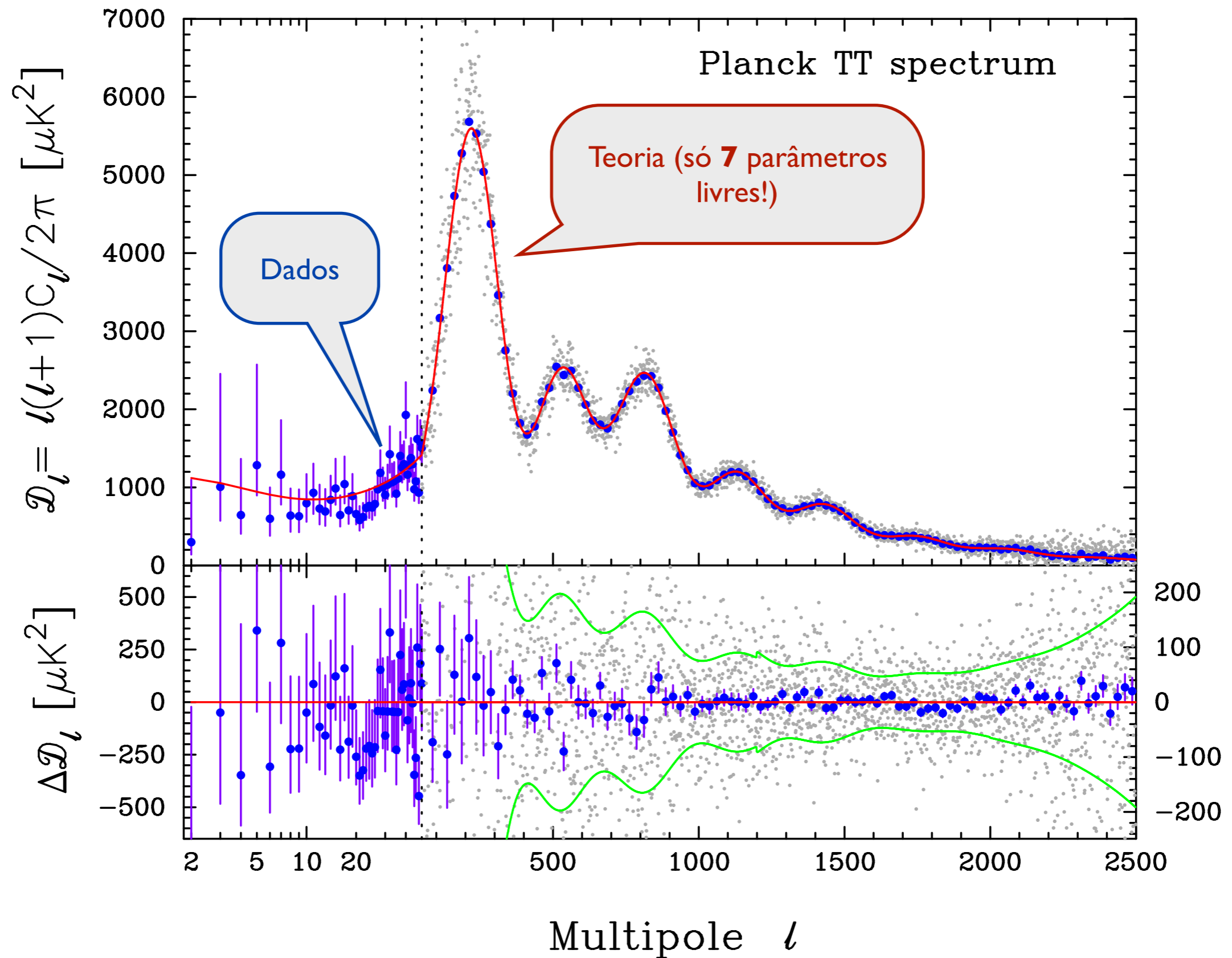
NASA, WMAP

$$f(\theta, \phi) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} \sum_{\ell=0}^{\infty} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi)$$

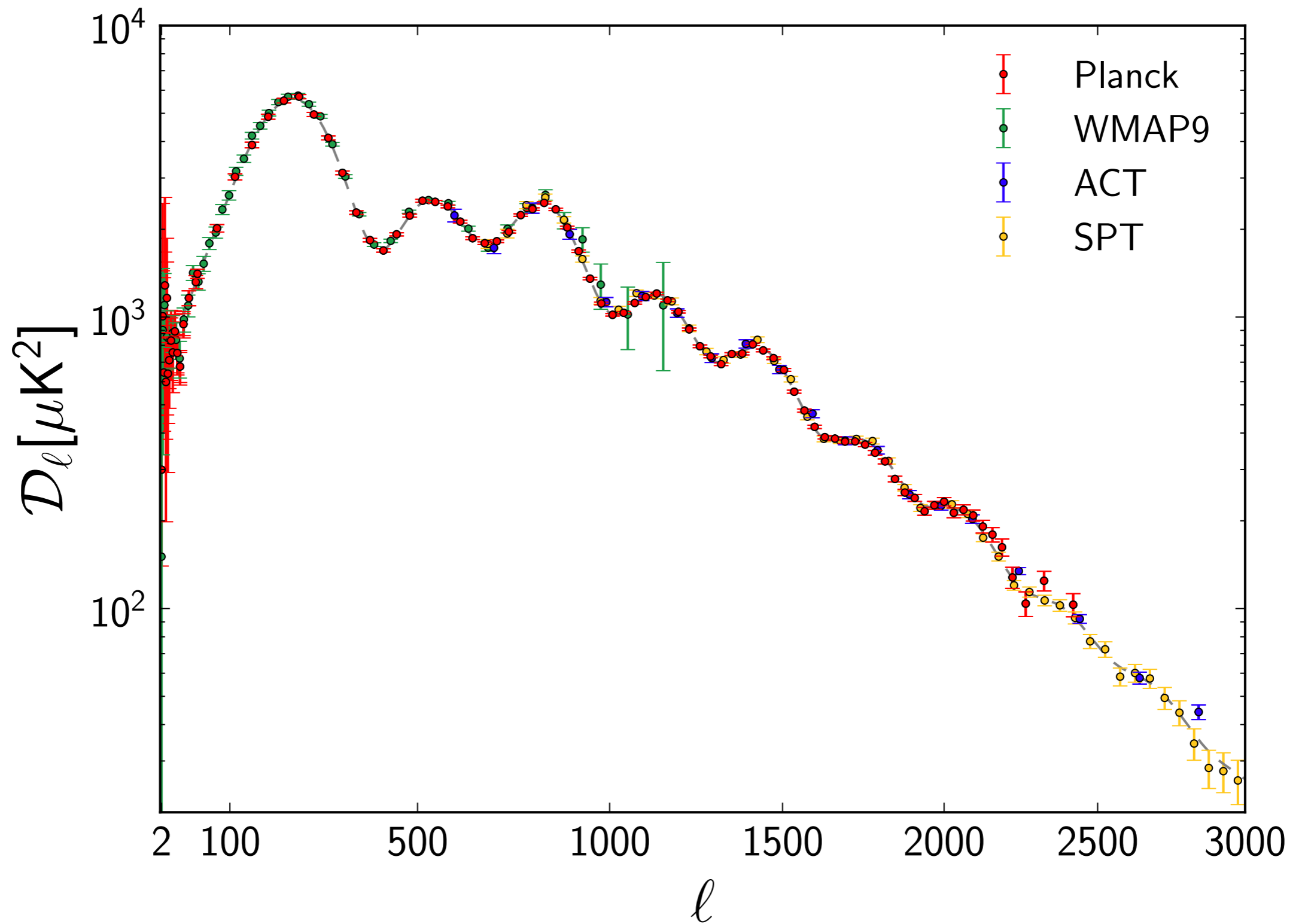
$$C_{\ell} = \langle |a_{\ell m}|^2 \rangle$$



Teoria v. dados (temperatura)



Estado-da-arte em 2014

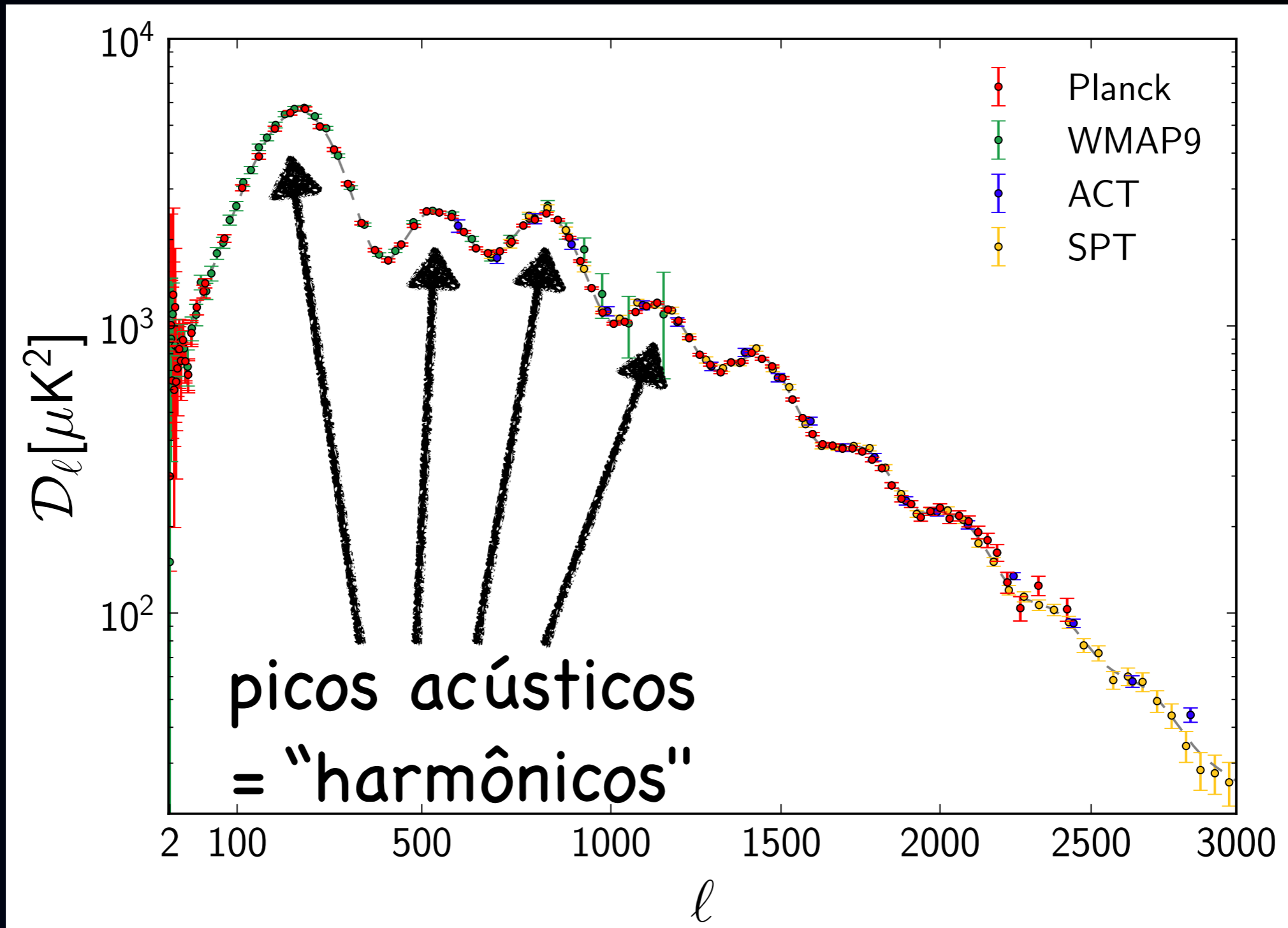


Radiação cósmica de fundo: "Cosmologia de precisão"

Parameter	<i>Planck</i> (CMB+lensing)		<i>Planck</i> +WP+highL+BAO	
	Best fit	68 % limits	Best fit	68 % limits
$\Omega_b h^2$	0.022242	0.02217 ± 0.00033	0.022161	0.02214 ± 0.00024
$\Omega_c h^2$	0.11805	0.1186 ± 0.0031	0.11889	0.1187 ± 0.0017
$100\theta_{MC}$	1.04150	1.04141 ± 0.00067	1.04148	1.04147 ± 0.00056
τ	0.0949	0.089 ± 0.032	0.0952	0.092 ± 0.013
n_s	0.9675	0.9635 ± 0.0094	0.9611	0.9608 ± 0.0054
$\ln(10^{10} A_s)$	3.098	3.085 ± 0.057	3.0973	3.091 ± 0.025
Ω_Λ	0.6964	0.693 ± 0.019	0.6914	0.692 ± 0.010
σ_8	0.8285	0.823 ± 0.018	0.8288	0.826 ± 0.012
z_{re}	11.45	$10.8^{+3.1}_{-2.5}$	11.52	11.3 ± 1.1
H_0	68.14	67.9 ± 1.5	67.77	67.80 ± 0.77
Age/Gyr	13.784	13.796 ± 0.058	13.7965	13.798 ± 0.037
$100\theta_*$	1.04164	1.04156 ± 0.00066	1.04163	1.04162 ± 0.00056
r_{drag}	147.74	147.70 ± 0.63	147.611	147.68 ± 0.45
$r_{drag}/D_V(0.57)$	0.07207	0.0719 ± 0.0011		

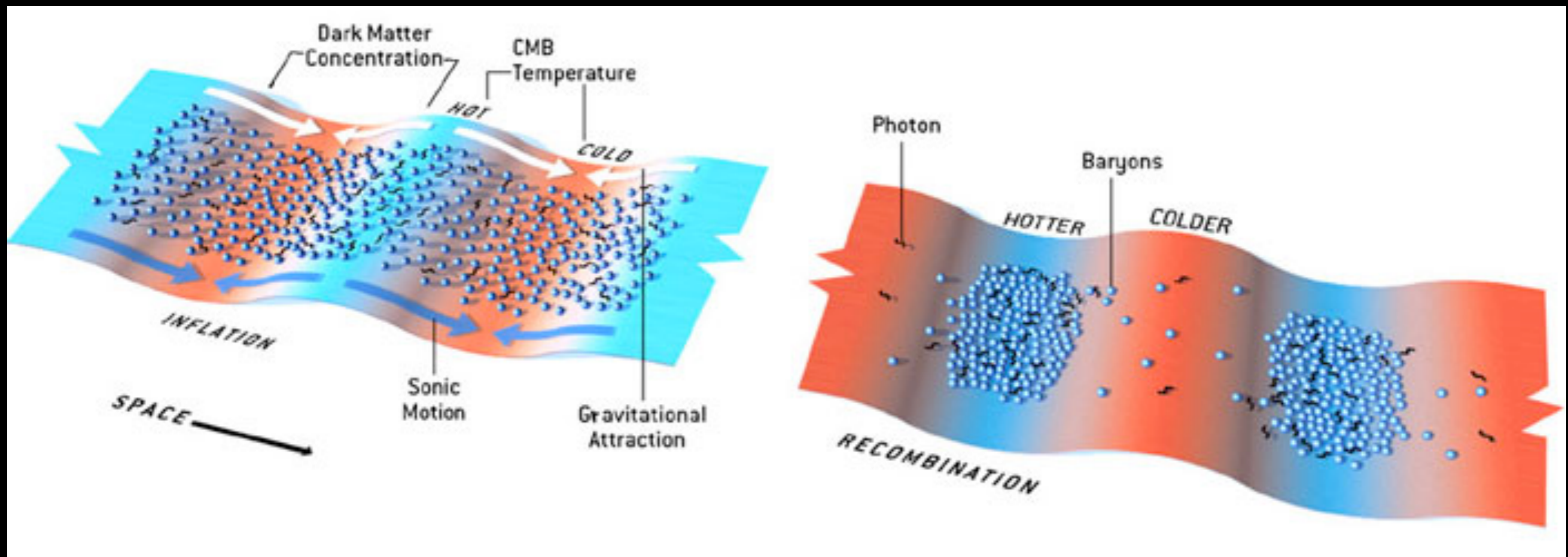
Introdução à Cosmologia Física

Ondas acústicas de radiação, matéria bariônica e matéria escura



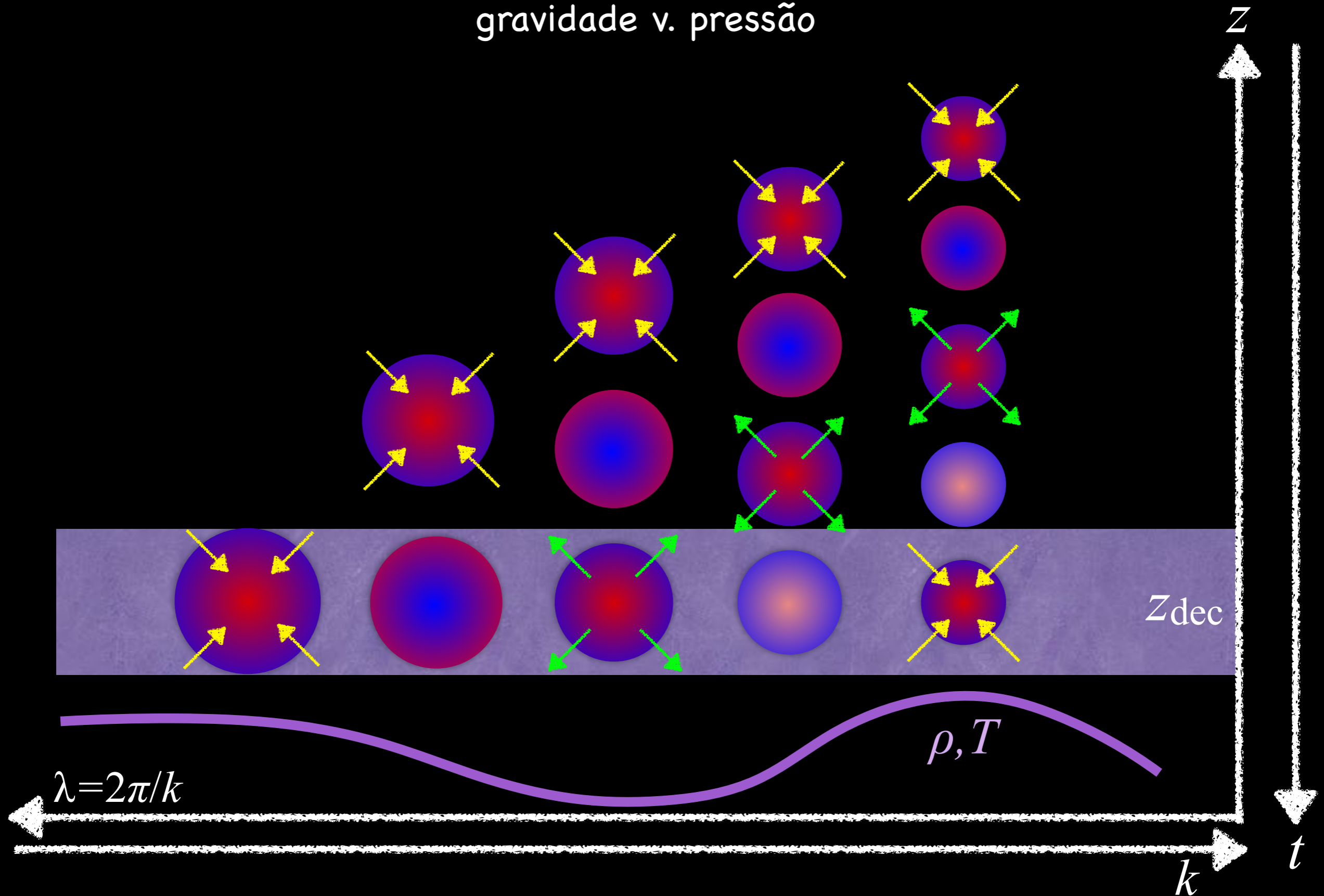
**Física da RCF,
ondas de pressão
("ondas acústicas"):
próxima aula!**

Origem física da RCF: ondas de pressão (“ondas acústicas”)



Introdução à Cosmologia Física

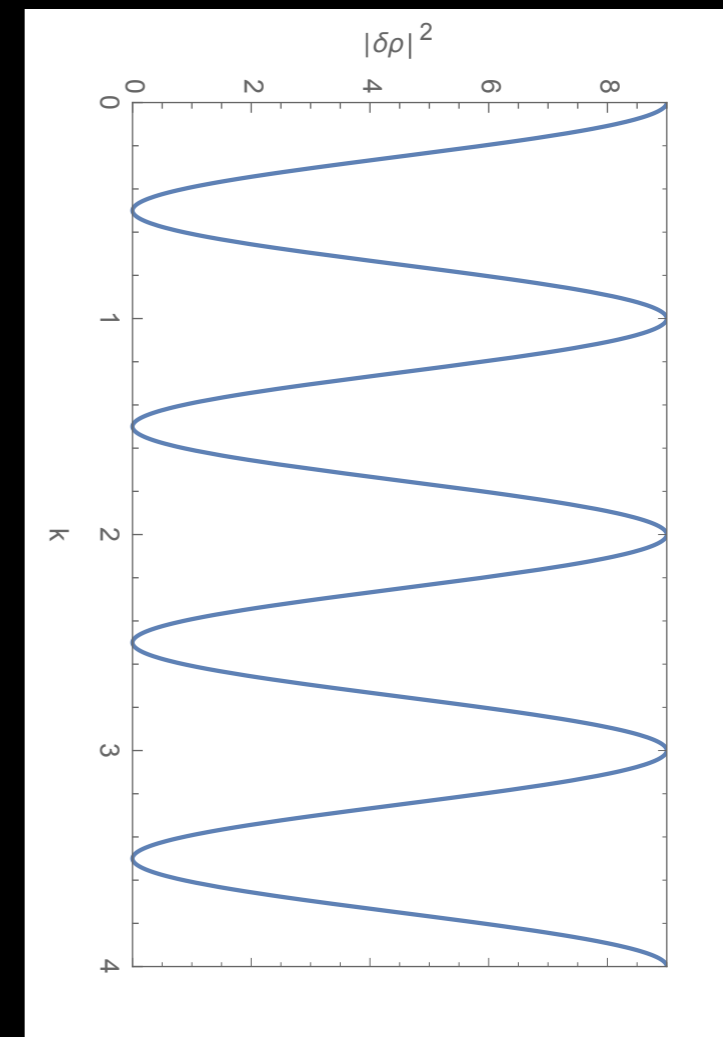
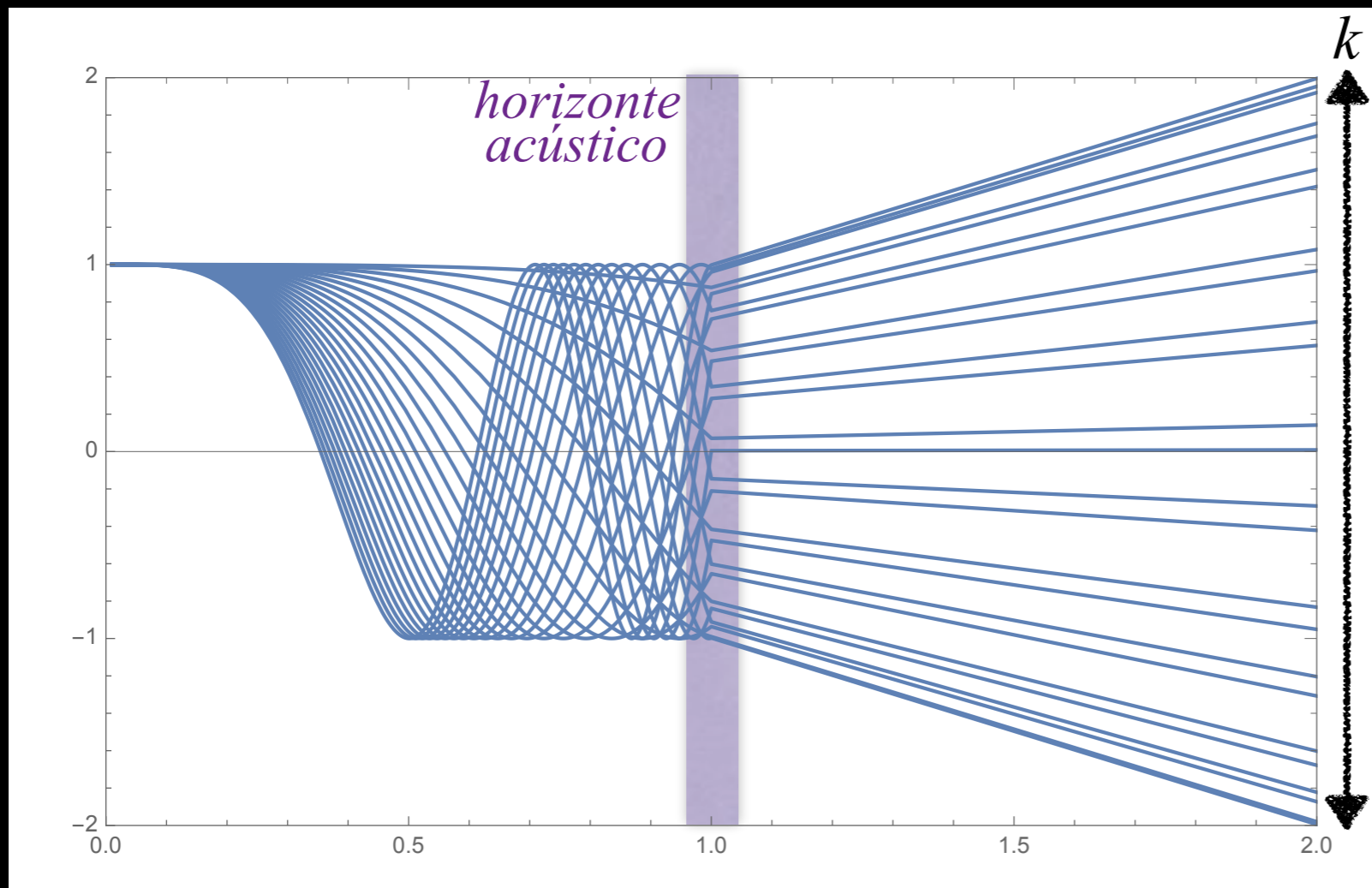
Oscilações acústicas do fluido de fótons, barions e matéria escura:
gravidade v. pressão



Introdução à Cosmologia Física

Quando os fótons desacoplam da matéria, as flutuações de densidade perdem o suporte da radiação, e evoluem somente segundo a força gravitacional — crescendo como o fator de escala,

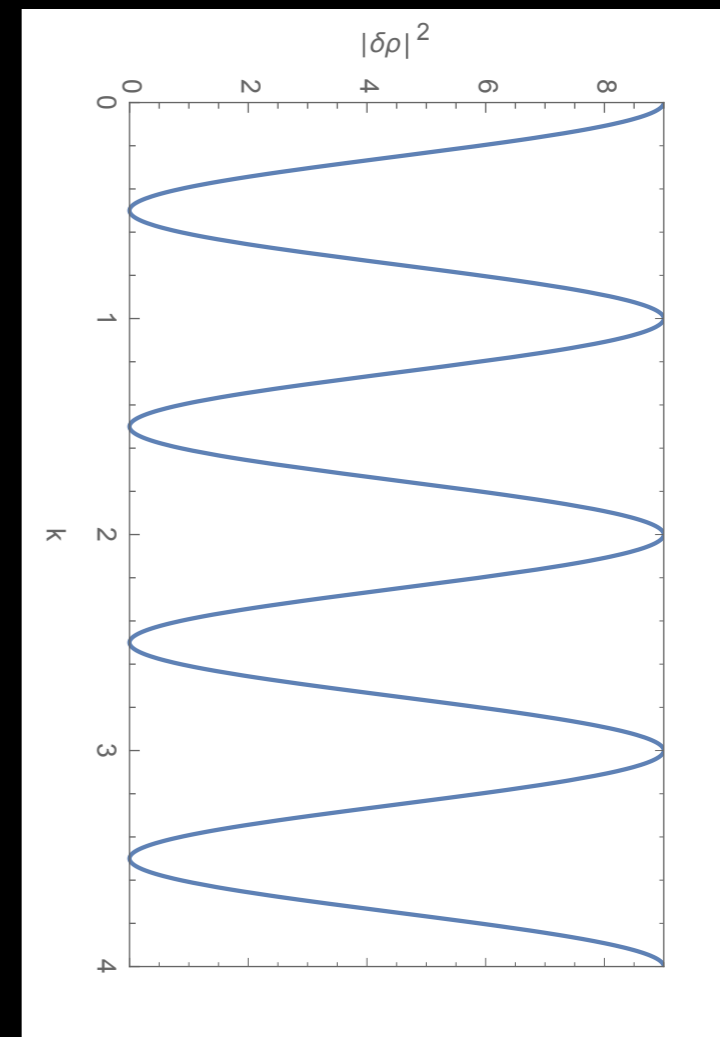
$$\delta \sim a$$



Introdução à Cosmologia Física

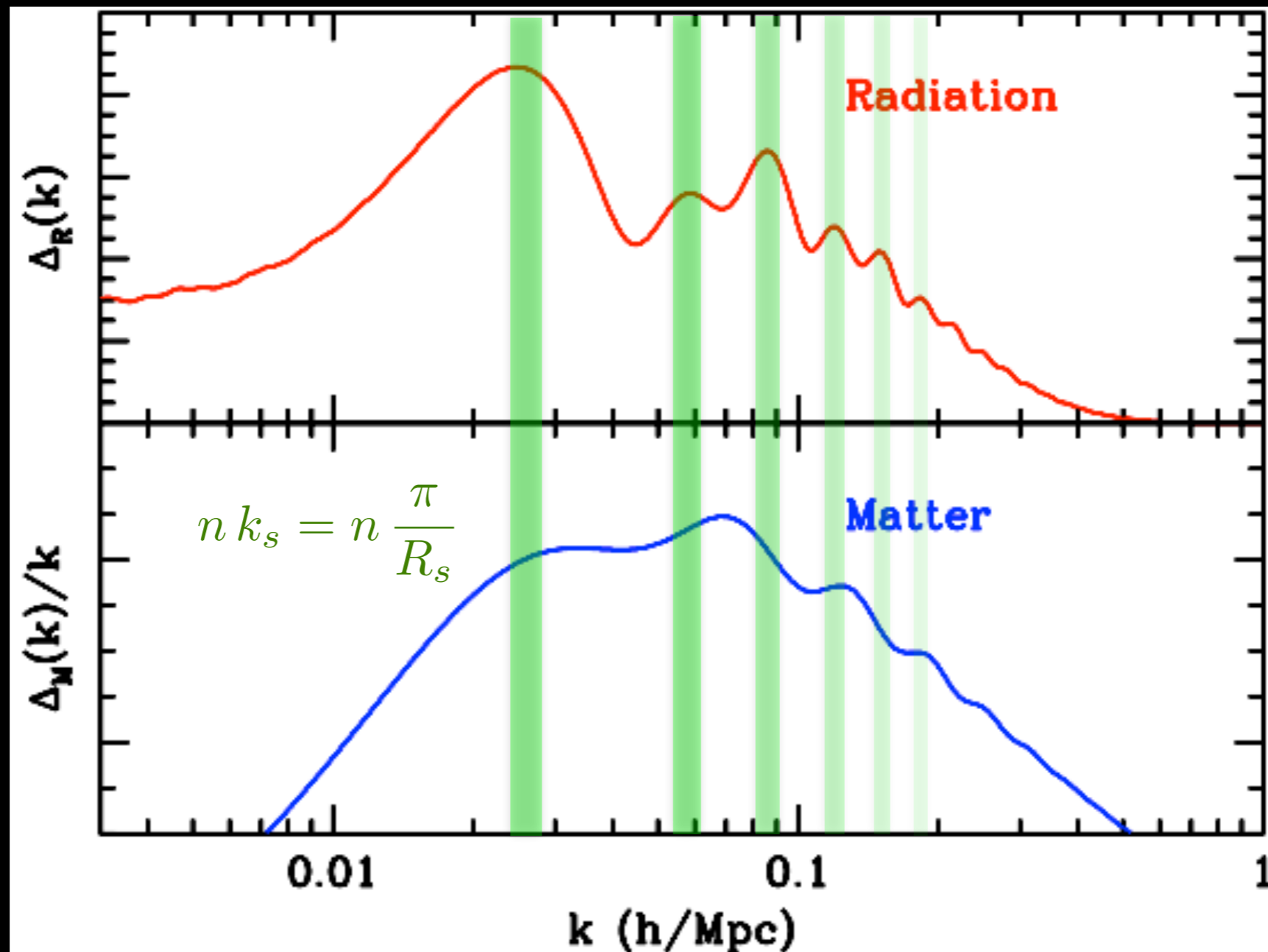
Quando os fótons desacoplam da matéria, as flutuações de densidade perdem o suporte da radiação, e evoluem somente segundo a força gravitacional — crescendo como o fator de escala,

$$\delta \sim a$$



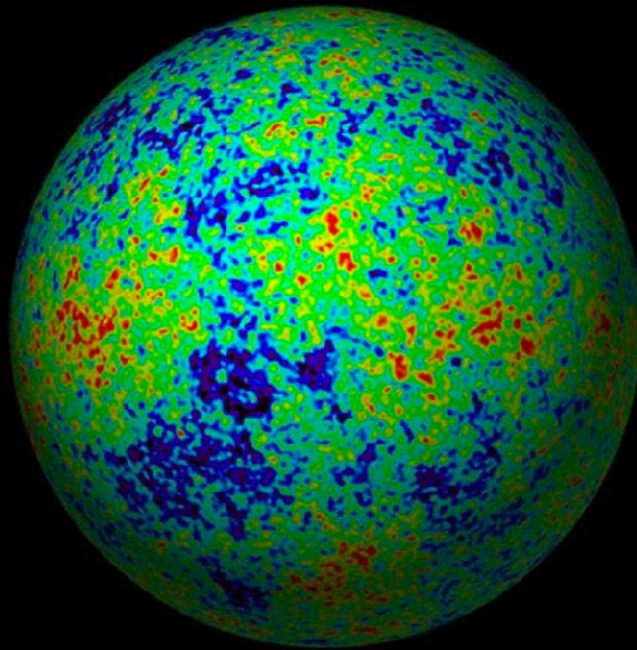
Introdução à Cosmologia Física

Ondas acústicas de radiação,
matéria bariônica e matéria escura



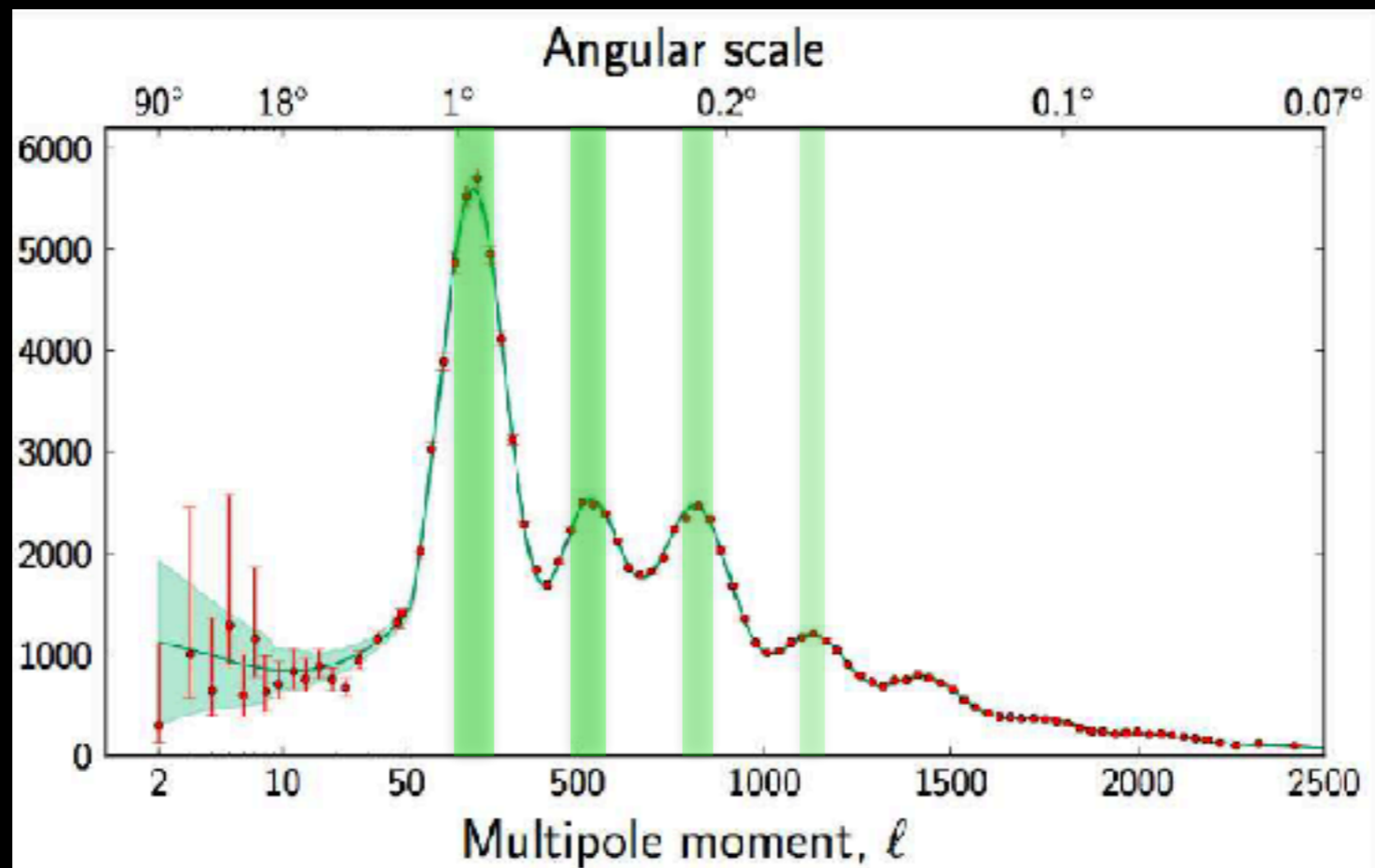
$$R_s = \int_0^{t_{dec}} dt \frac{c_s}{a(t)} = \int_0^{a_{dec}} da \frac{c_s}{H(a) a^2} = \int_{z_{dec}}^{\infty} dz \frac{c_s}{H(z)}$$

Espectro angular de potência da RCF



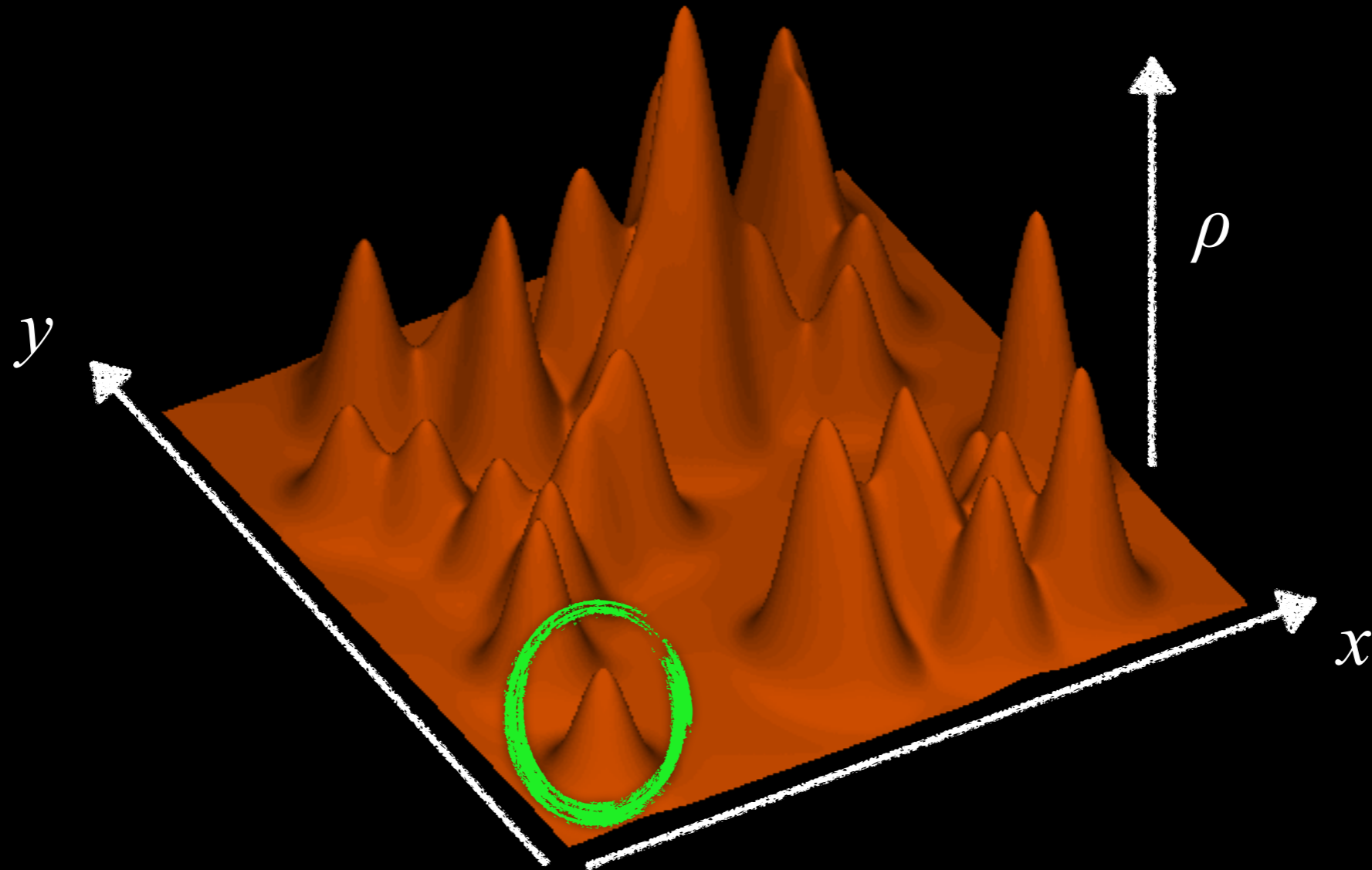
$$f(\theta, \phi) = \sum_{m=-\ell}^{\ell} \sum_{\ell=0}^{\infty} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi)$$

$$C_{\ell} = \langle |a_{\ell m}|^2 \rangle$$

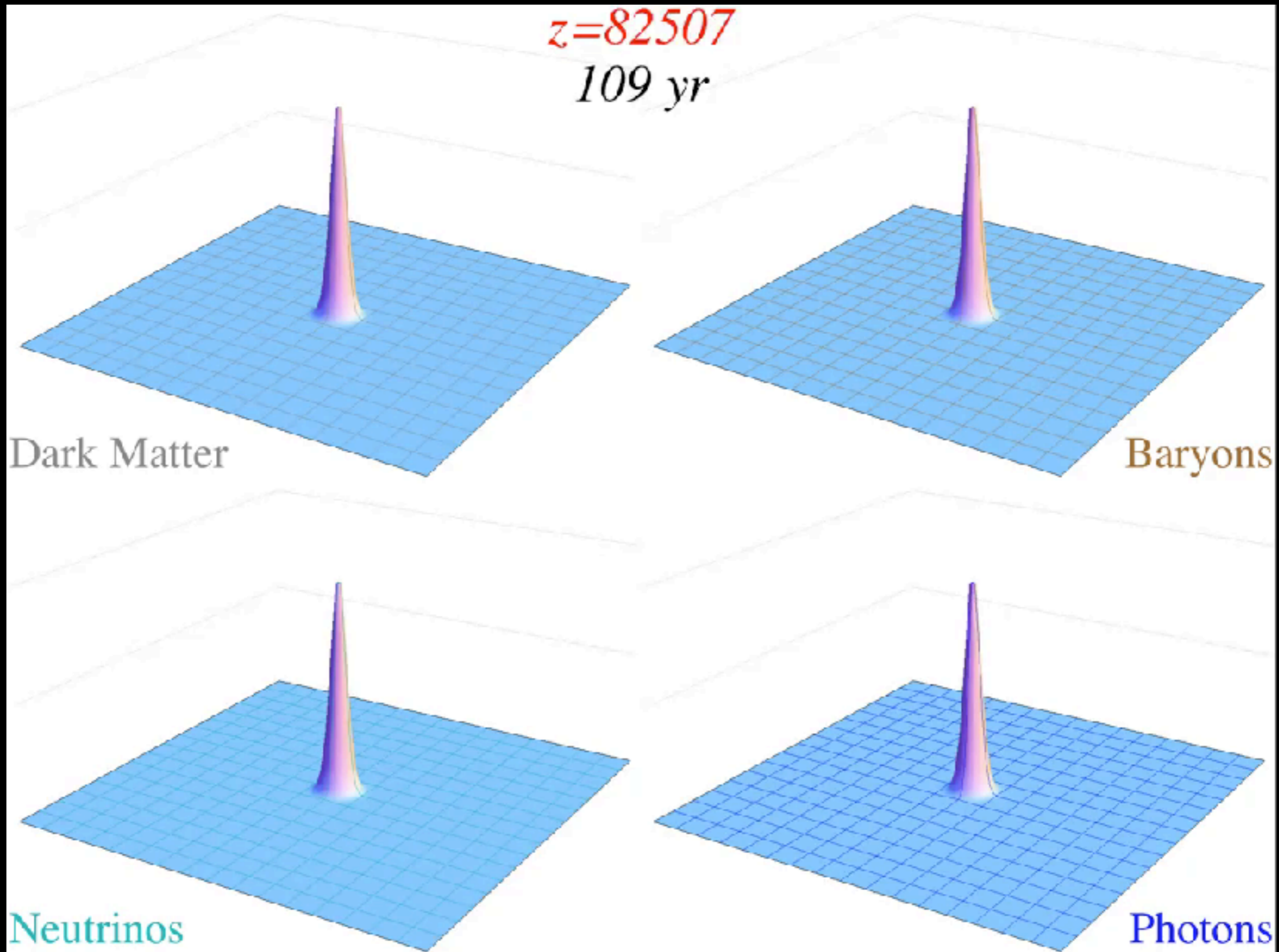


Introdução à Cosmologia Física

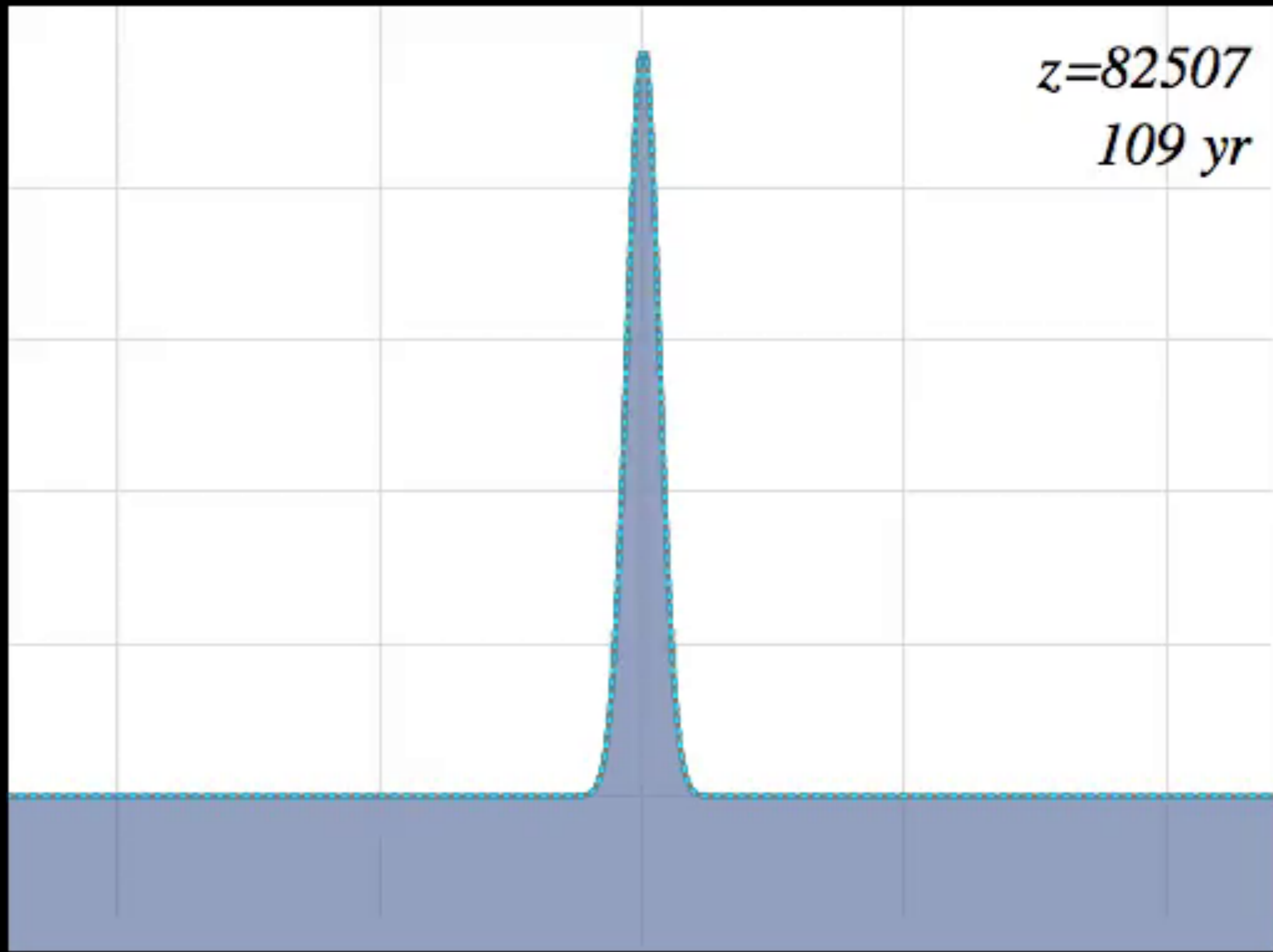
O efeito é sutil, quando observamos uma distribuição realística de matéria (aqui, um corte 2D de uma distribuição 3D)



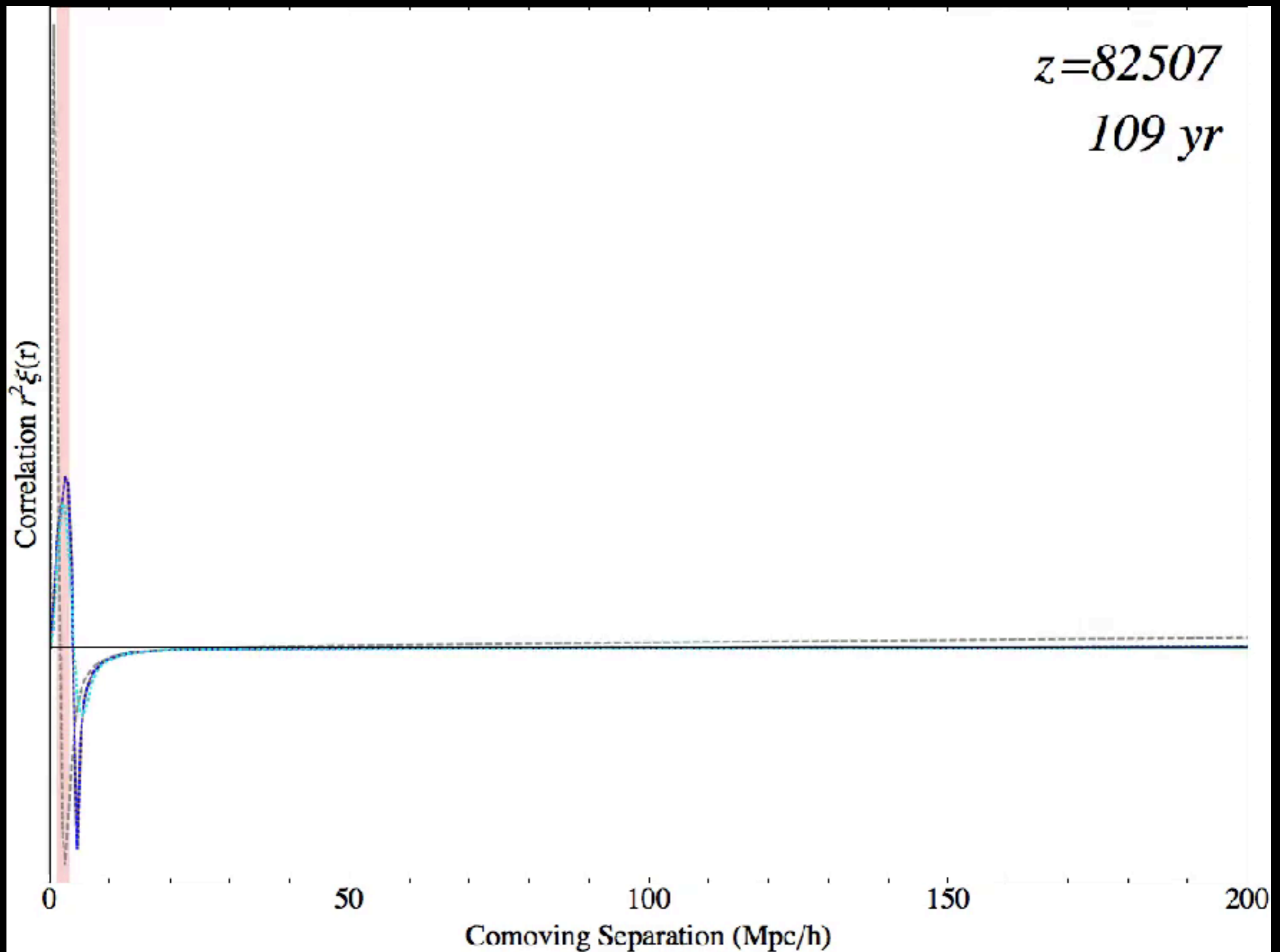
Introdução à Cosmologia Física



Introdução à Cosmologia Física

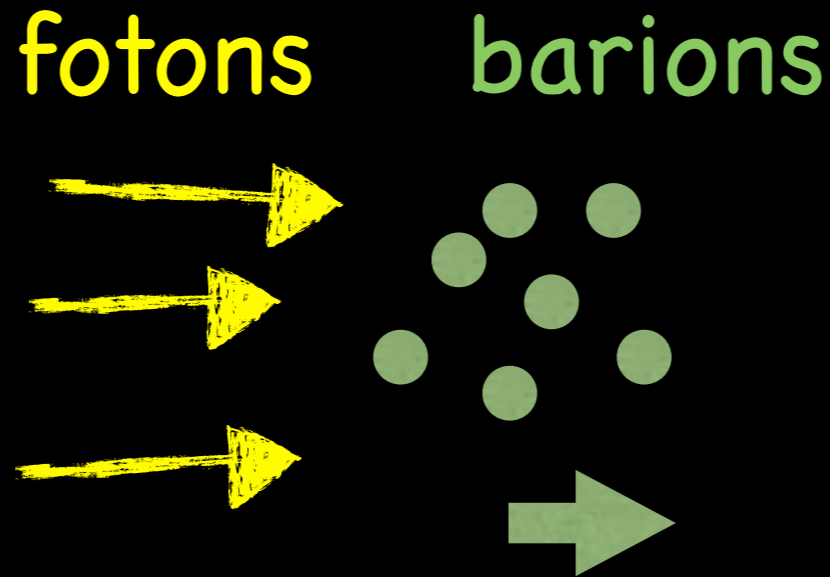


Introdução à Cosmologia Física



Introdução à Cosmologia Física

Vamos adicionar um pouco mais de precisão, levando em conta o arrasto dos barions pela radiação (“baryon drag”)



Esse arrasto é proporcional à fração barions/fotons

$$R_b \equiv \frac{(\rho_b + p_b)v_b}{(\rho_r + p_r)v_r} = \frac{\rho_b}{\rho_r + \frac{1}{3}\rho_r} = \frac{\rho_b}{\frac{4}{3}\rho_r} \simeq 31.5 \Omega_b h^2 \frac{10^3}{z}$$

A velocidade do som nesse meio fica então:

$$c_s^2(z) = \frac{1}{3} \frac{1}{1 + R_b(z)}$$

Horizonte acústico no desacoplamento:

Observações:
WMAP, Planck

$$z_{dec} \simeq 1090.5 \pm 1 \quad \longleftrightarrow \quad R_s(z_{dec}) = (146.8 \pm 1.8) \text{ Mpc}$$

Horizonte acústico de "baryon drag"

Como temos $\sim 10^9$ fótons para cada barion (!!!), mesmo depois do desacoplamento da radiação, apesar dos fótons não "sentirem" mais os barions (i.e., e^-), os barions ainda sofrem o efeito da radiação por meio do "baryon drag".

Esse arrasto termina um pouco depois do desacoplamento:

Incerteza
da predição baseada no
WMAP, Planck

$$z_{drag} \simeq 1020.5 \pm 1.6 \quad \longleftrightarrow \quad R_s(z_{drag}) = (153.3 \pm 2) \text{ Mpc}$$

Esse horizonte acústico, que pode ser **predito com alta precisão** pelas observações da RCF (que determina todos os parâmetros que regem o "baryon drag"), deve estar presente na **distribuição de matéria** !

Atividade prática #2

1. Preparar um código que permite calcular (a) o horizonte acústico no desacoplamento e (b) o horizonte acústico no final da era de baryon drag, ambos como função dos parâmetros cosmológicos

2. Sabendo que as observações da RCF mostram que:

$$R_s(z_{dec}) = (146.8 \pm 1.8) \text{ Mpc}$$

encontre limites nos parâmetros cosmológicos H_0 , Ω_m^0 , Ω_Λ^0 , Ω_k^0

3. Mais à frente vamos supor que observamos a escala acústica de baryon drag, $R_s(z_{drag})$, na distribuição de matéria. Essas observações serão em redshifts "baixos", e vamos usá-las para impor outros limites nos parâmetros cosmológicos.

Fórmulas úteis

Horizonte de baryon drag:

$$z_{drag} \simeq \frac{1291 (\Omega_m h^2)^{0.251}}{1 + 0.659 (\Omega_m h^2)^{0.828}} \left[1 + b_1 (\Omega_b h^2)^{b_2} \right]$$

$$b_1 \simeq 0.313 (\Omega_m h^2)^{-0.419} \left[1 + 0.607 (\Omega_m h^2)^{0.674} \right]$$

$$b_2 \simeq 0.238 (\Omega_m h^2)^{0.223}$$

Parâmetro de Hubble como função do fator de escalar/redshift:

$$H(z) = H_0 \left[\Omega_m^0 a^{-3} + \Omega_r^0 a^{-4} + \Omega_\Lambda^0 + \Omega_k^0 a^{-2} \right]^{1/2}$$

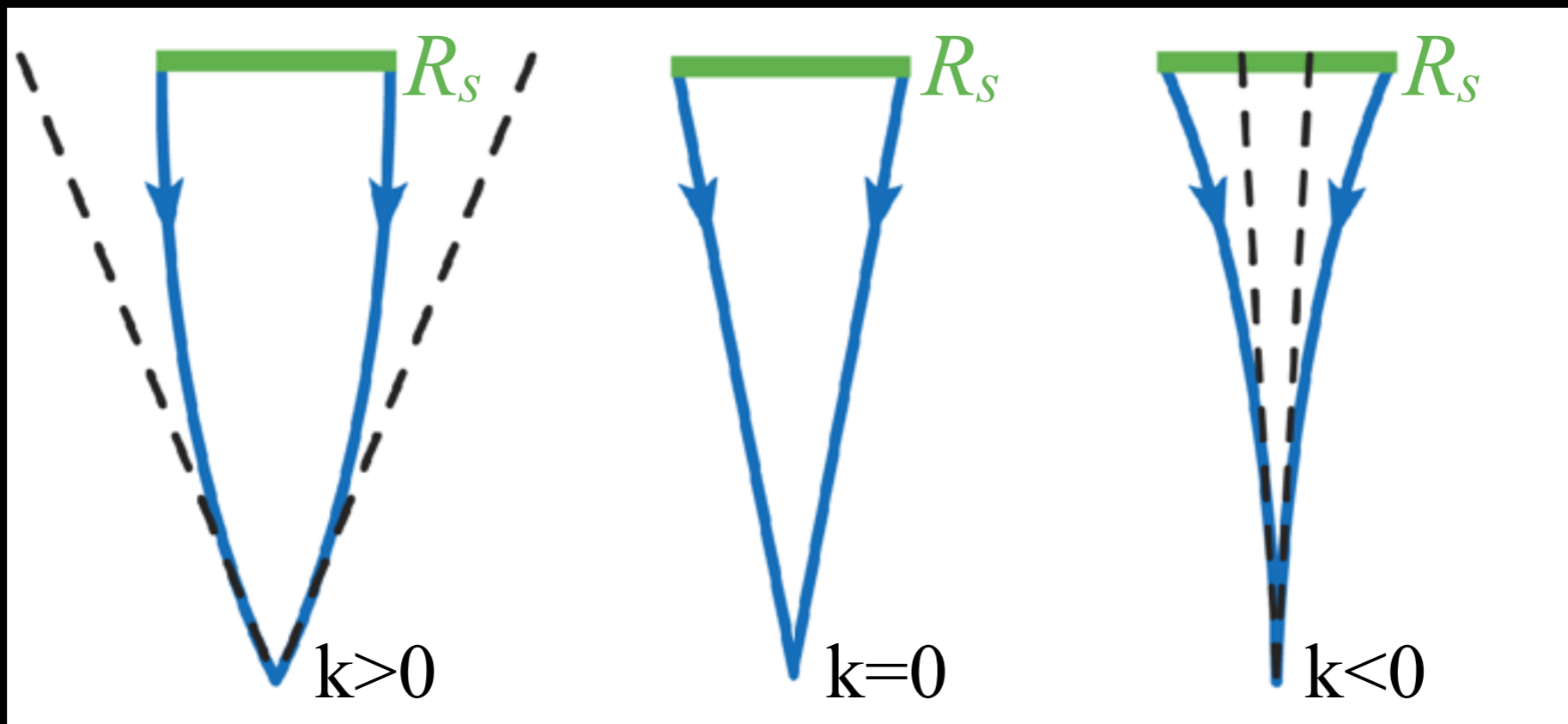
Parâmetros de densidade da radiação e dos baryons:

$$\Omega_r^0 h^2 = 4.37 \times 10^{-5}$$

$$\Omega_b^0 h^2 = 0.02217 \pm 0.00033$$

Ex.: O horizonte sonoro (R_s) e a curvatura espacial

Na RCF observamos um ângulo que corresponde ao horizonte acústico



$$\theta = \frac{R_{s,Phys}(z_{dec})}{D_a(z_{dec})} = \frac{R_s(z_{dec})}{(1 + z_{dec}) D_a(z_{dec})}$$

Ex.: O horizonte sonoro (R_s) e a curvatura espacial

Lembre-se que a distância de diâmetro angular é:

$$D_a(z) = \frac{1}{(1+z)\sqrt{k}} \sin \left[\sqrt{k} \chi(z) \right] = \frac{1}{(1+z)\sqrt{\Omega_k^0}} \sinh \left[\sqrt{\Omega_k^0} \chi_E(z) \right]$$

Note que ela é muito sensível à curvatura espacial:

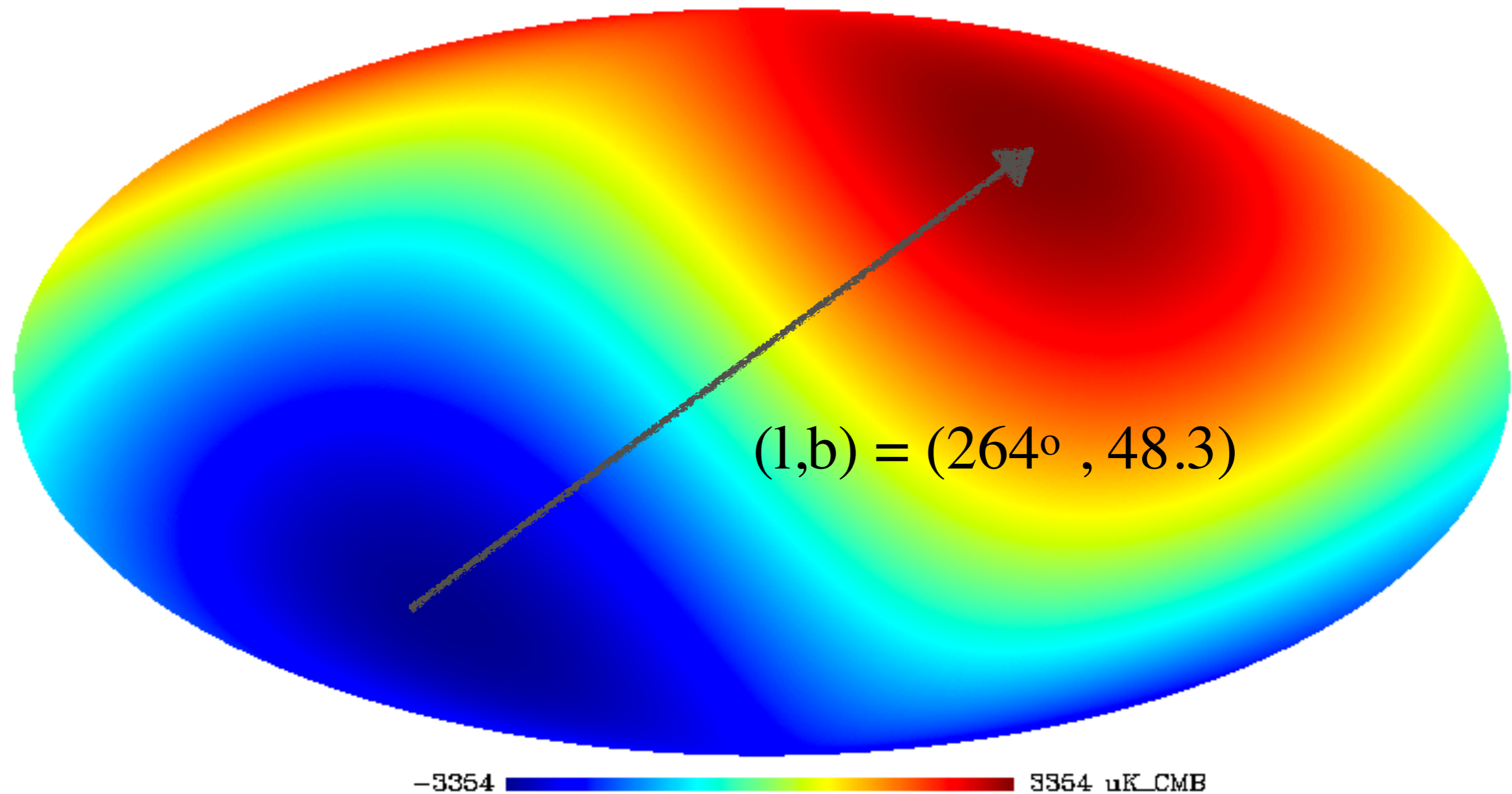
$$\Omega_m^0 = 0.31, \Omega_\Lambda^0 = 0.7, \Omega_k^0 = -0.01 \quad \Longrightarrow \quad D_a(z = 1100) = 8.442 h^{-1} \text{ Mpc}$$

$$\Omega_m^0 = 0.3, \Omega_\Lambda^0 = 0.7, \Omega_k^0 = 0.0 \quad \Longrightarrow \quad D_a(z = 1100) = 8.676 h^{-1} \text{ Mpc}$$

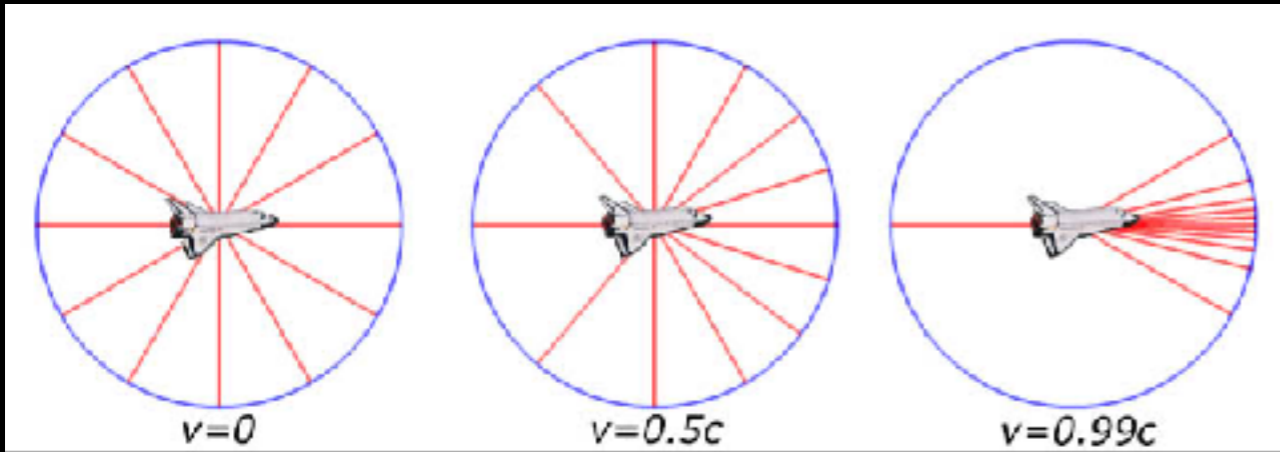
$$\Omega_m^0 = 0.29, \Omega_\Lambda^0 = 0.7, \Omega_k^0 = 0.01 \quad \Longrightarrow \quad D_a(z = 1100) = 8.924 h^{-1} \text{ Mpc}$$

**Slides extras:
tópicos avançados**

O Dipolo da RCF



Efeito Doppler e Aberração:



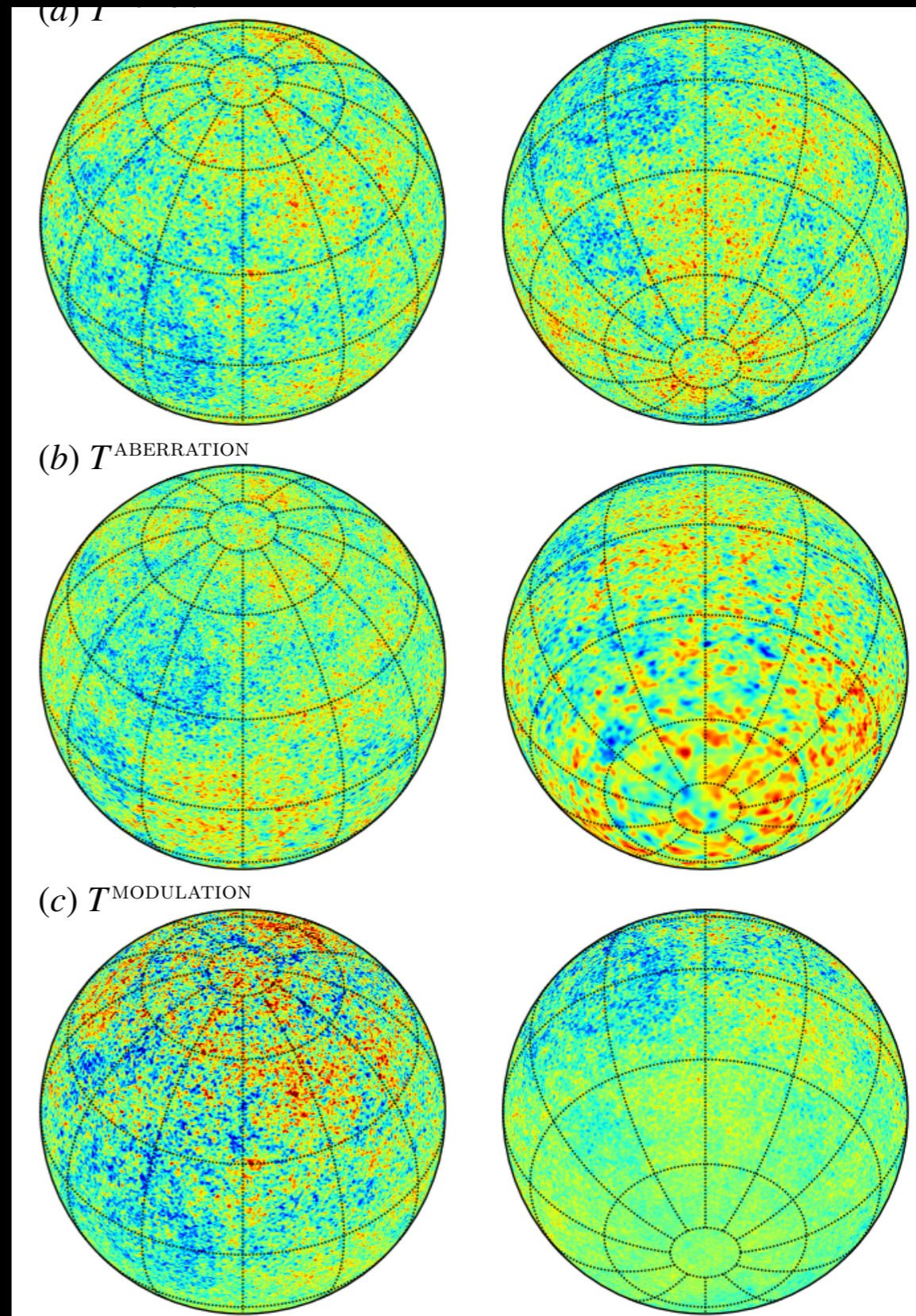
$$T_{Obs}(\hat{n}) = \frac{T_R(\hat{n}_R)}{\gamma(1 - \hat{n} \cdot \vec{\beta})}$$

$$\hat{n} = \frac{\hat{n}_R + [(\gamma - 1)\hat{n}_R \cdot \hat{\beta} + \gamma\beta]\hat{\beta}}{\gamma(1 + \hat{n}_R \cdot \vec{\beta})}$$

Expandindo:

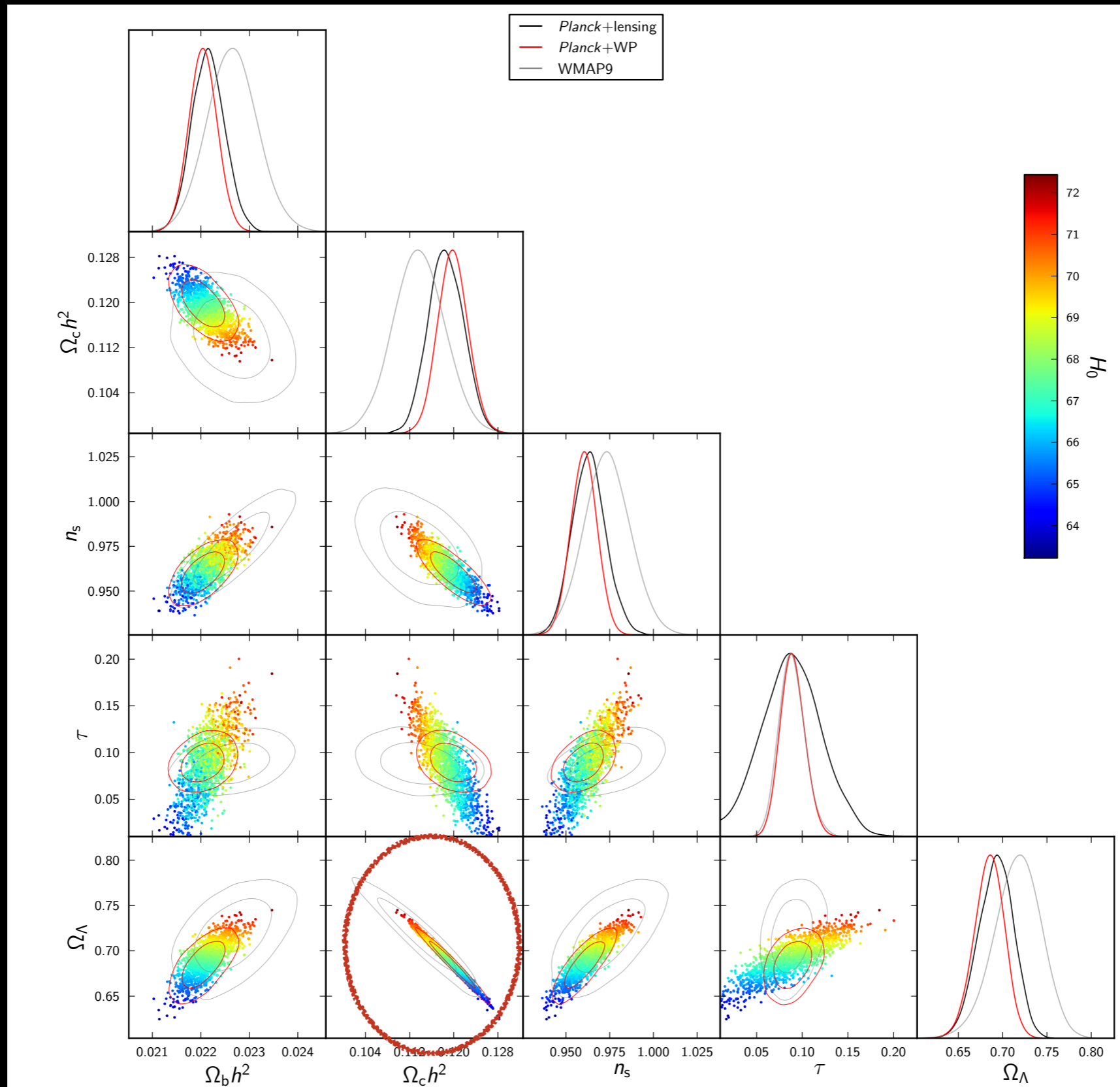
$$T_R(\hat{n}_R) \simeq T_R[\hat{n} - \vec{\nabla}(\hat{n} \cdot \vec{\beta})]$$

$$\Delta T_\beta(\hat{n}) \simeq T_0 \hat{n} \cdot \vec{\beta} + \Delta T_{RCF}[\hat{n} - \vec{\nabla}(\hat{n} \cdot \vec{\beta})] (1 + \hat{n} \cdot \vec{\beta})$$

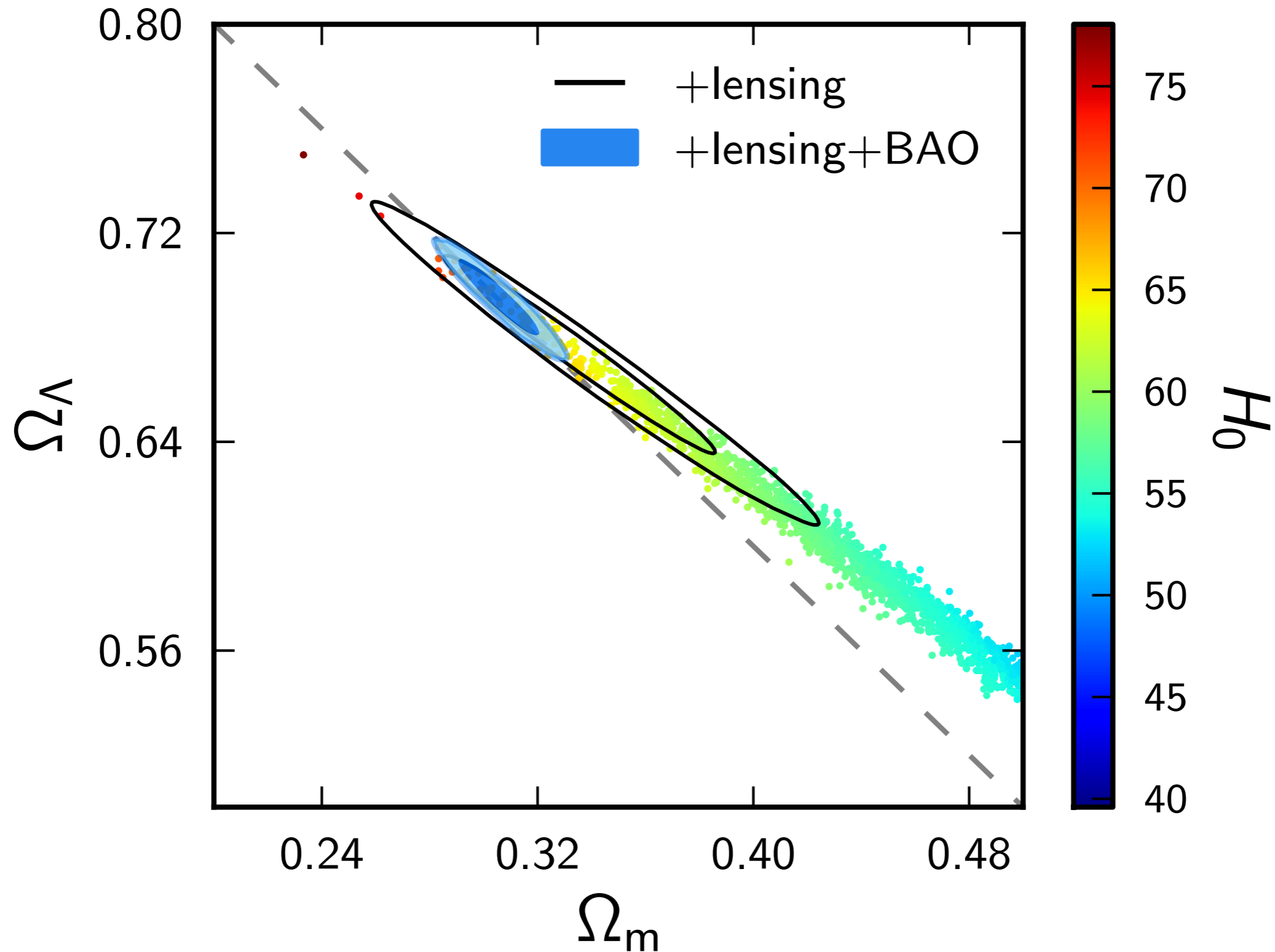


Introdução à Cosmologia Física

Resultados do Satélite Planck (2013):



Curvatura espacial muito bem limitada pela RCF...



Introdução à Cosmologia Física

Mas a RCF, sozinha, não dá conta do recado:

