SOM

1. SOM

2. Onda Sonora Senoidal
   - onda de deslocamento
   - onda de pressão
   - onda de densidade

3. Equação Diferencial da Onda Sonora

4. Intensidade

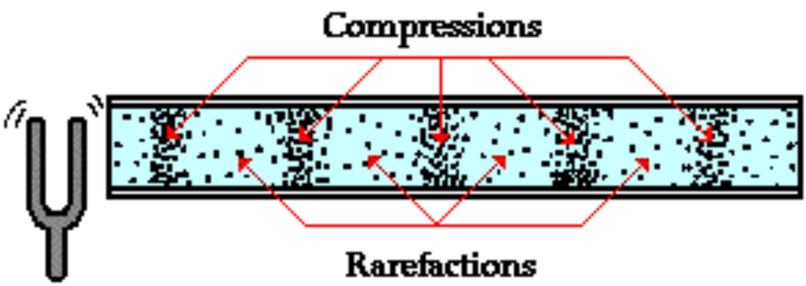
5. Ondas sonoras estacionárias
   - Condições de Contorno
   - tubo com uma extremidade fechada
   - tubo aberto

6. Interferência

1. SOM

O som é uma onda longitudinal, que necessita de um meio para se propagar, e pode ser transmitida por materiais sólidos, líquidos ou em gases.

A transmissão da onda sonora se dá pela oscilação das partículas do meio na mesma direção da propagação da onda, resultando em zonas de compressão e expansão do meio, ou flutuações de pressão



Assim, devemos esperar que a velocidade de propagação da onda sonora (v) deva depender da <u>compressibidade</u> do meio.

Meio	v (m/s)
Ar (0°C)	331
Ar (20°C)	343
Hidrogênio (0°C)	1286
Água (25°C)	1493
Água do Mar (25°C)	1533
Alumínio	5100
Cobre	3560
Aço	5130
Borracha	54

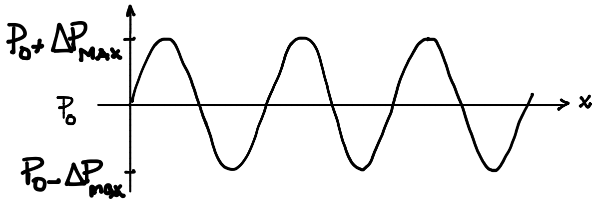
Fonte: Serway - Physics for Scientists and Engineers

2. ONDA SENOIDAL

À passagem da onda sonora a pressão oscila localmente em torno de um valor de equilíbrio que chamaremos de P_0.

Vamos considerar, inicialmete, uma onda periódica, que produz variações senoidais de pressão.

Onda de deslocamento



Vamos chamar de $u(x,t)$ o deslocamento de um pequeno volume do meio ao longo da direção x, medido em relação à posição de equilíbrio.

Para uma oscilação senoidal podemos escrever:

$$\boxed{u(x,t) = u_{max} \cos(kx - \omega t)}$$

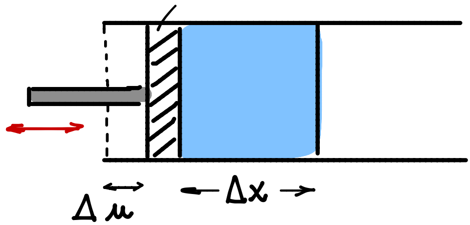
A onda sonora pode ser considerada uma onda de deslocamento ou como uma onda de pressão.

Em uma determinada região do meio, a passagem da onda produz variações ou flutuações de pressão ΔP em torno de um valor de equilíbrio.

Vamos estabelecer uma relação entre a onda de deslocamento e a onda de pressão.

Onda de Pressão

Vamos considerar que um pistão colocado na extremidade de um tubo contendo gás oscila periódicamente com pequenos deslocamentos, como mostrado na figura abaixo.



O movimento de oscilação do pistão produz uma onda periódica longitudinal, com pequenas variações de pressão.

Para um gás ideal: $P = \dfrac{nRT}{V} \Rightarrow \dfrac{dP}{dV} = -\dfrac{nRT}{V^2}$

$$dP = -\frac{nRT}{V}\,\frac{dV}{V} \Rightarrow \boxed{dP = -B.\frac{dV}{V}}$$

B = Módulo de elasticidade (volumétrico)

Em analogia, para outros meios, usa-se a mesma relação:

$$\Delta P = -B\frac{\Delta V}{V} \quad \text{ou} \quad \Delta P = -\frac{1}{K}\frac{\Delta V}{\Delta V}$$

$K = \dfrac{1}{B}$ = módulo de compressibilidade.

Tomando um volume $V = A.\Delta x$, a variação do volume se deve a um pequena expansão (ou compressão) do meio

$$\Delta V = A.\Delta u$$

Assim a variação do pressão é re-escrita como:

$$\Delta P = -\frac{1}{K} . \frac{A.\Delta u}{A.\Delta x}$$

e tomando Δx pequeno: $\boxed{\Delta P = -\frac{1}{K} \frac{\partial u}{\partial x}}$

Para a onda periódica $\Rightarrow u(x,t) = u_{max} \cos(kx - \omega t + \varphi)$

$$\Delta P = \frac{k}{K} . u_{max} . \text{sen}(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\boxed{\Delta P = \Delta P_{max} \ \text{sen}(kx - \omega t + \varphi)} \qquad \boxed{\Delta P_{max} = \frac{k \, u_{max}}{K}}$$

Note-se que a onda de deslocamento e a onda de pressão não estão em fase.

A diferença de fase entre elas é de $\pi/2$

Onda de Densidade.

A variação de pressão é acompanhada de uma variação da densidade do meio.

Retomando a relação: $\Delta P = -B \cdot \frac{\Delta V}{V}$

A variação da densidade está associada a variação do volume:

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow \frac{d\rho}{dV} = -\frac{M}{V^2} \Rightarrow -\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dV}{V}$$

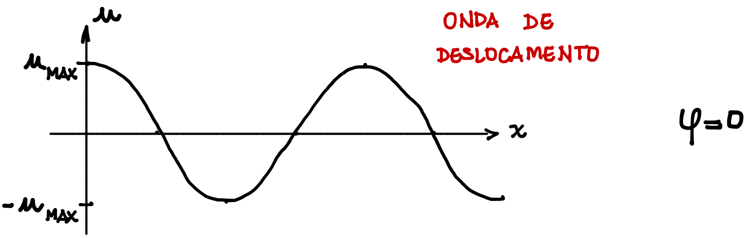
Então: $\Delta P = B \cdot \frac{d\rho}{\rho}$ e vimos que $\Delta P = -B \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$

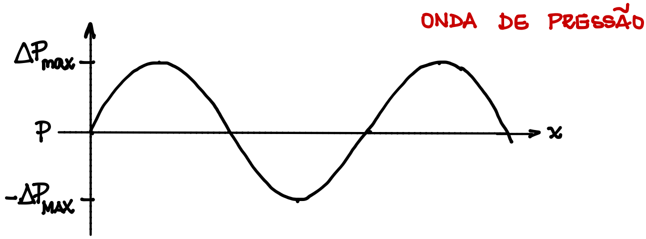
Temos que: $\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{\partial u}{\partial x}$

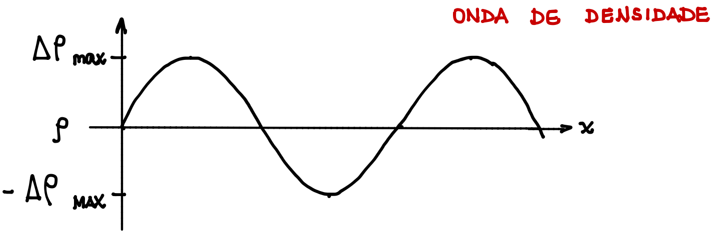
$d\rho$ = variação da densidade em torno de um valor ρ de equilíbrio.

$$\boxed{\Delta\rho = \rho \cdot u_{max} k \, \text{sen}(kx - \omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{\Delta\rho_{max} = \rho k \, u_{max}}$$





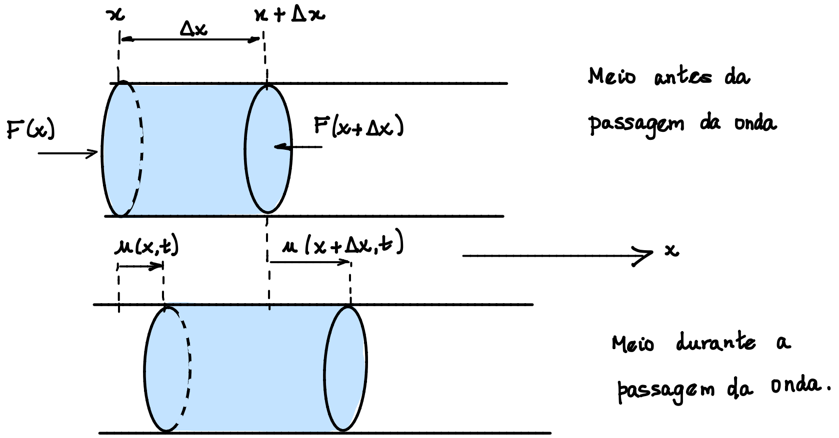


A onda sonora pode ser considerada como uma onda de deslocamentos longitudinais, ou como uma onda de pressão, ou ainda como uma onda de densidade.

O máximo de variação de pressão, corresponde a um deslocamento igual a zero.

3. A EQUAÇÃO DIFERENCIAL DA ONDA SONORA

Para obter a equação diferencial que descreve a propagação da onda sonora aplicaremos as equações da dinâmica que fornecem uma relação entre as forças atuando no meio e o deslocamento produzido.



Consideremos um cilindro imaginário no meio percorrido pela onda sonora. O volume original do cilindro é $V = A.\Delta x$, ~~e a~~ massa no interior do cilindro é $\Delta m = \rho . A . \Delta x$

A passagem da onda produz o deslocamento $u(x,t)$ na extremidade x e de $u(x+\Delta x, t)$ na extremidade $x + \Delta x$.

A pressão exercida na face x (à esquerda) é $P(x,t)$ e na face $x+\Delta x$, à direita é: $P(x+\Delta x, t)$.

$$P = \frac{\text{força}}{\text{un. de área}} \quad \begin{cases} P(x,t) = F(x,t)/A \\ P(x+\Delta x, t) = F(x+\Delta x)/A \end{cases}$$

A força resultante sobre o volume V é dada por:

$$\Delta F = F(x,t) - F(x+\Delta x, t) = -A[P(x+\Delta x, t) - P(x)]$$

Note que $\begin{cases} F(x,t) > 0 \text{ (mesmo sentido do eixo x)} \\ F(x+\Delta x, t) < 0 \text{ (sentido contrário ao eixo x)} \end{cases}$

Multiplicando e dividindo a equação acima por Δx:

$$\Delta F = -(A.\Delta x)\left[\frac{P(x+\Delta x, t) - P(x,t)}{\Delta x}\right] = \Delta m. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Tomando o limite para $\Delta x \to 0$:

$$\Delta F = -dV. \frac{\partial P}{\partial x} = dm. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$-\frac{dV}{dm} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Lembrando que o volume do cilindro original é $\Delta V = A.\Delta x$ e que a massa no interior do cilindro é $\Delta m = (A.\Delta x)\rho$

$$\rho . \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial P}{\partial x}$$

Já obtivemos uma relação entre a pressão e o deslocamento:

$$P(x,t) = -\frac{1}{K} \frac{\partial u}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{1}{K} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Então a equação diferencial pode ser expressa por:

$$\rho . \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\left[-\frac{1}{K} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]$$

Essa equação pode ser comparada à equação obtida para a onda progressiva em uma corda. Reconhecemos nessa equação a velocidade de propagação da onda sonora:

$$\rho . K \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\boxed{\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}$$

$\Rightarrow$ Eq. Diferencial da onda sonora.

$$\boxed{v^2 = \frac{1}{\rho K} = \frac{B}{\rho}}$$

$u(x,t) \Rightarrow$ representa o deslocamento longitudinal das partículas do meio em relação à posição de equilíbrio e deve satisfazer a equação diferencial da onda.

Vemos que a velocidade de propagação do meio depende de propriedades do meio; da sua densidade e da sua compressibilidade. Essa equação é válida para gases e fluidos.

Em um sólido, a onda sonora pode produzir uma deformação transversal. Usando o mesmo procedimento usado para os gases e líquidos, substituímos a compressibilidade pelo módulo de Young (Y).

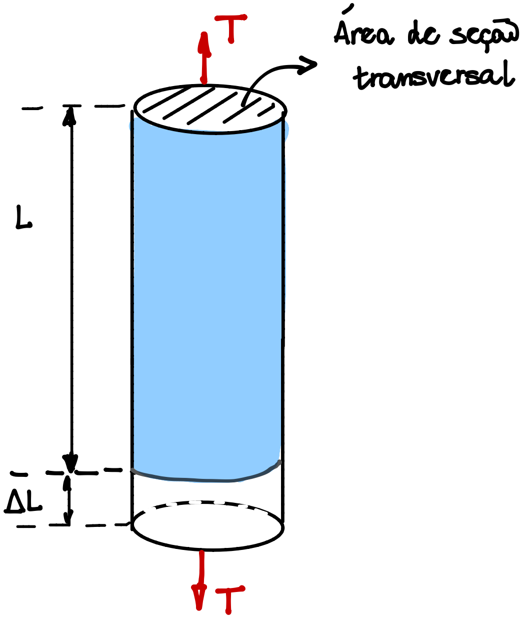
A expressão obtida para a velocidade de propagação da onda para um sólido passa a ser dada por:

$$\boxed{v^2 = \frac{Y}{\rho}}$$

Velocidade de propagação do som em sólidos.

onde o módulo de Young é dado por:

$$Y = \frac{(T/A)}{(\Delta L/L)}$$

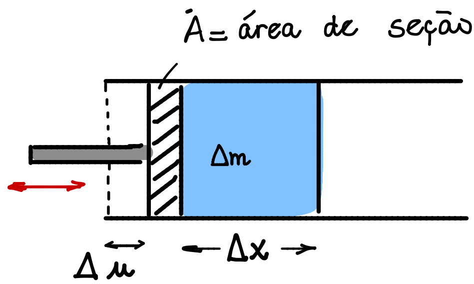


4. INTENSIDADE DA ONDA SONORA

Vimos que uma onda progressiva transporta energia, isso é verdadeiro para as ondas em uma corda e para as ondas sonoras.

A energia transportada pela onda sonora vem da vibração de uma corda, ou de uma membrana ou haste, que transmite essas vibrações para as moléculas do meio em que estão, que pode ser o ar, ou a água...

Vamos retomar a situação modelo, em que uma superfície desloca-se ligeiramente, periodicamente, produzindo deslocamento das partículas do meio, como mostrado na figura abaixo.



A pressão inicial no meio é P, e ao se aplicar uma força F ao pistão, há um deslocamento Δu, e a pressão varia de uma quantidade ΔP.

$$F = \Delta P . A$$

A potência instantânea é: $F.\dfrac{\partial u}{\partial t} = A.\Delta P.\dfrac{\partial u}{\partial t}$

Para a onda senoidal de deslocamento temos:

$$u(x,t) = u_{max}.\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

e vimos que: $\Delta P = -\dfrac{1}{K}\dfrac{\partial u}{\partial x}$

A intensidade de uma onda é expressa como:

$$I = \frac{\text{potencia}}{\text{área}} \Rightarrow \text{unidades: } \frac{W}{m^2} \ (SI)$$

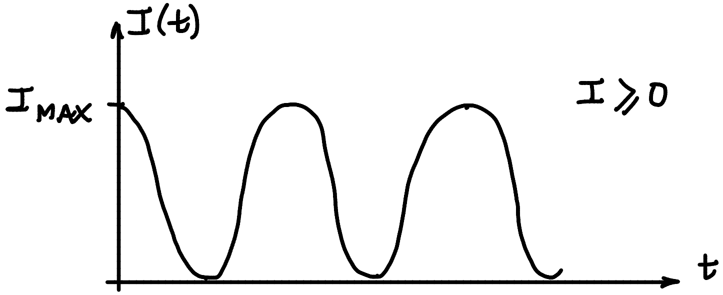
$$I = \frac{A.\Delta P}{A}.\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta P.\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$I = -\frac{1}{K}.\frac{\partial u}{\partial x}.\frac{\partial u}{\partial t} \quad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = k\,u_{max}\,\text{sen}(kx-\omega t+\varphi) \\ \\ \dfrac{\partial u}{\partial t} = -\omega\,u_{max}\,\text{sen}(kx-\omega t+\varphi) \end{cases}$$

$$I = -\frac{1}{K}(-\omega)\,k.\,u_{max}^2\,\text{sen}^2(kx-\omega t+\varphi)$$

ou usando $B = \frac{1}{K}$

$$I = B \omega k \, \mu_{max}^2 \cos^2(kx - \omega t + \varphi)$$



Tomando o valor médio em 1 período: $\langle \cos^2(\omega t) \rangle_T = \frac{1}{2}$

$$\boxed{\bar{I} = \frac{B \omega k}{2} u_{max}^2}$$

Lembrando que $k = \frac{\omega}{v}$ e $v^2 = \frac{B}{\rho}$

$$\bar{I} = \frac{B}{2} \cdot \omega \cdot \frac{\omega}{v} \cdot u_{max}^2 \Rightarrow \bar{I} = \frac{1}{2} B \omega^2 \sqrt{\frac{\rho}{B}} \, u_{max}^2$$

$$\boxed{\bar{I} = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} \cdot \omega^2 \mu_{max}^2}$$

Vemos que a intensidade média da onda depende da freqüência e também da amplitude da onda, como nas ondas que se propagam na corda.

Em um aparelho estereofônico o alto falante que produz freqüências baixas deve vibrar com amplitudes muito maiores que o alto falante que produz freqüências altas para se obter a mesma intensidade.

O ouvido humano consegue ouvir sons na faixa de 10^{-12} W/m^2 até 1 W/m^2, que é o limiar da dor.

Uma escala conhecida e bastante utilizada como unidade para intensidade de sons é o <u>Decibel</u>.

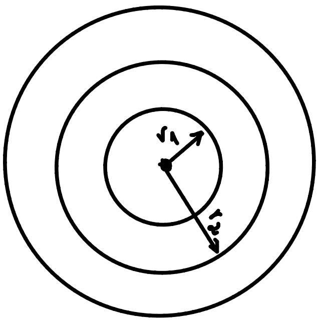
O nível 0 de Decibel é assumido para intensidades de som na faixa de 10^{-12} W/m^2.

Som 10 vezes + intenso $\Rightarrow 10^{-11}$ $W/m^2 = 10$ Decibéis.

Sons com intensidade superior à 85 dB já produzem danos fisiológicos ao ouvido.
Os danos podem ser temporários ou permanentes, se alguns receptores no ouvido interno forem danificados ou destruídos.

FONTE SONORA	INTENSIDADE (W/m^2)	NÍVEL DO SOM (dB)
Avião à jato (30 m de distância)	10^2	140
Sirene de Ambulância	1	120
Música em um amplificador	10^{-1}	115
Trânsito em uma rua movimentada	10^{-5}	70
Conversação em casa	10^{-6}	60

Quando a fonte sonora é puntual, a onda sonora se propaga em todas as direções do espaço, na direção radial. Essa onda produz pequenos deslocamento das partículas do meio, também na direção radial.



$$\Delta\vec{r} = \overrightarrow{\Delta r}_{max} \cos(kr - \omega t + \varphi)$$

$r_1 = v t_1$

$r_2 = v t_2$

Em um dado instante t_1, a perturbação que foi produzida no ponto O, onde se localiza a fonte, alcançou todos os pontos sobre uma superfície esférica de raio $r = vt$, onde v é a velocidade de propagação da onda.

Dizemos que esses pontos formam uma frente de onda esférica, porque todos os pontos que estão nessa superfície possuem a mesma fase:

$$\delta_1 = kr_1 - \omega t_1 + \varphi$$
$$\delta_2 = kr_2 - \omega t_2 + \varphi$$

Na frente de onda de raio r_1: $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_{MAX} \cos(kr_1 - \omega t_1 + \varphi)$

Isso significa que se em um determinado ponto, a uma distância r, em um certo instante $\Delta\vec{r}$ é máximo todos os pontos, a mesma distância r da fonte, nesse instante, também apresentam deslocamentos máximos.

Podemos fazer uma analogia com surfistas sobre a crista de uma onda. Todos os surfistas têm a mesma fase.

Se a potência média produzida na fonte é igual a $\overline{P}$ à medida que a onda se propaga, essa energia se distribui sobre a superfície esférica de raio r.

A intensidade da onda é: $I = \frac{P}{\text{área}} = \frac{P}{4\pi r^2}$

Portanto, a intensidade da onda cai com $1/r^2$.

5. ONDAS SONORAS ESTACIONÁRIAS

Na corda com extremidades fixas vimos que as ondas senoidais devem satisfazer às condições de contorno, que consistem em ter amplitude de oscilação igual a zero nesses pontos.

Apenas ondas com determinados comprimentos de onda $\lambda_n = 2L/n$, $n = 1, 2, 3 \ldots$, podem existir.

Cada um desses modos de vibração constitui uma onda estacionária, que tem uma frequência bem definida, e são chamados também de modos normais de vibração.

No caso de ondas sonoras também podem existir ondas estacionárias. Essas ondas são formadas em tubos ou colunas de ar, como tubos de orgão ou em instrumentos musicais de sopro.

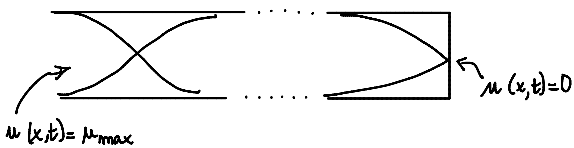
Condições de contorno

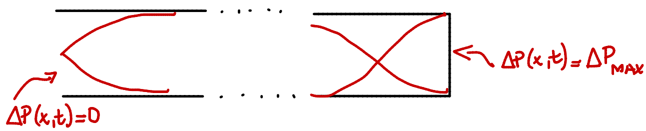
Em um tubo com uma extremidade fechada, não pode haver deslocamento; $u = 0$, portanto nessa extremidade a onda estacionária deve ter um nó.

Na extremidade aberta a variação de pressão deve ser nula, pois a pressão deve estar em equilíbrio com o meio externo; $\Delta P = 0$ na extremidade aberta.

Como a onda de pressão e de deslocamento estão defasadas de $\pi/2$, na extremidade aberta $\Delta P = 0$ e $\Delta u = u_{max}$.

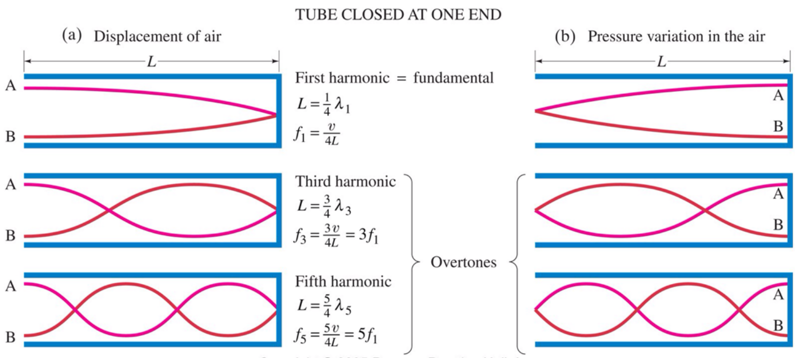
Assim, na extremidade aberta deve-se encontrar um anti nó (ou um ventre) da onda de deslocamento.





Tubo com uma extremidade fechada

Na figura abaixo, são representados três modos normais, para a onda de deslocamento e para a a onda de pressão em um tubo com uma extremidade fechada.



Os comprimentos de onda compatíveis com as condições de contorno nas extremidades são:

$$\lambda_n = \frac{4L}{n} \qquad n = 1, 3, 5 \ldots$$

Apenas harmônicos ímpares podem ser produzidos no tubo com uma extremidade fechada.

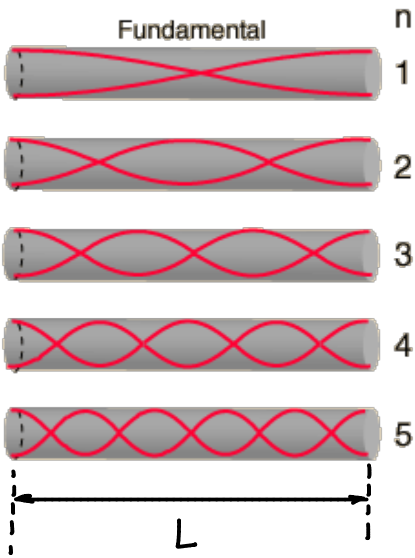
As frequências correspondentes são dadas por:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} \Rightarrow f_n = n\frac{v}{4L} \qquad n = 1, 3, 5, \ldots$$

Tubo com extremidades abertas

No tubo com extremidades abertas, em cada extremidade a onda estacionária apresenta um máximo de deslocamento.

As ondas compatíveis com essas condições de contorno são mostradas na figura abaixo.



$\lambda_1 = 2L$

$\lambda_2 = L$

$\lambda_3 = \frac{2L}{3}$

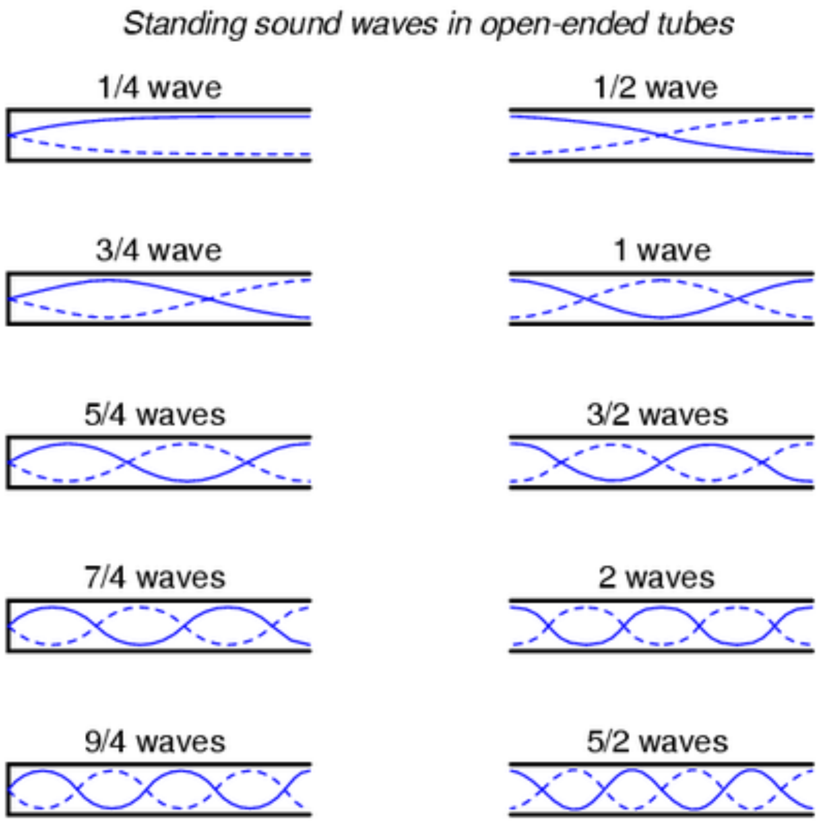
$\lambda_4 = \frac{L}{2}$

$\lambda_5 = \frac{2L}{5}$

O comprimento de onda das ondas estacionárias compatíveis com as condições do contorno é:

$\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n}}$ $\boxed{n = 1, 2, 3, \ldots}$ $\Rightarrow f_n = \frac{n v}{2L}$

A figura abaixo permite uma comparação entre modos normais em tubos abertos e com uma extremidade fechada, para a onda de deslocamento.

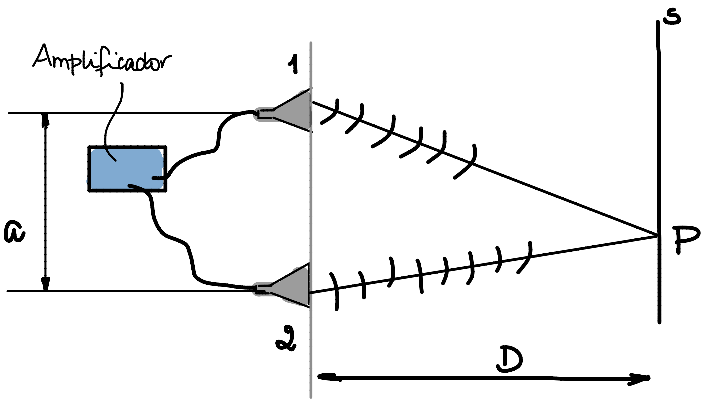


6. INTERFERENCIA DE ONDAS SONORAS

A equação diferencial que descreve uma onda, transversal ou longitudinal é uma equação linear e por isso o princípio da superposição é válido.

A superposição de duas ondas em um determinado ponto do espaço é obtida simplesmente somando-se as ondas nesse ponto.

Consideremos dois alto falantes ligados ao mesmo amplificador, de modo que as ondas sonoras emitidas pelos alto falantes estejam em fase.



Os altofalantes estão separados por uma distância a, e um microfone é colocado em um um ponto P e pode ser deslizado ao longo de um plano que está afastado de uma distância dos microfones, como mostra a figura.

As ondas sonoras emitidas pelos alto falantes se superpõem no ponto P. Cada onda percorreu um caminho diferente, e a que percorreu o caminho mais longo chega atrasada em relação a que percorreu o caminho mais curto.

Esse atraso se traduz em uma diferença de fase entre as ondas. Se a onda emitida pelo alto falante 1 percorreu uma distância d_1 e a onda emitida pelo alto falante 2 percorreu a distância d_2;

$$d_2 - d_1 = \delta$$

δ = diferença de caminho.

Se a diferença de caminho entre as ondas é igual a um múltiplo inteiro do comprimento de onda (λ), as ondas interferem de maneira construtiva, porque os máximos e os mínimos coincidem perfeitamente.

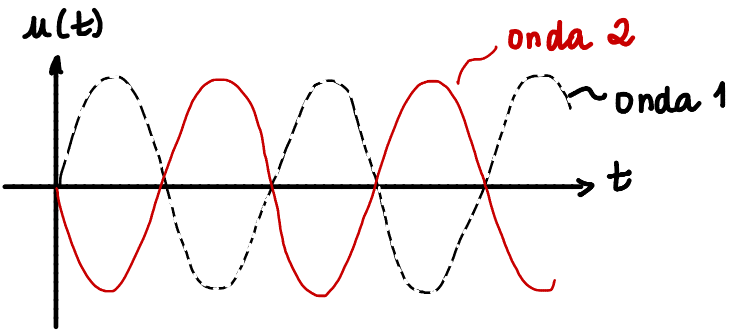
$\delta = n\lambda \qquad n = 0, 1, 2, 3 \ldots \Rightarrow$ Interferência Construtiva

Nesse caso as amplitudes se somam, e a amplitude da onda, nesse ponto é o dobro da amplitude da onda.

Como a intensidade da onda é proporcional ao quadrado da amplitude, a intensidade nesse ponto é multiplicada por 4.

Por outro lado se o máximo de uma onda coincide com o mínimo da outra, o resultado é uma interferencia destrutiva, isto é, nesse ponto a amplitude resultante da superposição é nula.

$$\delta = \text{múltiplos de } \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \; ; \; n = 1, 2, 3, \ldots$$



Pelo gráfico vemos que a diferença de caminho é igual a $\lambda/2$.

Assim, se um microfone for deslocado ao longo da reta s, em alguns pontos, não há som nenhum. Esses pontos correspondem à interferencia destrutiva.