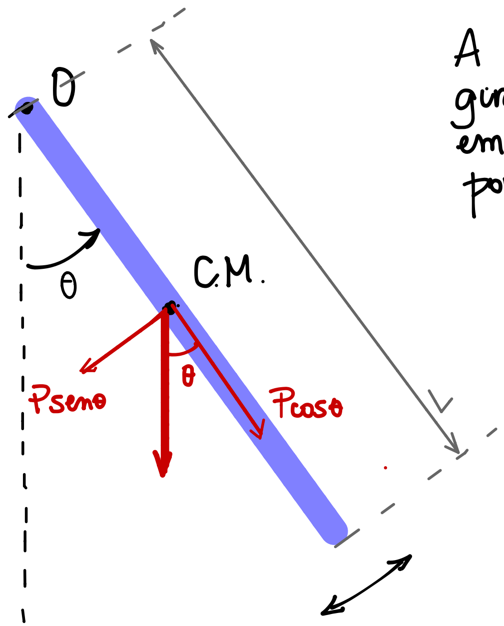
LISTA 2

Exercício 5

Em $t=0$ $\theta=\theta_0$, e $\omega_0=\omega_0$

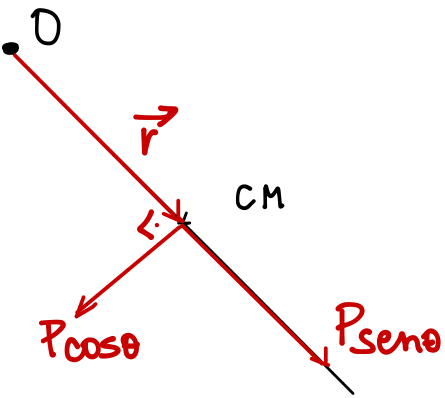
a)



A barra pode girar livremente em torno do ponto O.

A força resultante atuando sobre a barra é a força Peso, que atua no centro de massa (C.M.)

b) a força peso tem uma componente radial (Pcosθ) e uma componente tangencial (Psenθ)



$\vec{r}$ = vetor que liga o ponto O ao CM

Apenas a componente de $\vec{P}$ $\perp$ a $\vec{r}$ contribui para produzir um torque:

$$\tau = P\sin\theta \cdot r$$

Esse torque produz uma aceleração angular

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \tau = I_0 \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

I_0 é o momento de inércia da barra em relação ao ponto O.

Para uma barra de comprimento L e massa M:

$$I_0 = \frac{ML^2}{3}$$

se o eixo de rotação passa pelo CM

$$I_{CM} = \frac{ML^2}{12}$$

c) Podemos então escrever a equação que descreve o movimento de rotação da barra em torno do ponto O:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = - P \operatorname{sen}\theta \, r$$

o sinal negativo reflete o fato de que o torque resultante tende a trazer a barra para a posição de equilíbrio. Para esse caso $r = \frac{L}{2}$

$$I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} = - mg \frac{L}{2} \operatorname{sen}\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = - \frac{mgL}{2I_0} \operatorname{sen}\theta$$

para pequenas amplitudes de oscilação:

$\operatorname{sen}\theta \approx \theta$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mgL}{2I_0}\theta}$$

d) Comparando com a equação do pêndulo simples podemos identificar a frequência angular w:

$$\boxed{\Omega^2 = \frac{mgL}{2I_0}}$$

e) A solução para a equação diferencial

$$\theta = \theta_{max} \cos(\Omega t + \varphi)$$

θ_{max} = amplitude de oscilação

Para determinar as constantes de integração devemos utilizar as condições iniciais

$\theta(0) = \theta_0$
$w(0) = w_0$

$$w = \frac{d\theta}{dt} = -\Omega\theta_{max}\,\mathrm{sen}(\Omega t + \varphi)$$

$$\theta(0) = \theta_0 \Rightarrow \quad \theta_0 = \theta_{max}\cos\varphi$$

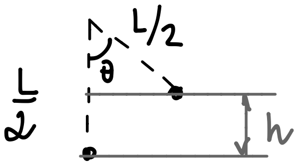
$$w(0) = w_0 = -\Omega\theta_{max}\,\mathrm{sen}\varphi$$

$$-\frac{\Omega\theta_{\cancel{max}}\,\mathrm{sen}\varphi}{\theta_{\cancel{max}}\,\cos\varphi} = \frac{\theta_0}{w_0}$$

$$\boxed{\mathrm{tg}\,\varphi = -\frac{\theta_0}{w_0\Omega}} \qquad \boxed{\theta_{max} = \frac{\theta_0}{\mathrm{sen}\varphi}}$$

f) Energia potencial:

h = altura do CM em relação à posição de equilíbrio



$$h = \frac{L}{2}(1-\cos\theta)$$

$$h \approx \frac{L}{2}\frac{\theta^2}{2}$$

$$u = Mgh \Rightarrow \quad u \cong Mg\frac{L\theta^2}{4}$$

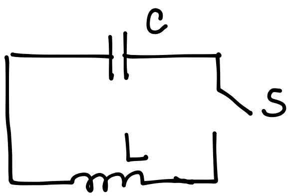
$$u(t) = \frac{MgL}{4}\theta_{max}^2\cos^2(\Omega^2 t + \varphi)$$

g) $K = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} M r^2 \omega^2$

$$K = \frac{1}{2} M \frac{L^2}{4} \omega^2$$

$$\boxed{K = \frac{1}{2} \frac{ML^2}{4} \theta_{max}^2 \Omega^2 \operatorname{sen}^2(\Omega t + \varphi)}$$

<u>Exercício 6</u>



$t = 0 \quad Q(0) = 0$
$\quad\quad\;\; I(0) = 0$

a) a diferença de potencial entre as placas do capacitor é:

$$V = \frac{Q}{C}$$

ao se descarregar através do indutor se estabelece uma corrente I no circuito e uma força eletromotriz induzida no indutor:

$$V = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2Q}{dt^2}$$

a equação diferencial que descreve o fluxo de cargas no circuito é:

$$-L\frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{Q}{C} \qquad \frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}\,Q$$

comparando essa equação c/ a do oscilador massa mola, vemos que as equações são semelhantes:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad — \quad \frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}\,Q$$

podemos identificar a frequência de oscilação:

$$\boxed{w^2 = \frac{1}{LC}}$$

A solução da equação para $Q(t)$ é:

$$Q(t) = Q_{MAX}\cos(wt+\varphi)$$

c) Energia Elétrica acumulada no capacitor:

$$U_C = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2C}Q_{MAX}^2\cos^2(wt+\varphi)$$

d) Energia acumulada no indutor na forma de campo magnético:

$$\boxed{U_I = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{dQ}{dt}\right)^2}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\varphi_{max}\,\omega\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$\boxed{U_I = \frac{1}{2} L\, \varphi_{max}^2\, \omega^2\, \mathrm{sen}^2(\omega t + \varphi)}$$