

PRO 3200 - Estatística

Lista 3: Teste de Hipótese com uma amostra

1) Um fabricante de fibra têxtil está investigando um novo fio que a companhia afirma ter um alongamento médio de 12 quilogramas com desvio padrão de 0,5 quilogramas. A companhia deseja testar a hipótese $H_0: \mu \geq 12$ contra $H_1: \mu < 12$, usando uma amostra aleatória de 4 espécimes.

a) qual a probabilidade do erro tipo I, se a região crítica for definida como $\bar{x} \leq 11,5$ quilogramas? R. $\alpha=0,02275$

b) encontre β para o caso em que o alongamento médio verdadeiro seja de 11,25 quilogramas. R. $\beta=0,15866$

2) O calor liberado, em calorias por grama, de uma mistura de cimento tem distribuição aproximadamente normal. Pensa-se que a média seja 100 e o desvio padrão seja 2. Desejamos testar $H_0: \mu=100$ versus $H_1: \mu \neq 100$ com uma amostra de 9 espécimes.

a) se a região de aceitação for definida como $98,5 \leq \bar{x} \leq 101,5$ encontre a probabilidade de um erro tipo I

b) encontre β para o caso em que o verdadeiro calor médio liberado seja 103.

c) encontre β para o caso em que o verdadeiro calor médio seja 105. Esse valor de β é menor do que encontrado no item b)? Por quê?

3) Uma companhia de produtos para consumidor está formulando um xampu novo e está interessada na altura (em milímetros) da espuma. A altura da espuma tem distribuição aproximadamente normal, com desvio padrão de 20 milímetros. A companhia deseja testar $H_0: \mu \leq 175$ milímetros versus $H_1: \mu > 175$ milímetros, usando o resultado de $n=10$ amostras.

a) encontre a probabilidade do erro tipo I se a região crítica for >185 . R. $\alpha=0,05705$

b) qual a probabilidade do erro tipo II, se a altura média verdadeira da espuma for 185 milímetros. R. $\beta=0,5$. E se for 195 milímetros? R. $\beta=0,05705$

4) A proporção de adultos com 3º grau vivendo em uma cidade é estimada em $p=0,4$. Para testar essa hipótese, seleciona-se uma amostra aleatória de 15 adultos. Se o número de graduados estiver entre 4 e 8, a hipótese será aceita, caso contrário, concluiremos que $p \neq 0,4$.

a) encontre a probabilidade de cometer um erro tipo I para este procedimento, considerando $p=0,4$. R. $\alpha=0,29372$

b) encontre a probabilidade de cometer um erro tipo II com esse procedimento, se $p=0,2$. R. $\beta=0,25721$

5) O sistema de escape da tripulação de uma aeronave funciona devido a um propelente sólido. A taxa de queima desse propelente é uma característica importante do produto. As especificações requerem que a taxa média de queima deve ser 50 cm por segundo. Sabemos que o desvio padrão da taxa de queima é $\sigma=2$ cm por segundo. Com um nível de significância de $\alpha=0,05$, seleciona-se uma amostra aleatória de $n=25$ e chega-se a uma taxa da média amostral de queima de $\bar{x}=51,3$ cm por segundo. Que conclusões podemos tirar? R. Rejeita H_0 . A taxa média de queima difere de 50 cm por segundo.

6) A associação de proprietários da indústrias siderúrgicas está muito preocupada com o tempo perdido com acidentes de trabalho, cuja média, nos últimos tempos, tem sido da ordem de 60 horas/homem por ano e desvio padrão de 20 horas/homem. Tentou-se um programa de prevenção de acidentes, após o qual foi tomada uma amostra de nove

indústrias e medido o número de horas/homens perdidas por acidente, que foi de 50 horas. Você diria, no nível de 5%, que houve melhoria? R. Não rejeita H_0 e, portanto, não há evidência de melhoria.

7) Uma empresa de cigarros anuncia que o índice médio de nicotina dos cigarros que fabrica apresenta-se abaixo de 23 mg por cigarro. Um laboratório realiza 6 análises desse índice, obtendo: 27, 24, 21, 25, 26, 22. Sabe-se que o índice de nicotina se distribui normalmente, com variância igual a 4,86 mg². Pode-se aceitar a afirmação do fabricante a um nível de significância de 10%? R. Rejeita H_0 , ou seja, há evidências que a informação do fabricante é falsa.

8) Uma pessoa diz adivinhar qual será o resultado do lance de uma moeda, mas precisa que os presentes não o perturbem com pensamentos duvidosos. Para testar tal capacidade, lançou-se uma moeda perfeita 6 vezes, e o adivinhador acertou 5. Qual a sua conclusão? R. Não rejeita H_0 , ou seja, não há evidências de que a pessoa acerta mais da metade das vezes.

9) O consumidor de um produto acusou o fabricante dizendo que mais de 20% das unidades fabricadas apresentam defeito. Para confirmar sua acusação, ele usou uma amostra de tamanho 50, onde 27% das peças eram defeituosas. Mostre como o fabricante poderia refutar a acusação. Utilize um nível de significância de 10%. R. Aceita H_0 , ou seja, não há evidências de que a proporção de peças defeituosas seja maior que 20%.

10) Observou-se a produção mensal de uma indústria durante vários anos, verificando-se que ela obedecia a uma distribuição normal, com variância 300. Foi adotada uma nova técnica de produção e, durante 24 meses, observou-se a produção mensal. Após esse período, constatou-se que $\bar{x}=10.000$ e $s^2=400$. Há evidências de que a variância mudou ao nível de 20%? R. Aceita H_0 , ou seja, não há evidências de que a variância mudou ao nível de 20%.

11) Numa linha de produção, é muito importante que o tempo gasto numa determinada operação não varie muito de empregado para empregado.

a) que parâmetro estatístico poderia ser usado para avaliar esse fato? Por quê?

b) se 11 empregados apresentam os mesmos tempos abaixo para realizar essa operação, qual seria a estimativa para o parâmetro acima. R. [55,7; 351,4]

125	135	115	120	150	130
125	145	125	140	130	

12) O tempo médio, por operário, para executar uma tarefa tem sido de 100 minutos, com desvio padrão 15 minutos. Introduziu-se uma modificação para diminuir o tempo e, após certo período, sorteou-se uma amostra de 16 operários e mediu-se o tempo de execução de cada um. O tempo médio da amostra foi de 85 minutos, e o desvio padrão foi de 12 minutos. Estes resultados trazem evidências estatísticas da melhora desejada? Em caso afirmativo, estime o novo tempo médio de execução. R. Rejeita H_0 e, portanto, há evidências de melhora.

13) Estamos desconfiados que a média das receitas municipais per capita das cidades pequenas (0 – 20 mil habitantes) é maior do que a das receitas do estado, que é de 1.229 unidades. Para comprovar ou não essa hipótese, sorteamos dez cidades pequenas e obtivemos os seguintes resultados: 1.230; 582; 576; 2.093; 2.621; 1045; 1439; 717; 1.838; 1.359. A soma das observações é igual a 13.500 e a soma dos quadrados das observações é 22.335.650.

a) ao nível de significância de 5% o que é possível concluir?

b) como você explicaria esta conclusão já que a média da amostra obtida é bem maior que a média do estado?

14) Suponha que uma pequena amostra piloto de $n=10$, extraída de uma população, forneceu os valores $\bar{x}=15$ e $s^2 = 16$. Se desejarmos que o erro seja 0,5 e probabilidade 95% qual deve ser o tamanho da amostra? R. 245

15) Suponha que uma indústria farmacêutica deseja saber a quantos voluntários se deve aplicar uma vacina de modo que a proporção de indivíduos imunizados na amostra difira de menos de 2% da proporção verdadeira de imunizados na população, com probabilidade 90%. Qual o tamanho da amostra? R. $n=1691$

16) O ponto de fundição de cada uma das 16 amostras de óleo testados foi determinado na média como 94,32 graus Celsius. Assuma que a distribuição do teste seja normal, com desvio padrão de 1,2. Teste a hipótese de que a temperatura média de fundição é exatamente 95 graus Celsius, suando um teste nível 0,01 bicaudal. R. 1. $z=-2,27$, portanto não rejeita H_0

17) Supõe-se que o diâmetro médio real de certo tipo de rolamento é de 0,5 polegadas. Um teste t de uma amostra será realizado para verificar essa afirmação. Qual a conclusão correta em cada uma das situações a seguir: R. a. $t = 2,179 > 1,6$, portanto não rejeita H_0 ; b. $-1,6 > -2,179$, portanto não rejeita H_0 ; c. Não rejeita H_0 ; d. Rejeita H_0

a. $n=13$, $t=1,6$, $\alpha = 0,05$

b. $n=13$, $t=-1,6$, $\alpha = 0,05$

c. $n=25$, $t=-2,6$, $\alpha = 0,01$

d. $n=25$, $t=-3,9$

18) Um método para medir o nível de fósforo no solo é testado com a coleta de 11 amostras. Cada uma tem um teor real conhecido de fósforo de 548 mg. A média amostral e o desvio padrão da amostra são respectivamente 587 e 10 mg. Existe evidência de que o nível médio de fósforo indicado no teste difere significativamente do nível real? Use $\alpha = 0,05$. R. 3. Sim, porque $t = 12,9 \geq 2,228$

19) Os registros do Denatran indicam que 70% dos carros que se submeteram ao teste de emissões de poluentes em 2014 passaram na primeira tentativa. Uma amostra de 200 carros só do estado de Sergipe indica que 124 passaram no teste inicial. Isso sugere que a proporção do país durante 2014 é diferente da proporção de Sergipe? Teste a hipótese usando $\alpha = 0,05$. R. Sim, porque $-2,47 \leq -1,96$.

20) Um fabricante de aspirina enche os frascos por peso. Uma vez que cada frasco deve ter 100 comprimidos, o peso médio do comprimido deve ser de 5 gramas. Cada um dos comprimidos de um lote é pesado, resultando numa média de 4,87 gramas com desvio padrão da amostra de 35 gramas. Essas informações fornecem evidências para concluir que o fabricante não está enchendo os frascos corretamente? R. Valor $P < 0,0004 < 0,01$, portanto H_0 deve ser rejeitada.

21) Foi alegada discriminação racial no processo de seleção de jurados de um julgamento. Um censo sugeriu que 25% das pessoas elegíveis para jurados eram negras. Em uma amostra de 1050 pessoas possivelmente escolhidas para o julgamento, havia apenas 177 negros. Usando um teste nível 0,01, é possível indicar fortemente que houve discriminação? R. -6,1 é menor do que -2,33, portanto os dados suportam fortemente essa conclusão

22) A porcentagem desejada de SiO_2 em um tipo de cimento é 5,5. Dezesesseis amostras independentes são analisadas, e a porcentagem de SiO_2 é verificada como tendo média de 5,25 e normalmente distribuída com desvio padrão de 0,3. Isso indica conclusivamente que a porcentagem é diferente de 5,5? Use $\alpha = 0,10$. R. 7. $z = -3,33 \leq -2,58$, portanto rejeita H_0

23) Muitos consumidores estão mudando para genéricos para reduzir custos. Em uma pesquisa com 102 médicos, somente 42 deles sabiam o nome do genérico da metadona. Esse resultado indica forte evidência de que menos da metade do total de médicos sabe o nome desse genérico? Use um teste de hipótese com nível de significância de 0,01. R. Não, valor P aproximadamente 0,2

24) Uma amostra de 50 lentes de contato possui espessura média amostral de 3,05 mm e desvio padrão da amostra de 0,34 mm. A espessura média desejada é de 3,20 mm. Os dados sugerem fortemente que a espessura média real é diferente da desejada? Use $\alpha = 0,05$. R. 9. $z = -3,12 \leq -1,96$, portanto H_0 deve ser rejeitada.

25) Cientistas acreditam que robôs terão papel crucial em fábricas na próxima década. Em um teste, um robô foi usado para montar 500 cabos. Os cabos foram analisados e havia 15 com defeito. Se os montadores humanos têm um índice de falha de 3,5%, esses dados apoiam a hipótese de que a proporção de cabos defeituosos é menor para os robôs do que para os humanos? Use nível de significância de 0,01. R. $z = -0,61 > -2,33$; não

26) A quantidade de desgaste de um eixo foi determinada para 8 motores após certa distância percorrida. O desgaste médio foi de 3,72 mm e o desvio padrão da amostra é $s = 1,25$ mm. Assumindo que a distribuição do desgaste do eixo é normal, use um teste no nível de significância 0,05 para testar se o desgaste médio do eixo é de exatamente 3,5 mm, ou se o desgaste é maior do que 3,5 mm. R. $0,498 < 1,895$, portanto não rejeita H_0

27) Em um teste de dureza de materiais, 42 espécimes de uma liga metálica foram estudados a 110 graus F. A expansão média das ligas foi de 73,1 mm, com desvio padrão da amostra de $s = 5,9$ mm. Para ser adequado para sua aplicação, a expansão deve ser menor do que 75 mm. A liga é adequada para uso? Teste a hipótese necessária com $\alpha = 0,01$. R. $-2,09 > -2,33$, portanto não rejeita H_0

28) Em um experimento para verificar quanto tempo pessoas, usando determinado óculos escuros, conseguem olhar diretamente para o Sol, o tempo médio da amostra para $n = 9$ pessoas foi de 6,32 segundos, com desvio padrão da amostra de 1,65 segundos. Assumiu-se anteriormente que o tempo médio seria de 7 segundos. Assumindo que esse tempo seja normalmente distribuído, os dados contradizem a estimativa original? Use $\alpha = 0,1$. R. $-1,24 > -1,397$, portanto a primeira hipótese não foi contradita.

29) Está sendo testado um espectrofotômetro para medir a concentração de CO em ppm. O gás utilizado para o teste tem especificação do fabricante de conter exatamente 70 ppm. Se as leituras estiverem muito distantes desse valor, isso significa que o aparelho está descalibrado. A amostra obtida, normalmente distribuída, é de seis leituras. R. t é aproximadamente 1,9, portanto P é 0,116, e H_0 não deve ser rejeitada.

85 77 82 68 72 69

O aparelho está descalibrado? Faça um teste usando $\alpha = 0,05$.

30) Uma amostra aleatória de 150 doações de sangue revela que 82 eram do tipo A. Isso sugere que a porcentagem real de doadores tipo A é diferente de 40%, isto é, a porcentagem da população que efetivamente possui sangue tipo A? Faça um teste de hipótese usando nível de significância de 0,01. Sua conclusão teria sido diferente se fosse usado um nível de significância de 0,05? R. $z=3,67 \geq 2,58$. Portanto, rejeito H_0

31) Supõe-se que a tensão média real de quebra de certo isolante cerâmico seja de no mínimo 10 psi. Eles serão usados para uma aplicação específica, a menos que os dados da amostra indiquem que essa especificação não foi satisfeita. Um teste de hipótese será realizado com $\alpha = 0,01$ em uma amostra aleatória de 10 isolantes. Se a população for normalmente distribuída e o desvio padrão real é de 0,8, qual a probabilidade de que os isolantes sejam considerados satisfatórios quando a tensão de quebra for de 9,5 psi? R. Aproximadamente 0,6

32) Acredita-se que a incidência de um tipo de defeito de cromossomo em homens adultos nos EUA seja de 1 a cada 75. Testando 800 adultos da população carcerária americana, foram encontrados 16 com tal defeito. Pode-se concluir que a taxa de incidência desse defeito é maior na população carcerária do que na população total? Use $\alpha = 0,05$ e diga qual tipo de erro você poderia ter cometido ao chegar numa conclusão. R. $z=1,64 < 1,96$, portanto H_0 não pode ser rejeitada. O erro cometido seria do tipo 2.

33) Quarenta e cinco tijolos tiveram sua resistência à compressão média calculada como 3107 psi, com desvio padrão da amostra de 188 psi. A amostra indica que a resistência à compressão dos tijolos é menor do que o valor nominal de 3200 psi? Use $\alpha = 0,001$ no teste de hipótese. R. Sim, $z = -3,32 \leq -3,08$, portanto H_0 deve ser rejeitada