Trabalho e Energia Cinética

6-1 Trabalho Realizado por Força Constante

6-2 Trabalho Realizado por Força Variável–Movimento Unidimensional

6-3 O Produto Escalar

6-4 O Teorema do Trabalho–Energia Cinética — Trajetórias Curvas

***6-5** Trabalho no Centro de Massa

A NEVE DERRETE SOB OS ESQUIS DEVIDO AO ATRITO CINÉTICO ENTRE OS ESQUIS E A NEVE. O ESQUIADOR ESTÁ DESCENDO A MONTANHA SOBRE UMA FINA CAMADA DE ÁGUA LÍQUIDA.

? Como a forma do morro, ou o comprimento do caminho, afetam a rapidez final do esquiador na chegada? (Veja o Exemplo 6-12.)

Até agora, analisamos o movimento usando conceitos como os de posição, velocidade, aceleração e força. No entanto, alguns tipos de movimento são difíceis de descrever usando as leis de Newton diretamente. (Um esquiador descendo rapidamente uma pista curva é um destes tipos de movimento, por exemplo.) Neste capítulo e no Capítulo 7, olhamos métodos alternativos para análise de movimento, que envolvem dois conceitos centrais em ciência: energia e trabalho. Diferentemente da força, que é uma grandeza física vetorial, energia e trabalho são grandezas físicas escalares associadas a partículas e a sistemas de partículas. Como você verá, estes novos conceitos fornecem métodos poderosos para resolver uma grande classe de problemas.

Neste capítulo exploramos o conceito de trabalho e como o trabalho está relacionado com a energia cinética — a energia associada ao movimento dos corpos. Também discutimos os conceitos relacionados de potência e de trabalho no centro de massa.

6-1 TRABALHO REALIZADO POR FORÇA CONSTANTE

Você deve estar acostumado a pensar no trabalho como qualquer coisa que requeira esforço físico ou mental, como estudar para uma prova, carregar uma mochila ou pedalar uma bicicleta. Mas, em física, o trabalho é a transferência de energia por uma força. Se você estica uma mola puxando-a com sua mão (Figura 6-1), energia é transferida de você para a mola e esta energia é igual ao trabalho realizado pela força de sua mão sobre a mola. A energia transferida para a mola pode se tornar evidente se você larga a mola e a observa contrair rapidamente e vibrar.

FIGURA 6-1 Energia é transferida da pessoa para a mola, enquanto esta é esticada. A energia transferida é igual ao trabalho realizado pela pessoa sobre a mola.

Trabalho é uma grandeza escalar que pode ser positiva, negativa ou zero. O trabalho realizado pelo corpo A sobre o corpo B é positivo se alguma energia é transferida de A para B, e é negativa se alguma energia é transferida de B para A. Se não existe energia transferida, o trabalho realizado é zero. No caso em que você estica uma mola, o trabalho realizado por você sobre a mola é positivo, porque energia é transferida de você para a mola. Imagine, agora, que você empurra sua mão de forma a contrair lentamente a mola, até ela ficar frouxa. Durante a contração a mola perde energia — energia é transferida da mola para você — e o trabalho que você realiza sobre a mola é negativo.

CHECAGEM CONCEITUAL 6-1

Para a contração da mola aqui descrita, o trabalho realizado pela mola sobre a pessoa é positivo ou negativo?

É usual se dizer que trabalho é força vezes distância. Infelizmente, a afirmativa "trabalho é força vezes distância" é enganadoramente simples. Trabalho é realizado sobre um corpo por uma força quando o ponto de aplicação da força se desloca. Para uma força constante, o trabalho é igual à componente da força no sentido do deslocamento vezes a magnitude do deslocamento. Por exemplo, imagine você empurrando uma caixa sobre o piso com uma força horizontal constante $\vec{F}$ no sentido do deslocamento $\Delta x\hat{i}$ (Figura 6-2a). Como a força atua sobre a caixa no mesmo sentido do deslocamento, o trabalho W realizado pela força sobre a caixa é

$$W = F\,|\Delta x|$$

Imagine, agora, que você está puxando a caixa através de um cordão preso a ela, com a força formando um ângulo com o deslocamento, como mostrado na Figura 6-2*b*. Neste caso, o trabalho realizado sobre a caixa pela força é dado pela componente da força *no sentido* do deslocamento vezes a magnitude do deslocamento:

$$W = F_x\,\Delta x = F\cos\theta\,|\Delta x| \qquad 6\text{-}1$$

TRABALHO DE FORÇA CONSTANTE

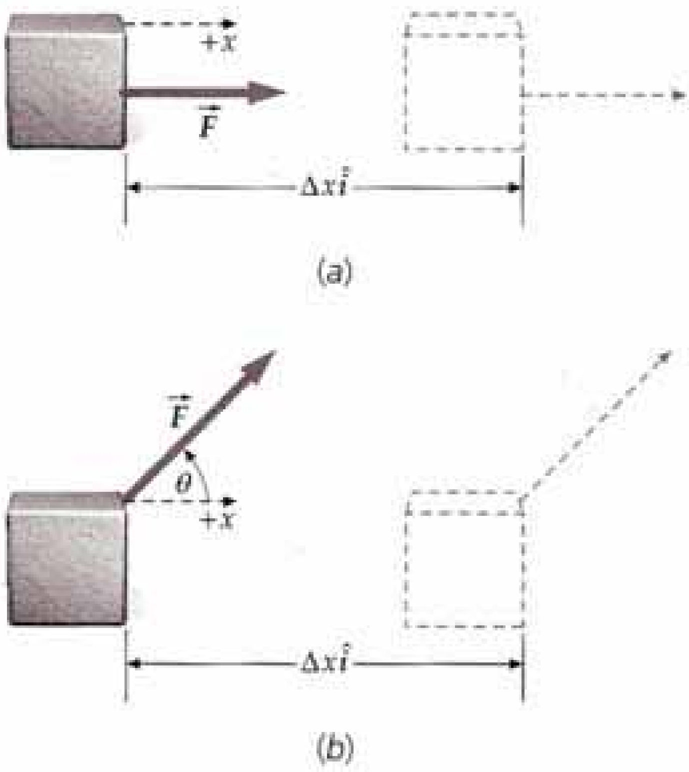


FIGURA 6-2

onde F é a magnitude da força constante, $|\Delta x|$ é a magnitude do deslocamento do ponto de aplicação da força e θ é o ângulo entre os sentidos dos vetores força e deslocamento. O deslocamento do ponto de aplicação da força é idêntico ao deslocamento de qualquer outro ponto da caixa, já que a caixa é rígida e se move sem girar. Se você levanta ou abaixa uma caixa aplicando sobre ela uma força $\vec{F}$, você está realizando trabalho sobre a caixa. Considere positiva a orientação y e seja $\Delta y\,\hat{j}$ o deslocamento da caixa. O trabalho realizado por você sobre a caixa é positivo se Δy e Fy têm o mesmo sinal, e negativo se têm sinais opostos. Mas, se você está simplesmente segurando a caixa em uma posição fixa, então, de acordo com a definição de trabalho, você não está realizando trabalho *sobre a caixa,* porque Δy é zero (Figura 6-3). Neste caso, o trabalho que você realiza sobre a caixa é zero, mesmo que você esteja aplicando uma força.

FIGURA 6-3

A unidade SI de trabalho é o **joule** (J), que é igual ao produto de um newton por um metro:

$$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} \qquad 6\text{-}2$$

No sistema americano usual, a unidade de trabalho é o pé-libra: 1 ft · lb = 1,356 J. Outra unidade conveniente de trabalho em física atômica e nuclear é o **elétron-volt** (eV):

$$1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} \qquad 6\text{-}3$$

Múltiplos comumente usados do eV são o keV (10^3 eV) e o MeV (10^6 eV). O trabalho necessário para arrancar um elétron de um átomo é da ordem de alguns eV, enquanto o trabalho necessário para arrancar um próton ou um nêutron de um núcleo atômico é da ordem de vários MeV.

PROBLEMA PRÁTICO 6-1

Uma força de 12 N é exercida sobre uma caixa a um ângulo $\theta = 20°$, como na Figura 6-2*b*. Qual é o trabalho realizado pela força sobre a caixa, quando esta se move de uma distância de 3,0 m sobre a mesa?

Se há várias forças realizando trabalho sobre *um sistema*, o trabalho total é encontrado calculando-se o trabalho realizado por cada uma das forças e somando-os.

$$W_{\text{total}} = F_{1x}\,\Delta x_1 + F_{2x}\,\Delta x_2 + F_{3x}\,\Delta x_3 + \cdots \qquad 6\text{-}4$$

Usamos o modelo de *partícula* para um sistema se o sistema se move com todas suas partes sofrendo o mesmo deslocamento. Quando várias forças realizam trabalho sobre esta *partícula*, os deslocamentos dos pontos de aplicação dessas forças são idênticos. Seja Δx o deslocamento do ponto de aplicação de qualquer uma dessas forças. Então,

$$W_{\text{total}} = F_{1x}\,\Delta x + F_{2x}\,\Delta x + \cdots = (F_{1x} + F_{2x} + \cdots)\Delta x = F_{\text{res}\,x}\,\Delta x \qquad 6\text{-}5$$

Para uma partícula com movimento restrito ao eixo x, a força resultante tem apenas uma componente x. Isto é, $\vec{F}_{\text{res}} = F_{\text{res}\,x}\hat{i}$. Assim, para uma partícula, a componente x da força resultante vezes o deslocamento de qualquer parte do corpo é igual ao trabalho total realizado sobre o corpo.

Exemplo 6-1 Carregando com um Guindaste

Um caminhão de 3000 kg deve ser carregado para dentro de um navio por um guindaste que exerce uma força para cima de 31 kN sobre o caminhão. Esta força, que é intensa o suficiente para suplantar a força gravitacional e manter o caminhão em movimento para cima, é aplicada ao longo de uma distância de 2,0 m. Encontre (*a*) o trabalho realizado sobre o caminhão pelo guindaste, (*b*) o trabalho realizado sobre o caminhão pela gravidade e (*c*) o trabalho resultante realizado sobre o caminhão.

SITUAÇÃO Nas Partes (*a*) e (*b*), a força aplicada ao caminhão é constante e o deslocamento é em linha reta e, portanto, podemos usar a Equação 6-1, escolhendo a orientação $+y$ como a do deslocamento.

SOLUÇÃO

(*a*) 1. Esboce o caminhão em suas posições inicial e final, e escolha a orientação $+y$ como a do deslocamento (Figura 6-4):

2. Calcule o trabalho realizado pela força aplicada: $W_{\text{apl}} = F_{\text{apl}\,y}\,\Delta y = (31\text{ kN})(2{,}0\text{ m}) = \boxed{62\text{ kJ}}$

(*b*) Calcule o trabalho realizado pela força da gravidade: (*Nota*: O vetor $\vec{g}$ aponta para baixo, enquanto a orientação $+y$ é para cima. Logo, $g_y = g\cos 180° = -g$.)

$W_g = mg_y\,\Delta y = (3000\text{ kg})(-9{,}81\text{ N/kg})(2{,}0\text{ m}) = \boxed{-59\text{ kJ}}$

(*c*) O trabalho resultante realizado sobre o caminhão é a soma dos trabalhos realizados por cada força: $W_{\text{res}} = W_{\text{apl}\,y} + W_g = 62\text{ kJ} + (-59\text{ kJ}) = \boxed{3\text{ kJ}}$

CHECAGEM Na Parte (*a*), a força é aplicada no mesmo sentido do deslocamento, o que nos faz esperar um trabalho positivo realizado sobre o caminhão. Na Parte (*b*), a força é aplicada no sentido oposto ao do deslocamento e, portanto, esperamos um trabalho negativo sobre o caminhão. Nossos resultados confirmam estas expectativas.

INDO ALÉM Na Parte (*c*), também podemos encontrar o trabalho total calculando primeiro a força resultante sobre o caminhão e, depois, usando a Equação 6-5.

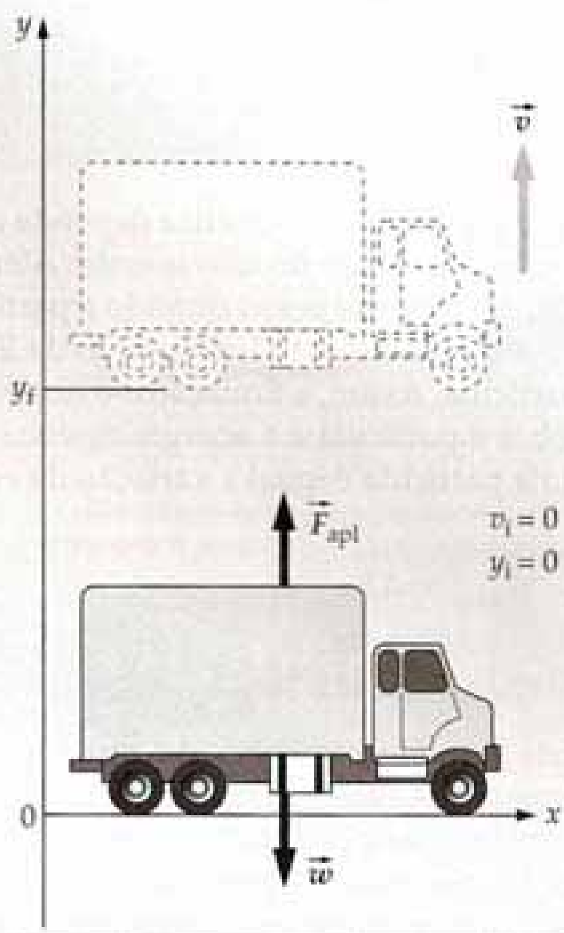


FIGURA 6-4

O TEOREMA DO TRABALHO–ENERGIA CINÉTICA

Energia é um dos conceitos unificadores mais importantes da ciência. Todos os processos físicos envolvem energia. A **energia** de um sistema é uma medida de sua habilidade em realizar trabalho.

Diferentes termos são usados para descrever a energia associada a diferentes condições ou estados. **Energia cinética** é a energia associada ao movimento. *Energia potencial* é a energia associada à configuração de um sistema, como a distância de separação entre dois corpos que se atraem mutuamente. *Energia térmica* é associada ao movimento aleatório dos átomos, moléculas e íons de um sistema, e está intimamente relacionada com a temperatura do sistema. Neste capítulo, mantemos o foco sobre a energia cinética. Energia potencial e energia térmica são discutidas no Capítulo 7.

Quando forças realizam trabalho sobre uma partícula, o resultado é uma variação da energia associada ao movimento da partícula — a energia cinética. Para determinar a relação entre energia cinética e trabalho, vamos ver o que acontece se uma força resultante constante $\vec{F}_{\text{res}}$ atua sobre uma partícula de massa m que se move ao longo do eixo x. Aplicando a segunda lei de Newton, vemos que

$$F_{\text{res}\,x} = ma_x$$

Se a força resultante é constante, a aceleração é constante, e podemos relacionar o deslocamento com a rapidez inicial v_i e a rapidez final v_f, usando a equação da cinemática para aceleração constante (Equação 2-16)

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a_x\,\Delta x$$

Explicitando a_x, temos

$$a_x = \frac{1}{2\Delta x}(v_f^2 - v_i^2)$$

Substituindo a_x em $F_{\text{res}\,x} = ma_x$ e multiplicando os dois lados por Δx, fica

$$F_{\text{res}\,x}\,\Delta x = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$

O termo $F_{\text{res}\,x}\,\Delta x$ da esquerda é o trabalho total realizado sobre a partícula. Então,

$$W_{\text{total}} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2 \qquad \text{6-6}$$

A quantidade $\frac{1}{2}mv^2$ é uma grandeza escalar que representa a energia associada ao movimento da partícula e é chamada de **energia cinética** K da partícula:

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad \text{6-7}$$

DEFINIÇÃO — ENERGIA CINÉTICA

Note que a energia cinética depende apenas da rapidez da partícula e de sua massa, e não da direção do movimento. Além disso, a energia cinética nunca pode ser negativa e é zero apenas quando a partícula está em repouso.

A quantidade do lado direito da Equação 6-6 é a variação da energia cinética da partícula. Assim, a Equação 6-6 nos fornece a relação entre o trabalho total realizado sobre a partícula e a energia cinética da partícula. O trabalho total realizado sobre uma partícula é igual à variação da energia cinética da partícula:

$$W_{\text{total}} = \Delta K \qquad \text{6-8}$$

TEOREMA DO TRABALHO–ENERGIA CINÉTICA

Este resultado é conhecido como o **teorema do trabalho–energia cinética**. Este teorema nos informa que, quando W_{total} é positivo, a energia cinética aumenta, o que significa que a partícula está se movendo mais rapidamente no final do deslocamento do que no início. Quando W_{total} é negativo, a energia cinética diminui. Quando W_{total} é zero, a energia cinética não varia, o que significa que a rapidez da partícula não varia.

Como o trabalho total sobre uma partícula é igual à variação de sua energia cinética, podemos ver que as unidades de energia são as mesmas que as do trabalho. Três unidades de energia comumente usadas são o joule (J), o pé-libra (ft-lb) e o elétron-volt (eV).

A dedução do teorema do trabalho–energia cinética aqui apresentada vale apenas se a força resultante permanece constante. No entanto, como você verá mais adiante neste capítulo, este teorema é válido mesmo quando a força resultante varia e o movimento não se restringe a uma linha reta.

! Repare que a energia cinética depende da *rapidez* da partícula, não da velocidade. Se a velocidade muda de orientação, mas não de magnitude, a energia cinética permanece a mesma.

ESTRATÉGIA PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Resolvendo Problemas que Envolvem Trabalho e Energia Cinética

SITUAÇÃO Sua escolha das orientações $+y$ e $+x$ pode ajudá-lo a resolver mais facilmente um problema que envolve trabalho e energia cinética.

SOLUÇÃO

1. Desenhe a partícula primeiro em sua posição inicial e, depois, em sua posição final. Por conveniência, o corpo pode ser representado por um ponto ou uma caixa. Rotule as posições inicial e final do corpo.
2. Trace um (ou mais) eixo(s) coordenado(s) no desenho.
3. Desenhe setas representando as velocidades inicial e final, e as identifique apropriadamente.
4. No desenho da partícula em sua posição inicial, desenhe um vetor para cada força atuando sobre ela, identificando-os apropriadamente.
5. Calcule o trabalho total realizado sobre a partícula pelas forças e iguale-o à variação total da energia cinética da partícula.

CHECAGEM Confira os sinais negativos de seus cálculos. Por exemplo, valores de trabalho realizado podem ser positivos ou negativos, dependendo da orientação do deslocamento em relação à orientação da força.

Exemplo 6-2 Força sobre um Elétron

Em uma tela de televisão*, os elétrons são acelerados por um canhão eletrônico. A força que acelera o elétron é uma força elétrica produzida pelo campo elétrico dentro do canhão. Um elétron é acelerado a partir do repouso por um canhão eletrônico até atingir a energia cinética de 2,5 keV, em uma distância de 2,5 cm. Encontre a força sobre o elétron, supondo-a constante e com a mesma orientação do movimento do elétron.

SITUAÇÃO O elétron pode ser visto como uma partícula. Suas energias cinéticas inicial e final são dadas, e a força elétrica é a única atuante sobre ele. Aplique o teorema do trabalho–energia cinética e encontre a força.

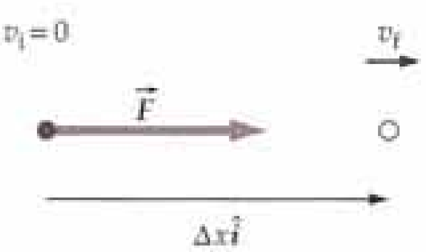


FIGURA 6-5

SOLUÇÃO

1. Faça um desenho do elétron em suas posições inicial e final. Inclua o deslocamento, a rapidez inicial, a rapidez final e a força (Figura 6-5):

2. Iguale o trabalho realizado à variação da energia cinética:

$$W_{\text{total}} = \Delta K$$
$$F_x \Delta x = K_f - K_i$$

3. Encontre a força, usando o fator de conversão $1{,}6 \times 10^{-19}$ J = 1,0 eV:

$$F_x = \frac{K_f - K_i}{\Delta x} = \frac{2500\text{ eV} - 0}{0{,}025\text{ m}} \times \frac{1{,}6 \times 10^{-19}\text{ J}}{1{,}0\text{ eV}}$$
$$= \boxed{1{,}6 \times 10^{-14}\text{ N}}$$

CHECAGEM A massa do elétron é de apenas $9{,}1 \times 10^{-31}$ kg. Assim, não surpreende que uma força tão pequena imprima a ele uma rapidez tão grande e, portanto, uma variação apreciável de energia cinética.

INDO ALÉM (*a*) 1 J = 1 N · m, logo 1 J/m = 1 N. (*b*) 1 eV é a energia cinética adquirida por uma partícula de carga $-e$ (um elétron, por exemplo) quando acelerada do terminal negativo para o terminal positivo de uma bateria de 1 V através do vácuo.

Exemplo 6-3 Uma Corrida de Trenós

Durante as férias de inverno, você participa de uma corrida de trenós em um lago congelado. Nesta corrida, cada trenó é puxado por uma pessoa, e não por cães. Na partida, você puxa o trenó (massa total de 80 kg) com uma força de 180 N a 40° acima da horizontal. Encontre (*a*) o trabalho que você realiza e (*b*) a rapidez final do trenó após se deslocar Δx = 5,0 m, supondo que ele parte do repouso e que não existe atrito.

SITUAÇÃO O trabalho que você realiza é $F_x \Delta x$, onde escolhemos a orientação do deslocamento coincidindo com a do eixo x. Este também é o trabalho *total* realizado sobre o trenó, porque outras forças, mg e F_n, não têm componentes x. A rapidez final do trenó pode ser encontrada aplicando o teorema do trabalho–energia cinética ao trenó. Calcule o trabalho realizado por cada força sobre o trenó (Figura 6-6) e iguale o trabalho total à variação de energia cinética do trenó.

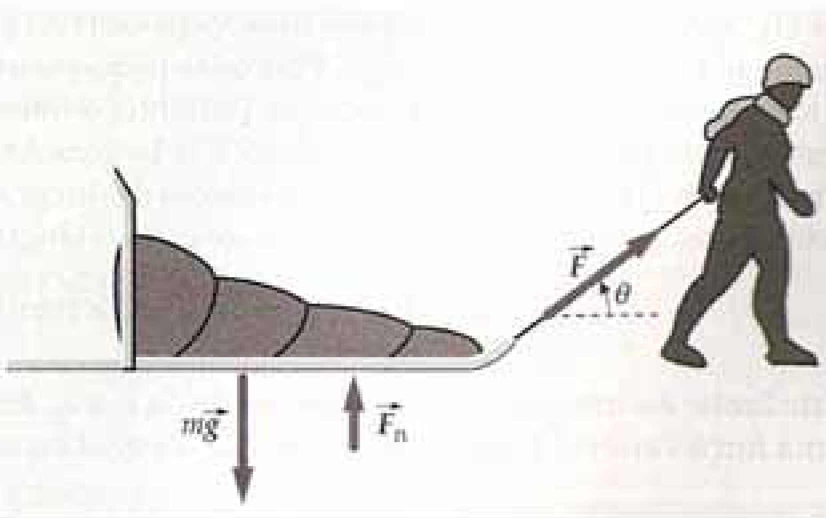


FIGURA 6-6

SOLUÇÃO

(*a*) 1. Esboce o trenó em sua posição inicial e em sua posição final, após se mover os 5,0 m. Desenhe o eixo x com a orientação do movimento (Figura 6-7).

* Uma tela de televisão é um tipo de tubo de raios catódicos.

2. O trabalho realizado por você sobre o trenó é $F_x\,\Delta x$. Este é o trabalho total realizado sobre o trenó. As outras duas forças atuam, ambas, perpendicularmente à direção x (veja a Figura 6-7), de forma que elas realizam trabalho nulo:

$$W_{\text{total}} = W_{\text{você}} = F_x\,\Delta x = F\cos\theta\,\Delta x$$
$$= (180\text{ N})(\cos 40°)(5{,}0\text{ m}) = 689\text{ J}$$
$$= \boxed{6{,}9 \times 10^2\text{ J}}$$

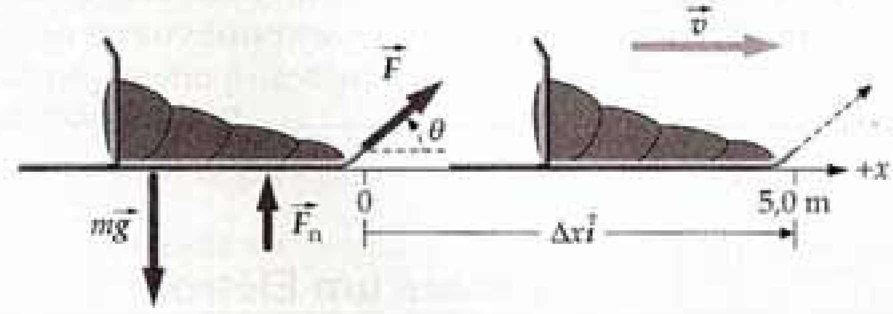


FIGURA 6-7

(*b*) Aplique o teorema do trabalho–energia cinética ao trenó para encontrar a rapidez final:

$$W_{\text{total}} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$
$$v_f^2 = v_i^2 + \frac{2W_{\text{total}}}{m}$$
$$= 0 + \frac{2(689\text{ J})}{80\text{ kg}} = 17{,}2\text{ m}^2/\text{s}^2$$
$$v_f = \sqrt{17{,}2\text{ m}^2/\text{s}^2} = 4{,}151\text{ m/s} = \boxed{4{,}2\text{ m/s}}$$

CHECAGEM Na Parte (*b*), usamos $1\text{ J/kg} = 1\text{ m}^2/\text{s}^2$. Isso é correto, porque

$$1\text{ J/kg} = 1\text{ N}\cdot\text{m/kg} = (1\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2)\cdot\text{m/kg} = 1\text{ m}^2/\text{s}^2$$

INDO ALÉM A raiz quadrada de 17,2 é 4,147, ou, arredondando, 4,1. No entanto, a resposta correta da Parte (*b*) é 4,2 m/s. Isto está correto porque é calculado extraindo-se a raiz quadrada de 17,235 999 970 178 (o valor armazenado na calculadora após executar o cálculo de v_f).

PROBLEMA PRÁTICO 6-2 Qual é a magnitude da força que você exerce se o trenó de 80 kg parte com uma rapidez de 2,0 m/s e sua rapidez final é 4,5 m/s, após puxado por uma distância de 5,0 m, mantendo-se o ângulo de 40°?

Veja
o Tutorial Matemático *para mais informações sobre*
Integrais

6-2 TRABALHO REALIZADO POR FORÇA VARIÁVEL–MOVIMENTO UNIDIMENSIONAL

Muitas forças variam com a posição. Por exemplo, uma mola esticada exerce uma força proporcional ao comprimento da distensão. Também, a força gravitacional que a Terra exerce sobre uma nave espacial varia inversamente com o quadrado da distância entre os centros dos dois corpos. Como podemos calcular o trabalho realizado por forças como essas?

A Figura 6-8 mostra o gráfico de uma força *constante* F_x como função da posição x. Note que o trabalho realizado pela força sobre a partícula que se desloca de Δx é representado pela área sob a curva força *versus* posição — indicada pelo sombreado na Figura 6-8. Podemos aproximar uma força variável por uma série de forças essencialmente constantes (Figura 6-9). Para cada pequeno intervalo de deslocamento Δx_i, a força é aproximadamente constante. Portanto, o trabalho realizado é aproximadamente igual à *área* do retângulo de altura F_{xi} e largura Δx_i. O trabalho W realizado pela força variável é, então, igual à soma das áreas de um grande número crescente desses retângulos, no limite em que a largura de cada retângulo se aproxima de zero:

$$W = \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_i F_{xi}\,\Delta x_i = \text{área sob a curva } F_x \textit{ versus } x \qquad 6\text{-}9$$

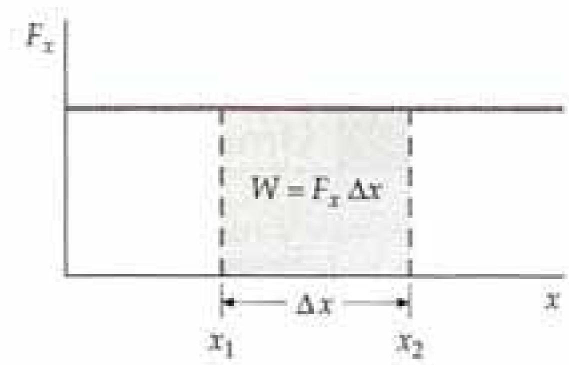


FIGURA 6-8 O trabalho realizado por uma força constante é representado graficamente pela área sob a curva F_x *versus* x.

Este limite é a integral de $F_x dx$ no intervalo de x_1 a x_2. Então, o trabalho realizado por uma força variável F_x atuando sobre uma partícula que se move de x_1 para x_2 é

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx = \text{área sob a curva } F_x \textit{ versus } x \qquad 6\text{-}10$$

TRABALHO DE FORÇA VARIÁVEL — MOVIMENTO UNIDIMENSIONAL

e a força plotada na Figura 6-9 é a força resultante sobre a partícula, então cada ter-
no $F_{xi}\,\Delta x_i$ na soma da Equação 6-9 representa o trabalho total realizado sobre a partícula por uma força constante enquanto a partícula sofre um incremento de Δx_i no eslocamento. Então, $F_{xi}\,\Delta x_i$ é igual à variação da energia cinética ΔK_i da partícula urante o deslocamento incremental Δx_i (veja a Equação 6-8). Além disso, a variação tal ΔK da energia cinética da partícula durante o deslocamento total é igual à soma as variações incrementais de energia cinética. Segue que o trabalho total W_{total} realiado sobre a partícula em todo o deslocamento é igual à variação da energia cinética m todo o deslocamento. Logo, $W_{total} = \Delta K$ (Equação 6-8) vale para forças variáveis nto quanto para forças constantes.

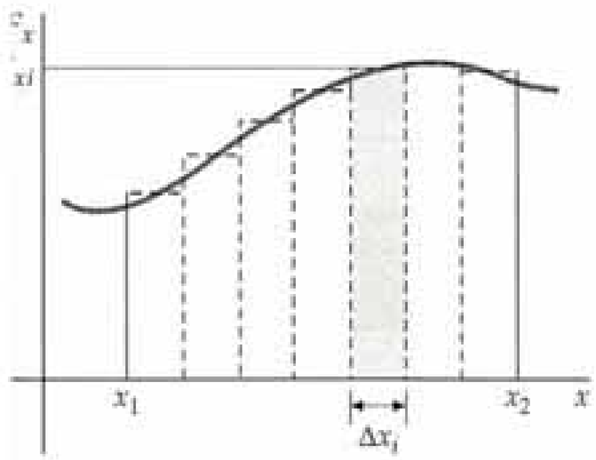


FIGURA 6-9 Uma força variável pode ser aproximada por uma série de forças constantes em pequenos intervalos. O trabalho realizado pela força constante de cada intervalo é a área do retângulo sob a curva que a representa. A soma dessas áreas retangulares é a soma dos trabalhos realizados pelo conjunto de forças constantes que aproximam a força variável. No limite de Δx_i infinitesimalmente pequenos, a soma das áreas dos retângulos é igual à área sob toda a curva que representa a força.

Exemplo 6-4 Trabalho Realizado por uma Força Variável

A força $\vec{F} = F_x\hat{i}$ varia com x, conforme mostrado na Figura 6-10. Encontre o trabalho realizado pela força sobre uma partícula, enquanto esta se move de $x = 0{,}0$ m até $x = 6{,}0$ m.

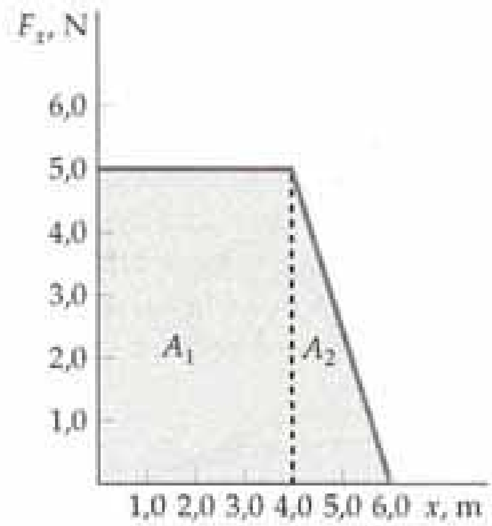


FIGURA 6-10

SITUAÇÃO O trabalho realizado é a área sob a curva, de $x = 0{,}0$ m até $x = 6{,}0$ m. Como a curva consiste em segmentos de reta, o melhor é dividir a área em duas, a de um retângulo (área A_1) e a de um triângulo (área A_2), e depois usar fórmulas geométricas para calcular as áreas e, portanto, o trabalho. (Uma maneira alternativa é realizar a integração, como no Exemplo 6-5.)

SOLUÇÃO

1. Encontramos o trabalho realizado calculando a área sob a curva F_x *versus* x:

$$W = A_{total}$$

2. Esta área é a soma das duas áreas mostradas. A área de um triângulo é a metade da altura vezes a base:

$$W = A_{total} = A_1 + A_2$$
$$= (5{,}0\text{ N})(4{,}0\text{ m}) + \tfrac{1}{2}(5{,}0\text{ N})(2{,}0\text{ m})$$
$$= 20\text{ J} + 5{,}0\text{ J} = \boxed{25\text{ J}}$$

CHECAGEM Se a força fosse constante e igual a 5,0 N, durante todo o percurso de 6,0 m, o trabalho seria (5,0 N)(6,0 m) = 30 J. O resultado do passo 2, 25 J, é um pouco menor do que 30 J, como é de se esperar.

PROBLEMA PRÁTICO 6-3 A força mostrada é a única força que atua sobre uma partícula de 3,0 kg de massa. Se a partícula parte do repouso em $x = 0{,}0$ m, qual a sua rapidez ao atingir $x = 6{,}0$ m?

TRABALHO REALIZADO POR UMA MOLA QUE OBEDECE À LEI DE HOOKE

A Figura 6-11 mostra um bloco sobre uma superfície horizontal sem atrito, preso a uma mola. Se a mola é esticada ou comprimida, ela exerce uma força sobre o bloco. Lembre-se, da Equação 4-7, que a força exercida pela mola sobre o bloco é dada por

$$F_x = -kx \qquad \text{(lei de Hooke)} \qquad 6\text{-}11$$

onde k é uma constante positiva e x é a distensão da mola. Se a mola é esticada, então x é positivo e a componente F_x da força é negativa. Se a mola é comprimida, então x é negativo e a componente F_x da força é positiva.

Como a força varia com x, podemos usar a Equação 6-10 para calcular o trabalho realizado pela força da mola sobre o bloco, enquanto o bloco sofre um deslocamento de $x = x_i$ até $x = x_f$. (Além da força da mola, duas outras forças atuam sobre o bloco; a força da gravidade, $m\vec{g}$, e a força normal da mesa, $\vec{F}_n$. No entanto, estas forças não trabalham por não possuírem componentes na direção do deslocamento. A única força que trabalha sobre o bloco é a força da mola.) Substituindo F_x da Equação 6-11 na Equação 6-10, obtemos

$$W_{\text{pela mola}} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = -k\int_{x_i}^{x_f} x dx = -k\left(\frac{x_f^2}{2} - \frac{x_i^2}{2}\right) \qquad \text{6-12}$$

Rearranjando:

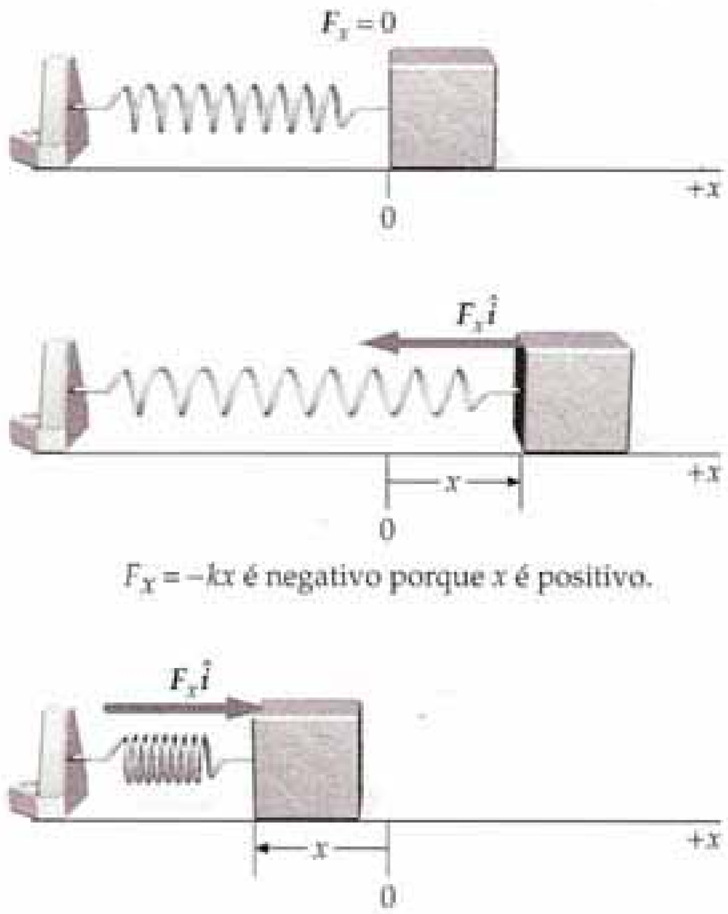
$$W_{\text{pela mola}} = \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2 \qquad \text{6-13}$$

TRABALHO DE FORÇA DE MOLA

A integral da Equação 6-12 também pode ser calculada usando geometria para determinar a área sob a curva (Figura 6-12*a*). Isto dá

$$W_{\text{pela mola}} = A_1 + A_2 = |A_1| - |A_2| = \tfrac{1}{2}kx_1^2 - \tfrac{1}{2}kx_2^2$$

que é idêntico à Equação 6-13.



$F_x = -kx$ é negativo porque x é positivo.

$F_x = -kx$ é positivo porque x é negativo.

FIGURA 6-11 Uma mola horizontal. (*a*) Quando a mola está frouxa, ela não exerce força sobre o bloco. (*b*) Quando a mola está distendida, de modo que x é positivo, ela exerce uma força de magnitude kx no sentido de $-x$. (*c*) Quando a mola está comprimida, de modo que x é negativo, ela exerce uma força de magnitude $k|x|$ no sentido de $+x$.

PROBLEMA PRÁTICO 6-4

Usando geometria, calcule a área sob a curva mostrada na Figura 6-12*b* e mostre que você obtém uma expressão idêntica à da Equação 6-13.

Se você puxa uma mola inicialmente frouxa (Figura 6-13), esticando-a até a distensão final x_f, qual é o trabalho realizado pela força $\vec{F}_{VM}$ que você exerce sobre a mola? A força de sua mão sobre a mola é kx. (Ela é igual e oposta à força da mola sobre sua mão.) Quando x aumenta de 0 até x_f, a força sobre a mola cresce linearmente de $F_{VMx} = 0$ até $F_{VMx} = kx_f$, e tem, portanto, um valor médio* de $\frac{1}{2}kx_f$. O trabalho realizado por esta força é igual ao produto deste valor médio por x_f. Assim, o trabalho W realizado por você sobre a mola é dado por

$$W = \tfrac{1}{2}kx_f^2$$

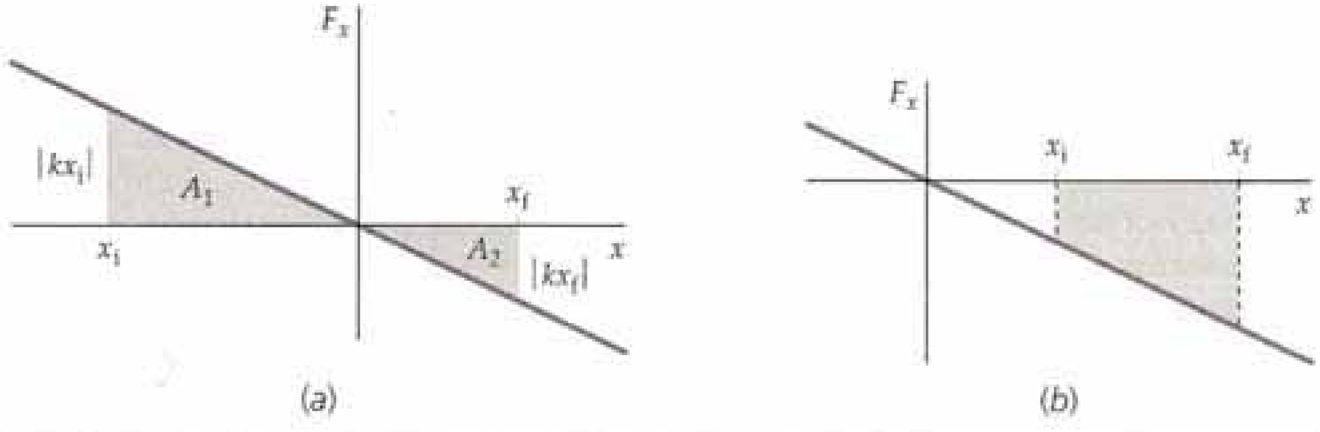


FIGURA 6-12

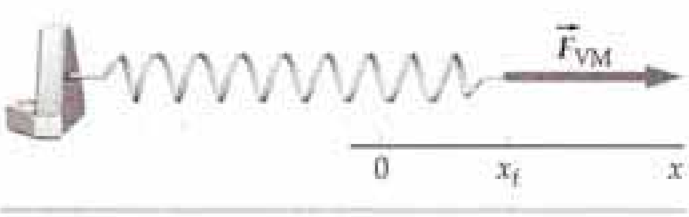


FIGURA 6-13

* Tipicamente, um valor médio se refere a uma média no tempo. Neste caso, refere-se a uma média em relação à posição.

Exemplo 6-5 Trabalho Realizado sobre um Bloco por uma Mola

Um bloco de 4,0 kg está sobre uma mesa sem atrito e preso a uma mola horizontal com $k = 400$ N/m. A mola é inicialmente comprimida de 5,0 cm (Figura 6-14). Encontre (*a*) o trabalho realizado sobre o bloco pela mola enquanto o bloco se move de $x = x_1 = -5{,}0$ cm até sua posição de equilíbrio $x = x_2 = 0{,}0$ cm, e (*b*) a rapidez do bloco em $x_2 = 0{,}0$ cm.

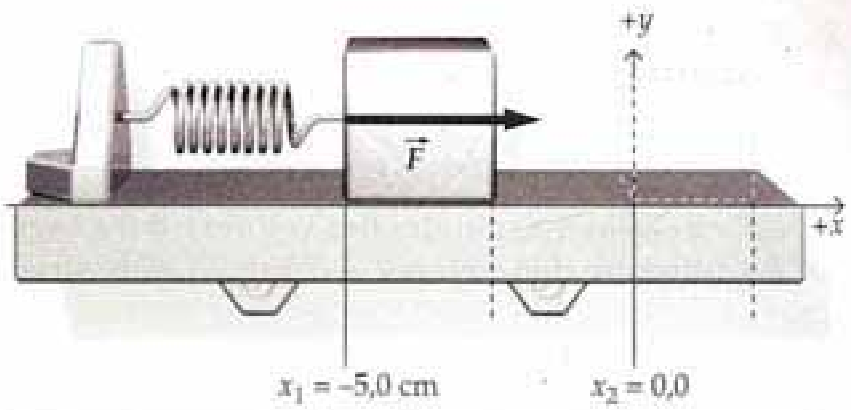


FIGURA 6-14

SITUAÇÃO Faça um gráfico de F_x *versus* x. O trabalho realizado sobre o bloco, enquanto ele se move de x_1 até x_2, é igual à área sob a curva F_x *versus* x entre estes limites, sombreada na Figura 6-15, que pode ser calculada integrando a força sobre a distância. O trabalho realizado é igual à variação da energia cinética, que é simplesmente a energia cinética final, já que a energia cinética inicial é zero. A rapidez do bloco em $x_2 = 0{,}0$ cm é determinada a partir de sua energia cinética.

SOLUÇÃO

(*a*) O trabalho W realizado sobre o bloco pela mola é a integral de $F_x dx$ de x_1 até x_2:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx = \int_{x_1}^{x_2} -kx\,dx = -k\int_{x_1}^{x_2} x\,dx$$

$$= -\tfrac{1}{2}kx^2\Big|_{x_1}^{x_2} = -\tfrac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$$

$$= -\tfrac{1}{2}(400\ \text{N/m})[(0{,}000\ \text{m})^2 - (0{,}050\ \text{m})^2]$$

$$= \boxed{0{,}50\ \text{J}}$$

(*b*) Aplique o teorema do trabalho–energia cinética ao bloco para obter v_2:

$$W_{\text{total}} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

logo

$$v_2^2 = v_1^2 + \frac{2W_{\text{total}}}{m} = 0 + \frac{2(0{,}50\ \text{J})}{4{,}0\ \text{kg}} = 0{,}25\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v_2 = \boxed{0{,}50\ \text{m/s}}$$

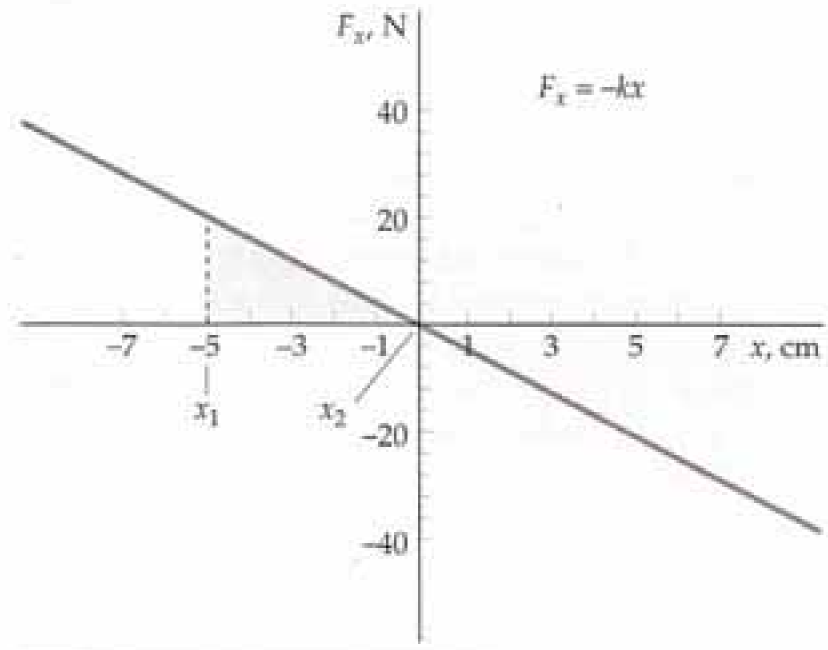


FIGURA 6-15

CHECAGEM O trabalho realizado é positivo. A força e o deslocamento têm a mesma orientação, logo isto é esperado. O trabalho sendo positivo, esperamos que a energia cinética e, portanto, a rapidez, aumentem. Nossos resultados contemplam esta expectativa.

INDO ALÉM Note que *não* poderíamos ter resolvido este exemplo aplicando inicialmente a segunda lei de Newton para encontrar a aceleração e depois usando as equações cinemáticas para aceleração constante. Isto porque a força exercida pela mola sobre o bloco, $F_x = -kx$, varia com a posição. Assim, a aceleração também varia com a posição. Logo, as equações cinemáticas para aceleração constante não se aplicam.

PROBLEMA PRÁTICO 6-5 Encontre a rapidez do bloco de 4,0 kg quando ele atinge $x = 3{,}0$ cm, se ele parte de $x = 0{,}0$ cm com a velocidade $v_x = 0{,}50$ m/s.

6-3 O PRODUTO ESCALAR

O trabalho depende da componente da força na direção do deslocamento do corpo. Para movimento em linha reta, é fácil calcular a componente da força na direção do deslocamento. No entanto, em situações que envolvem movimento em caminhos curvos, a força e o deslocamento podem ter quaisquer orientações. Para estas situações, podemos usar uma operação matemática conhecida como *produto escalar*, ou *produto interno*, para determinar a componente de uma dada força na direção do deslocamento. O produto escalar envolve a multiplicação de um vetor por outro para se obter um escalar.

Seja uma partícula se movendo ao longo da curva arbitrária mostrada na Figura 6-16*a*. A componente $F_\parallel$ na Figura 6-16*b* está relacionada com o ângulo ϕ, formado pelas orientações de $\vec{F}$ e de $d\vec{\ell}$, por $F_\parallel = F\cos\phi$, de forma que o trabalho dW realizado por $\vec{F}$, durante o deslocamento $d\vec{\ell}$, é

$$dW = F_\parallel d\ell = F\cos\phi\, d\ell$$

Esta combinação de dois vetores com o cosseno do ângulo entre suas orientações é

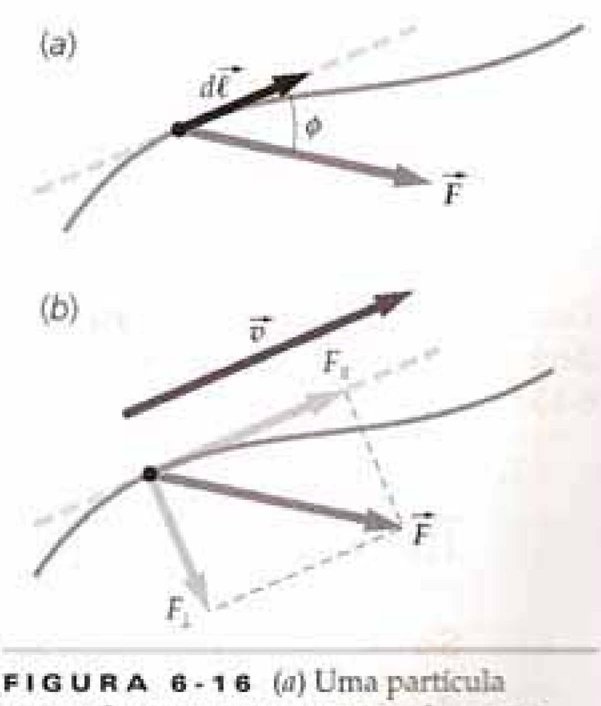


FIGURA 6-16 (*a*) Uma partícula movendo-se em uma curva qualquer no espaço. (*b*) A componente perpendicular $F_\perp$ da força altera a direção do movimento da partícula, mas não sua rapidez. A componente tangencial ou paralela, $F_\parallel$, altera a rapidez da partícula, mas não a direção do seu movimento. $F_\parallel$ é igual à massa m da partícula vezes a aceleração tangencial dv/dt. A componente paralela da força realiza o trabalho $F_\parallel d\ell$ e a componente perpendicular não realiza trabalho.

chamada de **produto escalar** dos vetores. O produto escalar de dois vetores genéricos $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é escrito como $\vec{A}\cdot\vec{B}$ e definido por

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\phi \qquad 6\text{-}14$$

DEFINIÇÃO — PRODUTO ESCALAR

onde A e B são as magnitudes dos vetores e ϕ é o ângulo entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$. (O "ângulo entre dois vetores" é o ângulo entre suas orientações no espaço.)

O produto escalar $\vec{A}\cdot\vec{B}$ pode ser visto como A vezes a componente de $\vec{B}$ na direção de $\vec{A}$ ($A \times B\cos\phi$), ou como B vezes a componente de $\vec{A}$ na direção de $\vec{B}$ ($B \times A\cos\phi$) (Figura 6-17). As propriedades do produto escalar estão resumidas na Tabela 6-1. Podemos usar vetores unitários para escrever o produto escalar em termos das componentes retangulares dos dois vetores:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})\cdot(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$

O produto escalar de qualquer vetor unitário retangular por ele próprio, como $\hat{i}\cdot\hat{i}$, é igual a 1. (Isto, porque $\hat{i}\cdot\hat{i} = |\hat{i}||\hat{i}|\cos(0) = 1 \times 1 \times \cos(0) = 1$.) Assim, um termo como $A_x\hat{i}\cdot B_x\hat{i} = A_xB_x\hat{i}\cdot\hat{i}$ é igual a A_xB_x. Também, porque os vetores unitários $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$ são mutuamente perpendiculares, o produto escalar de um deles por um dos outros, tal como $\hat{i}\cdot\hat{j}$, é zero. (Isto, porque $\hat{i}\cdot\hat{j} = |\hat{i}||\hat{j}|\cos(90°) = 1 \times 1 \times \cos(90°) = 0$.) Assim, qualquer termo como $A_x\hat{i}\cdot B_y\hat{j}$ (chamado de *termo cruzado*) é igual a zero. O resultado é que

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \qquad 6\text{-}15$$

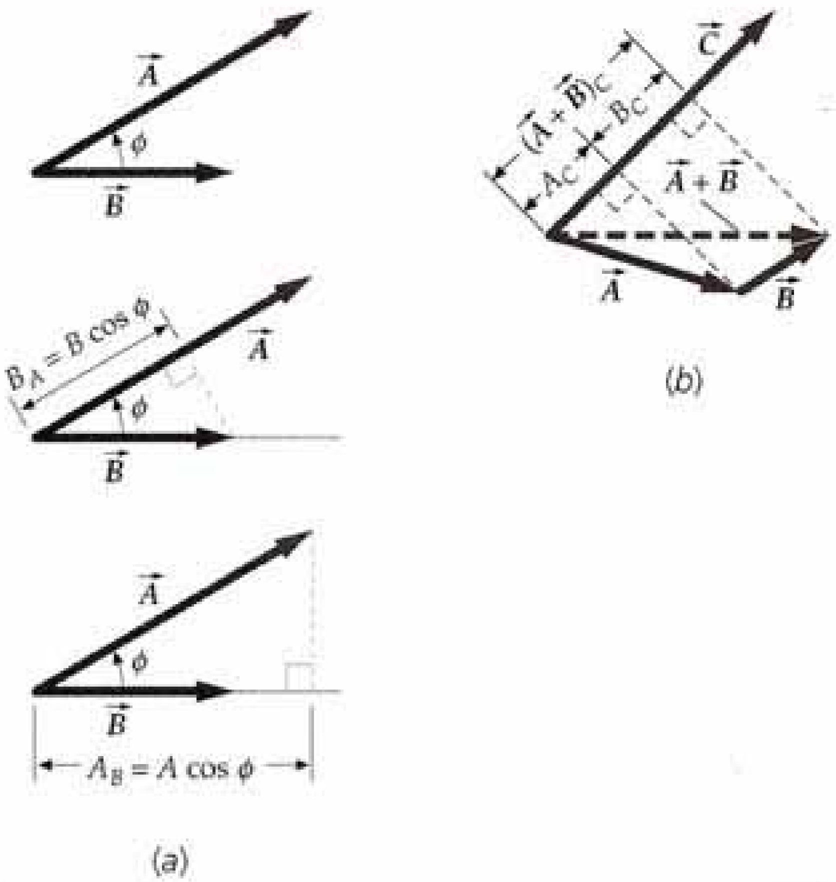


FIGURA 6-17 (*a*) O produto escalar $\vec{A}\cdot\vec{B}$ é o produto de A pela projeção de $\vec{B}$ sobre $\vec{A}$, ou o produto de B pela projeção de $\vec{A}$ sobre $\vec{B}$. Isto é, $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\phi = AB_A = AB_B$. (*b*) $(\vec{A}+\vec{B})\cdot\vec{C}$ é igual a $(\vec{A}+\vec{B})_C C$ (a projeção de $\vec{A}+\vec{B}$ sobre $\vec{C}$ vezes C). No entanto, $(\vec{A}+\vec{B})_C C = A_C + B_C$, de modo que $(\vec{A}+\vec{B})\cdot\vec{C} = (A_C + B_C)C = A_CC + B_CC = \vec{A}\cdot\vec{C} + \vec{B}\cdot\vec{C}$. Isto é, para o produto escalar a multiplicação é distributiva em relação à adição.

A componente de um vetor em uma dada direção pode ser escrita como o produto escalar do vetor pelo vetor unitário daquela direção. Por exemplo, a componente A_x é encontrada de

$$\vec{A}\cdot\hat{i} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})\cdot\hat{i} = A_x \qquad 6\text{-}16$$

Este resultado nos ensina um procedimento algébrico para obter uma equação em componentes dada uma equação vetorial. Isto é, a multiplicação dos dois lados da equação vetorial $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$ por $\hat{i}$ dá $(\vec{A}+\vec{B})\cdot\hat{i} = \vec{C}\cdot\hat{i}$ que, por sua vez, dá $A_x + B_x = C_x$.

A regra para derivar um produto escalar é

$$\frac{d}{dt}(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\frac{d\vec{B}}{dt} \qquad 6\text{-}17$$

Esta regra é análoga àquela para derivar o produto de dois escalares. A regra para derivar um produto escalar pode ser obtida derivando-se os dois lados da Equação 6-15.

Tabela 6-1 Propriedades do Produto Escalar

Se	Então
$\vec{A}$ e $\vec{B}$ são perpendiculares,	$\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$ (porque $\phi = 90°$, $\cos\phi = 0$)
$\vec{A}$ e $\vec{B}$ são paralelos,	$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB$ (porque $\phi = 0°$, $\cos\phi = 1$)
$\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$,	Ou $\vec{A} = 0$ ou $\vec{B} = 0$ ou $\vec{A}\perp\vec{B}$
Ademais,	
$\vec{A}\cdot\vec{A} = A^2$	Porque $\vec{A}$ é paralelo a si mesmo
$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$	Regra comutativa da multiplicação
$(\vec{A}+\vec{B})\cdot\vec{C} = \vec{A}\cdot\vec{C} + \vec{B}\cdot\vec{C}$	Regra distributiva da multiplicação

Exemplo 6-6 Usando o Produto Escalar

(*a*) Determine o ângulo entre os vetores $\vec{A} = (3{,}00\hat{i} + 2{,}00\hat{j})$ m e $\vec{B} = (4{,}00\hat{i} - 3{,}00\hat{j})$ m (Figura 6-18). (*b*) Determine a componente de $\vec{A}$ na direção de $\vec{B}$.

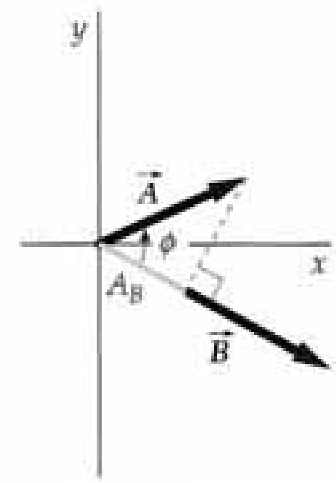


FIGURA 6-18

SITUAÇÃO Na Parte (*a*), encontramos o ângulo ϕ a partir da definição do produto escalar. Como temos as componentes dos vetores, primeiro determinamos o produto escalar e os valores de A e de B. Depois, usamos estes valores para determinar o ângulo ϕ. Na Parte (*b*), a componente de $\vec{A}$ na direção de $\vec{B}$ é encontrada a partir do produto escalar $\vec{A}\cdot\hat{B}$, onde $\hat{B} = \vec{B}/B$.

SOLUÇÃO

(*a*) 1. Escreva o produto escalar de $\vec{A}$ por $\vec{B}$ em termos de A, B e cos ϕ e explicite cos ϕ:

$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\phi$, logo

$$\cos\phi = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB}$$

2. Determine $\vec{A}\cdot\vec{B}$ a partir das componentes de $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y = (3{,}00\text{ m})(4{,}00\text{ m}) + (2{,}00\text{ m})(-3{,}00\text{ m})$$
$$= 12{,}0\text{ m}^2 - 6{,}00\text{ m}^2 = 6{,}0\text{ m}^2$$

3. As magnitudes dos vetores são obtidas a partir do produto escalar de cada vetor por ele mesmo:

$$\vec{A}\cdot\vec{A} = A^2 = A_x^2 + A_y^2 = (3{,}00\text{ m})^2 + (2{,}00\text{ m})^2 = 13{,}0\text{ m}^2$$

logo $A = \sqrt{13{,}0}$ m

e

$$\vec{B}\cdot\vec{B} = B^2 = B_x^2 + B_y^2 = (4{,}00\text{ m})^2 + (-3{,}00\text{ m})^2 = 25{,}0\text{ m}^2$$

logo $B = 5{,}00$ m

4. Substitua estes valores na equação do passo 1 para cos ϕ e encontre ϕ:

$$\cos\phi = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB} = \frac{6{,}0\text{ m}^2}{(\sqrt{13}\text{ m})(5{,}00\text{ m})} = 0{,}333$$

$$\phi = \boxed{71°}$$

(*b*) A componente de $\vec{A}$ na direção de $\vec{B}$ é o produto escalar de $\vec{A}$ pelo vetor unitário $\hat{B} = \vec{B}/B$:

$$A_B = \vec{A}\cdot\hat{B} = \vec{A}\cdot\frac{\vec{B}}{B} = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{B} = \frac{6{,}0\text{ m}^2}{5{,}00\text{ m}} = \boxed{1{,}2\text{ m}}$$

CHECAGEM A componente de $\vec{A}$ na direção de $\vec{B}$ é $A\cos\phi = (\sqrt{13}\text{ m})\cos 71° = 1{,}2$ m. Isto confere com nosso resultado da Parte (*b*).

PROBLEMA PRÁTICO 6-6 (*a*) Determine $\vec{A}\cdot\vec{B}$ para $\vec{A} = (3{,}0\hat{i} + 4{,}0\hat{j})$ m e $\vec{B} = (2{,}0\hat{i} + 8{,}0\hat{j})$ m. (*b*) Determine A, B e o ângulo entre estes vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$.

TRABALHO EM NOTAÇÃO DE PRODUTO ESCALAR

Em notação de produto escalar, o trabalho dW realizado por uma força $\vec{F}$ sobre uma partícula ao longo de um deslocamento infinitesimal $d\vec{\ell}$ é

$$dW = F_{\parallel}d\ell = F\cos\phi\, d\ell = \vec{F}\cdot d\vec{\ell} \qquad \text{6-18}$$

TRABALHO INCREMENTAL

onde $d\ell$ é a magnitude de $d\vec{\ell}$ e $F_{\parallel}$ é a componente de $\vec{F}$ na direção de $d\vec{\ell}$. O trabalho realizado sobre a partícula, enquanto ela se move do ponto 1 para o ponto 2, é

$$W = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{\ell} \qquad \text{6-19}$$

A DEFINIÇÃO DE TRABALHO

(Se a força permanece constante, o trabalho pode ser expresso como $W = \vec{F}\cdot\vec{\ell}$, onde $\vec{\ell}$ é o deslocamento. No Capítulo 3 o deslocamento é escrito como $\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j}$; $\vec{\ell}$ e $\Delta\vec{r}$ são símbolos diferentes para a mesma coisa.)

Quando várias forças $\vec{F}_i$ atuam sobre uma partícula cujo deslocamento é $d\vec{\ell}$, o trabalho total realizado sobre ela é

$$dW_{\text{total}} = \vec{F}_1 \cdot d\vec{\ell} + \vec{F}_2 \cdot d\vec{\ell} + \cdots = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots) \cdot d\vec{\ell} = (\Sigma \vec{F}_i) \cdot d\vec{\ell} \qquad 6\text{-}20$$

Exemplo 6-7 Empurrando uma Caixa

Você empurra uma caixa para cima de uma rampa usando uma força horizontal constante $\vec{F}$ de 100 N. Para cada distância de 5,00 m ao longo da rampa, a caixa ganha uma altura de 3,00 m. Determine o trabalho realizado por $\vec{F}$ a cada 5,00 m de percurso da caixa ao longo da rampa (*a*) calculando diretamente o produto escalar a partir das componentes de $\vec{F}$ e $\vec{\ell}$, onde $\vec{\ell}$ é o deslocamento, (*b*) multiplicando o produto das magnitudes de $\vec{F}$ e de $\vec{\ell}$ por cos ϕ, onde ϕ é o ângulo entre as orientações de $\vec{F}$ e de $\vec{\ell}$, (*c*) encontrando $F_\parallel$ (a componente de $\vec{F}$ na direção de $\vec{\ell}$) e multiplicando-a por ℓ (a magnitude de $\vec{\ell}$) e (*d*) encontrando $\ell_\parallel$ (a componente de $\vec{\ell}$ na direção de $\vec{F}$) e multiplicando-a pela magnitude da força.

SITUAÇÃO Desenhe um esboço da caixa em suas posições inicial e final. Coloque eixos coordenados no esboço, com o eixo x na horizontal. Escreva os vetores força e deslocamento em forma de componentes e efetue o produto escalar. Depois, encontre a componente da força na direção do deslocamento, e vice-versa.

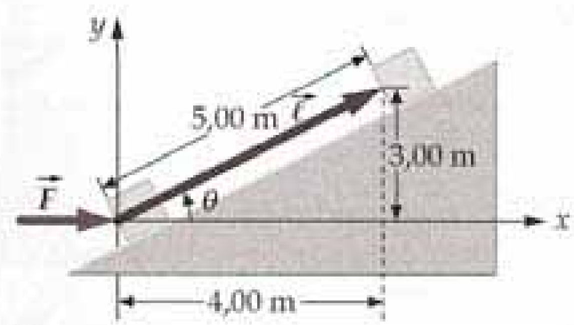


FIGURA 6-19

SOLUÇÃO

(*a*) 1. Desenhe um esboço da situação (Figura 6-19).

2. Escreva $\vec{F}$ e $\vec{\ell}$ na forma de componentes e efetue o produto escalar:

$$\vec{F} = (100\hat{i} + 0\hat{j})\text{N}$$
$$\vec{\ell} = (4{,}00\hat{i} + 3{,}00\hat{j})\text{m}$$
$$W = \vec{F} \cdot \vec{\ell} = F_x \Delta x + F_y \Delta y = (100\text{ N})(4{,}00\text{ m}) + 0(3{,}00\text{ m})$$
$$= \boxed{4{,}00 \times 10^2\text{ J}}$$

(*b*) Calcule $F\ell\cos\phi$, onde ϕ é o ângulo entre as orientações dos dois vetores, como mostrado. Iguale esta expressão ao resultado da Parte (*a*) e determine cos ϕ. Então, calcule o trabalho:

$$\vec{F} \cdot \vec{\ell} = F\ell\cos\phi \quad \text{e} \quad \vec{F} \cdot \vec{\ell} = F_x \Delta x + F_y \Delta y$$

logo

$$\cos\phi = \frac{F_x \Delta x + F_y \Delta y}{F\ell} = \frac{(100\text{ N})(4{,}00\text{ m}) + 0}{(100\text{ N})(5{,}00\text{ m})} = 0{,}800$$

e

$$W = F\ell\cos\phi = (100\text{ N})(5{,}00\text{ m})0{,}800 = \boxed{4{,}00 \times 10^2\text{ J}}$$

(*c*) Determine $F_\parallel$ e multiplique por ℓ:

$$F_\parallel = F\cos\phi = (100\text{ N})0{,}800 = 80{,}0\text{ N}$$
$$W = F_\parallel \ell = (80{,}0\text{ N})(5{,}00\text{ m}) = \boxed{4{,}00 \times 10^2\text{ J}}$$

(*d*) Multiplique F por $\ell_\parallel$, onde $\ell_\parallel$ é a componente de $\vec{\ell}$ na direção de $\vec{F}$:

$$\ell_\parallel = \ell\cos\phi = (5{,}00\text{ m})0{,}800 = 4{,}00\text{ m}$$
$$W = F\ell_\parallel = (100\text{ N})(4{,}00\text{ m}) = \boxed{4{,}00 \times 10^2\text{ J}}$$

CHECAGEM Os quatro cálculos distintos dão o mesmo resultado para o trabalho.

INDO ALÉM Neste problema, o cálculo do trabalho é mais fácil usando o procedimento da Parte (*a*). Em outros problemas, o procedimento da Parte (*b*), ou o da Parte (*c*), ou o da Parte (*d*), pode ser o mais fácil. Você precisa estar preparado para adotar os quatro procedimentos. (Quanto mais ferramentas para resolver problemas você tiver a seu dispor, melhor.)

Exemplo 6-8 Uma Partícula Deslocada — *Tente Você Mesmo*

Uma partícula sofre um deslocamento $\vec{\ell} = (2{,}00\hat{i} - 5{,}00\hat{j})$ m. Durante esse deslocamento, uma força constante $\vec{F} = (3{,}00\hat{i} + 4{,}00\hat{j})$ N atua sobre a partícula. Determine (*a*) o trabalho realizado pela força e (*b*) a componente da força na direção do deslocamento.

SITUAÇÃO A força é constante, logo o trabalho W pode ser encontrado calculando $W = \vec{F} \cdot \vec{\ell} = F_x \Delta x + F_y \Delta y$. Combinando isso com a relação $\vec{F} \cdot \vec{\ell} = F_\parallel \ell$, podemos encontrar a componente de $\vec{F}$ na direção do deslocamento.

SOLUÇÃO
Cubra a coluna da direita e tente por si só antes de olhar as respostas.

Passos	Respostas
(*a*) 1. Faça um esboço mostrando $\vec{F}$, $\vec{\ell}$ e $F_\parallel$ (Figura 6-20).	
2. Calcule o trabalho realizado W.	$W = \vec{F} \cdot \vec{\ell} = \boxed{-14{,}0\ \text{J}}$
(*b*) 1. Calcule $\vec{\ell} \cdot \vec{\ell}$ e use o resultado para determinar ℓ.	$\vec{\ell} \cdot \vec{\ell} = 29{,}0\ \text{m}^2$, logo $\ell = \sqrt{29{,}0}\ \text{m}$
2. Usando $\vec{F} \cdot \vec{\ell} = F_\parallel \ell$, determine $F_\parallel$.	$F_\parallel = \vec{F} \cdot \vec{\ell}/\ell = \boxed{-2{,}60\ \text{N}}$

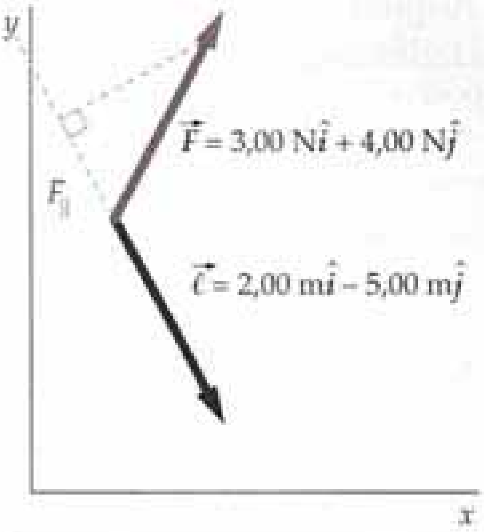


FIGURA 6-20

CHECAGEM Vemos, na Figura 6-20, que o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{\ell}$ está entre 90° e 180°, e portanto, esperamos que $F_\parallel$ e o trabalho sejam ambos negativos. Nossos resultados concordam com esta expectativa.

INDO ALÉM Em nenhum ponto foi dito, nem no enunciado do Exemplo 6-8, nem no desenvolvimento de sua solução, que o movimento da partícula se dá ao longo de um determinado caminho. Como a força é constante, a solução depende do deslocamento resultante $\vec{\ell}$, mas não do caminho percorrido. O caminho poderia ter sido reto ou curvo (Figura 6-21), o que não alteraria em nada a solução.

FIGURA 6-21

PROBLEMA PRÁTICO 6-7 Determine a magnitude de $\vec{F}$ e o ângulo ϕ entre $\vec{F}$ e $\vec{\ell}$.

Exemplo 6-9 Derivando um Produto Escalar

Mostre que $\vec{a} \cdot \vec{v}$ $\frac{1}{2}d(v^2)/dt$, onde $\vec{a}$ é a aceleração, $\vec{v}$ é a velocidade e v é a rapidez.

SITUAÇÃO Note que $v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$, e a regra de derivação de produtos escalares pode ser usada aqui.

SOLUÇÃO
Aplique a regra de derivação de produtos escalares (Equação 6-17) ao produto escalar $\vec{v} \cdot \vec{v}$:

$$\frac{d}{dt}v^2 = \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) = \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = 2\vec{a} \cdot \vec{v}$$

logo $\vec{a} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2}\dfrac{d}{dt}v^2$

CHECAGEM A rapidez v tem as dimensões de comprimento sobre tempo e, portanto, dv^2/dt tem as dimensões de comprimento ao quadrado sobre tempo ao cubo. A aceleração $\vec{a}$ tem as dimensões de comprimento sobre tempo ao quadrado e, portanto, $\vec{a} \cdot \vec{v}$ tem as dimensões de comprimento ao quadrado sobre tempo ao cubo. Então, os dois lados de $\vec{a} \cdot \vec{v}$ $\frac{1}{2}d(v^2)/dt$ têm as mesmas dimensões (comprimento ao quadrado sobre tempo ao cubo).

INDO ALÉM Este exemplo envolve apenas parâmetros cinemáticos e, portanto, a relação provada é uma relação estritamente cinemática. A equação $\vec{a} \cdot \vec{v}$ $\frac{1}{2}d(v^2)/dt$ é de validade irrestrita (diferentemente de algumas equações cinemáticas que estudamos, que são válidas apenas se a aceleração é constante).

Do Exemplo 6-9, temos a relação cinemática

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}v^2 = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}v^2\right) \qquad \text{6-21}$$

Na Seção 6-4, esta equação é usada para deduzir o teorema do trabalho–energia cinética para partículas se movendo em trajetórias curvas sob a influência de forças que não são necessariamente constantes.

POTÊNCIA

A definição de trabalho não diz nada sobre quanto tempo leva para que ele seja realizado. Por exemplo, se você empurra uma caixa ao longo de uma certa distância, subindo um morro, com uma velocidade constante, você realiza a mesma quantidade de trabalho sobre a caixa, não importando quanto tempo você levou para empurrála naquela distância. Em física, a taxa na qual uma força realiza trabalho é chamada de **potência** P. Como trabalho é uma medida da energia transferida por uma força, a potência é a taxa de transferência de energia.

Seja uma partícula se movendo com velocidade instantânea $\vec{v}$. Em um curto intervalo de tempo dt, a partícula sofre um deslocamento $d\vec{\ell} = \vec{v}\,dt$. O trabalho realizado pela força $\vec{F}$ que atua sobre a partícula, durante este intervalo de tempo, é

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \vec{F}\cdot\vec{v}\,dt$$

A potência, então, é

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v} \qquad 6\text{-}22$$

POTÊNCIA DE UMA FORÇA

Note a diferença entre potência e trabalho. Dois motores que elevam uma certa carga até uma dada altura gastam a mesma quantidade de energia, mas a potência é maior para a força que realiza o trabalho no menor tempo.

Como trabalho e energia, potência é uma grandeza escalar. A unidade SI de potência, um joule por segundo, é chamada de **watt** (W):

$$1\text{ W} = 1\text{ J/s}$$

No sistema americano usual, a unidade de energia é o pé-libra e a unidade de potência é o pé-libra por segundo. Um múltiplo desta unidade comumente utilizado, chamado de hp (*horsepower*), é definido como

$$1\text{ hp} = 550\text{ ft}\cdot\text{lb/s} \approx 746\text{ W}$$

O produto de uma unidade de potência por uma unidade de tempo é uma unidade de energia. Companhias de energia elétrica cobram pela energia, não pela potência, usualmente pelo quilowatt-hora (kW · h). Um quilowatt-hora de energia é a energia transferida em 1 hora à taxa constante de 1 quilowatt, ou

$$1\text{ kW}\cdot\text{h} = (10^3\text{ W})(3600\text{ s}) = 3{,}6\times10^6\text{ W}\cdot\text{s} = 3{,}6\text{ MJ}$$

Exemplo 6-10 A Potência de um Motor

Um pequeno motor é usado para operar como um elevador que levanta uma carga de tijolos que pesa 500 N até a uma altura de 10 m, em 20 s (Figura 6-22), com rapidez constante. O elevador pesa 300 N. Qual é a potência desenvolvida pelo motor?

SITUAÇÃO Como a aceleração é zero, a magnitude da força $\vec{F}$ para cima, exercida pelo motor, é igual ao peso do elevador mais o peso dos tijolos. A taxa com que o motor trabalha é a potência.

SOLUÇÃO

A potência é dada por $\vec{F}\cdot\vec{v}$: $\quad P = \vec{F}\cdot\vec{v} = Fv\cos\phi = Fv\cos(0) = Fv$

$$= (800\text{ N})\frac{10\text{ m}}{20\text{ s}} = \boxed{4{,}0\times10^2\text{ W}}$$

CHECAGEM O trabalho realizado pela força é (800 N)(10 m) = 8000 J. Este trabalho leva 20 s para ser realizado e, portanto, esperamos uma potência de 8000 J/20 s = $4{,}0\times10^2$ W, o que está em perfeito acordo com nosso resultado.

INDO ALÉM (1) O elevador pode não operar, exatamente, com rapidez constante. Os tijolos e o elevador terão que primeiro adquirir rapidez (porque eles estão partindo do repouso). A potência desenvolvida excederá os 400 W enquanto isto ocorre. Além disso, a potência desenvolvida pelo motor será menor que 400 W enquanto o elevador reduz a rapidez para parar no topo. A potência média desenvolvida pelo motor, durante a elevação, é de 400 W (e a potência desenvolvida pela força da gravidade é de −400 W). (2) Uma potência de 400 W é ligeiramente menor que $\frac{1}{2}$ hp.

PROBLEMA PRÁTICO 6-8 Determine a potência média desenvolvida pelo motor necessária para levantar os tijolos e o elevador até a uma altura de 10 m em 40 s. Qual é o trabalho realizado pela força do motor? Qual é o trabalho realizado pela força da gravidade?

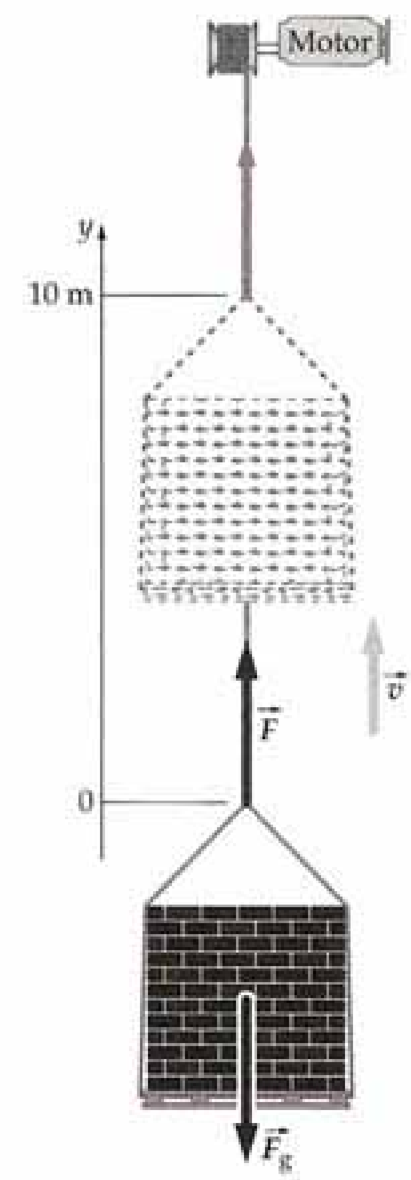


FIGURA 6-22

Exemplo 6-11 Potência e Energia Cinética

Mostre que a potência desenvolvida pela força resultante que atua sobre uma partícula é igual à taxa com que varia a energia cinética da partícula.

SITUAÇÃO A potência desenvolvida pela força resultante, P_{res}, é igual a $\vec{F}_{res} \cdot \vec{v}$. Mostre que $\vec{F}_{res} \cdot \vec{v} = dK/dt$, onde $K = \frac{1}{2}mv^2$.

SOLUÇÃO

1. Substitua $\vec{F}_{res}$ pela expressão da segunda lei de Newton: $\vec{F}_{res} \cdot \vec{v} = m\vec{a} \cdot \vec{v}$
2. O produto $\vec{a} \cdot \vec{v}$ está relacionado com a derivada temporal de v^2 por $2\vec{a} \cdot \vec{v} = d(v^2)/dt$ (Equação 6-21): $\frac{d}{dt}v^2 = \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) = 2\vec{a} \cdot \vec{v}$
3. Substitua o resultado do passo 2 no resultado do passo 1: $\vec{F}_{res} \cdot \vec{v} = m\vec{a} \cdot \vec{v} = m\frac{1}{2}\frac{d}{dt}v^2$
4. A massa m é constante e, portanto, pode ser levada para dentro do argumento da derivada, junto com a fração $\frac{1}{2}$: $\vec{F}_{res} \cdot \vec{v} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$
5. O argumento da derivada é a energia cinética K: $\boxed{P_{res} = \vec{F}_{res} \cdot \vec{v} = \frac{dK}{dt}}$

CHECAGEM O joule é a unidade de energia e, portanto, dK/dt tem como unidade o joule por segundo, ou watt. O watt é a unidade de potência e, portanto, $P_{res} = dK/dt$ é dimensionalmente consistente.

Do Exemplo 6-11, temos

$$P_{res} = \vec{F}_{res} \cdot \vec{v} = \frac{dK}{dt} \qquad 6\text{-}23$$

relacionando a potência desenvolvida pela força resultante com a taxa de variação da energia cinética de qualquer corpo que possa ser tratado como uma partícula.

6-4 O TEOREMA DO TRABALHO–ENERGIA CINÉTICA — TRAJETÓRIAS CURVAS

O teorema do trabalho–energia cinética para movimento em trajetória curva pode ser estabelecido por integração de $\vec{F}_{res} \cdot \vec{v} = dK/dt$ (Equação 6-23). Integrando os dois lados em relação ao tempo, obtém-se

$$\int_1^2 \vec{F}_{res} \cdot \vec{v}\,dt = \int_1^2 \frac{dK}{dt}\,dt \qquad 6\text{-}24$$

Como $d\vec{\ell} = \vec{v}\,dt$, onde $d\vec{\ell}$ é o deslocamento durante o tempo dt, e como $(dK/dt)\,dt = dK$, a Equação 6-24 pode ser escrita como

$$\int_1^2 \vec{F}_{res} \cdot d\vec{\ell} = \int_1^2 dK$$

A integral da esquerda é o trabalho total, W_{total}, realizado sobre a partícula. A integral da direita pode ser calculada, obtendo-se

$$\int_1^2 \vec{F}_{res} \cdot d\vec{\ell} = K_2 - K_1 \quad (\text{ou } W_{total} = \Delta K) \qquad 6\text{-}25$$

TEOREMA DO TRABALHO–ENERGIA CINÉTICA

A Equação 6-25 segue diretamente da segunda lei de Newton do movimento.

Exemplo 6-12 Trabalho Realizado sobre um Esquiador *Rico em Contexto*

Você e uma amiga estão em uma estação de esqui que tem duas pistas, a pista para iniciantes e a pista para veteranos. As duas pistas começam no topo da colina e terminam na base da colina. Seja h a descida vertical para as duas pistas. A pista para iniciantes é mais longa e menos íngreme do que a pista para veteranos. Você e sua amiga, que é muito melhor esquiadora do que você, estão testando esquis experimentais sem atrito. Para tornar as coisas interessantes, você propõe a ela uma aposta: que se ela tomar a pista de veteranos e você tomar a pista de iniciantes, a rapidez dela ao final não será maior do que a sua. Não se dando conta de que você é um estudante de física, ela aceita a aposta. As condições são que vocês dois partam do repouso no topo da colina, deixando que os esquis deslizem sem outra interferência. Quem vence a aposta? (Desconsidere o arraste do ar.)

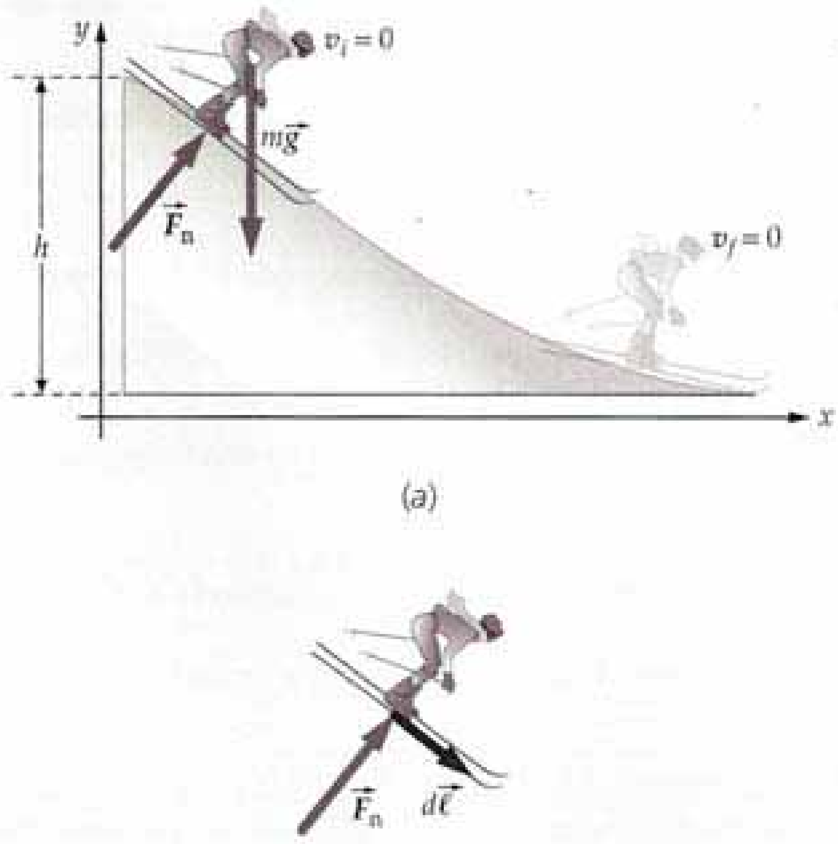


FIGURA 6-23

SITUAÇÃO Como você e sua amiga simplesmente deslizam, podem ser vistos como partículas. (O teorema do trabalho–energia cinética vale apenas para partículas.) Duas forças atuam sobre cada um de vocês, a força peso e a força normal.

SOLUÇÃO

1. Faça um esboço de você próprio e desenhe os dois vetores força no esboço (Figura 6-23a). Inclua, também, os eixos coordenados. O teorema do trabalho–energia cinética, com $v_i = 0$, relaciona a rapidez final, v_f, com o trabalho total.

2. A rapidez final está relacionada com a energia cinética final, que por sua vez se relaciona com o trabalho total, pelo teorema do trabalho–energia cinética: $W_{\text{total}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$

3. Para cada um de vocês, o trabalho total é o trabalho realizado pela força normal mais o trabalho realizado pela força gravitacional: $W_{\text{total}} = W_n + W_g$

4. A força $m\vec{g}$ sobre você é constante, mas a força $\vec{F}_n$ não é constante. Primeiro, calculamos o trabalho realizado por $\vec{F}_n$. Calcule o trabalho dW_n realizado sobre você por $\vec{F}_n$ em um deslocamento infinitesimal $d\vec{\ell}$ (Figura 6-23b) em um ponto qualquer da descida: $dW_n = \vec{F}_n \cdot d\vec{\ell} = F_n \cos\phi \, d\ell$

5. Encontre o ângulo ϕ entre as orientações de $\vec{F}_n$ e $d\vec{\ell}$. O deslocamento $d\vec{\ell}$ é tangente à pista: $\phi = 90°$

6. Encontre o trabalho realizado por $\vec{F}_n$ durante toda a descida: $W_n = \int F_n \cos 90° \, d\ell = \int (0) d\ell = 0$

7. A força da gravidade $\vec{F}_g$ é constante e, portanto, o trabalho que a gravidade realiza é $W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{\ell}$, onde $\vec{\ell}$ (Figura 6-24) é o deslocamento total do topo à base da colina: $W_g = m\vec{g} \cdot \vec{\ell} = -mg\hat{j} \cdot (\Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j}) = -mg\,\Delta y$

8. O esquiador desce a colina; logo Δy é negativo. Da Figura 6-23a, vemos que $\Delta y = -h$: $\Delta y = -h$

9. Substituindo: $W_g = mgh$

10. Aplique o teorema do trabalho–energia cinética para encontrar v_f: $W_n + W_g = \Delta K$

11. A rapidez final depende apenas de h, que é o mesmo para os dois esquiadores. Os dois terão a mesma rapidez na chegada. $0 + mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0$ logo $v_f = \sqrt{2gh}$

$\boxed{\text{VOCÊ VENCE!}}$ (A aposta foi que ela não teria uma rapidez maior do que a sua.)

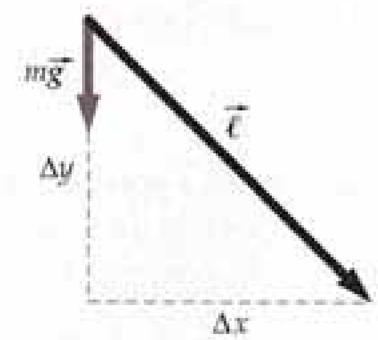


FIGURA 6-24

CHECAGEM A força responsável pelo seu movimento é a força gravitacional. Esta força é proporcional à massa e, portanto, o trabalho que ela realiza é proporcional à massa. Como a energia cinética também é proporcional à massa, a massa cancela na equação trabalho–energia cinética. Assim, esperamos que a rapidez final seja independente da massa. Nosso resultado é independente da massa, como esperado.

INDO ALÉM Sua amiga, na pista mais íngreme, cruzará a chegada mais cedo, mas não foi esta a aposta. O que foi mostrado aqui é que o trabalho realizado pela força gravitacional é igual a mgh. Ele não depende do perfil da colina, ou do comprimento da pista percorrida. Ele depende apenas da massa m e da queda vertical h entre os pontos de partida e de chegada.

6-5 TRABALHO NO CENTRO DE MASSA

Apresentamos, aqui, uma relação trabalho–energia cinética que vale para sistemas que não podem ser tratados como partículas. (Uma partícula é um sistema cujas partes sofrem, todas elas, deslocamentos idênticos.) No Capítulo 5 encontramos (Equação 5-23) que, para um sistema de partículas,

$$\vec{F}_{\text{ext res}} = \sum \vec{F}_{i\text{ext}} = M\vec{a}_{\text{cm}} \qquad 6\text{-}26$$

onde $M = \Sigma m_i$ é a massa do sistema e $\vec{a}_{\text{cm}}$ é a aceleração do centro de massa. A Equação 6-26 pode ser integrada para se obter uma equação útil, envolvendo trabalho e energia cinética, que pode ser aplicada a sistemas que não se enquadram no modelo de partícula. Primeiro, multiplicamos escalarmente $\vec{v}_{\text{cm}}$ e os dois lados da Equação 6-26, para obter

$$\vec{F}_{\text{ext res}} \cdot \vec{v}_{\text{cm}} = M\vec{a}_{\text{cm}} \cdot \vec{v}_{\text{cm}} = \frac{d}{dt}\left(\tfrac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2\right) = \frac{dK_{\text{trans}}}{dt} \qquad 6\text{-}27$$

onde $K_{\text{trans}} = \frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2$, chamada de **energia cinética de translação**, é a energia cinética associada ao movimento do centro de massa. Multiplicando os dois lados da Equação 6-27 por dt e integrando, temos

$$\int_1^2 \vec{F}_{\text{ext res}} \cdot d\vec{\ell}_{\text{cm}} = \Delta K_{\text{trans}} \qquad 6\text{-}28$$

RELAÇÃO ENTRE TRABALHO NO CENTRO DE MASSA E ENERGIA CINÉTICA DE TRANSLAÇÃO

onde $d\vec{\ell}_{\text{cm}} = \vec{v}_{\text{cm}}dt$. A integral $\int_1^2 \vec{F}_{\text{ext res}} \cdot d\vec{\ell}_{\text{cm}}$ é referida como o **trabalho no centro de massa*** realizado pela força resultante sobre um sistema de partículas, e $d\vec{\ell}_{\text{cm}} = \vec{v}_{\text{cm}}dt$ é o deslocamento incremental do centro de massa. A Equação 6-28 é a **relação trabalho no centro de massa–energia cinética de translação**. Em palavras: "O trabalho no centro de massa realizado pela força externa resultante sobre um sistema é igual à variação da energia cinética de translação do sistema". Apesar de a Equação 6-28 parecer com a equação do teorema do trabalho–energia cinética (Equação 6-25), há algumas diferenças importantes. A relação trabalho no centro de massa–energia cinética de translação lida apenas com o deslocamento e a rapidez do centro de massa do sistema; logo, ao usarmos esta relação estamos ignorando o movimento de qualquer parte do sistema em relação ao referencial do centro de massa. (Um referencial do centro de massa é um referencial não-girante† que se move com o centro de massa.) Isto nos permite calcular o movimento do sistema como um todo, sem conhecer todos os seus detalhes internos.

Para um sistema que se move como uma partícula (com todas as partes tendo a mesma velocidade), a relação trabalho no centro de massa–energia cinética de translação se reduz ao teorema do trabalho–energia cinética (Equação 6-25).

Também é útil, à vezes, se referir ao trabalho no centro de massa realizado por uma única força. O trabalho no centro de massa W_{cm} realizado por qualquer força $\vec{F}$ é dado por

$$W_{\text{cm}} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{\ell}_{\text{cm}} \qquad 6\text{-}29$$

* O trabalho no centro de massa também é chamado de pseudotrabalho.
† Um referencial não-girante é um referencial que não gira em relação a um referencial inercial.

Exemplo 6-13 Dois Discos e um Cordão

Dois discos idênticos estão sobre uma mesa de ar, ligados por um fio (Figura 6-25). Os discos, cada um de massa m, estão inicialmente em repouso, na configuração mostrada. Uma força constante de magnitude F acelera o sistema para a direita. Após o ponto de aplicação P da força ter se movido uma distância d, os discos colidem e grudam. Qual é a rapidez dos discos imediatamente após a colisão?

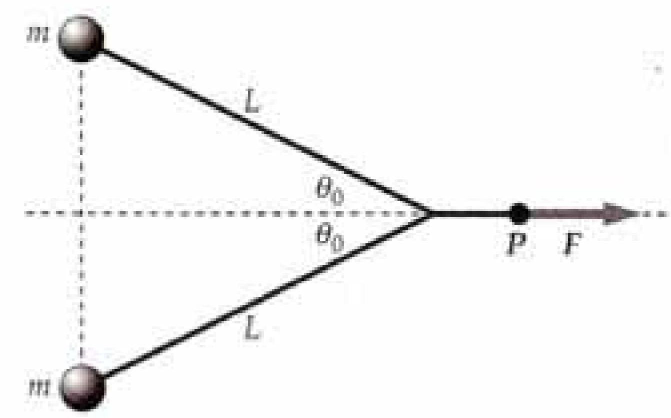


FIGURA 6-25

SITUAÇÃO Considere os dois discos e o fio como o sistema. Aplique a relação trabalho no centro de massa–energia cinética de translação ao sistema. Após a colisão, a rapidez de cada disco é igual à rapidez do centro de massa. (Os discos podem se mover sem atrito sobre a mesa.)

SOLUÇÃO

1. Faça um desenho mostrando inicialmente o sistema e depois de ter se movido da distância d (Figura 6-26):

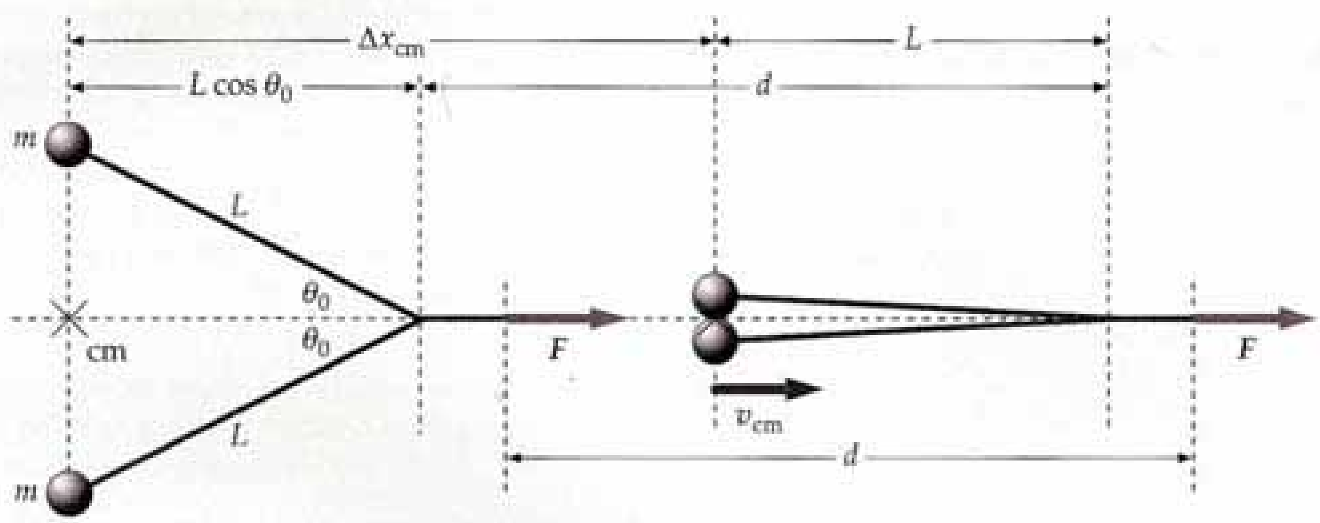


FIGURA 6-26 Enquanto o centro de massa percorre a distância Δx_{cm}, o ponto de aplicação da força $\vec{F}$ percorre a distância d.

2. Aplique a relação trabalho no centro de massa–energia cinética de translação ao sistema. A força externa sobre o sistema é $\vec{F} = F\hat{i}$:

$$\int_i^f \vec{F}_{\text{ext res}} \cdot d\vec{\ell}_{cm} = \Delta K_{trans}$$

$$\int_i^f F\hat{i} \cdot dx_{cm}\hat{i} = K_{trans\,f} - K_{trans\,i}$$

$$F\int_i^f dx_{cm} = K_{trans\,f} - 0$$

$$F\Delta x_{cm} = \tfrac{1}{2}(2m)v_{cm}^2 = mv_{cm}^2$$

3. Encontre Δx_{cm} em termos de d e de L. A Figura 6-26 torna bem direto o cálculo de Δx_{cm}:

$$\Delta x_{cm} + L = L\cos\theta_0 + d$$

logo $\Delta x_{cm} = d - L(1 - \cos\theta_0)$

4. Substitua o resultado do passo 3 no resultado do passo 2 e calcule v_{cm}:

$$F\Delta x_{cm} = mv_{cm}^2$$

$$F[d - L(1 - \cos\theta_0)] = mv_{cm}^2$$

logo $v_{cm} = \boxed{\sqrt{\dfrac{F[d - L(1 - \cos\theta_0)]}{m}}}$

CHECAGEM Se o ângulo inicial θ_0 é zero, o sistema pode ser tratado como uma partícula e o teorema do trabalho–energia cinética pode ser usado. Isto daria $Fd = \frac{1}{2}(2m)v^2 = mv^2$ ou $v = \sqrt{Fd/m}$. Nosso resultado do passo 4 leva à mesma expressão para a rapidez se $\theta_0 = 0$.

INDO ALÉM (1) Neste exemplo, o deslocamento do centro de massa Δx_{cm} é menor do que o deslocamento d do ponto de aplicação da força $\vec{F}$. Em conseqüência, o trabalho no centro de massa realizado pela força é menor que o trabalho Fd realizado pela força. (2) Os discos perdem energia cinética quando colidem e grudam um no outro. Esta energia aparece como alguma outra forma de energia, como energia térmica. A conservação da energia é discutida adiante, no Capítulo 7.

Exemplo 6-14 Distância para Parar

Para evitar um acidente, o motorista de um carro de 1000 kg, se deslocando a 90 km/h em uma estrada horizontal reta, pisa nos freios com força máxima. O sistema ABS não está funcionando, de modo que as rodas bloqueiam e os pneus deslizam até o carro parar. O coeficiente de atrito cinético entre a estrada e os pneus é 0,80. Qual é a distância percorrida pelo carro?

SITUAÇÃO O carro não pode ser tratado como uma partícula. Os pontos de aplicação das forças de atrito cinético são os pontos de contato dos pneus com a estrada. Os pontos altos das superfícies em contato aderem e deslizam, alternadamente. Logo, o modelo de partícula não se aplica ao carro durante o deslizamento. A relação trabalho no centro de massa–energia cinética de translação aplicada ao carro nos permite calcular a distância até parar.

SOLUÇÃO

1. Escreva a relação trabalho no centro de massa–energia cinética de translação. Precisamos determinar o deslocamento do centro de massa do carro:

$$\int_1^2 \vec{F}_{\text{ext res}} \cdot d\vec{\ell}_{\text{cm}} = \Delta K_{\text{trans}}$$

2. Desenhe um diagrama de corpo livre para o carro enquanto desliza:

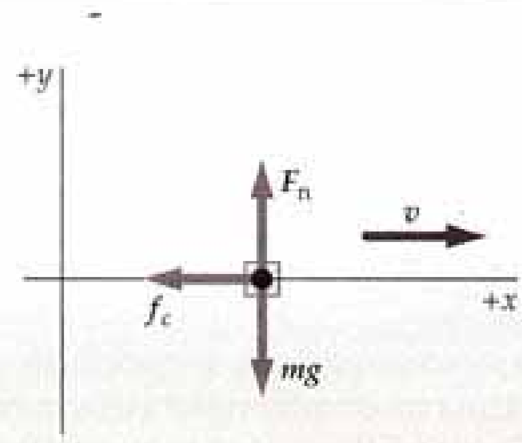


FIGURA 6-27

3. A aceleração vertical é zero e, portanto, a força normal e a força gravitacional somam zero. A força externa resultante sobre o carro é a força de atrito. Determine a força resultante sobre o carro:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_n + m\vec{g} + \vec{f}_c = \vec{f}_c$$

logo

$$F_{\text{res}} = f_c = \mu_c F_n = \mu\, mg$$

$$\vec{F}_{\text{res}} = -\mu_c mg\hat{i}$$

4. Aplique a relação trabalho no centro de massa–energia cinética de translação ao carro:

$$\int_1^2 \vec{F}_{\text{res}} \cdot d\vec{\ell}_{\text{cm}} = \Delta K_{\text{trans}}$$

$$\int_1^2 -\mu_c mg\hat{i} \cdot dx_{\text{cm}}\hat{i} = K_{\text{trans}\,2} - K_{\text{trans}\,1}$$

$$-\mu_c mg \int_1^2 dx_{\text{cm}} = 0 - K_{\text{trans}\,1}$$

$$-\mu_c mg\,(x_{\text{cm}\,2} - x_{\text{cm}\,1}) = -\tfrac{1}{2} m v_{\text{cm}\,1}^2$$

5. Determine o deslocamento, mas primeiro converta a rapidez inicial de km/h para m/s:

$$v_{\text{cm}\,1} = 90\ \text{km/h} \cdot \frac{1\ \text{h}}{(3{,}6\ \text{ks})} = 25\ \text{m/s}$$

logo

$$\Delta x_{\text{cm}} = x_{\text{cm}\,2} - x_{\text{cm}\,1} = \frac{v_{\text{cm}\,1}^2}{2\mu_c g}$$

$$\Delta x_{\text{cm}} = \frac{(25\ \text{m/s})^2}{2 \cdot (0{,}80)\,(9{,}81\ \text{m/s}^2)} = \boxed{40\ \text{m}}$$

CHECAGEM Esperaríamos que a distância para parar deve crescer com a rapidez inicial e decrescer com o aumento do coeficiente de atrito. A expressão para Δx_{cm} do passo 5 confirma essa expectativa.

INDO ALÉM A energia cinética de translação do carro é dissipada como energia térmica dos pneus e do pavimento. A dissipação de energia cinética em energia térmica por atrito cinético é discutida adiante, no Capítulo 7.

Trabalho na Correia Transportadora de Bagagem

As formas de se transportar bagagens, em alguns dos maiores aeroportos, têm muito em comum com montanhas-russas. Grandes taxas de mudança de aceleração por longos períodos de tempo não são convenientes, nem para passageiros de montanha-russa, nem para bagagens. Eles devem se deslocar suavemente, sem paradas e movimentos bruscos indesejáveis.

Alguns carrinhos de montanha-russa (ou de transporte de bagagem) ganham energia cinética devido ao trabalho realizado sobre eles por forças constantes exercidas por conjuntos de LIMs (Um LIM — *linear induction motor* — é um motor de indução linear.) Um LIM é um método eletromagnético de se exercer força sem partes móveis.* A principal razão para utilizá-los é a flexibilidade na aplicação de forças em lugares determinados, durante o percurso do carrinho da montanha-russa ou do transporte de bagagens. Os carrinhos correm sobre trilhos que usam sensores para determinar a rapidez dos veículos e comunicam esta rapidez aos controladores dos motores. Os LIMs podem ser desligados quando o veículo atingiu a rapidez correta. Nos dois casos, alguns LIMs também são utilizados como freios sobre os veículos, exercendo forças sobre eles que se opõem ao sentido do movimento.

Uma montanha-russa cujos carrinhos são lançados do Café NASCAR no Hotel e Cassino Sahara, de Las Vegas (Estados Unidos), batizada de *Speed — The Ride*, foi projetada pela firma Ingenieurbuero Stengel GmbH, e possui 88 motores em três localizações ao longo do trilho. O primeiro conjunto de motores lança o trem. O trem de 6 carros, com 24 passageiros, é suavemente acelerado até 45 mi/h em 2,0 s. Ele arremete em uma curva e mergulha 25 ft abaixo do solo, antes de subir e percorrer uma montanha com o perfil de uma clotóide. Após, forças exercidas sobre ele pelo segundo conjunto de LIMs quadruplica sua energia cinética em 2,0 s.† O trem percorre o Las Vegas Boulevard e depois sobe duzentos pés quase que verticalmente. Por segurança, uma série de LIMs localizados próximo ao topo deste caminho pode frear o trem, se necessário. O trem percorre de volta, então, todo o trajeto. Ao retornar à estação, os LIMs lá situados atuam como freios, e fazem o trem parar.

Além das forças exercidas pelo LIMs, outras forças exercidas sobre os carrinhos são a da gravidade, a do atrito e a força normal. Cada um dos carrinhos do trem percorre o mesmo caminho, apesar de os pontos de partida e de chegada não serem os mesmos para cada carrinho. A aceleração máxima para qualquer passageiro é de 3,5 g. Isto não é muito — a aceleração momentânea provocada por um travesseiro atingindo a cabeça pode ser maior que 20 g.‡

O Aeroporto Internacional de Heathrow (Inglaterra) transfere bagagens, com freqüência, entre os Terminais Um e Quatro. Os terminais são afastados mais de 1,0 km um do outro e são separados por uma rodovia. Cada peça de bagagem é transportada por um pequeno carrinho que viaja sobre trilhos. (A rapidez dos carrinhos é controlada por LIMs montados nos trilhos.) O carrinho desce uma rampa inclinada para chegar ao nível de um túnel, 20 m abaixo do solo. Ele viaja através do túnel a 30 km/h, rapidez esta que é mantida por LIMs regularmente espaçados. No final do túnel, o carrinho sobe ao nível do solo do terminal a que se destinava. Quando você fizer uma conexão em um aeroporto grande, lembre-se de que sua bagagem poderá muito bem estar tendo seu próprio passeio especial.

* "Whoa! Linear motors bast Vegas coaster straight up." *Machine Design*, May 4, 2000. Vol. 28; "Sectors" EI-WHS http://www.eiwsh.co.uk/sectors.asp April 2006; "Baggage Handing Case Study." Force Engineering http://force.co.uk/bagcase.htm, April 2006; "Leisure Rides." Force Engineering, http://www.force.co.uk/leishome.htm April 2006.

† "Speed Facts. Sahara Hotel and Casino, http://www.sabaravegas.com April 2006.

‡ Exponent Failure Analysis Associates. *Investigation of Amusement Park and Roller Coaster Injury Likelihhod and Severity*: 48. http://www.emerson-associates.com October 2008.

Resumo

1. Trabalho, energia cinética e potência são importantes quantidades dinâmicas derivadas.
2. O teorema do trabalho–energia cinética é uma importante relação, deduzida das leis de Newton, aplicável a uma partícula. (Neste contexto, uma partícula é um corpo perfeitamente rígido que se move sem girar.)
3. O produto escalar de vetores é uma definição matemática útil em todo o estudo da física.

	TÓPICO	EQUAÇÕES RELEVANTES E OBSERVAÇÕES	
1.	**Trabalho**	$W = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_1^2 F_{\parallel} d\ell$ (definição)	
	Força constante	$W = \vec{F}\cdot\vec{\ell} = F_{\parallel}\ell = F\ell_{\parallel} = F\ell\cos\theta$	
	Força constante — movimento unidimensional	$W = F_x\,\Delta x = F\lvert\Delta x\rvert\cos\theta$	
	Força variável — movimento unidimensional	$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx =$ área sob a curva F_x *versus* x	
2.	**Energia Cinética**	$K = \frac{1}{2}mv^2$ (definição)	
3.	**Teorema do Trabalho—Energia Cinética**	$W_{\text{total}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$	
4.	**Produto Escalar ou Produto Interno**	$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\phi$ (definição)	
	Em termos de componentes	$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$	
	Vetor unitário vezes vetor	$\vec{A}\cdot\hat{i} = A_x$	
	Regra da derivada de produto	$\frac{d}{dt}(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\frac{d\vec{B}}{dt}$	
5.	**Potência**	$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$	
6.	**Relação entre Trabalho no Centro de Massa e Energia Cinética de Translação**	$\int_1^2 \vec{F}_{\text{ext res}}\cdot d\vec{\ell}_{\text{cm}} = \Delta K_{\text{trans}}$ Esta relação é uma ferramenta útil para a solução de problemas em que não se pode aplicar o modelo de partícula aos sistemas.	6-2
	Trabalho no centro de massa	$W_{\text{cm}} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{ext res}}\cdot d\vec{\ell}_{\text{cm}}$	6-3
	Energia cinética de translação	$K_{\text{trans}} = \frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2$, onde $M = \Sigma m_i$	

Respostas das Checagens Conceituais

6-1 O trabalho realizado pela mola é negativo.

Respostas dos Problemas Práticos

6-1 34 J

6-2 $1{,}7 \times 10^2$ N

6-3 4,1 m/s

6-4 A região de interesse está sob o eixo x, de forma que a "área sob a curva" é negativa. A "área sob a curva" é $-(\lvert A_1\rvert - \lvert A_2\rvert)$, onde A_1 e A_2 são mostrados na Figura 6-28. O trabalho realizado pela mola é igual à "área sob a curva" e a área de um triângulo é a metade da altura vezes a base. Logo,

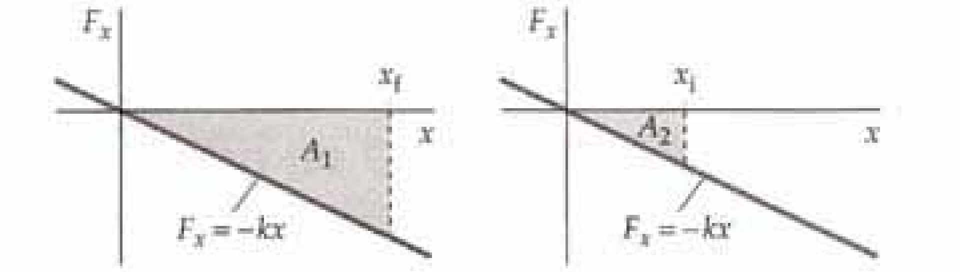


FIGURA 6-28

$$W_{\text{pela mola}} = -(|A_1| - |A_2|) = -(\tfrac{1}{2} \cdot kx_f \cdot x_f - \tfrac{1}{2} \cdot kx_i \cdot x_i) = \boxed{\tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2}$$

que é idêntico à Equação 6-13.

6-5 $\quad$ 0,40 m/s

6-6 $\quad$ (*a*) 38 m², (*b*) $A = 5{,}0$ m, $B = 8{,}2$ m, $\phi = 23°$

6-7 $\quad$ $F = 5{,}00$ N, $\phi = 121°$

6-8 $\quad$ $P = 2{,}0 \times 10^2$ W, $W = 8{,}0 \times 10^3$ J, $W = -8{,}0 \times 10^3$ J

Problemas

Em alguns problemas, você recebe mais dados do que necessita; em alguns outros, você deve acrescentar dados de seus conhecimentos gerais, fontes externas ou estimativas bem fundamentadas.

Interprete como significativos todos os algarismos de valores numéricos que possuem zeros em seqüência sem vírgulas decimais.

Em todos os problemas, use $g = 9{,}81$ m/s² para a aceleração de queda livre devida à gravidade e despreze atrito e resistência do ar, a não ser quando especificamente indicado.

• Um só conceito, um só passo, relativamente simples
•• Nível intermediário, pode requerer síntese de conceitos
••• Desafiante, para estudantes avançados
Problemas consecutivos sombreados são problemas pareados.

PROBLEMAS CONCEITUAIS

1 • Verdadeiro ou falso: (*a*) Se o trabalho resultante, ou total, realizado sobre uma partícula não é nulo, então sua rapidez deve mudar. (*b*) Se o trabalho resultante, ou total, realizado sobre uma partícula não é nulo, então sua velocidade deve mudar. (*c*) Se o trabalho resultante, ou total, realizado sobre uma partícula não é nulo, então a orientação de seu movimento não pode mudar. (*d*) As forças que atuam sobre uma partícula não trabalham sobre ela se ela permanece em repouso. (*e*) Uma força que é sempre perpendicular à velocidade de uma partícula nunca trabalha sobre a partícula.

2 • Você empurra uma caixa pesada sobre uma mesa horizontal com atrito, em linha reta. A caixa parte do repouso e acaba em repouso. Descreva o trabalho realizado sobre ela (incluindo sinais) por cada uma das forças que atuam sobre ela e diga qual é o trabalho resultante realizado.

3 • Você está em uma roda gigante que gira com rapidez constante. Certo ou errado: Durante qualquer fração de uma revolução: (*a*) Nenhuma das forças atuando sobre você realiza trabalho sobre você. (*b*) O trabalho total realizado por todas as forças que atuam sobre você é zero. (*c*) A força resultante sobre você é zero. (*d*) Você está acelerado.

4 • Por qual fator é alterada a energia cinética de uma partícula se sua rapidez é dobrada mas sua massa é reduzida à metade?

5 • Dê um exemplo de uma partícula que tem energia cinética constante mas está acelerada. Pode uma partícula não acelerada ter energia cinética variável? Caso afirmativo, dê um exemplo.

6 • Uma partícula tem, inicialmente, uma energia cinética K. Mais tarde, ela está se movendo no sentido oposto com o triplo de sua rapidez inicial. Qual é, agora, sua energia cinética? (*a*) K, (*b*) $3K$, (*c*) $23K$, (*d*) $9K$, (*e*) $-9K$.

7 • Como você compara o trabalho realizado para esticar uma mola de 2,0 cm, a partir da configuração frouxa, com o trabalho necessário para esticá-la de 1,0 cm, a partir da configuração frouxa?

8 • Uma mola é primeiro esticada de 2,0 cm a partir da configuração frouxa. Depois, ela é esticada mais 2,0 cm. Como você compara o trabalho para realizar a segunda esticada com aquele para realizar a primeira esticada (expresse em termos da razão entre o segundo e o primeiro)?

9 • A dimensão de potência é (*a*) $M \cdot L^2 \cdot T^2$, (*b*) $M \cdot L^2/T$, (*c*) $M \cdot L^2/T^2$, (*d*) $M \cdot L^2/T^3$.

10 • Mostre que a unidade SI para a constante de força de uma mola pode ser escrita como kg/s².

11 • Verdadeiro ou falso: (*a*) A força gravitacional não pode trabalhar sobre um corpo, porque ela não é uma força constante. (*b*) Atrito estático nunca pode realizar trabalho sobre um corpo. (*c*) Quando um elétron carregado negativamente é removido de um núcleo carregado positivamente, a força sobre o elétron realiza um trabalho de valor positivo. (*d*) Se uma partícula se move em trajetória circular, o trabalho total realizado sobre ela é necessariamente zero.

12 •• Um disco de hóquei tem uma velocidade inicial no sentido $+x$ sobre uma superfície horizontal de gelo. Esboce qualitativamente o gráfico força *versus* posição para a força horizontal (constante) necessária para trazer o disco até o repouso. Suponha o disco localizado em $x = 0$ quando a força começa a agir. Mostre que o sinal da área sob o gráfico concorda com o sinal da variação da energia cinética do disco e interprete isto em termos do teorema do trabalho–energia cinética.

13 •• Verdadeiro ou falso: (*a*) O produto escalar não pode ter unidades. (*b*) Se o produto escalar de dois vetores não-nulos é zero, então eles são paralelos. (*c*) Se o produto escalar de dois vetores não-nulos é igual ao produto de suas magnitudes, então os dois vetores são paralelos. (*d*) Enquanto um objeto é empurrado rampa acima, o sinal do produto escalar da força da gravidade sobre ele pelo seu deslocamento é negativo.

14 •• (*a*) O produto escalar de dois vetores unitários perpendiculares deve ser sempre zero? (*b*) Um corpo tem uma velocidade $\vec{v}$ em dado instante. Interprete fisicamente $\sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}}$. (*c*) Uma bola rola para fora de uma mesa horizontal. Qual é o produto escalar entre sua velocidade e sua aceleração imediatamente após ela ter abandonado a mesa? Explique. (*d*) Na Parte (*c*), qual é o sinal do produto escalar entre a velocidade e a aceleração imediatamente antes de a bola atingir o chão?

15 •• Você levanta um pacote verticalmente, para cima, até uma altura L no tempo Δt. Depois, você levanta um segundo pacote que tem o dobro da massa do primeiro, verticalmente para cima e até a mesma altura, desenvolvendo a mesma potência que ao levantar o primeiro pacote. Quanto tempo você leva para levantar o segundo pacote (responda em termos de Δt)?

16 •• Existem lasers que desenvolvem mais de 1,0 GW de potência. Uma grande planta moderna de geração de energia elétrica tipicamente desenvolve 1,0 GW de potência elétrica. Isto significa que o laser produz uma imensa quantidade de energia? Explique. *Dica: Estes lasers de alta potência são pulsados (liga-desliga), de modo que eles não desenvolvem potência por intervalos de tempo muito longos.*

17 •• Você está dirigindo um carro que acelera em uma pista horizontal, a partir do repouso, sem patinar os pneus. Use a relação trabalho–energia cinética de translação para o centro de massa e diagramas de corpo livre para explicar claramente qual força (ou quais forças) é (são) diretamente responsável (responsáveis) pelo ganho de energia cinética de translação do carro e de você próprio. *Dica: A relação se refere apenas a forças externas, de forma que o motor do carro não é a resposta. Escolha corretamente o seu "sistema" para cada caso.*

ESTIMATIVA E APROXIMAÇÃO

18 •• (*a*) Estime o trabalho realizado sobre você pela gravidade quando você viaja em um elevador, do térreo ao topo do Empire State Building, um prédio americano de 102 andares. (*b*) Estime a quantidade de trabalho que a força normal do chão realiza sobre você. *Dica: A resposta não é zero.* (*c*) Estime a potência média da força da gravidade.

19 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, RICO EM CONTEXTO** As estrelas mais próximas, além do Sol, estão anos-luz afastadas da Terra. Se temos que investigar estas estrelas, nossas naves espaciais devem viajar com uma fração apreciável da rapidez da luz. (*a*) Você está encarregado de estimar a energia necessária para acelerar uma cápsula de 10.000 kg, a partir do repouso, a até 10 por cento da rapidez da luz, em um ano. Qual é a mínima quantidade de energia necessária? Note que, para valores próximos ao da rapidez da luz, a fórmula $\frac{1}{2}mv^2$ para a energia cinética não é correta. No entanto, ela dá um valor coincidente em até 1 por cento com o valor correto para valores de até 10 por cento da rapidez da luz. (*b*) Compare sua estimativa com a quantidade de energia que os Estados Unidos utilizam em um ano (cerca de 5×10^{20} J). (*c*) Estime a potência média mínima necessária para o sistema de propulsão.

20 •• A massa do Ônibus Espacial orbital é cerca de 8×10^4 kg e o período de sua órbita é 90 min. Estime a energia cinética da nave e o trabalho realizado pela gravidade sobre ela entre o lançamento e a entrada em órbita. (Apesar de a força da gravidade diminuir com a altitude, este efeito é pequeno para órbitas baixas. Use este fato para fazer a aproximação necessária; você não precisa calcular uma integral.) As órbitas são cerca de 250 milhas acima da superfície da Terra.

21 • **RICO EM CONTEXTO** Dez polegadas de neve caíram durante a noite e você deve retirá-la da entrada de sua garagem, que tem o comprimento de 50 ft (Figura 6-29). Estime quanto trabalho você deve realizar sobre a neve para completar a tarefa. Faça hipóteses plausíveis para os valores que forem necessários (a largura da entrada, por exemplo) e justifique cada hipótese.

TRABALHO, ENERGIA CINÉTICA E APLICAÇÕES

22 • Um pedaço de lixo espacial de 15 g tem uma rapidez de 1,2 km/s. (*a*) Qual é sua energia cinética? (*b*) Qual passa a ser sua energia cinética, se sua rapidez é reduzida à metade? (*c*) Qual passa a ser sua energia cinética, se sua rapidez é dobrada?

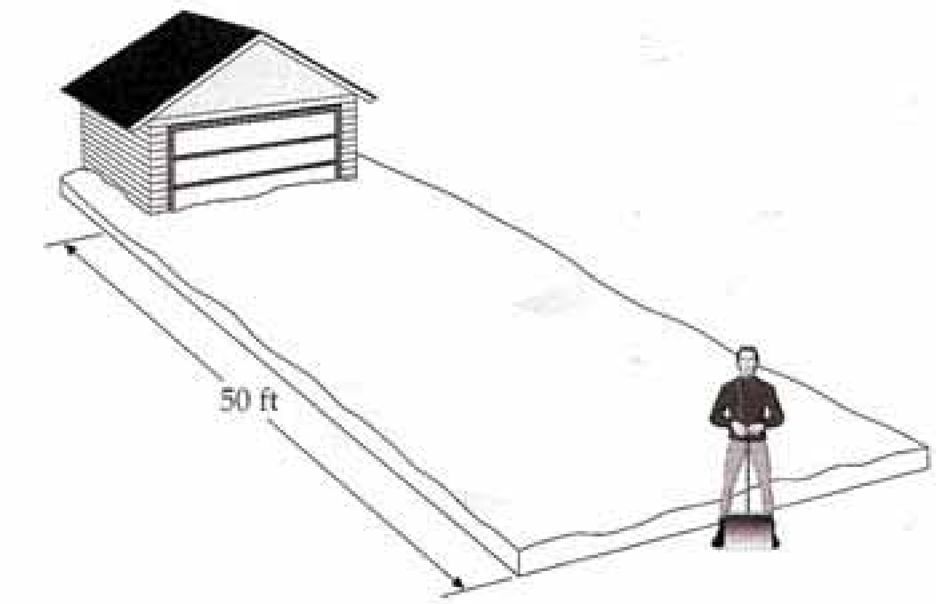


FIGURA 6-29 Problema 21

23 • Encontre a energia cinética de (*a*) uma bola de 0,145 kg que se move com a rapidez de 45,0 m/s e (*b*) de um corredor de 60,0 kg que mantém um ritmo constante de 9,00 min/mi.

24 • Uma caixa de 6,0 kg é levantada de uma altura de 3,0 m, a partir do repouso, por uma força aplicada vertical de 80 N. Encontre (*a*) o trabalho realizado sobre a caixa pela força aplicada, (*b*) o trabalho realizado sobre a caixa pela gravidade e (*c*) a energia cinética final da caixa.

25 • Uma força constante de 80 N atua sobre uma caixa de 5,0 kg. A caixa está, inicialmente, se movendo a 20 m/s no sentido da força e, 3,0 s depois, ela se move a 68 m/s. Determine o trabalho realizado por esta força e a potência média por ela desenvolvida durante o intervalo de 3,0 s.

26 •• Você vence uma amiga, em uma corrida. No início, os dois têm a mesma energia cinética, mas ela está mais rápida do que você. Quando você eleva sua rapidez em 25 por cento, vocês passam a ter a mesma rapidez. Se sua massa é 85 kg, qual é a massa dela?

27 •• Uma partícula de 3,0 kg, que se move ao longo do eixo x, tem uma velocidade de +2,0 m/s quando passa pela origem. Ela está sujeita a uma força única, F_x, que varia com a posição como mostrada na Figura 6-30. (*a*) Qual é a energia cinética da partícula quando ela passa pela origem? (*b*) Qual é o trabalho realizado pela força, enquanto a partícula se move de x = 0,0 m até x = 4,0 m? (*c*) Qual é a rapidez da partícula quando ela está em x = 4,0 m?

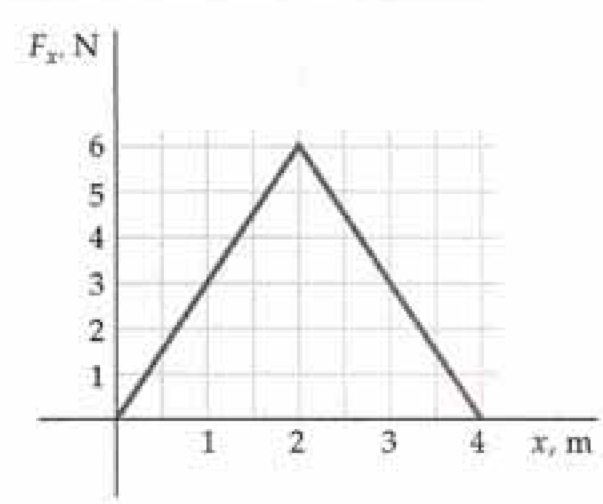


FIGURA 6-30 Problema 27

28 •• Um corpo de 3,0 kg, que se move ao longo do eixo x, tem uma velocidade de +2,4 m/s quando passa pela origem. Ele está sujeito a uma força única, F_x, que varia com a posição como mostrado na Figura 6-31. (*a*) Encontre o trabalho realizado pela força de x = 0,0 m até x = 2,0 m. (*b*) Qual é a energia cinética do corpo em x = 2,0 m? (*c*) Qual é a rapidez do objeto em x = 2,0 m? (*d*) Qual é o trabalho realizado sobre o corpo de x = 0,0 m até x = 4,0 m? (e) Qual é a rapidez do corpo em x = 4,0 m?

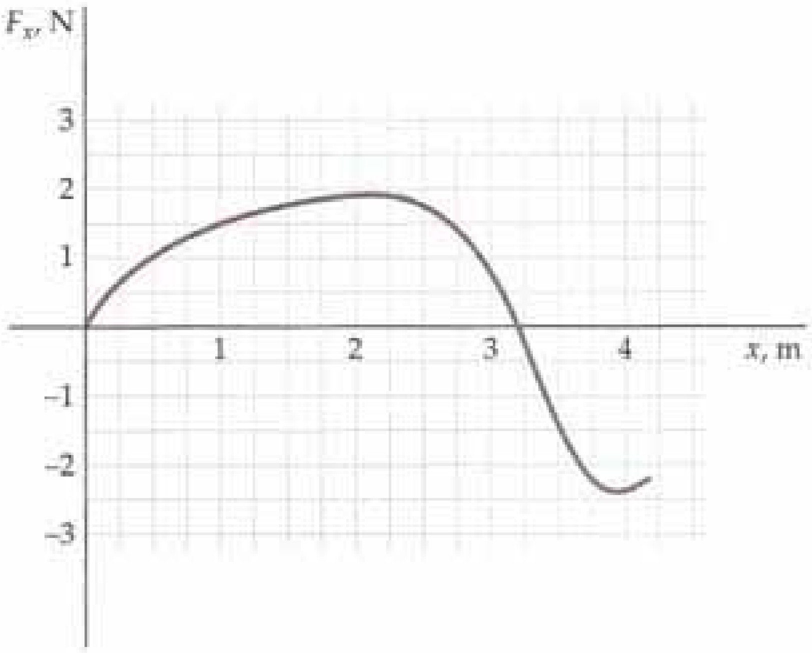


FIGURA 6-31 Problema 28

29 •• Uma extremidade de uma mola leve (constante k) é presa ao teto e a outra extremidade é presa a um objeto de massa m. A mola está frouxa e na vertical, inicialmente. Primeiro, você abaixa o objeto, vagarosamente, até uma posição de equilíbrio a uma distância h abaixo da posição inicial. Depois, você repete a experiência, mas agora largando o objeto, e o resultado é que ele cai uma distância H abaixo da posição inicial, até parar momentaneamente. (*a*) Mostre que $h = mg/k$. (*b*) Use o teorema do trabalho–energia cinética para mostrar que $H = 2h$. Tente você mesmo esta experiência.

30 •• Uma força F_x atua sobre uma partícula que tem uma massa de 1,5 kg. A força está relacionada com a posição x da partícula pela fórmula $F_x = Cx^3$, onde $C = 0{,}50$ se x está em metros e F_x está em newtons. (*a*) Quais são as unidades SI de C? (*b*) Encontre o trabalho realizado por esta força enquanto a partícula se move de $x = 3{,}0$ m até $x = 1{,}5$ m. (*c*) Em $x = 3{,}0$ m, a força tem o sentido oposto ao da velocidade da partícula (rapidez de 12,0 m/s). Qual é sua rapidez em $x = 1{,}5$ m? Você pode, apenas com base no teorema do trabalho–energia cinética, dizer qual é a orientação do movimento da partícula em $x = 1{,}5$ m? Explique.

31 •• Perto de sua cabana de férias há uma caixa d'água solar (preta) usada para aquecer a água de um chuveiro externo. Por alguns dias, no último verão, a bomba estragou e você teve que, pessoalmente, carregar a água do açude até a caixa, 4,0 m acima. Seu balde tem uma massa de 5,0 kg e comporta 15,0 kg de água, quando cheio. No entanto, o balde tem um furo e, enquanto você o elevava verticalmente com uma rapidez constante v, a água escapava com uma taxa constante. Ao atingir o topo, apenas 5,0 kg de água restavam. (*a*) Escreva uma expressão para a massa do balde mais água, como função da altura acima da superfície do açude. (*b*) Encontre o trabalho que você realiza sobre o balde para cada 5,0 kg de água despejada no tanque.

32 •• Um bloco de 6,0 kg escorrega 1,5 m abaixo sobre um plano inclinado sem atrito que forma um ângulo de 60° com a horizontal. (*a*) Desenhe o diagrama de corpo livre para o bloco e encontre o trabalho realizado por cada força, enquanto o bloco escorrega 1,5 m (medidos ao longo do plano inclinado). (*b*) Qual é o trabalho total realizado sobre o bloco? (*c*) Qual é a rapidez do bloco após ter escorregado 1,5 m, se ele parte do repouso? (*d*) Qual é sua rapidez, após 1,5 m, se ele parte com uma rapidez inicial de 2,0 m/s?

33 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** Você está projetando uma seqüência de viagem em cipó, para o último filme de Tarzan. Para determinar a rapidez do Tarzan no ponto mais baixo de sua trajetória, para se certificar de que ela não ultrapassa os limites estabelecidos de segurança, você elabora um modelo em que o sistema Tarzan + cipó é um pêndulo. Em seu modelo, a partícula (Tarzan, 100 kg de massa) oscila na extremidade de um fio leve (o cipó) de comprimento ℓ preso a um suporte. O ângulo entre a vertical e o fio é ϕ. (*a*) Desenhe um diagrama de corpo livre para o corpo na extremidade do fio (Tarzan no cipó). (*b*) Uma distância infinitesimal ao longo do arco (pelo qual o corpo se move) é $\ell d\phi$. Escreva uma expressão para o trabalho total dW_{total} realizado sobre a partícula enquanto ela percorre esta distância, para um ângulo arbitrário ϕ. (*c*) Se $\ell = 7{,}0$ m e se a partícula parte do repouso a um ângulo de 50°, determine a energia cinética da partícula e sua rapidez, no ponto mais baixo do percurso, usando o teorema do trabalho–energia cinética.

34 •• *Máquinas simples* são usadas com freqüência para reduzir a força que deve ser exercida para realizar uma tarefa, como a de levantar um grande peso. Tais máquinas incluem o parafuso, sistemas de guincho e alavancas, mas a mais simples das máquinas simples é o plano inclinado. Na Figura 6-32, você está erguendo uma caixa pesada para dentro de um caminhão, empurrando-a sobre um plano inclinado (uma rampa). (*a*) A *vantagem mecânica VM* do plano inclinado é definida como a razão da magnitude da força que você teria que aplicar para elevar o bloco na vertical (com rapidez constante) pela magnitude da força necessária para empurrá-lo rampa acima (com rapidez constante). Se o plano não tem atrito, mostre que $VM = 1/\text{sen}\,\theta = L/H$, onde H é a altura e L é o comprimento da rampa. (*b*) Mostre que o trabalho que você realiza ao levar a caixa para dentro do caminhão é o mesmo, não importando se você o levanta verticalmente ou o empurra rampa (sem atrito) acima.

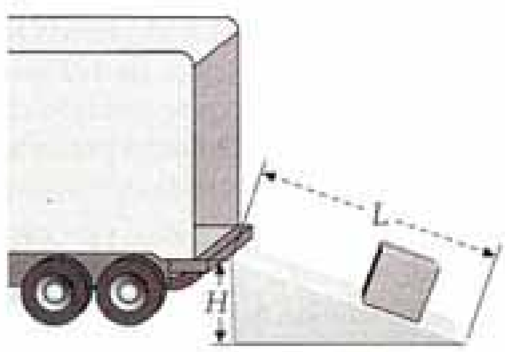


FIGURA 6-32 Problema 34

35 •• A partícula a, de massa m, está inicialmente posicionada no eixo x positivo, em $x = x_0$, e sujeita a uma força repulsiva F_x, exercida pela partícula b. A posição da partícula b está fixa, na origem. A força F_x é inversamente proporcional ao quadrado da distância x entre as partículas. Isto é, $F_x = A/x^2$, onde A é uma constante positiva. A partícula a é largada do repouso e fica livre para se mover sob a influência da força. Encontre uma expressão para o trabalho realizado pela força sobre a, como função de x. Encontre a energia cinética e a rapidez de a no limite em que x tende a infinito.

36 • Você exerce uma força de magnitude F na extremidade livre da corda (Figura 6-33). (*a*) Se a carga se move uma distância h para cima, de qual distância se move o ponto de aplicação da força? (*b*) Qual é o trabalho realizado pela corda sobre a carga? (*c*) Qual é o trabalho que você realiza sobre a corda? A vantagem mecânica (definida no Problema 34) deste sistema é a razão F/F_g, onde F_g é o peso da carga. Quanto vale esta vantagem mecânica?

FIGURA 6-33 Problema 36

PRODUTOS ESCALARES

37 • Qual é o ângulo entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ se $\vec{A}\cdot\vec{B} = -AB$?

38 • Dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ têm, cada um, uma magnitude de 6,0 m, e o ângulo entre suas orientações é 60°. Determine $\vec{A}\cdot\vec{B}$.

39 • Determine $\vec{A}\cdot\vec{B}$ para os seguintes vetores: (*a*) $\vec{A} = 3\hat{i} - 6\hat{j}$, $\vec{B} = -4\hat{i} + 2\hat{j}$; (*b*) $\vec{A} = 5\hat{i} + 5\hat{j}$, $\vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{j}$; e (*c*) $\vec{A} = 6\hat{i} + 4\hat{j}$, $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j}$.

40 • Determine os ângulos entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ dados: (*a*) $\vec{A} = 3\hat{i} - 6\hat{j}$, $\vec{B} = -4\hat{i} + 2\hat{j}$; (*b*) $\vec{A} = 5\hat{i} + 5\hat{j}$, $\vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{j}$; e (*c*) $\vec{A} = 6\hat{i} + 4\hat{j}$, $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j}$.

41 • Uma partícula de 2,0 kg sofre um deslocamento de $\Delta\vec{r} = (3{,}0\ \mathrm{m})\hat{i} + (3{,}0\ \mathrm{m})\hat{j} + (-2{,}0\ \mathrm{m})\hat{k}$. Durante esse deslocamento, uma força constante $\vec{F} = (2{,}0\ \mathrm{N})\hat{i} - (1{,}0\ \mathrm{N})\hat{j} + (1{,}0\ \mathrm{N})\hat{k}$ atua sobre a partícula. (*a*) Determine o trabalho realizado por $\vec{F}$ para esse deslocamento. (*b*) Determine a componente de $\vec{F}$ na direção desse deslocamento.

42 •• (*a*) Determine o vetor unitário que tem a mesma orientação do vetor $\vec{A} = 2{,}0\hat{i} - 1{,}0\hat{j} - 1{,}0\hat{k}$. (*b*) Determine a componente do vetor $\vec{A} = 2{,}0\hat{i} - 1{,}0\hat{j} - 1{,}0\hat{k}$ na direção do vetor $\vec{B} = 3{,}0\hat{i} + 4{,}0\hat{j}$.

43 •• (*a*) Dados dois vetores não-nulos, $\vec{A}$ e $\vec{B}$, mostre que se $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$, então $\vec{A} \perp \vec{B}$. (*b*) Dado o vetor $\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$, encontre um vetor no plano *xy* que seja perpendicular a $\vec{A}$ e que tenha uma magnitude de 10. Este é o único vetor que satisfaz a estas condições? Explique.

44 •• Os vetores unitários $\hat{A}$ e $\hat{B}$ estão no plano *xy*. Eles formam os ângulos θ_1 e θ_2, respectivamente, com o eixo $+x$. (*a*) Use trigonometria para encontrar diretamente as componentes *x* e *y* dos dois vetores. (Sua resposta deve ser em termos dos ângulos.) (*b*) Considerando o produto escalar de $\hat{A}$ por $\hat{B}$, mostre que $\cos(\theta_1 - \theta_2) = \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \operatorname{sen}\theta_1 \operatorname{sen}\theta_2$.

45 •• No Capítulo 8, introduziremos um novo vetor associado a uma partícula, a sua *quantidade de movimento linear*, simbolizado por $\vec{p}$. Matematicamente, ele está relacionado à massa *m* e à velocidade $\vec{v}$ da partícula por $\vec{p} = m\vec{v}$. (*a*) Mostre que a energia cinética da partícula, *K*, pode ser escrita como $K = \vec{p}\cdot\vec{p}/2m$. (*b*) Calcule a *quantidade de movimento* linear de uma partícula de 2,5 kg de massa que se move com uma rapidez de 15 m/s formando um ângulo de 25°, no sentido horário, com o eixo $+x$ no plano *xy*. (*c*) Calcule sua energia cinética usando $K = mv^2/2$ e $K = \vec{p}\cdot\vec{p}/2m$, verificando que ambas as relações dão o mesmo resultado.

46 ••• (*a*) Seja $\vec{A}$ um vetor constante, no plano *xy*, com sua origem na origem do sistema de coordenadas. Seja $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$ um vetor do plano *xy* que satisfaz à relação $\vec{A}\cdot\vec{r} = 1$. Mostre que os pontos com coordenadas (x, y) estão sobre uma linha reta. (*b*) Se, agora, $\vec{A}$ e $\vec{r}$ são vetores do espaço tridimensional, mostre que a relação $\vec{A}\cdot\vec{r} = 1$ especifica um plano.

47 ••• Uma partícula se move em um círculo centrado na origem, a magnitude de seu vetor posição $\vec{r}$ sendo constante. (*a*) Derive $\vec{r}\cdot\vec{r} = r^2$ = constante em relação ao tempo, para mostrar que $\vec{v}\cdot\vec{r} = 0$ e, portanto, que $\vec{v} \perp \vec{r}$. (*b*) Derive $\vec{v}\cdot\vec{r} = 0$ em relação ao tempo, e mostre que $\vec{a}\cdot\vec{r} + v^2 = 0$ e, portanto, que $a_r = -v^2/r$. (*c*) Derive $\vec{v}\cdot\vec{v} = v^2$ em relação ao tempo para mostrar que $\vec{a}\cdot\hat{v} = dv/dt$ e, portanto, que $a_t = dv/dt$.

TRABALHO E POTÊNCIA

48 • A força A realiza 5,0 J de trabalho em 10 s. A força B realiza 3,0 J de trabalho em 5,0 s. Qual das duas forças desenvolve maior potência? Explique.

49 • **Vários Passos** Uma força única de 5,0 N, com a orientação de $+x$, atua sobre um objeto de 8,0 kg. (*a*) Se o objeto parte do repouso em $x = 0$ no tempo $t = 0$, escreva uma expressão para a potência desenvolvida por esta força, como função do tempo. (*b*) Qual é a potência desenvolvida por esta força no tempo $t = 3{,}0$ s?

50 • Determine a potência desenvolvida por uma força $\vec{F}$ que atua sobre uma partícula que se move com a velocidade $\vec{v}$, onde (*a*) $\vec{F} = (4{,}0\ \mathrm{N})\hat{i} + (3{,}0\ \mathrm{N})\hat{k}$ e $\vec{v} = (6{,}0\ \mathrm{m/s})\hat{i}$; (*b*) $\vec{F} = (6{,}0\ \mathrm{N})\hat{i} - (5{,}0\ \mathrm{N})\hat{j}$ e $\vec{v} = -(5{,}0\ \mathrm{m/s})\hat{i} + (4{,}0\ \mathrm{m/s})\hat{j}$; e (*c*) $\vec{F} = (3{,}0\ \mathrm{N})\hat{i} + (6{,}0\ \mathrm{N})\hat{j}$ e $\vec{v} = (2{,}0\ \mathrm{m/s})\hat{i} + (3{,}0\ \mathrm{m/s})\hat{j}$.

51 •• **Aplicação em Engenharia** Você deve instalar um pequeno elevador de serviço de alimentação em um refeitório universitário. O elevador está conectado por um sistema de polias a um motor, como mostrado na Figura 6-34. O motor ergue e abaixa o elevador. A massa do elevador é de 35 kg. Em operação, ele se move com uma rapidez de 0,35 m/s para cima, sem acelerar (exceto no breve período inicial, imediatamente após ligado o motor, que podemos desconsiderar). Os motores elétricos têm, tipicamente, uma eficiência de 78 por cento. Se você compra um motor com uma eficiência de 78 por cento, qual deve ser a potência mínima desse motor? Suponha as polias sem atrito.

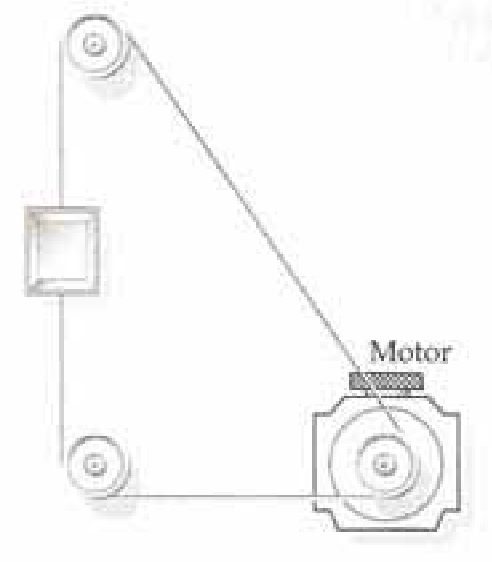


FIGURA 6-34 Problema 51

52 •• Um canhão colocado na beirada de um penhasco de altura *H*, dispara uma bala diretamente para cima, com uma rapidez inicial v_0. A bala se eleva, cai de volta (errando o canhão por uma pequena margem) e chega ao pé do penhasco. Desconsiderando a resistência do ar, calcule a velocidade $\vec{v}$ como função do tempo e mostre explicitamente que a integral temporal de $\vec{F}_{res}\cdot\vec{v}$, enquanto a bala está em vôo, é igual à variação da energia cinética da bala no mesmo tempo.

53 •• Uma partícula de massa *m* se move, a partir do repouso em $t = 0$, sob a influência de uma força constante única $\vec{F}$. Mostre que a potência desenvolvida pela força, em qualquer tempo, é $P = F^2t/m$.

54 •• Uma caixa de 7,5 kg está sendo levantada por uma corda leve que passa por uma única polia, leve e sem atrito, que está presa ao teto. (*a*) Se a caixa está sendo levantada com uma *rapidez constante* de 2,0 m/s, qual é a potência desenvolvida pela pessoa que puxa a corda? (*b*) Se a caixa é levantada, com uma *aceleração constante*, a partir do repouso no chão, até a uma altura de 1,5 m acima do chão, em 0,42 s, qual é a potência média desenvolvida pela pessoa que puxa a corda?

*TRABALHO NO CENTRO DE MASSA E ENERGIA CINÉTICA DE TRANSLAÇÃO DO CENTRO DE MASSA

55 ••• **Aplicação em Engenharia, Rico em Contexto, Planilha Eletrônica** Você deve testar um carro e avaliar seu desempenho em relação às especificações fornecidas. O motor deste carro tem a potência alegada de 164 hp. Este é um valor *de pico*, o que significa que ele

é capaz, no máximo, de prover energia às rodas de tração à taxa de 164 hp. Você verifica que a massa do carro (incluindo o equipamento de teste e o motorista embarcados) é 1220 kg. Enquanto viajando com a rapidez constante de 55,0 mi/h, seu computador de bordo acusa que o motor está desenvolvendo 13,5 hp. Em experimentos prévios, foi verificado que o coeficiente de atrito de rolamento no carro é 0,0150. Suponha uma força de arraste sobre o carro variando com o quadrado da rapidez. Isto é, $F_a = Cv^2$. (*a*) Qual é o valor da constante C? (*b*) Considerando a potência de pico, qual é a rapidez máxima (com precisão de 1 mi/h) que você espera que o carro atinja? (Este problema pode ser resolvido a mão, analiticamente, mas ele pode ser resolvido mais fácil e rapidamente usando uma **calculadora gráfica** ou uma **planilha eletrônica**.)

56 •• **RICO EM CONTEXTO, CONCEITUAL** Dirigindo seu carro em uma estrada do interior, à noite, um cervo salta de dentro da mata e pára no meio da estrada, à sua frente. Isto ocorre exatamente quando você está saindo de uma zona de limite permitido de 55 mi/h para uma zona em que o limite é de 50 mi/h. A 50 mi/h, você freia fortemente, fazendo com que as rodas bloqueiem, e desliza até parar algumas polegadas em frente ao cervo assustado. Enquanto respira aliviado, você ouve o som da sirene de um carro de polícia. O policial começa a emitir uma multa por dirigir a 56 mi/h na zona de 50 mi/h. Devido à sua formação em física, você é capaz de usar as marcas da derrapagem que seu carro deixou atrás, de 25 m de comprimento, como uma evidência de que você não estava excedendo o limite. Qual é a evidência que você apresenta? Ao dar sua resposta, você precisará conhecer o coeficiente de atrito cinético entre os pneus do automóvel e o concreto seco (veja a Tabela 5-1).

PROBLEMAS GERAIS

57 • **APROXIMAÇÃO** Em fevereiro de 2002, um total de 60,7 bilhões de kW · h de energia elétrica foi gerado por usinas nucleares nos Estados Unidos. Nesta época, a população dos Estados Unidos era de cerca de 287 milhões de pessoas. Se o americano médio tem uma massa de 60 kg e se 25 por cento de toda a energia produzida por todas as usinas nucleares fosse destinada para suprir energia para um único elevador gigante, estime a até que altura h toda a população do país poderia ser erguida pelo elevador. Suponha g constante ao longo de h em seus cálculos.

58 • **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** Um dos mais potentes guindastes do mundo está em operação na Suíça. Ele pode, lentamente, elevar uma carga de 6000 t até uma altura de 12,0 m (1 t = 1000 kg). (*a*) Qual é o trabalho realizado pelo guindaste durante esta tarefa? (*b*) Se 1,00 min é o tempo para levantar essa carga a essa altura, com velocidade constante, e o guindaste tem uma eficiência de 20 por cento, encontre a potência (bruta) total do guindaste.

59 • Na Áustria, havia um teleférico de rampa de esqui de 5,6 km. Uma gôndola do teleférico levava cerca de 60 min para percorrer esta distância. Se houvesse 12 gôndolas subindo, cada uma com uma carga de 550 kg de massa, e 12 gôndolas vazias descendo, e o ângulo de inclinação fosse de 30°, estime a potência P da máquina necessária para operar o teleférico.

60 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** Para completar seu mestrado em física, seu orientador exigiu que você projetasse um acelerador linear pequeno, capaz de emitir prótons, cada um com uma energia cinética de 10,0 keV. (A massa de um único próton é $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg.) Além disso, $1{,}00 \times 10^9$ prótons por segundo devem alcançar o alvo na extremidade do acelerador de 1,50 m de comprimento. (*a*) Qual é a potência média a ser fornecida ao feixe de prótons? (*b*) Qual é a força (suposta constante) a ser aplicada a cada próton? (*c*) Qual é a rapidez atingida por cada próton, justo antes de alcançar o alvo, supondo que os prótons partem do repouso?

61 ••• As quatro cordas de um violino passam por uma cunha, conforme mostra a Figura 6-35. As cordas formam um ângulo de 72,0° com a normal ao plano do instrumento, em cada lado da cunha. A força total normal resultante que pressiona a cunha contra o violino é de $1{,}00 \times 10^3$ N. O comprimento das cordas, da cunha até o pino a que estão fixas, é de 32,6 cm. (*a*) Determine a tensão nas cordas, supondo que a tensão seja a mesma para cada uma. (*b*) Uma das cordas é dedilhada para fora, a uma distância de 4,00 mm, como mostrado. Faça um diagrama de corpo livre mostrando todas as forças atuando sobre o segmento de corda em contato com o dedo (não mostrado) e determine a força que traz o segmento de volta à sua posição de equilíbrio. Suponha que a tensão na corda permaneça constante durante o dedilhar. (*c*) Determine o trabalho realizado sobre a corda quando dedilhada até aquela distância. Lembre-se de que a força resultante que puxa a corda de volta à sua posição de equilíbrio varia à medida que a corda é puxada de volta, mas suponha que as magnitudes das forças de tensão permaneçam constantes.

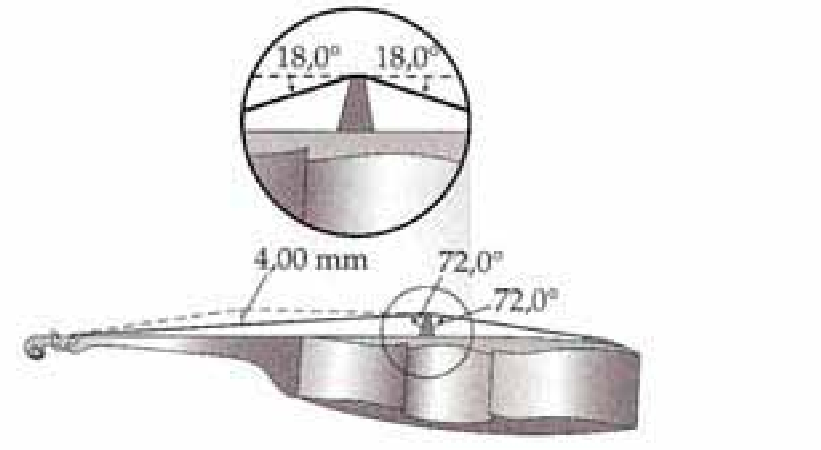


FIGURA 6-35 Problema 61

62 •• A magnitude de uma força única atuando sobre uma partícula de massa m é dada por $F = bx^2$, onde b é uma constante. A partícula parte do repouso. Após viajar uma distância L, determine (*a*) sua energia cinética, (*b*) sua rapidez.

63 •• Uma força horizontal única, com a orientação de $+x$, atua sobre um carrinho de massa m. O carrinho parte do repouso em $x = 0$, e sua rapidez cresce com x como $v = Cx$, onde C é uma constante. (*a*) Encontre a força que atua sobre o carrinho, como função de x. (*b*) Encontre o trabalho realizado pela força ao levar o carrinho de $x = 0$ até $x = x_1$.

64 ••• Uma força $\vec{F} = (2{,}0\ \text{N/m}^2)x^2\hat{i}$ é aplicada sobre uma partícula inicialmente em repouso no plano xy. Encontre o trabalho realizado por esta força sobre a partícula e a rapidez final da partícula, quando ela se move em uma trajetória que é (*a*) uma linha reta do ponto (2,0 m; 2,0 m) até o ponto (2,0 m; 7,0 m) e (*b*) uma linha reta do ponto (2,0 m; 2,0 m) até o ponto (5,0 m; 6,0 m). A força dada é a única força trabalhando sobre a partícula.

65 •• Uma partícula de massa m se move ao longo do eixo x. Sua posição varia no tempo de acordo com $x = 2t^3 - 4t^2$, onde x está em metros e t está em segundos. Determine (*a*) a velocidade e a aceleração da partícula como funções de t, (*b*) a potência fornecida à partícula em função de t e (*c*) o trabalho realizado pela força resultante entre $t = 0$ e $t = t_1$.

66 •• Uma partícula de 3,0 kg parte do repouso em $x = 0{,}050$ m e se move ao longo do eixo x sob a influência de uma força única $F_x = 6{,}0 + 4{,}0x - 3{,}0x^2$, onde F_x está em newtons e x está em metros. (*a*) Determine o trabalho realizado pela força enquanto a partícula se move de $x = 0{,}050$ m até $x = 3{,}0$ m. (*b*) Determine a potência fornecida à partícula quando ela passa pelo ponto $x = 3{,}0$ m.

67 •• A energia cinética inicial imprimida a um projétil de 0,0200 kg é 1200 J. (*a*) Supondo que ele é acelerado ao longo de um cano de rifle de 1,00 m, estime a potência média fornecida ao projétil durante o disparo. (*b*) Desprezando a resistência do ar, encontre o alcance deste projétil, quando disparado a um ângulo tal que o alcance seja igual à altura máxima atingida.

68 •• A Figura 6-36 mostra, em função de x, a força F_x que atua sobre uma partícula de 0,500 kg. (*a*) Do gráfico, calcule o trabalho realizado pela força enquanto a partícula se move de $x = 0{,}00$ até os seguintes valores de x: $-4{,}00$, $-3{,}00$, $-2{,}00$, $-1{,}00$, $+1{,}00$, $+2{,}00$, $+3{,}00$ e $+4{,}00$. (*b*) Se a partícula parte com uma velocidade de 2,00 m/s no sentido $+x$, até onde ela viajará ao longo deste eixo até parar?

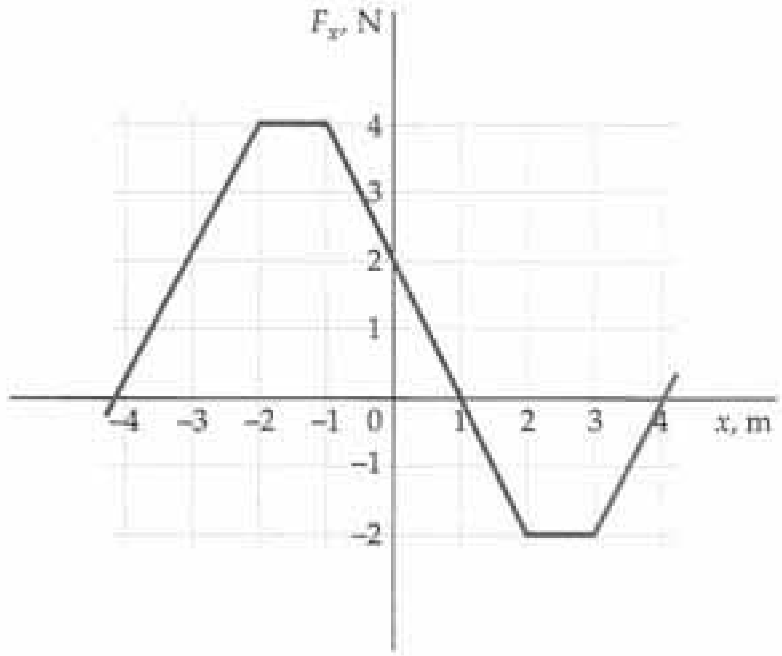


FIGURA 6-36 Problema 68

69 •• (*a*) Repita o Problema 68(*a*) para a força F_x mostrada na Figura 6-37. (*b*) Se o corpo parte da origem, movendo-se para a direita com uma energia cinética de 25,0 J, qual é sua energia cinética em $x = 4{,}00$ m?

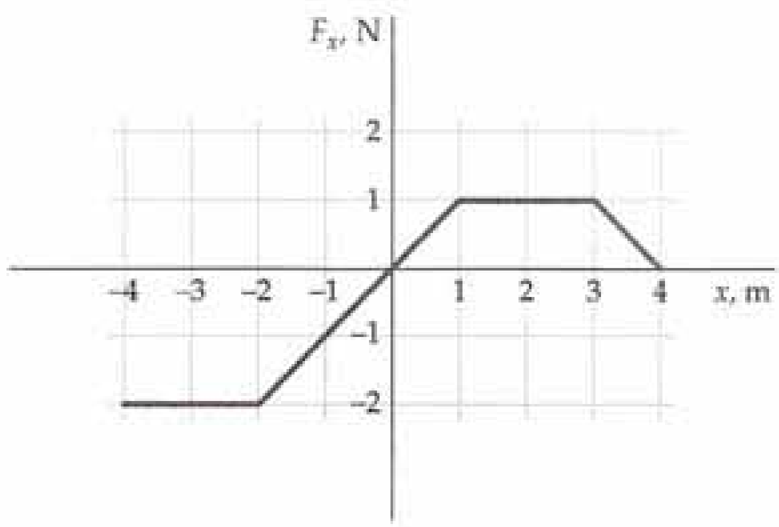


FIGURA 6-37 Problema 69

70 •• Uma caixa de massa M está em repouso na base de um plano inclinado sem atrito (Figura 6-38). A caixa está presa a um fio que a puxa com uma tensão constante T. (*a*) Determine o trabalho realizado pela tensão T, enquanto a caixa é puxada por uma distância x ao longo do plano. (*b*) Determine a rapidez da caixa como função de x. (*c*) Determine a potência desenvolvida pela tensão do fio como função de x.

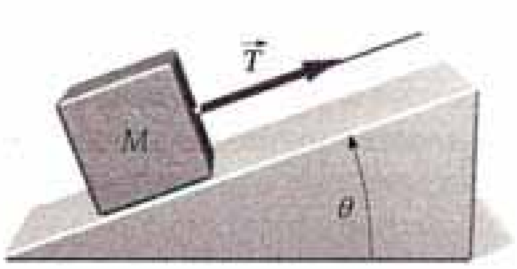


FIGURA 6-38 Problema 70

71 ••• Uma força atuando sobre uma partícula do plano xy, nas coordenadas (x, y), é dada por $\vec{F} = (F_0/r)(y\hat{i} - x\hat{j})$, onde F_0 é uma constante positiva e r é a distância da partícula à origem. (*a*) Mostre que a magnitude desta força é F_0 e que sua orientação é perpendicular a $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$. (*b*) Encontre o trabalho realizado pela força sobre a partícula, quando esta completa uma volta em um círculo de 5,0 m de raio centrado na origem.

72 ••• Uma força atuando sobre uma partícula de 2,0 kg do plano xy, nas coordenadas (x, y), é dada por $\vec{F} = -(b/r^3)(x\hat{i} + y\hat{j})$, onde b é uma constante positiva e r é a distância da partícula à origem. (*a*) Mostre que a magnitude da força é inversamente proporcional a r^2 e que sua orientação é antiparalela (oposta) ao raio vetor $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$. (*b*) Se $b = 3{,}0\ \mathrm{N \cdot m^2}$, encontre o trabalho realizado por esta força enquanto a partícula se move de (2,0 m; 0,0 m) até (5,0 m, 0,0 m) em um caminho reto. (*c*) Encontre o trabalho realizado pela força sobre a partícula quando esta completa uma volta em um círculo de 7,0 m de raio centrado na origem.

73 ••• Um bloco de massa m, sobre uma mesa horizontal sem atrito, é preso a uma mola que está fixa ao teto (Figura 6-39). A distância vertical entre o topo do bloco e o teto é y_0, e sua posição horizontal é x. Quando o bloco está em $x = 0$, a mola, cuja constante de força é k, está completamente frouxa. (*a*) Quanto vale F_x, a componente x da força da mola sobre o bloco, como função de x? (*b*) Mostre que F_x é proporcional a x^3 para valores de $|x|$ suficientemente pequenos. (*c*) Se o bloco é largado do repouso em $x = x_0$, com $|x_0| \ll y_0$, qual é sua rapidez ao atingir $x = 0$?

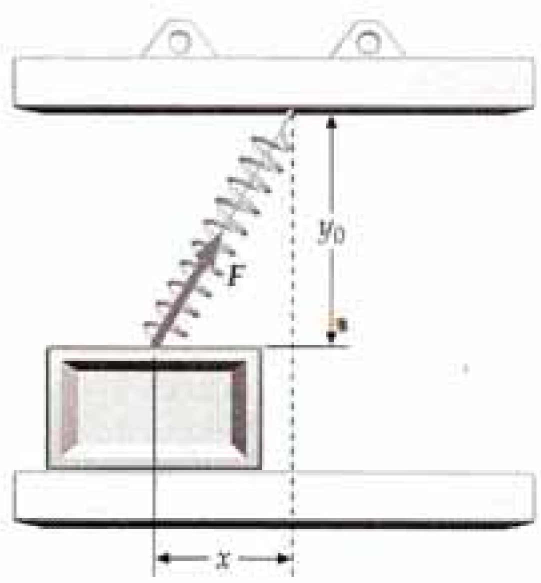


FIGURA 6-39 Problema 73

74 •• Dois cavalos puxam um grande caixote sobre o chão do celeiro, com uma rapidez constante, através de dois cabos de aço leves. Uma grande caixa de 250 kg de massa está dentro do caixote (Figura 6-40). Enquanto os cavalos puxam, os cabos estão paralelos ao piso horizontal. O coeficiente de atrito entre o caixote e o piso do celeiro é 0,25. (*a*) Qual é o trabalho realizado por cada cavalo se a caixa é deslocada de uma distância de 25 m? (*b*) Qual é a tensão em cada cabo se o ângulo entre cada um deles e o sentido do movimento do caixote é 15°?

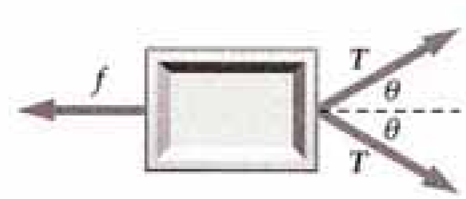


FIGURA 6-40 Problema 74

ENQUANTO A MONTANHA-RUSSA PERCORRE SEU CAMINHO SINUOSO DE CURVAS E LAÇADAS, ENERGIA É TRANSFERIDA DE DIFERENTES MANEIRAS. ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA, ADQUIRIDA DA COMPANHIA FORNECEDORA DE ELETRICIDADE, É TRANSFORMADA EM ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL QUANDO OS CARROS E PASSAGEIROS SÃO ELEVADOS AOS PONTOS MAIS ALTOS DO TRILHO. QUANDO OS CARROS MERGULHAM TRILHO ABAIXO, A ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL É TRANSFORMADA EM ENERGIA CINÉTICA E ENERGIA TÉRMICA — AUMENTANDO DE UMA PEQUENA QUANTIDADE A TEMPERATURA DO CARRO E DO AMBIENTE.

Conservação da Energia

7-1 Energia Potencial

7-2 A Conservação da Energia Mecânica

7-3 A Conservação da Energia

7-4 Massa e Energia

7-5 Quantização da Energia

Quando trabalho é realizado por um sistema sobre outro, energia é transferida entre os dois sistemas. Por exemplo, quando você empurra um trenó, você cede energia, parte como energia cinética do trenó, parte como energia térmica resultante do atrito entre o trenó e a neve. Ao mesmo tempo, a energia química interna de seu corpo diminui. O resultado efetivo é a transformação de energia química interna de seu corpo em energia cinética externa do trenó mais energia térmica de trenó e neve. Esta transferência de energia evidencia um dos mais importantes princípios da ciência, *a lei de conservação da energia*, que estabelece que a energia total de um sistema e seus vizinhos não se altera. Sempre que a energia de um sistema varia, podemos dar conta desta variação pelo aparecimento ou desaparecimento de energia em algum outro lugar.

Neste capítulo, continuamos o estudo da energia iniciado no Capítulo 6, apresentando e aplicando a lei de conservação da energia e examinando a energia associada a vários estados diferentes, incluindo a energia potencial e a energia térmica. Discutimos, também, que as variações de energia de um sistema são freqüentemente descontínuas, ocorrendo em "pacotes" discretos, ou "porções", chamados de quanta. *Apesar de, para um sistema macroscópico, um quantum de energia ser tipicamente tão pequeno a ponto de não ser notado, sua presença tem conseqüências profundas para sistemas microscópicos tais como átomos e moléculas.*

? Como podemos usar o conceito de transformação de energia para determinar a altura em que devem estar os carros, ao iniciar sua descida, para completarem o percurso vertical em forma de laço? (Veja o Exemplo 7-8.)

7-1 ENERGIA POTENCIAL

No Capítulo 6, mostramos que o trabalho total realizado sobre uma *partícula* é igual à variação de sua energia cinética. No entanto, às vezes uma partícula é parte de um *sistema* consistindo em duas ou mais partículas e precisamos examinar o trabalho externo realizado sobre o sistema.* Com freqüência, a energia transferida a um tal sistema, pelo trabalho realizado por forças externas sobre ele, não irá aumentar a energia cinética total *do sistema*. Em vez disso, a energia transferida é armazenada como **energia potencial** — energia associada às posições relativas das diferentes partes do sistema. A configuração de um sistema é a maneira pela qual as diferentes partes do sistema se posicionam umas com relação às outras. A energia potencial é uma energia associada à configuração do sistema, enquanto a energia cinética é uma energia associada ao movimento.

Por exemplo, considere um bate-estaca cujo martelo está suspenso a uma altura h da estaca (uma coluna longa e fina). Quando o martelo é largado, ele cai — ganhando energia cinética até atingir a estaca, empurrando a estaca para dentro do solo. O martelo é, então, trazido novamente de volta à sua altura anterior e novamente largado. Cada vez que o martelo é elevado de sua posição mais baixa para sua posição mais alta, uma força gravitacional realiza trabalho sobre ele, igual a $-mgh$, onde m é sua massa. Uma segunda força está presente, a força exercida pelo agente que o levanta. Enquanto o martelo é erguido, esta força realiza um

* Sistemas de partículas são discutidos com mais detalhes no Capítulo 8.

trabalho de valor positivo sobre ele. No levantamento do martelo, esses dois valores de trabalho somam zero. Nós sabemos que a soma é zero porque, durante seu levantamento, vale para o martelo o modelo de partícula e o teorema do trabalho–energia cinética (Equação 6-8) nos diz que o trabalho total realizado sobre o martelo é igual à variação de sua energia cinética — que é zero.

Imagine-se levantando um haltere de massa m até uma altura h. O haltere parte do repouso e termina em repouso, de forma que sua variação efetiva de energia cinética é zero. Enquanto é levantado, vale para o haltere o modelo de partícula e então o teorema do trabalho–energia cinética nos diz que o trabalho total realizado sobre ele é zero. Há duas forças sobre o haltere, a força da gravidade e a força de suas mãos. A força gravitacional sobre o haltere é $m\vec{g}$ e o trabalho realizado sobre o haltere por esta força, enquanto ele é erguido, é $-mgh$. Como sabemos que o trabalho total realizado sobre o haltere é zero, segue que o trabalho realizado sobre o haltere pela força das suas mãos é $+mgh$.

Considere o haltere e o planeta Terra como um *sistema* de duas partículas (Figura 7-1). (Você não faz parte do sistema.) As forças externas que atuam *sobre o sistema haltere–Terra* são as três forças que você exerce sobre ele. Estas forças são a força de contato de suas mãos *sobre o haltere*, a força de contato dos seus pés *sobre o chão* e a força gravitacional que você exerce *sobre a Terra*. A força gravitacional de você sobre a Terra é igual e oposta à força gravitacional da Terra sobre você. (As forças gravitacionais de atração mútua entre você e o haltere são desprezíveis.) O haltere se desloca de um ou dois metros, mas os deslocamentos do chão e do planeta Terra são insignificantemente pequenos, de forma que a força exercida sobre o haltere pelas suas mãos é a única das três forças externas que realiza trabalho sobre o sistema Terra–haltere. Assim, o trabalho total realizado sobre este sistema pelas três forças externas é $+mgh$ (o trabalho realizado sobre o haltere por suas mãos). A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como *energia potencial gravitacional*, energia associada à posição do haltere em relação à Terra (energia associada à altura do haltere em relação ao chão).

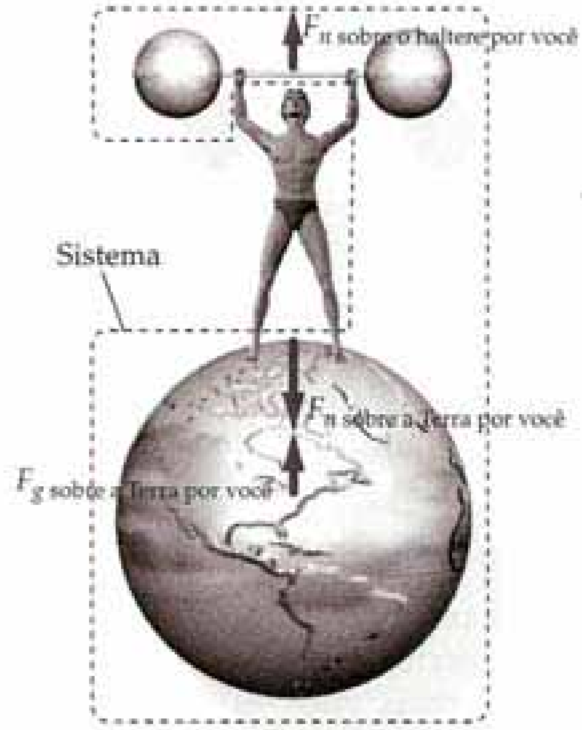


FIGURA 7-1

Um outro sistema que armazena energia associada à sua configuração é uma mola. Se você estica ou comprime uma mola, energia associada ao comprimento da mola é armazenada como *energia potencial elástica*. Considere como um sistema a mola mostrada na Figura 7-2. Você comprime a mola, empurrando-a com forças iguais e opostas $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$. Estas forças somam zero; logo, a força resultante sobre a mola permanece nula. Assim, não existe variação da energia cinética da mola. A energia transferida associada ao trabalho realizado por você sobre a mola é armazenada não como energia cinética, mas como energia potencial elástica. A configuração deste sistema mudou, como evidenciado pela mudança no comprimento da mola. O trabalho total realizado sobre a mola é positivo porque as duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ realizam trabalho positivo. (O trabalho realizado por $\vec{F}_1$ é positivo porque $\vec{F}_1$ e $\Delta\vec{\ell}_1$ têm o mesmo sentido. O mesmo vale para $\vec{F}_2$ e $\Delta\vec{\ell}_2$.)

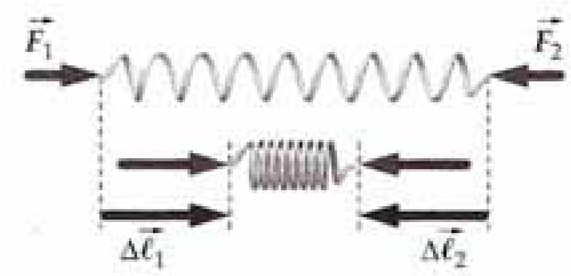


FIGURA 7-2 A mola é comprimida pelas forças externas $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$. As duas forças realizam trabalho sobre a mola enquanto a comprimem. Estes valores de trabalho são positivos, de forma que a energia potencial elástica da mola aumenta enquanto ela é comprimida.

FORÇAS CONSERVATIVAS E NÃO-CONSERVATIVAS

Quando você é transportado por um teleférico de esquiadores até o topo de uma colina de altura h, o trabalho realizado sobre você pela gravidade é $-mgh$, onde m é sua massa. Ao descer a colina esquiando até a base, o trabalho realizado pela gravidade é $+mgh$, independentemente do perfil da colina (como visto no Exemplo 6-12). O trabalho total realizado sobre você pela gravidade, durante este percurso fechado de subida e descida da colina, é zero e independente do caminho que você tomou. Em uma situação como esta, onde o trabalho total realizado sobre um corpo por uma força depende apenas das posições inicial e final do corpo, e não do caminho percorrido, a força que realiza o trabalho é chamada de **força conservativa**.

O trabalho realizado por uma força conservativa sobre uma partícula é independente do caminho percorrido pela partícula de um ponto a outro.

DEFINIÇÃO — FORÇA CONSERVATIVA

Da Figura 7-3, vemos que esta definição implica que:

> Uma força é conservativa se o trabalho que ela realiza sobre uma partícula é zero quando a partícula percorre *qualquer* caminho fechado, retornando à sua posição inicial.
>
> DEFINIÇÃO ALTERNATIVA — FORÇA CONSERVATIVA

No exemplo do teleférico de esquiadores, a força da gravidade, exercida pela Terra sobre você, é uma força conservativa, porque o trabalho total realizado pela gravidade sobre você durante o percurso fechado é zero, independentemente do caminho tomado por você. Tanto a força gravitacional sobre um corpo quanto a força exercida por uma mola de massa desprezível sobre um corpo são forças conservativas. (Se a massa de uma mola é desprezível, então sua energia cinética também é desprezível.) Qualquer mola, neste livro, tem massa desprezível, a não ser quando especificamente indicado.

Nem todas as forças são conservativas. Uma força é dita **não-conservativa** se ela não satisfaz à condição de definição de forças conservativas. Imagine, por exemplo, você empurrando um bloco sobre uma mesa, em linha reta, do ponto A até o ponto B, e depois de volta até o ponto inicial A. O atrito se opõe ao movimento do bloco e, portanto, a força com que você o empurra tem o sentido do movimento e o valor do trabalho realizado por esta força é positivo nos dois trechos do percurso fechado. O trabalho total realizado pela força com que você empurra o bloco *não é* igual a zero. Então, esta força é um exemplo de força não-conservativa.

Como mais um exemplo, considere a força $\vec{F}$ que um burrico exerce sobre um tronco enquanto ele o puxa em círculo, com rapidez constante. Enquanto o burrico caminha, $\vec{F}$ está continuamente realizando trabalho de valor positivo. O ponto de aplicação (ponto P) de $\vec{F}$ retorna à mesma posição cada vez que o burrico completa uma volta circular, de forma que o trabalho realizado por $\vec{F}$ não é igual a zero cada vez que P completa uma volta em caminho fechado (o círculo). Podemos, então, concluir que $\vec{F}$ é uma força não-conservativa.

Se o trabalho realizado ao longo de *qualquer* particular caminho fechado não é zero, podemos concluir que a força é não-conservativa. No entanto, podemos concluir que uma força é conservativa apenas se o trabalho é zero ao longo de *todos* os possíveis caminhos fechados. Como há infinitos caminhos fechados possíveis, é impossível calcular o trabalho realizado em cada um deles. Portanto, encontrar um único caminho fechado ao longo do qual o trabalho realizado por uma particular força *não é zero* é suficiente para mostrar que a força é não-conservativa, mas não é assim que se determina se uma força é conservativa. Em cursos de física mais avançados, métodos matemáticos mais sofisticados para determinar se uma força é conservativa são estudados.

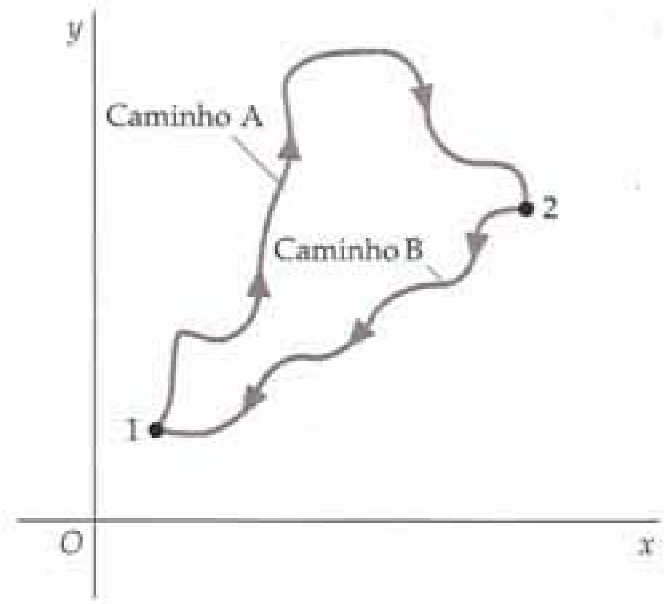


FIGURA 7-3 Dois caminhos no espaço ligando os pontos 1 e 2. Se o trabalho realizado por uma força conservativa ao longo do caminho A de 1 até 2 é $+W$, o trabalho realizado na viagem de volta ao longo do caminho B deve ser $-W$, porque o trabalho para o circuito fechado é zero. Ao se percorrer o caminho B, de 1 até 2, a força é a mesma em cada ponto, mas o deslocamento é oposto ao que era ao se percorrer B de 2 até 1. Assim, o trabalho realizado ao longo do caminho B de 1 até 2 também deve ser W. Logo, o trabalho realizado enquanto a partícula vai do ponto 1 até o ponto 2 é o mesmo ao longo de qualquer caminho que liga os dois pontos.

Exemplo 7-1 Integral em um Caminho Fechado

Para calcular o trabalho realizado por uma força $\vec{F}$ ao longo de uma curva fechada (ou de um caminho fechado) C, calculamos $\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$, onde o círculo no sinal de integral significa que a integração é efetuada para um percurso completo ao longo de C. Para $\vec{F} = Ax\hat{i}$, calcule $\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$ para o caminho C mostrado na Figura 7-4.

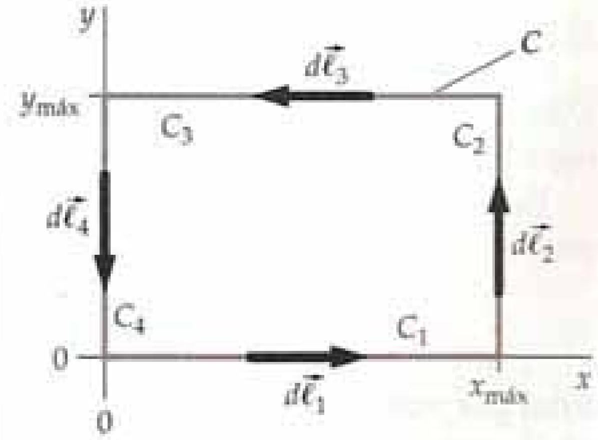


FIGURA 7-4

SITUAÇÃO O caminho C consiste em quatro segmentos retos. Determine $d\vec{\ell} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$ em cada segmento e calcule $\int \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$ separadamente para cada um dos quatro segmentos.

SOLUÇÃO

1. A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos que constituem C:

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_1 + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_2 + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_3 + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_4$$

2. Em C_1, $dy = 0$, e portanto, $d\vec{\ell}_1 = dx\hat{i}$:

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_1 = \int_0^{x_{máx}} Ax\hat{i}\cdot dx\hat{i} = A\int_0^{x_{máx}} x\,dx = \tfrac{1}{2}Ax^2_{máx}$$

3. Em C_2, $dx = 0$ e $x = x_{máx}$, e portanto, $d\vec{\ell}_2 = dy\hat{j}$ e $\vec{F} = Ax_{máx}\hat{i}$:

$$\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}_2 = \int_0^{y_{máx}} Ax_{máx}\hat{i} \cdot dy\hat{j} = Ax_{máx}\int_0^{y_{máx}} \hat{i} \cdot \hat{j}\, dy = 0$$

($\hat{i} \cdot \hat{j} = 0$ porque $\hat{i}$ e $\hat{j}$ são perpendiculares.)

4. Em C_3, $dy = 0$, e portanto, $d\vec{\ell}_3 = dx\hat{i}$:

$$\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}_3 = \int_{x_{máx}}^{0} Ax\hat{i} \cdot dx\hat{i} = -A\int_0^{x_{máx}} x\, dx = -\tfrac{1}{2}Ax_{máx}^2$$

5. Em C_4, $dx = 0$ e $x = 0$, e portanto, $d\vec{\ell}_4 = dy\hat{j}$ e $\vec{F} = 0$:

$$\int_{C_4} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}_4 = \int_{y_{máx}}^{0} 0\hat{i} \cdot dy\hat{j} = 0$$

6. Some os resultados dos passos 2, 3, 4 e 5:

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \tfrac{1}{2}Ax_{máx}^2 + 0 - \tfrac{1}{2}Ax_{máx}^2 + 0 = \boxed{0}$$

CHECAGEM A força é descrita pela lei de Hooke (força de mola). Então, ela é conservativa e sua integral ao longo de qualquer percurso fechado é zero.

INDO ALÉM O sinal negativo do passo 4 aparece porque os limites de integração estão em ordem inversa.

PROBLEMA PRÁTICO 7-1 Para $\vec{F} = Bxy\hat{i}$, calcule $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$ para o caminho C da Figura 7-4.

FUNÇÕES ENERGIA POTENCIAL

O trabalho realizado por uma força conservativa sobre uma partícula não depende do caminho, mas depende dos pontos extremos do caminho. Podemos usar esta propriedade para definir a **função energia potencial** U associada à força conservativa. Voltemos ao exemplo do esquiador no teleférico. Considere, agora, você próprio e a Terra constituindo um *sistema de duas partículas.* (O teleférico não faz parte deste sistema.) Quando o teleférico o leva até o topo da colina, ele realiza o trabalho $+mgh$ sobre o sistema você-Terra. Este trabalho é armazenado como energia potencial gravitacional do sistema você–Terra. Quando você desce a colina esquiando, esta energia potencial é convertida em energia cinética de seu movimento. Note que, nesta descida, o trabalho realizado pela gravidade *diminui* a energia potencial do sistema. Definimos a função energia potencial U de forma que o trabalho realizado por uma força conservativa é igual à diminuição da função energia potencial:

$$W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = -\Delta U$$

ou

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{\ell} \qquad \text{7-1}a$$

DEFINIÇÃO — FUNÇÃO ENERGIA POTENCIAL

Esta equação fornece a variação da energia potencial devida a uma variação da configuração do sistema quando um corpo se move de um ponto 1 para um ponto 2.

Para um deslocamento infinitesimal $d\vec{\ell}$, a variação da energia potencial é dada por

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell} \qquad \text{7-1b}$$

Energia potencial gravitacional Usando a Equação 7-1b, podemos calcular a função energia potencial associada à força gravitacional próximo à superfície da Terra. Para a força $\vec{F} = -mg\hat{j}$, temos

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell} = -(-mg\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}) = +mg\,dy$$

onde usamos o fato de que $\hat{j} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0$ e $\hat{j} \cdot \hat{j} = 1$. Integrando, obtemos

Veja **o Tutorial Matemático** ***para mais informações sobre*** **Integrais**

$$U = \int mg\,dy = mgy + U_0$$

$$U = U_0 + mgy \qquad 7\text{-}2$$

ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL PRÓXIMO À SUPERFÍCIE DA TERRA

onde U_0, a constante de integração arbitrária, é o valor da energia potencial em $y = 0$. Como apenas foi definida uma variação da energia potencial, o real valor de U não é importante. Por exemplo, se a energia potencial gravitacional do sistema Terra–esquiador é escolhida como seu zero quando o esquiador está na base da colina, seu valor quando o esquiador está a uma altura h da base é mgh. Também poderíamos ter escolhido o zero da energia potencial quando o esquiador está em um ponto P a meio caminho da descida, caso em que o valor em qualquer outro ponto seria mgy, onde y é a altura do esquiador acima do ponto P. Na metade mais baixa da descida, a energia potencial seria, então, negativa.

! Temos a liberdade de escolher U igual a zero em qualquer ponto de referência conveniente.

PROBLEMA PRÁTICO 7-2

Um lavador de janelas de 55 kg está sobre uma plataforma 8,0 m acima do chão. Qual é a energia potencial U do sistema lavador de janelas–Terra se (*a*) escolhe-se U igual a zero no chão, (*b*) escolhe-se U igual a zero 4,0 m acima do chão e (*c*) escolhe-se U igual a zero 10 m acima do chão?

Exemplo 7-2 Uma Garrafa Caindo

Uma garrafa de 0,350 kg cai, a partir do repouso, de uma prateleira que está 1,75 m acima do chão. Determine a energia potencial do sistema garrafa–Terra, quando a garrafa está na prateleira e quando ela está para tocar o chão. Determine a energia cinética da garrafa exatamente antes do impacto.

SITUAÇÃO O trabalho realizado sobre a garrafa enquanto ela cai é igual ao negativo da variação da energia potencial do sistema garrafa–Terra. Conhecendo o trabalho, podemos usar o teorema do trabalho–energia cinética para encontrar a energia cinética.

SOLUÇÃO

1. Faça um esboço mostrando a garrafa na prateleira e, novamente, quando ela está para atingir o chão (Figura 7-5). Escolha a energia potencial do sistema garrafa–Terra como zero quando a garrafa está no chão e coloque no esboço um eixo y com a origem no nível do chão:

2. A única força que realiza trabalho sobre a garrafa que cai é a força da gravidade, de modo que $W_{total} = W_g$. Aplique o teorema do trabalho–energia cinética à garrafa que cai:
$$W_{total} = W_g = \Delta K$$

3. A força gravitacional exercida pela Terra sobre a garrafa que cai é interna ao sistema garrafa–Terra. Ela também é uma força conservativa, de forma que o trabalho que ela realiza é igual ao negativo da variação da energia potencial do sistema:
$$W_g = -\Delta U = -(U_f - U_i) = -(mgy_f - mgy_i)$$
$$= mg(y_i - y_f) = mg(h - 0) = mgh$$

4. Substitua o resultado do passo 3 no resultado do passo 2 para determinar a energia cinética final. A energia cinética inicial é zero:
$$mgh = \Delta K$$
$$mgh = K_f - K_i$$
$$K_f = K_i + mgh$$
$$= 0 + (0{,}350\text{ kg})(9{,}81\text{ N/kg})(1{,}75\text{ m})$$
$$= 6{,}01\text{ N}\cdot\text{m} = \boxed{6{,}01\text{ J}}$$

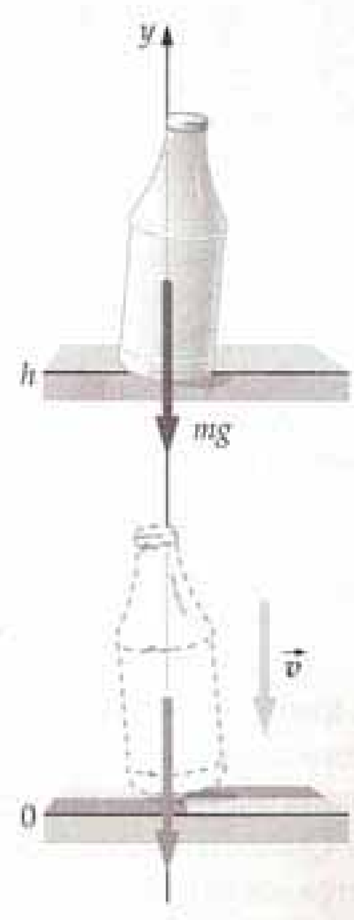


FIGURA 7-5

CHECAGEM As unidades do resultado do passo 4 são unidades de energia, porque 1 N · m = 1 J.

INDO ALÉM A energia potencial é associada à configuração de um *sistema de partículas*, mas às vezes temos sistemas, como o sistema garrafa–Terra deste exemplo, onde apenas uma partícula se movimenta (o movimento da Terra é desprezível). Por brevidade, então, às vezes nos referimos à energia potencial do sistema garrafa–Terra simplesmente como a energia potencial da garrafa.

A energia potencial gravitacional de um sistema de partículas em um campo gravitacional uniforme é aquela que seria se toda a massa do sistema estivesse concentrada em seu centro de massa. Para este sistema, seja h_i a altura da i-ésima partícula acima de algum nível de referência. Então, a energia potencial gravitacional do sistema é

$$U_g = \sum_i m_i g h_i = g \sum_i m_i h_i$$

onde a soma é sobre todas as partículas do sistema. Pela definição do centro de massa, a altura do centro de massa do sistema é dada por

$$Mh_{\text{cm}} = \sum_i m_i h_i, \qquad \text{onde } M = \sum_i m_i$$

Substiuindo $\Sigma m_i h_i$ por Mh_{cm}, fica

$$U_g = Mgh_{\text{cm}} \tag{7-3}$$

ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL DE UM SISTEMA

Energia potencial elástica Outro exemplo de força conservativa é a de uma mola esticada (ou comprimida) de massa desprezível. Suponha que você puxe um bloco preso a uma mola, a partir de sua posição de equilíbrio em $x = 0$ até uma nova posição em $x = x_1$ (Figura 7-6). O trabalho realizado pela mola sobre o bloco é negativo, porque a força exercida pela mola sobre o bloco e o deslocamento do bloco têm sentidos opostos. Se, agora, você larga o bloco, a força da mola realizará trabalho positivo sobre o bloco, enquanto este acelera de volta para sua posição inicial. O trabalho total realizado sobre o bloco pela mola, enquanto o bloco se move de $x = 0$ até $x = x_1$, e depois de volta até $x = 0$, é zero. Este resultado não depende do valor de x_1 (desde que a distensão da mola não seja grande o suficiente para exceder o limite elástico da mola). A força exercida pela mola é, portanto, uma força conservativa. Podemos usar a Equação 7-1b para calcular a função energia potencial associada a esta força:

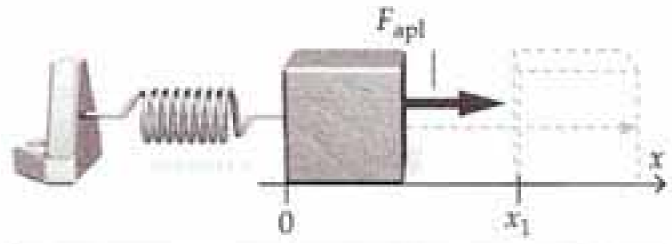


FIGURA 7-6 A força aplicada F_{apl} puxa o bloco para a direita, esticando a mola de x_1.

$$dU = -\vec{F}\cdot d\vec{\ell} = -F_x\,dx = -(-kx)dx = +kx\,dx$$

Então,

$$U = \int kx\,dx = \frac{1}{2}kx^2 + U_0$$

onde U_0 é a energia potencial quando $x = 0$, isto é, quando a mola está frouxa. Escolhendo U_0 igual a zero, temos

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 \tag{7-4}$$

ENERGIA POTENCIAL DE UMA MOLA

A fórmula $U = \frac{1}{2}kx^2$, para a energia potencial de uma mola, requer que a mola esteja frouxa em $x = 0$. Assim, a localização do ponto onde $x = 0$ não é arbitrária quando usamos a função energia potencial $U = \frac{1}{2}kx^2$.

Quando o bloco é puxado de $x = 0$ até $x = x_1$, o agente que puxa deve aplicar uma força sobre o bloco. Se o bloco parte do repouso em $x = 0$ e atinge o repouso em $x = x_1$, a variação de sua energia cinética é zero. O teorema do trabalho–energia nos diz, então, que o trabalho total realizado sobre o bloco é zero. Isto é, $W_{\text{apl}} + W_{\text{mola}} = 0$, ou

$$W_{\text{apl}} = -W_{\text{mola}} = \Delta U_{\text{mola}} = \tfrac{1}{2}kx_1^2 - 0 = \tfrac{1}{2}kx_1^2$$

A energia transferida do agente que puxa o bloco para o sistema bloco–mola é igual a W_{apl} e é armazenada como energia potencial na mola.

PROBLEMA PRÁTICO 7-3

Uma mola da suspensão de um automóvel tem uma constante de força de 11.000 N/m. Quanta energia é transferida a esta mola quando, a partir da posição frouxa, ela é comprimida de 30,0 cm?

Exemplo 7-3 Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste em um jogador de basquete de 110 kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro (situação parecida com a da Figura 7-7). Suponha, também, que o centro de massa do jogador está a 0,80 m do chão quando ele está de pé no chão, e 1,30 m acima do chão quando ele está pendurado. A constante de força do aro é 7,2 kN/m e a parte da frente do aro é deslocada para baixo de uma distância de 15 cm.

FIGURA 7-7 *(Elio Castoria/APF/Getty Images.)*

SITUAÇÃO Quando o jogador altera sua posição, saindo do chão e se pendurando no aro, a variação total da energia potencial é a variação da energia potencial gravitacional mais a variação da energia potencial elástica armazenada no aro distendido, que pode ser medida como se o aro fosse uma mola: $U_m = \frac{1}{2}kx^2$. Escolha 0,80 m acima do chão como o ponto de referência para o qual $U_g = 0$.

SOLUÇÃO

1. Esboce o sistema, primeiro em sua configuração inicial e depois em sua configuração final (Figura 7-8):

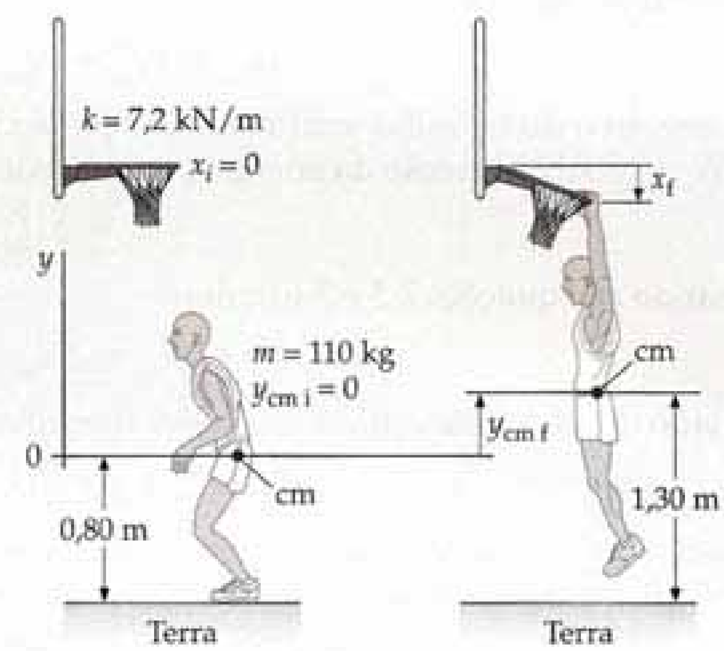


FIGURA 7-8 Um jogador de basquete salta, agarra o aro da cesta e se balança nela.

2. O ponto de referência para o qual a energia potencial gravitacional é zero é 0,80 m acima do chão. Assim, $U_{gi} = 0$. A energia potencial inicial total é igual a zero:

$$U_{gi} = mgy_{cm\,i} = mg(0) = 0$$
$$U_{si} = \tfrac{1}{2}kx_i^2 = \tfrac{1}{2}k(0)^2 = 0$$
$$U_i = U_{gi} + U_{si} = 0$$

3. A energia potencial total final é a soma da energia potencial gravitacional final com a energia potencial elástica final do aro:

$$U_f = U_{gf} + U_{sf} = mgy_{cm\,f} + \tfrac{1}{2}kx_f^2$$
$$= (110\,\text{kg})(9{,}81\,\text{N/kg})(0{,}50\,\text{m}) + \tfrac{1}{2}(7{,}2\,\text{kN/m})(0{,}15\,\text{m})^2$$
$$= 540\,\text{N}\cdot\text{m} + 81\,\text{N}\cdot\text{m} = \boxed{6{,}2 \times 10^2\,\text{J}}$$

CHECAGEM As unidades conferem se usamos a definição do joule. A definição é $1\,\text{J} = 1\,\text{N}\cdot\text{m}$.

INDO ALÉM A parte da frente do aro e o jogador oscilam verticalmente, imediatamente após o jogador ter agarrado o aro. No entanto, eles acabarão por atingir o repouso, com a parte da frente do aro 15 cm abaixo de sua posição inicial. A energia potencial total é mínima quando o sistema está em equilíbrio (Figura 7-9). Por que isso ocorre está explicado quase no final da Seção 7-2.

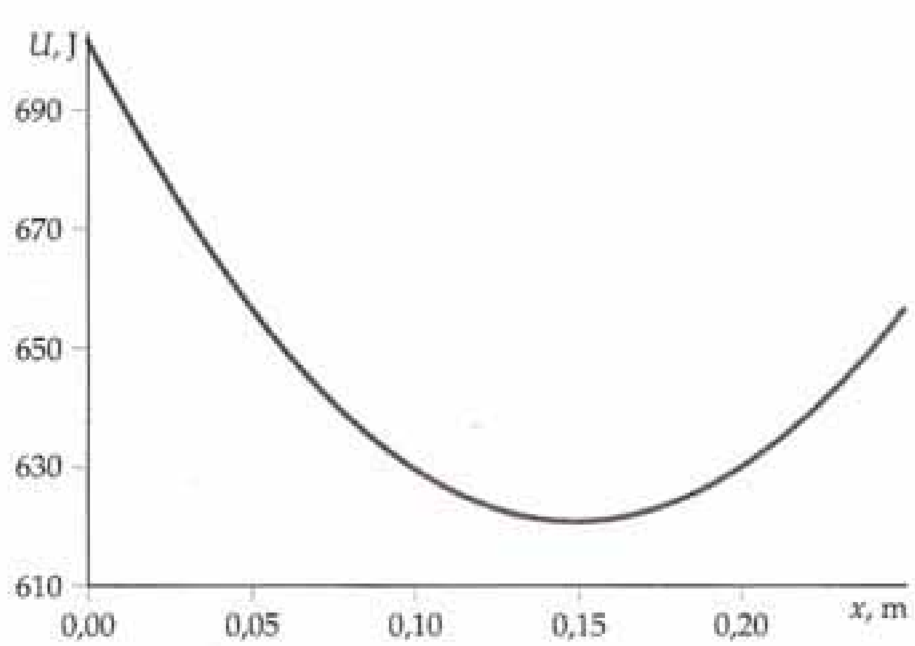


FIGURA 7-9 O gráfico mostra a energia potencial total $U = U_g + U_s$ em função da deflexão para baixo do aro da cesta.

PROBLEMA PRÁTICO 7-4 Um bloco de 3,0 kg está pendurado verticalmente de uma mola cuja constante de força é 600 N/m. (*a*) De quanto a mola está distendida? (*b*) Qual é a energia potencial armazenada na mola?

7-2 A CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

Estamos prontos, agora, para ver a relação entre energia cinética e energia potencial. Lembre-se de que o trabalho total realizado sobre cada partícula de um sistema é igual à variação da energia cinética da partícula, ΔK_i, de forma que o trabalho total realizado por todas as forças, W_{total}, é igual à variação da energia cinética total do sistema, ΔK_{sis}:

$$W_{total} = \sum \Delta K_i = \Delta K_{sis} \qquad 7\text{-}5$$

Dois conjuntos de forças realizam trabalho sobre uma partícula em um sistema: as forças externas e as forças internas. Cada força interna é ou conservativa, ou não-conservativa. O trabalho total realizado por todas as forças é igual ao trabalho realizado por todas as forças externas, W_{ext}, mais o trabalho realizado por todas as forças internas não-conservativas, W_{nc}, mais aquele realizado por todas as forças conservativas, W_c:

$$W_{total} = W_{ext} + W_{nc} + W_c$$

Rearranjando, fica:

$$W_{ext} + W_{nc} = W_{total} - W_c$$

O negativo do trabalho total realizado por todas as forças conservativas internas, $-W_c$, é igual à variação da energia potencial do sistema, ΔU_{sis}:

$$-W_c = \Delta U_{sis} \qquad 7\text{-}6$$

Usando as Equações 7-5 e 7-6, temos

$$W_{ext} + W_{nc} = \Delta K_{sis} + \Delta U_{sis} \qquad 7\text{-}7$$

O lado direito desta equação pode ser simplificado como

$$\Delta K_{sis} + \Delta U_{sis} = \Delta(K_{sis} + U_{sis}) \qquad 7\text{-}8$$

A soma da energia cinética do sistema K_{sis} com a energia potencial U_{sis} é a chamada **energia mecânica total**, E_{mec}:

$$E_{mec} = K_{sis} + U_{sis} \qquad 7\text{-}9$$

DEFINIÇÃO — ENERGIA MECÂNICA TOTAL

Combinando as Equações 7-8 e 7-9 e substituindo na Equação 7-7, fica:

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc} \qquad 7\text{-}10$$

TEOREMA DO TRABALHO–ENERGIA PARA SISTEMAS

A energia mecânica de um sistema de partículas é conservada (E_{mec} = constante) se o trabalho total realizado por todas as forças externas e por todas as forças internas não-conservativas é zero.

$$E_{mec} = K_{sis} + U_{sis} = \text{constante} \qquad 7\text{-}11$$

CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

Esta é a **conservação da energia mecânica**, que deu origem à expressão "força conservativa".

Se $E_{mec\,i} = K_i + U_i$ é a energia mecânica inicial de um sistema e $E_{mec\,f} = K_f + U_f$ é a energia mecânica final do sistema, a conservação da energia mecânica implica que

$$E_{mec\,f} = E_{mec\,i} \quad (\text{ou } K_f + U_f = K_i + U_i) \qquad 7\text{-}12$$

Em outras palavras, quando a energia mecânica de um sistema é conservada, podemos relacionar a energia mecânica final com a energia mecânica inicial do sistema, sem considerar o movimento intermediário e o trabalho realizado pelas forças envolvidas. Portanto, a conservação da energia mecânica nos permite resolver problemas que podem ser de difícil solução com o uso direto das leis de Newton.

APLICAÇÕES

Você está descendo, em esquis, uma colina coberta de neve, tendo partido do repouso de uma altura h_i em relação à base da colina. Supondo que o atrito e o arraste do ar sejam desprezíveis, qual é sua rapidez quando você passa por um sinalizador localizado a uma altura h acima da base?

A energia mecânica do sistema Terra–esquiador é conservada, porque a única força que trabalha é a força interna da gravidade, conservativa. Se escolhemos $U = 0$ na base da colina, a energia potencial inicial é mgh_i. Esta energia é, também, a energia mecânica total, porque a energia cinética inicial é zero. Assim,

$$E_{\text{mec i}} = K_i + U_i = 0 + mgh_i$$

Quando você passa pelo marcador, a energia potencial é mgh e a rapidez é v. Logo,

$$E_{\text{mec f}} = K_f + U_f = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgh$$

Fazendo $E_{\text{mec f}} = E_{\text{mec i}}$, encontramos

$$\tfrac{1}{2}mv^2 + mgh = mgh_i$$

Explicitando v, temos

$$v = \sqrt{2g(h_i - h)}$$

Sua rapidez é a mesma que seria se você tivesse sofrido uma queda livre, diretamente na vertical, de uma distância $h_i - h$. No entanto, esquiando colina abaixo, você viaja uma distância maior e leva mais tempo do que levaria se tivesse caído livremente na vertical.

ESTRATÉGIA PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Resolvendo Problemas que Envolvem Energia Mecânica

SITUAÇÃO Identifique um sistema que inclua o corpo (ou corpos) de interesse e quaisquer outros corpos que interajam com o objeto de interesse, ou através de uma força conservativa ou através de uma força de atrito cinético.

SOLUÇÃO

1. Faça um esboço do sistema, identificando as partes. Inclua um eixo coordenado (ou eixos coordenados) e mostre o sistema em suas configurações inicial e final. (Mostrar uma configuração intermediária às vezes também ajuda.) Os corpos podem ser representados por pontos, tal como nos diagramas de corpo livre.
2. Identifique todas as forças externas atuando sobre o sistema que realizam trabalho, e todas as forças internas não-conservativas que realizam trabalho. Identifique, também, todas as forças internas conservativas que realizam trabalho.
3. Aplique a Equação 7-10 (o teorema do trabalho–energia para sistemas). Para cada força interna conservativa que realiza trabalho use uma função energia potencial para representar o trabalho realizado.

CHECAGEM Certifique-se de que você levou em conta o trabalho realizado por todas as forças conservativas e não-conservativas ao chegar à sua resposta.

Exemplo 7-4 Chutando uma Bola

Próximo à borda de um telhado de um prédio de 12 m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16$ m/s a um ângulo de 60° acima da horizontal. Desprezando a resistência do ar, encontre (*a*) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (*b*) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

SITUAÇÃO Escolhemos a bola e a Terra como sistema. Consideramos este sistema no intervalo de tempo entre o chute e o instante em que a bola está para tocar o solo. Não existem forças externas realizando trabalho sobre o sistema, nem forças internas não-conservativas realizando trabalho e, portanto, a energia mecânica do sistema é conservada. No topo da trajetória, a bola está se movendo horizontalmente com uma rapidez v_{topo} igual à componente horizontal da velocidade inicial v_{ix}. Escolhemos $y = 0$ no telhado do prédio.

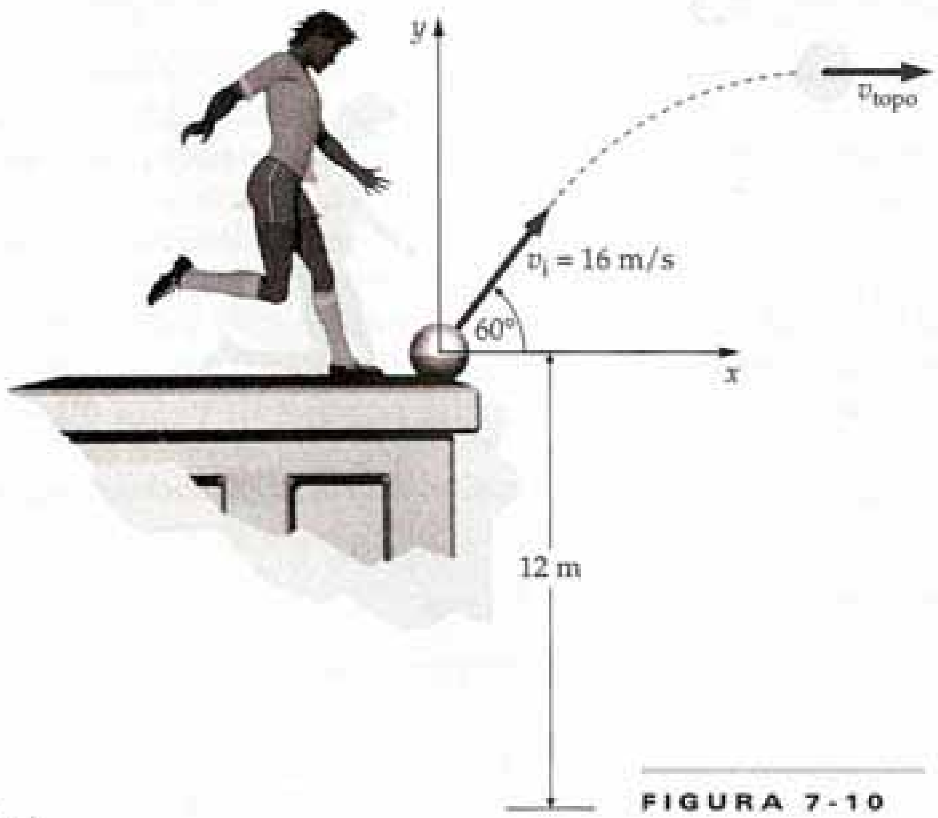


FIGURA 7-10

SOLUÇÃO

(*a*) 1. Faça um esboço (Figura 7-10) da trajetória. Inclua eixos coordenados e mostre a posição inicial da bola e sua posição no ponto mais alto do vôo. Escolha $y = 0$ no telhado do prédio:

2. Aplique a equação trabalho–energia para sistemas. Escolha a bola e a Terra como sistema. Entre o chute e o momento em que a bola está prestes a tocar o solo não existem forças externas trabalhando, nem forças não-conservativas trabalhando (estamos desprezando a resistência do ar):

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$$
$$0 = \Delta E_{mec} - 0$$
$$\therefore E_{mec\,f} = E_{mec\,i}$$

3. A força gravitacional realiza trabalho sobre o sistema. Este trabalho é levado em conta através da função energia potencial gravitacional mgy:

$$E_{mec\,topo} = E_{mec\,i}$$
$$\tfrac{1}{2}mv_{topo}^2 + mgy_{topo} = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$
$$\tfrac{1}{2}mv_{topo}^2 + mgh_{topo} = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + 0$$

4. A conservação da energia mecânica relaciona a altura y_{topo} acima do telhado do prédio com a rapidez inicial v_i e a rapidez no ponto mais alto da trajetória, v_{topo}:

$$E_{mec\,topo} = E_{mec\,i}$$
$$\tfrac{1}{2}mv_{topo}^2 + mgy_{topo} = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$
$$\tfrac{1}{2}mv_{topo}^2 + mgy_{topo} = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + 0$$

5. Determine y_{topo}:

$$y_{topo} = \frac{v_i^2 - v_{topo}^2}{2g}$$

6. A velocidade no topo da trajetória é igual à componente x da velocidade inicial:

$$v_{topo} = v_{ix} = v_i \cos\theta$$

7. Substituindo o resultado do passo 3 no resultado do passo 2 e explicitando para y_{topo}:

$$y_{topo} = \frac{v_i^2 - v_{topo}^2}{2g} = \frac{v_i^2 - v_i^2\cos^2\theta}{2g} = \frac{v_i^2(1-\cos^2\theta)}{2g}$$
$$= \frac{(16\text{ m/s})^2(1-\cos^2 60°)}{2(9{,}81\text{ m/s}^2)} = \boxed{9{,}8\text{ m}}$$

(*b*) 1. Se v_f é a rapidez da bola quando prestes a tocar o solo (onde $y = y_f = -12$ m), sua energia é expressa como:

$$E_{mec\,f} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$$

2. Iguale a energia mecânica final à energia mecânica inicial:

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + 0$$

3. Explicite v_f e faça $y_f = -12$ m para encontrar a rapidez final:

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f}$$
$$= \sqrt{(16\text{ m/s})^2 - 2(9{,}81\text{ m/s}^2)(-12\text{ m})}$$
$$= \boxed{22\text{ m/s}}$$

CHECAGEM Deveríamos esperar que, quanto mais alto o edifício, maior será a rapidez de impacto com o solo. A expressão para v_f, no passo 3 da Parte (*b*), confirma esta expectativa.

Exemplo 7-5 Um Pêndulo

Um pêndulo consiste em uma bola de massa m presa a um fio de comprimento L. A bola é puxada lateralmente até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical e largada do repouso. Quando ela passa pelo ponto mais baixo do arco, encontre expressões para (*a*) a rapidez da bola e (*b*) a tensão no fio. Despreze a resistência do ar.

SITUAÇÃO Considere como sistema o pêndulo e a Terra. A força de tensão $\vec{T}$ é uma força interna, não-conservativa, atuando sobre a bola. A taxa com que $\vec{T}$ realiza trabalho é $\vec{T} \cdot \vec{v}$. A outra força atuando sobre a bola é a força gravitacional $m\vec{g}$, que é uma força interna conservativa. Use o teorema do trabalho–energia para sistemas (Equação 7-10) para encontrar a rapidez na base do arco. A tensão no fio é obtida usando-se a segunda lei de Newton.

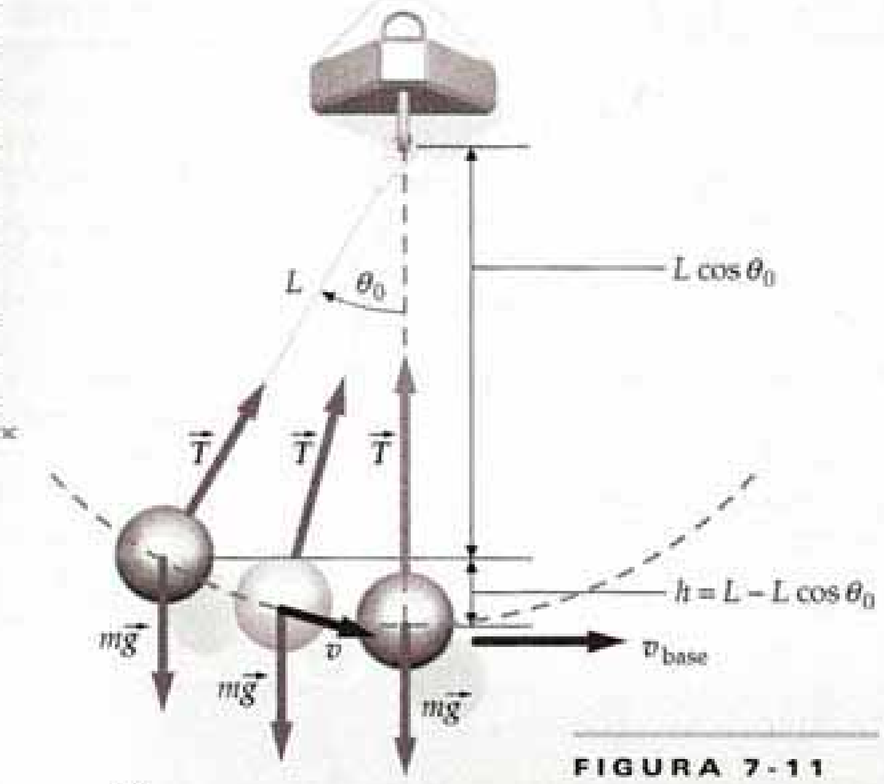


FIGURA 7-11

SOLUÇÃO

(*a*) 1. Faça um esboço do sistema em suas configurações inicial e final (Figura 7-11). Escolhemos $y = 0$ na base do arco e $y = h$ na posição inicial:

2. O trabalho externo realizado sobre o sistema é igual à variação de sua energia mecânica menos o trabalho realizado pelas forças internas não-conservativas (Equação 7-10):
$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$$

3. Não existem forças externas atuando sobre o sistema. A força de tensão é uma força interna não-conservativa:
$$W_{ext} = 0$$
$$W_{nc} = \int_1^2 \vec{T} \cdot d\vec{\ell}$$

4. O deslocamento incremental $d\vec{\ell}$ é igual à velocidade vezes o incremento no tempo dt. Substitua isto no resultado do passo 3. A tensão é perpendicular à velocidade, de modo que $\vec{T} \cdot \vec{v} = 0$:
$$d\vec{\ell} = \vec{v}\,dt$$
$$\text{logo} \quad W_{nc} = \int_1^2 \vec{T} \cdot d\vec{\ell} = \int_1^2 \vec{T} \cdot \vec{v}\,dt = 0$$

5. Substitua W_{ext} e W_{nc} no resultado do passo 2. A bola está, inicialmente, em repouso:
$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$$
$$0 = \Delta E_{mec} - 0$$
$$\Delta E_{mec} = 0$$

6. Aplique a conservação da energia mecânica. A bola está, inicialmente, em repouso:
$$E_{mec\,f} = E_{mec\,i}$$
$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$
$$\tfrac{1}{2}mv_{base}^2 + 0 = 0 + mgh$$

7. Então, a conservação da energia mecânica relaciona a rapidez v_{base} com a altura inicial $y_i = h$:
$$\tfrac{1}{2}mv_{base}^2 = mgh$$

8. Explicite para a rapidez v_{base}:
$$v_{base} = \sqrt{2gh}$$

9. Para expressar a rapidez em termos do ângulo inicial θ_0, devemos relacionar h com θ_0. Esta relação está ilustrada na Figura 7-11:
$$L = L\cos\theta_0 + h$$
$$\text{logo} \quad h = L - L\cos\theta_0 = L(1 - \cos\theta_0)$$

10. Substitua este valor de h para escrever a rapidez na base do arco em termos de θ_0:
$$v_{base} = \boxed{\sqrt{2gL(1 - \cos\theta_0)}}$$

(*b*) 1. Quando a bola está na base do arco, as forças sobre ela são $m\vec{g}$ e $\vec{T}$. Aplique $\Sigma F_y = ma_y$:
$$T - mg = ma_y$$

2. Na base, a bola tem uma aceleração v_{base}^2/L, com a orientação centrípeta (apontando para o centro do círculo), que é para cima:
$$a_y = \frac{v_{base}^2}{L} = \frac{2gL(1 - \cos\theta_0)}{L} = 2g(1 - \cos\theta_0)$$

3. Substitua em a_y no resultado do passo 1 da Parte (*b*) e explicite T:
$$T = mg + ma_y = m(g + a_y) = m[g + 2g(1 - \cos\theta_0)]$$
$$= \boxed{(3 - 2\cos\theta_0)mg}$$

CHECAGEM (1) A tensão na base é maior do que o peso da bola, porque a bola está acelerada para cima. (2) O passo 3 da Parte (*b*) mostra que, para $\theta_0 = 0$, $T = mg$, o resultado esperado para uma bola estacionária pendurada em um fio.

INDO ALÉM (1) A taxa com que uma força realiza trabalho é dada por $\vec{F} \cdot \vec{v}$ (Equação 6-22). O passo 4 da Parte (*a*) mostra que a taxa na qual a força de tensão realiza trabalho é zero. *Qualquer* força que se mantenha perpendicular à velocidade realiza trabalho nulo. (2) O passo 8 da Parte (*a*) mostra que a rapidez na base do arco é a mesma que seria se a bola tivesse sido largada, em queda livre, de uma altura h. (3) A rapidez da bola na base do arco também pode ser encontrada usando-se diretamente as leis de Newton, mas esta é uma solução mais desafiante, porque a aceleração tangencial a_t varia com a posição e, portanto, com o tempo, de forma que as fórmulas para aceleração constante não se aplicam. (4) Se o fio não tivesse sido incluído no sistema, W_{ext} seria igual ao trabalho realizado pela força de tensão e W_{nc} seria igual a zero, porque não haveria força não-conservativa interna. Os resultados seriam idênticos.

Exemplo 7-6 Um Bloco Empurrando uma Mola — *Tente Você Mesmo*

Um bloco de 2,0 kg, sobre uma superfície horizontal sem atrito, é empurrado contra uma mola de constante de força igual a 500 N/m, comprimindo a mola de 20 cm. O bloco é então liberado e a força da mola o acelera à medida que a mola descomprime. Depois, o bloco desliza ao longo da superfície e sobe um plano sem atrito inclinado de um ângulo de 45°. Qual é a distância que o bloco percorre, rampa acima, até atingir momentaneamente o repouso?

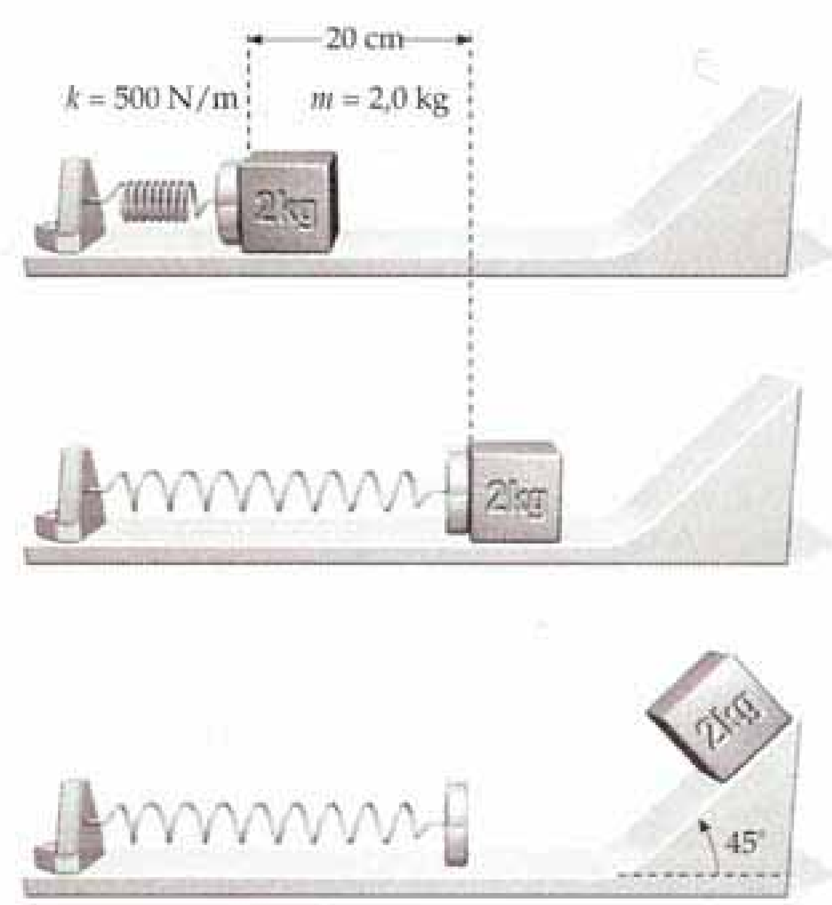


FIGURA 7-12

SITUAÇÃO Faça o sistema incluir o bloco, a mola, a Terra, a superfície horizontal, a rampa e a parede na qual a mola está presa. Depois que o bloco é liberado, não existem forças externas sobre este sistema. As únicas forças que realizam trabalho são as forças exercidas pela mola sobre o bloco e a força da gravidade, ambas conservativas. Assim, a energia mecânica total do sistema é conservada. Encontre a altura máxima h a partir da conservação da energia mecânica, e aí a distância máxima ao longo do plano inclinado, s, será tal que sen 45° $= h/s$.

SOLUÇÃO

Cubra a coluna da direita e tente por si só antes de olhar as respostas.

Passos	Respostas
1. Escolha o bloco, a mola, a Terra, a superfície horizontal, a rampa e a parede à qual a mola está presa. Esboce este sistema em suas configurações inicial e final (Figura 7-12).	
2. Aplique o teorema do trabalho–energia para sistemas. Após a largada, não há forças externas atuando sobre o sistema, nem forças internas não-conservativas trabalhando sobre ele.	$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$ $0 = \Delta E_{mec} - 0$ $\therefore E_{mec\,f} = E_{mec\,i}$
3. Escreva a energia mecânica inicial em termos da distância de compressão x_i.	$E_{mec\,i} = U_{s\,i} + U_{g\,i} + K_i = \frac{1}{2}kx_i^2 + 0 + 0$
4. Escreva a energia mecânica final em termos da altura h.	$E_{mec\,f} = U_{s\,f} + U_{g\,f} + K_f = 0 + mgh + 0$
5. Substitua no resultado do passo 2 e explicite h.	$mgh = \frac{1}{2}kx_i^2$ $h = \dfrac{kx_i^2}{2mg} = 0{,}51$ m
6. Determine a distância s a partir de h e do ângulo de inclinação (Figura 7-13).	$h = s \times \text{sen}\,\theta$ $s = \boxed{0{,}72\text{ m}}$

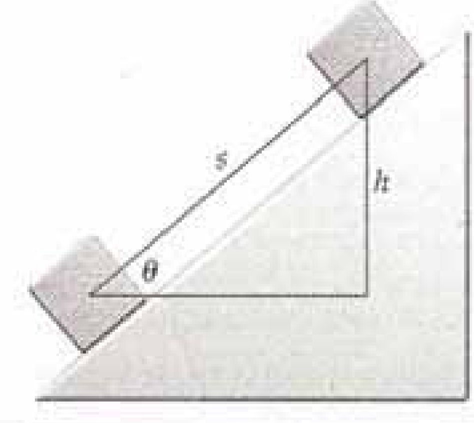


FIGURA 7-13

CHECAGEM A expressão para h no passo 5 é plausível. Ela nos diz, por inspeção, que um aumento de x_i resulta em uma altura máxima maior, e que um aumento da massa resulta em uma altura máxima menor.

INDO ALÉM (1) Neste problema, a energia mecânica inicial do sistema é a energia potencial da mola. Esta energia é transformada primeiro em energia cinética e, depois, em energia potencial gravitacional. (2) A força normal $\vec{F}_n$ sobre o bloco sempre atua em ângulo reto com a velocidade, de modo que $\vec{F}_n \cdot \vec{v} = 0$, sempre.

PROBLEMA PRÁTICO 7-5 Determine a rapidez do bloco assim que ele abandona a mola.

PROBLEMA PRÁTICO 7-6 Qual foi o trabalho realizado pela força normal sobre o bloco?

Exemplo 7-7 Um Salto de *Bungee-jump* — *Rico em Contexto*

Você salta de uma plataforma a uma altura de 134 m sobre o rio Nevis (Nova Zelândia). Após cair livremente por 40 m, a corda do *bungee-jump* presa a seus tornozelos começa a se distender. (O comprimento da corda frouxa é de 40 m.) Você continua a descer outros 80 m até atingir o repouso. Se sua massa é de 100 kg e a corda segue a lei de Hooke e tem massa desprezível, qual é a sua aceleração quando você está momentaneamente em repouso, no ponto mais baixo do salto? (Despreze o arraste do ar.)

SITUAÇÃO Escolha como sistema tudo que foi mencionado no enunciado do problema, mais a Terra. Em sua queda, sua rapidez primeiro aumenta, depois atinge um determinado valor máximo, e depois diminui até chegar novamente a zero quando você está no ponto mais baixo. Aplique o teorema do trabalho–energia para sistemas. Para encontrar sua aceleração lá embaixo, aplique a segunda lei de Newton ($\Sigma F_z = ma_z$) e a lei de Hooke ($F_z = -kx$).

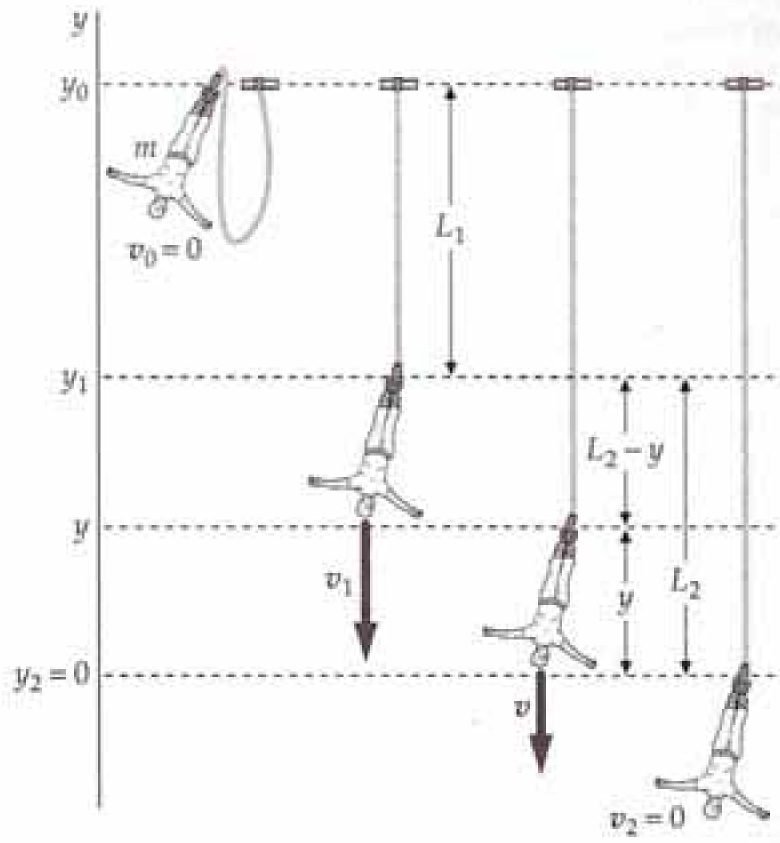


FIGURA 7-14

SOLUÇÃO

1. O sistema inclui você, a Terra e a corda. Esboce o sistema, mostrando as posições inicial e final dos primeiros 40 m de queda, e novamente para os 80 m seguintes da queda (Figura 7-14). Inclua um eixo y apontando para cima e com a origem em sua posição final (a mais baixa). Sejam $L_1 =$ 40 m o comprimento da corda frouxa e $L_2 = 80$ m a máxima distensão da corda.

2. Aplique o teorema do trabalho–energia para sistemas. Não há forças externas, nem forças internas não-conservativas, realizando trabalho:

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$$
$$0 = \Delta E_{mec} - 0$$
$$\therefore E_{mec\,f} = E_{mec\,i}$$

3. Aplique o resultado do passo 2 para a parte da queda em que a corda está esticando. A extensão da corda é $L_2 - y$:

$$E_{mec\,3} = E_{mec\,2}$$
$$U_{g3} + U_{s3} + K_3 = U_{g2} + U_{s2} + K_2$$
$$mgy_3 + \tfrac{1}{2}k(L_2 - y_3)^2 + \tfrac{1}{2}mv_3^2 = mgy_2 + \tfrac{1}{2}ky_2^2 + \tfrac{1}{2}mv_2^2$$
$$0 + \tfrac{1}{2}kL_2^2 + 0 = mgL_2 + 0 + \tfrac{1}{2}mv_2^2$$
$$\tfrac{1}{2}kL_2^2 = mgL_2 + \tfrac{1}{2}mv_2^2$$

4. Para determinar k, precisamos encontrar a energia cinética no final da região de queda livre. Aplique novamente o resultado do passo 2 e determine a energia cinética:

$$E_{mec\,2} = E_{mec\,1}$$
$$U_{g2} + K_2 = U_{g1} + K_1$$
$$mgy_2 + \tfrac{1}{2}mv_2^2 = mgy_1 + \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$mgL_2 + \tfrac{1}{2}mv_2^2 = mg(L_1 + L_2) + 0$$
$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 = mgL_1$$

5. Substitua o resultado do passo 4 no resultado do passo 3 e determine k:

$$\tfrac{1}{2}kL_2^2 = mgL_2 + mgL_1$$
$$k = \frac{2mg(L_2 + L_1)}{L_2^2}$$

6. Aplique a segunda lei de Newton quando você está no ponto mais baixo. Primeiro, construa um diagrama de corpo livre (Figura 7-15):

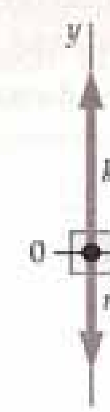


FIGURA 7-15

7. Aplique a segunda lei de Newton para determinar a aceleração. Use a expressão de k do passo 5:

$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$-mg + kL_2 = ma_y$$
$$a_y = -g + k\frac{L_2}{m} = -g + \frac{2mg(L_2 + L_1)}{L_2^2}\frac{L_2}{m}$$
$$= g\left(1 + 2\frac{L_1}{L_2}\right) = g\left(1 + 2\frac{40}{80}\right) = \boxed{2{,}0g}$$

CHECAGEM Esperamos que a aceleração no ponto mais baixo seja para cima (orientação $+y$) e nosso resultado concorda com isto. Sempre que a velocidade reverte o sentido, imediatamente após a reversão os vetores velocidade e aceleração terão o mesmo sentido.

PROBLEMA PRÁTICO 7-7 Em sua queda, você ganha rapidez até que o puxão da corda para cima se iguale ao puxão da gravidade para baixo. A que altura você se encontra em relação ao ponto mais baixo quando sua rapidez é máxima?

Exemplo 7-8 De Volta para o Futuro *Rico em Contexto*

Você viajou no tempo e está no final dos anos 1800, assistindo a seus tataravós, em lua-de-mel, andando na montanha-russa de perfil circular conhecida como Flip Flap Railway, em Coney Island, um bairro da cidade de Nova York (EUA). O carrinho em que eles estão está prestes a ingressar na laçada circular, quando um saco de areia de 100 lb cai de uma plataforma de um canteiro de obras sobre o banco traseiro do carrinho. Ninguém é ferido, mas o impacto faz com que o carrinho perca 25 por cento de sua rapidez. O carrinho havia partido do repouso de um ponto duas vezes mais alto do que o topo da volta circular. Despreze o atrito e o arraste do ar. O carrinho de seus tataravós conseguirá completar a volta, sem cair?

SITUAÇÃO Tome como sistema o carrinho, seu conteúdo, o trilho (incluindo a laçada circular) e a Terra. O carrinho deve ter rapidez suficiente no topo da volta para manter contato com o trilho. Podemos usar o teorema do trabalho–energia para sistemas, para determinar a rapidez justo antes de o saco de areia atingir o carrinho, e também para determinar a rapidez do carrinho no topo da volta. Então, podemos usar a segunda lei de Newton para determinar a magnitude da força normal, se existente, exercida pelo trilho sobre o carrinho.

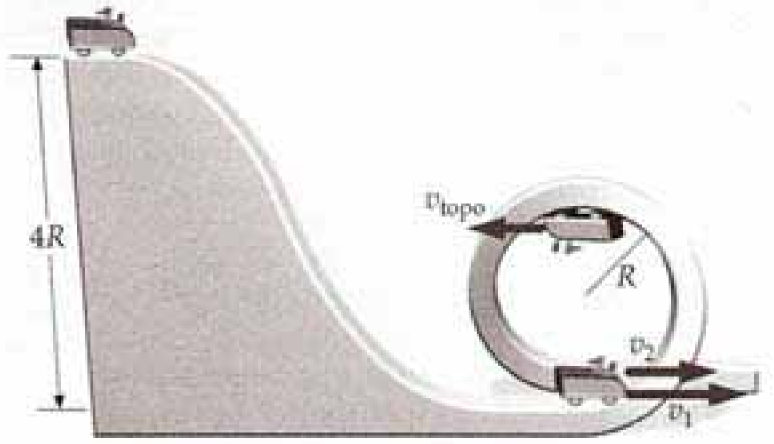


FIGURA 7-16

SOLUÇÃO

1. Tome como sistema o carrinho, seu conteúdo, o trilho e a Terra. Desenhe o carrinho e o trilho, com o carrinho na entrada da volta circular e novamente no topo da volta (Figura 7-16):

2. Aplique a segunda lei de Newton para relacionar a rapidez no topo da volta com a força normal:

$$F_n + mg = m\frac{v_{topo}^2}{R}$$

3. Aplique o teorema do trabalho–energia ao intervalo de tempo anterior ao impacto. Não existem forças externas, nem forças internas não-conservativas realizando trabalho. Determine a rapidez justo antes do impacto. Medindo alturas a partir da base da laçada circular, a altura inicial de $4R$, onde R é o raio da volta, vale duas vezes a altura do topo da volta:

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$$
$$0 = \Delta E_{mec} - 0$$
$$\therefore E_{mec\,f} = E_{mec\,i}$$
$$U_0 + K_0 = U_1 + K_1$$
$$mg\,4R + 0 = 0 + \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\text{logo} \quad v_1 = \sqrt{8Rg}$$

4. O impacto com o saco de areia resulta na redução de 25 por cento da rapidez. Determine a rapidez após o impacto:

$$v_2 = 0{,}75v_1 = 0{,}75\sqrt{8Rg}$$

5. Aplique o teorema do trabalho–energia ao intervalo de tempo após o impacto. Determine a rapidez no topo da volta circular:

$$U_{topo} + K_{topo} = U_2 + K_2$$
$$mg\,2R + \tfrac{1}{2}mv_{topo}^2 = 0 + \tfrac{1}{2}m(0{,}75^2 \cdot 8Rg)$$
$$\text{logo} \quad v_{topo}^2 = (0{,}75^2 \cdot 8 - 4)Rg = 0{,}5Rg$$

6. Substituindo v_{topo}^2 no resultado do passo 2, vem:

$$F_n + mg = m\frac{0{,}5Rg}{R}$$
$$F_n + mg = 0{,}5mg$$

7. Determine F_n:

$$F_n = -0{,}5mg$$

8. F_n é a magnitude da força normal, que não pode ser negativa:

$$\boxed{\text{Opa! O carro abandonou o trilho.}}$$

CHECAGEM Uma perda de 25 por cento de sua rapidez significa perder quase 44 por cento de sua energia cinética. A rapidez é a mesma que seria atingida se o carro tivesse partido do repouso de uma altura de $0{,}56 \times 4R = 1{,}12 \times 2R$ (12 por cento mais alto do que o topo da laçada circular). Não é de surpreender que o carro perde contato com o trilho.

INDO ALÉM Felizmente, havia dispositivos de segurança para prevenir a queda dos carrinhos e seus ancestrais teriam sobrevivido. A maior preocupação dos passageiros da Flip Flap Railway era a de quebrar o pescoço. Os passageiros eram sujeitos a acelerações de até $12g$'s durante o passeio, e esta foi a última das montanhas-russas com uma laçada circular. Hoje em dia, essas laçadas têm mais altura do que largura.

ENERGIA POTENCIAL E EQUILÍBRIO

Podemos compreender melhor o movimento de um sistema olhando para um gráfico de sua energia potencial *versus* posição de uma partícula do sistema. Por simplicidade, limitamos nossa análise a uma partícula restrita a um movimento em linha reta — o eixo x. Para criar o gráfico, primeiro precisamos encontrar a relação entre a função energia potencial e a força que atua sobre a partícula. Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x\hat{i}$ atuando sobre a partícula. Substituindo na Equação 7-1b, temos

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell} = -F_x\,dx$$

A componente F_x da força é, portanto, o negativo da derivada* da função energia potencial:

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \qquad 7\text{-}13$$

Podemos ilustrar esta relação geral para um sistema bloco–mola, derivando a função $U = \frac{1}{2}kx^2$. Obtemos

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

A Figura 7-17 mostra um gráfico de $U = \frac{1}{2}kx^2$ *versus* x para um sistema bloco–mola. A derivada desta função é representada graficamente como a inclinação da reta tangente à curva. A força é, portanto, igual ao negativo da inclinação da reta tangente à curva. Em $x = 0$, a força $F_x = -dU/dx$ é zero e o bloco está em equilíbrio, se supomos que não existe nenhuma outra força atuando sobre ele.

Quando x é positivo na Figura 7-17*a*, a inclinação é positiva e a força F_x é negativa. Quando x é negativo, a inclinação é negativa e a força F_x é positiva. Em qualquer um desses casos, a força é orientada de forma a acelerar o bloco para uma região de energia potencial decrescente. Se o bloco é levemente deslocado de $x = 0$, a força aponta de volta para $x = 0$. O equilíbrio em $x = 0$ é, portanto, um **equilíbrio estável**, porque um pequeno deslocamento resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta à sua posição de equilíbrio.

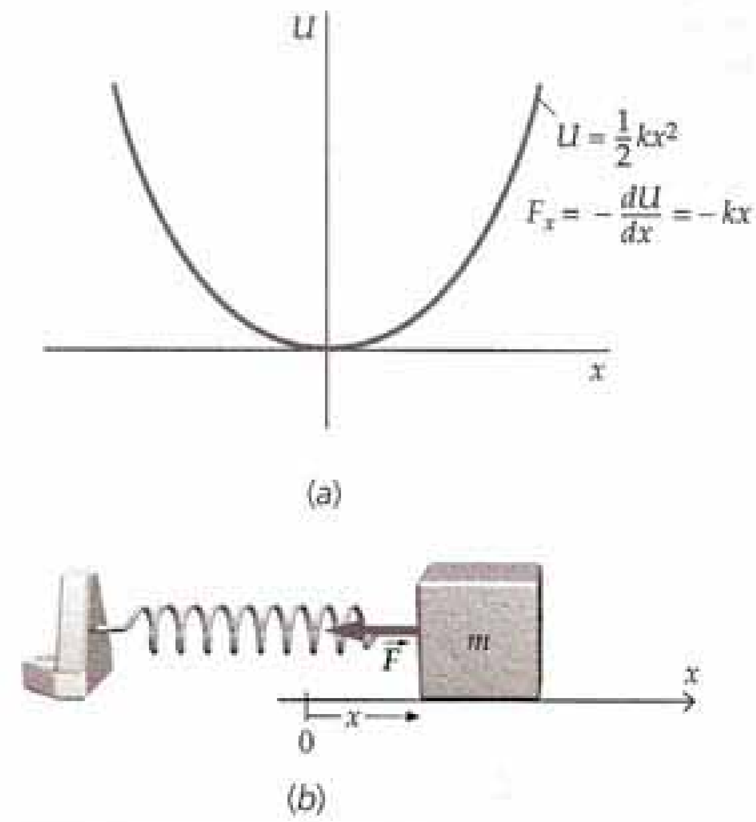


FIGURA 7-17 (*a*) Gráfico da energia potencial U *versus* x para um corpo preso a uma mola. Um mínimo da curva de energia potencial é um ponto de equilíbrio estável. Um deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força apontando para a posição de equilíbrio. (*b*) O corpo deslocado para a direita com a mola esticada.

> Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta à sua posição de equilíbrio.
>
> CONDIÇÃO PARA EQUILÍBRIO ESTÁVEL

> ! A função energia potencial é mínima em um ponto de equilíbrio estável.

A Figura 7-18 mostra uma curva de energia potencial com um máximo, em vez de um mínimo, no ponto $x = 0$. Esta curva pode representar a energia potencial de uma nave espacial no ponto entre a Terra e a Lua, onde a atração gravitacional da Terra sobre a nave é igual à atração gravitacional da Lua sobre a nave. (Estamos desprezando qualquer atração gravitacional do Sol.) Para esta curva, quando x é positivo, a inclinação é negativa e a força F_x é positiva, e quando x é negativo, a inclinação é positiva e a força F_x é negativa. Novamente, a força é orientada de forma a acelerar o bloco para uma região de energia potencial decrescente, mas agora a força aponta para além da posição de equilíbrio. O máximo em $x = 0$ da Figura 7-18 é um ponto de **equilíbrio instável**, porque um pequeno deslocamento resulta em uma força que acelera a partícula para fora de sua posição de equilíbrio.

> Em equilíbrio instável, um pequeno deslocamento resulta em uma força que acelera a partícula afastando-a de sua posição de equilíbrio.
>
> CONDIÇÃO PARA EQUILÍBRIO INSTÁVEL

A Figura 7-19 mostra uma curva de energia potencial que é plana na região próxima de $x = 0$. Nenhuma força atua sobre a partícula em $x = 0$ e, portanto, a partícula está

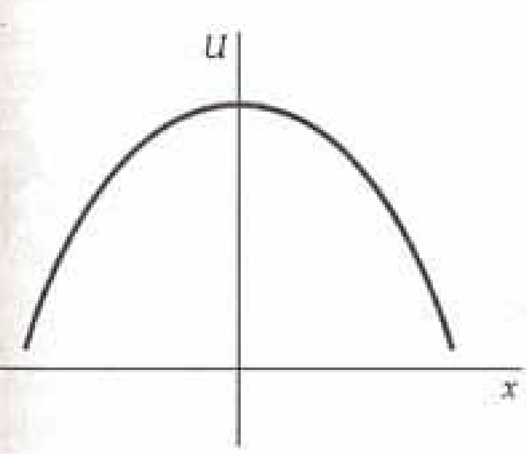


FIGURA 7-18 Uma partícula com a energia potencial como a mostrada no gráfico estará em equilíbrio instável em $x = 0$ porque um deslocamento de $x = 0$ resulta em uma força orientada para fora de sua posição de equilíbrio.

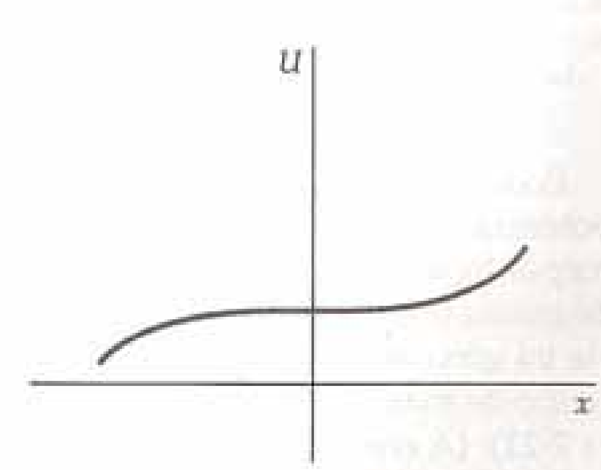


FIGURA 7-19 Equilíbrio indiferente. A força $F_x = -dU/dx$ é zero em $x = 0$ e nos pontos vizinhos, de forma que deslocamentos a partir de $x = 0$ não resultam em forças e o sistema permanece em equilíbrio.

* A derivada da Equação 7-13 é substituída pela derivada parcial em relação a x se o movimento não está restrito ao eixo x.

em equilíbrio; além disso, não haverá força resultante se a partícula for levemente deslocada em qualquer sentido. Este é um exemplo de **equilíbrio indiferente**.

Em equilíbrio indiferente, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força nula e a partícula continua em equilíbrio.

CONDIÇÃO PARA EQUILÍBRIO INDIFERENTE

Exemplo 7-9 Força e a Função Energia Potencial

Na região $-a < x < a$, a força sobre uma partícula é representada pela função energia potencial

$$U = -b\left(\frac{1}{a + x} + \frac{1}{a - x}\right)$$

onde a e b são constantes positivas. (*a*) Determine a força F_x na região $-a < x < a$. (*b*) Para qual valor de x a força é zero? (*c*) No ponto onde a força é zero, o equilíbrio é estável ou instável?

SITUAÇÃO A força é o negativo da derivada da função energia potencial. O equilíbrio é estável onde a função energia potencial é mínima e é instável onde a função energia potencial é máxima.

SOLUÇÃO

(*a*) Calcule $F_x = -dU/dx$.

$$F_x = -\frac{d}{dx}\left[-b\left(\frac{1}{(a+x)} + \frac{1}{(a-x)}\right)\right] = \boxed{-b\left(\frac{1}{(a+x)^2} - \frac{1}{(a-x)^2}\right)}$$

(*b*) Faça F_x igual a zero e determine x.

$F_x = 0$ em $\boxed{x = 0}$

(*c*) Calcule d^2U/dx^2. Se o valor é positivo na posição de equilíbrio, então U é um mínimo e o equilíbrio é estável. Se o valor é negativo, então U é um máximo e o equilíbrio é instável.

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -2b\left(\frac{1}{(a+x)^3} + \frac{1}{(a-x)^3}\right)$$

Em $x = 0$, $\dfrac{d^2U}{dx^2} = \dfrac{-4b}{a^3} < 0$

Assim, o equilíbrio é $\boxed{\text{instável}}$.

CHECAGEM Se U é expresso em joules e x e a são expressos em metros, então b deve ser expresso em joule · metros e F_x deve ser expresso em newtons. Nosso resultado da Parte (*a*) mostra que F_x tem as mesmas unidades do resultado da Parte (*c*) divididas por m². Isto é, nossa expressão para F_x tem as unidades de J · m/m² = J/m. Como 1 J = 1 N · m, nossa expressão para F_x tem o newton como unidade. Conseqüentemente, nosso resultado da Parte (*a*) está dimensionalmente correto e, portanto, é plausível.

INDO ALÉM A função energia potencial deste exemplo é para uma partícula sob a influência das forças gravitacionais exercidas por duas massas fixas idênticas, uma em $x = -a$ e a outra em $x = +a$. A partícula está localizada na linha que liga as massas. A meio caminho entre as duas massas, a força resultante sobre a partícula é zero. Nos outros casos, aponta para a massa mais próxima.

Podemos usar o fato de a posição de equilíbrio estável ser um mínimo de energia potencial para localizar experimentalmente o centro de massa. Por exemplo, dois corpos ligados por uma barra leve ficarão equilibrados se apoiados sobre o centro de massa (Figura 7-20). Se apoiamos o sistema sobre qualquer outro ponto (pivô), ele irá girar até que a energia potencial atinja um mínimo, o que ocorre quando o centro de massa está em sua posição mais baixa, diretamente abaixo do pivô (Figura 7-21). (A energia potencial gravitacional de um sistema é dada por $U_g = mgh_{cm}$ [Equação 7-3].)

Se suspendermos qualquer objeto irregular de um pivô, ele ficará suspenso com seu centro de massa localizado em algum ponto da linha vertical traçada diretamente do pivô para baixo. Suspendendo o objeto de um outro ponto, podemos observar por onde passa a nova linha vertical que contém o pivô. O centro de massa está localizado na interseção das duas linhas (Figura 7-22).

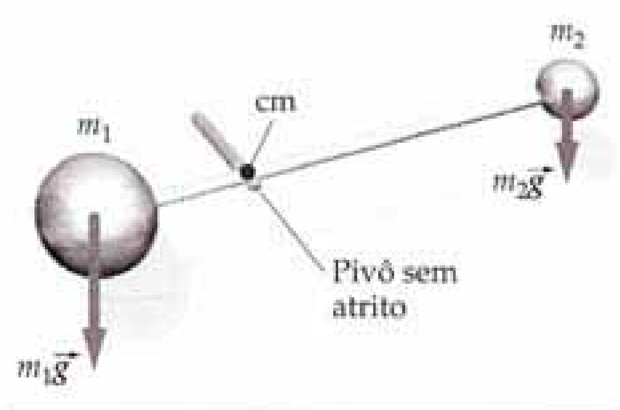


FIGURA 7-20

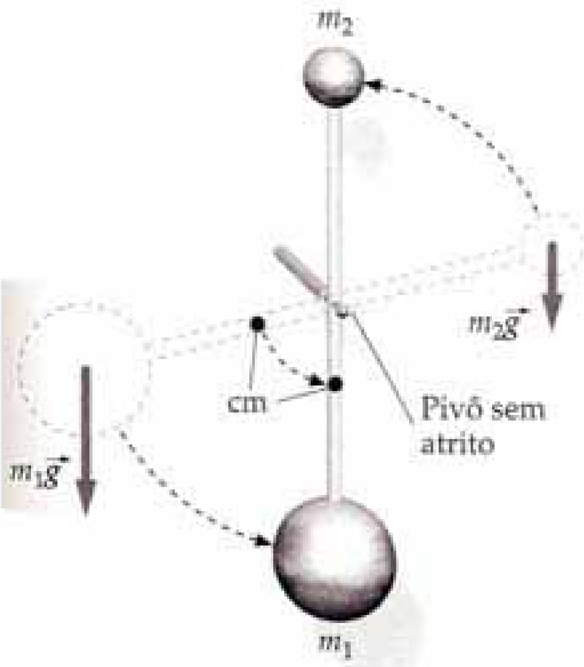


FIGURA 7-21

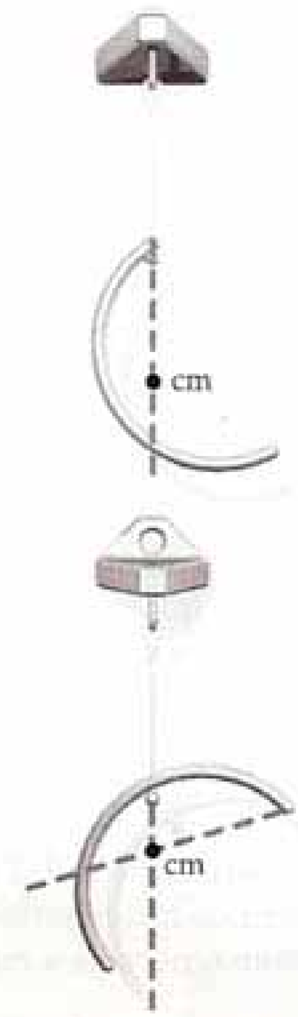


FIGURA 7-22 O centro de massa de um objeto irregular pode ser encontrado suspendendo-o primeiro de um ponto e depois de um segundo ponto.

Para um sistema cuja energia mecânica se mantém constante, gráficos com o traçado de ambas a energia potencial U e a energia mecânica E são muitas vezes úteis. Por exemplo, a Figura 7-23 é um traçado da função energia potencial

$$U = b\left(\frac{1}{a + x} + \frac{1}{a - x}\right)$$

que é o negativo da função energia potencial usada no Exemplo 7-9. A Figura 7-23 mostra os traçados desta função energia potencial e da energia mecânica total E. A energia cinética K, para um dado valor de x, é representada pela distância entre a linha da energia mecânica total e a curva da energia potencial, porque $K = E - U$.

7-3 A CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

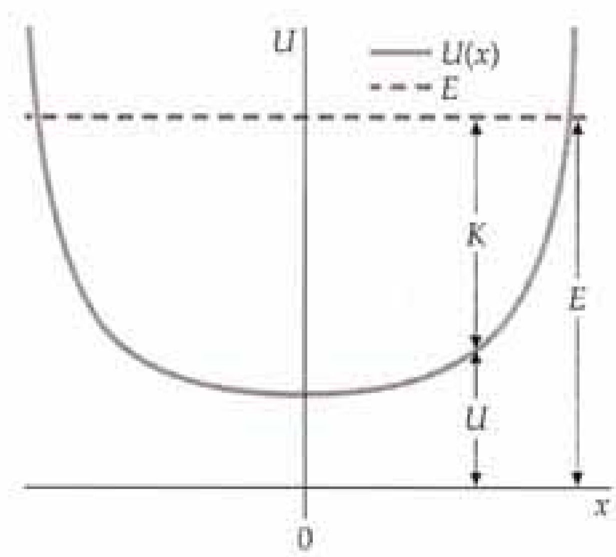


FIGURA 7-23 A energia potencial U e a energia mecânica total E plotadas *versus* x. A soma da energia cinética K com a energia potencial é igual à energia mecânica total. Isto é, $K = E - U$.

No mundo macroscópico, forças não-conservativas dissipativas, como o atrito cinético, estão sempre presentes de alguma forma. Essas forças tendem a diminuir a energia mecânica de um sistema. No entanto, qualquer diminuição de energia mecânica deste tipo é acompanhada por um aumento correspondente de energia térmica. (Uma fortíssima freada de automóvel às vezes provoca um aumento da temperatura que pode fazer com que os tambores de freio empenem.) Outro tipo de força não-conservativa é aquela envolvida na deformação de objetos. Quando você fica dobrando e desdobrando um cabide metálico por algum tempo, você realiza trabalho sobre ele, mas este trabalho não aparece como energia mecânica. O que ocorre é que o cabide aquece. O trabalho realizado para deformar o cabide é dissipado como energia térmica. Da mesma forma, quando uma bola de massa de modelar cai no chão, ela se esquenta ao se deformar. A energia cinética dissipada aparece como energia térmica. Para o sistema massa de modelar–chão–Terra, a energia total é a soma da energia térmica com a energia mecânica. A energia total do sistema é conservada mesmo que não sejam conservadas, individualmente, nem a energia mecânica total, nem a energia térmica total.

Um terceiro tipo de força não-conservativa é associada com reações químicas. Quando incluímos sistemas nos quais ocorrem reações químicas, a soma da energia mecânica com a energia térmica não é conservada. Por exemplo, suponha que você comece a correr a partir do repouso. No início, você não tem energia cinética. Quando você começa a correr, a energia química armazenada em algumas moléculas de seus músculos é transformada em energia cinética e em energia térmica. É possível identificar e medir a energia química que é transformada em energia cinética e em energia térmica. Neste caso, a soma da energia mecânica com a energia térmica e a energia química é conservada.

Mesmo quando a energia térmica e a energia química estão incluídas, a energia total do sistema nem sempre permanece constante, porque energia pode ser convertida em energia de radiação, como ondas sonoras e ondas eletromagnéticas. Mas *o acréscimo ou o decréscimo da energia total de um sistema pode sempre ser contabilizado pelo* *desaparecimento ou pelo aparecimento de energia fora do sistema*. Este resultado experimental, conhecido como a **lei de conservação da energia**, é uma das mais importantes leis de toda a ciência. Sejam E_{sis} a energia total de um determinado sistema, E_{entra} a energia que entra no sistema e E_{sai} a energia que sai do sistema. A lei de conservação da energia afirma, então, que

$$E_{entra} - E_{sai} = \Delta E_{sis} \qquad 7\text{-}14$$

LEI DE CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

Alternativamente,

> A energia total do universo é constante. Energia pode ser convertida de uma forma para outra, ou transferida de uma região para outra, mas energia nunca pode ser criada nem destruída.
>
> LEI DE CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

A energia total E de muitos sistemas do dia-a-dia pode ser contabilizada completamente pela energia mecânica E_{mec}, pela energia térmica $E_{térm}$ e pela energia química $E_{quím}$. Para sermos abrangentes e incluirmos outras possíveis formas de energia, tais como a eletromagnética e a nuclear, incluímos E_{outras}, e escrevemos

$$E_{sis} = E_{mec} + E_{térm} + E_{quím} + E_{outras} \qquad 7\text{-}15$$

O TEOREMA DO TRABALHO–ENERGIA

Uma maneira de transferir energia para dentro ou para fora de um sistema é através da realização de trabalho sobre o sistema por agentes externos. Em situações em que este é o único modo de transferência de energia para ou do sistema, a lei de conservação da energia é expressa como:

$$W_{ext} = \Delta E_{sis} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím} + \Delta E_{outras} \qquad 7\text{-}16$$

TEOREMA DO TRABALHO–ENERGIA

onde W_{ext} é o trabalho realizado sobre o sistema por forças externas e ΔE_{sis} é a variação da energia total do sistema. Este **teorema do trabalho–energia** para sistemas, ou simplesmente teorema do trabalho–energia, é uma poderosa ferramenta para estudar uma grande variedade de sistemas. Note que, se o sistema é apenas uma única partícula, sua energia pode ser apenas cinética. Neste caso, o teorema do trabalho–energia (Equação 7-16) reduz-se ao teorema do trabalho–energia cinética (Equação 6-8) estudado no Capítulo 6.

Há dois métodos para transferir energia para ou de um sistema. O segundo método é chamado de calor. Calor é a transferência de energia devida a uma diferença de temperatura. Trocas de energia devidas a uma diferença de temperatura entre um sistema e seus vizinhos são discutidas no Capítulo 18. Neste capítulo, a transferência de energia por calor é suposta desprezível.

Exemplo 7-10 Bola Caindo *Conceitual*

Uma bola de massa de modelar, de massa m, é largada do repouso de uma altura h e cai sobre um piso perfeitamente rígido. Discuta a aplicação da lei de conservação da energia para (*a*) o sistema constituído unicamente pela bola de massa de modelar e (*b*) o sistema constituído pela Terra, pelo piso e pela bola.

SITUAÇÃO Duas forças atuam sobre a bola, após ela ter sido largada: a força da gravidade e a força de contato com o piso. Como o piso não se move (ele é rígido), a força de contato que ele exerce sobre a bola de massa de modelar não realiza trabalho. Não existem variações de energia química, ou de outras formas de energia, de modo que desprezamos $\Delta E_{quím}$ e ΔE_{outras}. (Desprezamos a energia sonora irradiada quando a bola de massa de modelar atinge o piso.) Então, a única energia transferida para ou da bola é o trabalho realizado pela força da gravidade.

SOLUÇÃO

(*a*) 1. Escreva o teorema do trabalho–energia para a bola de massa de modelar:

$W_{ext} = \Delta E_{sis} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím} + \Delta E_{outras}$

$W_{ext} = \Delta E_{sis} = \Delta E_{mec} + E_{térm}$

2. As duas forças externas sobre o sistema (a bola) são a força da gravidade e a força normal exercida pelo piso sobre a bola. No entanto, a parte da bola em contato com o piso não se move, de forma que a força normal sobre a bola não realiza trabalho. Assim, o único trabalho realizado sobre a bola é o da força da gravidade:

$W_{ext} = mgh$

3. Como a bola é todo o nosso sistema, sua energia mecânica é inteiramente cinética, que é zero no início e no final. Assim, a variação da energia mecânica é zero:

$\Delta E_{mec} = 0$

4. Substitua W_{ext} por mgh e ΔE_{mec} por 0 no passo 1:

$W_{ext} = \Delta E_{mec} + E_{térm}$

$mgh = 0 + \Delta E_{térm}$

logo $\boxed{\Delta E_{térm} = mgh}$

Nota: Se o piso não fosse perfeitamente rígido, o aumento da energia térmica seria partilhado entre a bola e o piso.

(*b*) 1. Não há forças externas atuando sobre o sistema bola de massa de modelar–Terra–piso (a força da gravidade e a força do piso são, agora, internas ao sistema) e, portanto, não há trabalho externo realizado:

$W_{ext} = 0$

2. Escreva o teorema do trabalho–energia com $W_{ext} = 0$:

$W_{ext} = \Delta E_{sis} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm}$

$0 = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm}$

3. A energia mecânica inicial do sistema bola–Terra é a energia potencial gravitacional inicial. A energia mecânica final é zero:

$E_{mec\,i} = mgh$

$E_{mec\,f} = 0$

4. A variação da energia mecânica do sistema bola–Terra é, portanto:

$\Delta E_{mec} = 0 - mgh = -mgh$

5. O teorema do trabalho–energia nos dá, portanto, o mesmo resultado da Parte (*a*):

$\Delta E_{térm} = \boxed{-\Delta E_{mec} = mgh}$

CHECAGEM Os resultados das Partes (*a*) e (*b*) são o mesmo — que a energia térmica do sistema aumenta de mgh. Isto é esperado.

INDO ALÉM Na Parte (*a*), a energia é transferida para a bola pelo trabalho realizado sobre ela pela força da gravidade. Esta energia aparece como energia cinética da bola antes de seu impacto com o piso e como energia térmica após o impacto. A bola aquece levemente e a energia acaba sendo transferida para o ambiente. Na Parte (*b*), nenhuma energia é transferida ao sistema bola-Terra-piso. A energia potencial original do sistema é convertida em energia cinética da bola justo antes de ela atingir o piso, e depois em energia térmica.

PROBLEMAS QUE ENVOLVEM ATRITO CINÉTICO

Quando superfícies deslizam umas sobre as outras, o atrito cinético diminui a energia mecânica do sistema e aumenta a energia térmica. Considere um bloco que parte com rapidez inicial v_i e desliza sobre uma prancha que está sobre uma superfície sem atrito (Figura 7-24). A prancha está inicialmente em repouso. Escolhemos o bloco e a prancha como o nosso sistema, e $\Delta E_{quím} = \Delta E_{outras} = 0$. Não existe trabalho externo realizado sobre o sistema. Pelo teorema do trabalho–energia,

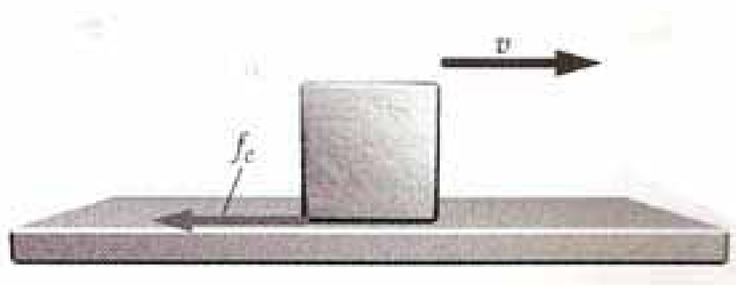


FIGURA 7-24

$$0 = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} \qquad 7\text{-}17$$

A variação da energia mecânica é dada por

$$\Delta E_{mec} = \Delta K_{bloco} + \Delta K_{prancha} = (\tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2) + (\tfrac{1}{2}MV_f^2 - 0) \qquad 7\text{-}18$$

onde m é a massa do bloco, M é a massa da prancha, v é a rapidez do bloco e V é a rapidez da prancha. Podemos relacionar esta variação da energia mecânica com a força de atrito cinético. Se f_c é a magnitude da força de atrito tanto sobre o bloco quanto sobre a prancha, a segunda lei de Newton aplicada ao bloco fornece

$$-f_c = ma_x$$

onde a_x é a aceleração do bloco. Multiplicando os dois lados pelo deslocamento Δx do bloco, obtemos

$$-f_c \Delta x = ma\Delta x \qquad 7\text{-}19$$

Extraindo $a_x\Delta x$ da fórmula para aceleração constante $2a_x\Delta x = v_f^2 - v_i^2$ e substituindo na Equação 7-19, fica

$$-f_c \Delta x = ma_x \Delta x = m(\tfrac{1}{2}v_f^2 - \tfrac{1}{2}v_i^2) = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2 \qquad 7\text{-}20$$

A Equação 7-20 nada mais é do que a relação trabalho no centro de massa–energia cinética de translação (Equação 6-27) aplicada ao bloco. Aplicando esta mesma relação à prancha, temos

$$f_c\Delta X = MA_X \Delta X = M(\tfrac{1}{2}V_f^2 - \tfrac{1}{2}V_i^2) = \tfrac{1}{2}MV_f^2 - 0 \qquad 7\text{-}21$$

onde ΔX e A_x são o deslocamento e a aceleração da prancha. A soma das Equações 7-20 e 7-21 dá

$$-f_c(\Delta x - \Delta X) = (\tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2) + \tfrac{1}{2}MV_f^2 \qquad 7\text{-}22$$

Notamos que $\Delta x - \Delta X$ é a distância s_{rel} que o bloco desliza em relação à prancha, e que o lado direito da Equação 7-22 é a variação da energia mecânica ΔE_{mec} do sistema bloco–prancha. Substituindo na Equação 7-22, tem-se

$$-f_c s_{rel} = \Delta E_{mec} \qquad 7\text{-}23$$

A diminuição da energia mecânica do sistema bloco–prancha é acompanhada pelo correspondente aumento da energia térmica do sistema. Esta energia térmica aparece tanto na superfície de baixo do bloco quanto na superfície de cima da prancha. Substituindo ΔE_{mec} por $-\Delta E_{térm}$, obtemos

$$f_c s_{rel} = \Delta E_{térm} \qquad 7\text{-}24$$

ENERGIA DISSIPADA PELO ATRITO CINÉTICO

onde s_{rel} é a distância que uma das superfícies de contato desliza em relação à outra superfície de contato. Como a distância s_{rel} é a mesma em todos os sistemas de referência, a Equação 7-24 é válida em todos os sistemas de referência, independentemente de serem referenciais inerciais ou não.

Substituindo este resultado no teorema do trabalho–energia (com $\Delta E_{quím} = \Delta E_{outras} = 0$), obtemos

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} = \Delta E_{mec} + f_c s_{rel} \qquad 7\text{-}25$$

TEOREMA DO TRABALHO–ENERGIA COM ATRITO

Exemplo 7-11 Empurrando uma Caixa

Uma caixa de 4,0 kg está inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal. Você empurra a caixa por uma distância de 3,0 m ao longo da mesa, com uma força horizontal de 25 N. O coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a mesa é 0,35. Determine (*a*) o trabalho externo realizado sobre o sistema bloco–mesa, (*b*) a energia dissipada pelo atrito, (*c*) a energia cinética final da caixa e (*d*) a rapidez final da caixa.

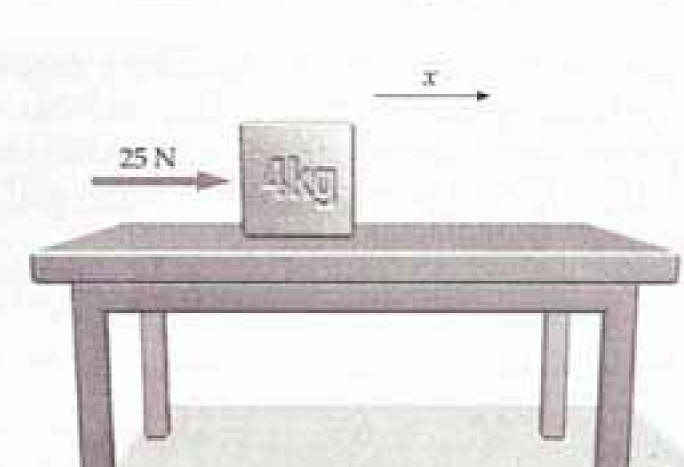


FIGURA 7-25

SITUAÇÃO O sistema é a caixa mais a mesa (Figura 7-25). Você é externo ao sistema e, portanto, a força com que você empurra a caixa é uma força externa. A rapidez final da caixa é determinada de sua energia cinética, que encontramos usando o teorema do trabalho–energia com $\Delta E_{quím} = 0$ e $\Delta E_{térm} = f_c s_{rel}$. A energia do sistema é aumentada pelo trabalho externo. Parte do aumento de energia é energia cinética e a outra parte é energia térmica.

SOLUÇÃO

(*a*) Quatro forças externas estão atuando sobre o sistema. No entanto, apenas uma delas realiza trabalho. O trabalho externo total realizado é o produto da força que empurra a caixa pela distância percorrida:

$$\begin{aligned}\Sigma W_{ext} &= W_{\text{por você sobre o bloco}} + W_{\text{pela gravidade sobre o bloco}} + \\ &\quad + W_{\text{pela gravidade sobre a mesa}} + W_{\text{pelo piso sobre a mesa}} \\ &= F_{emp}\,\Delta x + 0 + 0 + 0 = (25\text{ N})(3{,}0\text{ m}) \\ &= \boxed{75\text{ J}}\end{aligned}$$

(*b*) A energia dissipada pelo atrito é $f_c\,\Delta x$ (a magnitude da força normal é igual a mg):

$$\begin{aligned}\Delta E_{térm} &= f_c\Delta x = \mu_c F_n\,\Delta x = \mu_c mg\,\Delta x \\ &= (0{,}35)(4{,}0\text{ kg})(9{,}81\text{ N/kg})(3{,}0\text{ m}) \\ &= \boxed{41\text{ J}}\end{aligned}$$

(*c*) 1. Aplique o teorema do trabalho–energia para encontrar a energia cinética final:

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm}$$

2. Não existe trabalho de força não-conservativa interna e, portanto, a variação da energia potencial ΔU é zero. Assim, a variação da energia mecânica é igual à variação da energia cinética:

$$\Delta E_{mec} = \Delta U + \Delta K = 0 + (K_f - 0) = K_f$$

3. Substitua isto no resultado do passo 1 e então use os valores das Partes (*a*) e (*b*) para encontrar K_f:

$$W_{ext} = K_f + \Delta E_{térm}$$

logo $K_f = W_{ext} - \Delta E_{térm}$

$$= 75\text{ J} - 41\text{ J} = \boxed{34\text{ J}}$$

(*d*) A rapidez final da caixa está relacionada à sua energia cinética. Explicite a rapidez final:

$$K_f = \tfrac{1}{2}mv_f^2$$

logo $v_f = \sqrt{\dfrac{2K_f}{m}} = \sqrt{\dfrac{2(34\text{ J})}{4{,}0\text{ kg}}} = \boxed{4{,}1\text{ m/s}}$

CHECAGEM Parte da energia transferida ao sistema por quem empurra (você) termina como energia cinética e parte da energia termina como energia térmica. Como esperado, a variação da energia térmica (Parte (*b*)) é positiva e menor do que o trabalho realizado pela força externa (Parte (*a*)).

Exemplo 7-12 Um Trenó em Movimento

Tente Você Mesmo

Um trenó está deslizando sobre uma superfície horizontal coberta de neve, com uma rapidez inicial de 4,0 km/s. Se o coeficiente de atrito cinético entre o trenó e a neve é 0,14, que distância o trenó percorrerá até parar?

SITUAÇÃO Escolhemos o trenó e a neve como nosso sistema, e aplicamos o teorema do trabalho–energia.

FIGURA 7-26

SOLUÇÃO

Cubra a coluna da direita e tente por si só antes de olhar as respostas.

Passos	Respostas
1. Esboce o sistema em suas configurações inicial e final (Figura 7-26).	
2. Aplique o teorema do trabalho–energia. Relacione a variação de energia térmica com a força de atrito.	$W_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} = (\Delta U + \Delta K) + f_c s_{rel}$
3. Determine f_c. A força normal é igual a mg.	$f_c = \mu_c F_n = \mu_c mg$
4. Não há forças externas realizando trabalho sobre o sistema, nem forças internas conservativas realizando trabalho. Use estas observações para eliminar dois termos no resultado do passo 2.	$W_{ext} = 0$ e $\Delta U = 0$ logo $W_{ext} = \Delta U + \Delta K + f_c s_{rel}$ $0 = 0 + \Delta K + \mu_c mg s_{rel}$
5. Expresse a variação da energia cinética em termos da massa e da rapidez inicial, e explicite s_{rel}.	$s_{rel} = \dfrac{v^2}{2\mu_c g} = \boxed{5{,}8\text{ m}}$

CHECAGEM A expressão para a variação da energia cinética no passo 5 está dimensionalmente correta. O coeficiente de atrito μ_c é adimensional e v^2/g tem a dimensão de comprimento.

Exemplo 7-13 Um Escorregador

Uma criança de 40 kg de massa desce por um escorregador de 8,0 m de comprimento, inclinado de 30° com a horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre a criança e o escorregador é 0,35. Se a criança parte do repouso do topo do escorregador, qual sua rapidez ao chegar à base?

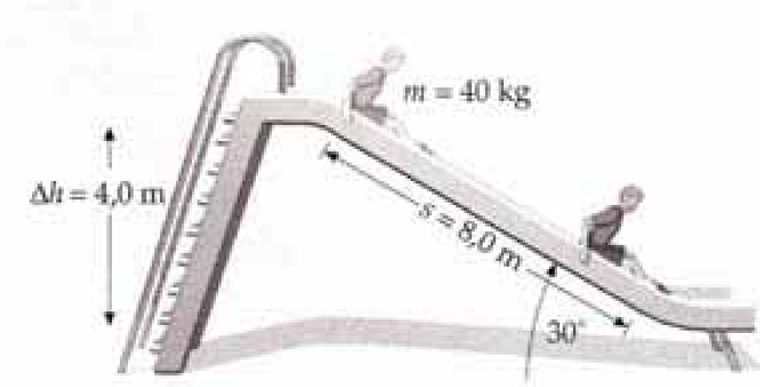


FIGURA 7-27

SITUAÇÃO Enquanto a criança escorrega, parte de sua energia potencial é convertida em energia cinética e, devido ao atrito, parte é convertida em energia térmica. Escolhemos o conjunto criança–escorregador–Terra como nosso sistema e aplicamos o teorema de conservação da energia.

SOLUÇÃO

1. Faça um esboço do sistema criança–escorregador–Terra, mostrando as configurações inicial e final (Figura 7-27).
2. Escreva a equação de conservação da energia: $W_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} = (\Delta U + \Delta K) + f_c s_{rel}$
3. A energia cinética inicial é zero. A rapidez na base é relacionada à energia cinética final: $\Delta K = K_f - 0 = \frac{1}{2}mv_f^2$
4. Não há forças externas atuando sobre o sistema: $W_{ext} = 0$
5. A variação da energia potencial está relacionada com a variação de altura Δh (que é negativa): $\Delta U = mg\,\Delta h$
6. Para encontrar f_c, aplicamos a segunda lei de Newton à criança. Primeiro, desenhamos um diagrama de corpo livre (Figura 7-28):

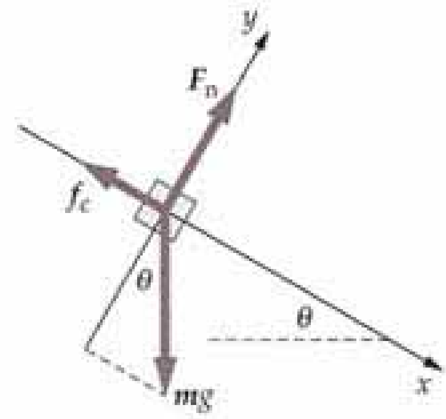


FIGURA 7-28

7. Depois, aplicamos a segunda lei de Newton. A componente normal da aceleração é zero. Para encontrar F_n, tomamos as componentes na direção normal. Depois, determinamos f_c usando $f_c = \mu_c F_n$: $F_n - mg\cos\theta = 0$
   logo $f_c = \mu_c F_n = \mu_c mg\cos\theta$
8. Usamos trigonometria para relacionar $s = s_{rel}$ a Δh: $|\Delta h| = s\,\mathrm{sen}\,\theta$
9. Substituindo no passo 2, temos: $0 = mg\,\Delta h + \frac{1}{2}mv_f^2 + f_c s = -mgs\,\mathrm{sen}\,\theta + \frac{1}{2}mv_f^2 + \mu_c mg\cos\theta s$
10. Explicitando v_f, temos: $v_f^2 = 2gs(\mathrm{sen}\,\theta - \mu_c\cos\theta) = 2(9{,}81\ \mathrm{m/s^2})(8{,}0\ \mathrm{m})(\mathrm{sen}\,30° - 0{,}35\cos 30°)$
    $= 30{,}9\ \mathrm{m^2/s^2}$
    logo $v_f = \boxed{5{,}6\ \mathrm{m/s}}$

CHECAGEM Note que, como esperado, a expressão para v_f^2 no passo 10 é independente da massa da criança. Isto é esperado, pois todas as forças atuando sobre a criança são proporcionais à massa m.

PROBLEMA PRÁTICO 7-8 Use a base do escorregador como nível de referência, onde a energia potencial é zero. Para o sistema Terra–criança–escorregador, calcule (*a*) a energia mecânica inicial, (*b*) a energia mecânica final e (*c*) a energia dissipada pelo atrito.

Exemplo 7-14 Dois Blocos e uma Mola

Um bloco de 4,0 kg está pendurado, através de um fio leve que passa por uma polia sem massa e sem atrito, a um bloco de 6,0 kg que está sobre uma prateleira. O coeficiente de atrito cinético é 0,20. O bloco de 6,0 kg é empurrado contra uma mola, comprimindo-a de 30 cm. A mola tem uma constante de força de 180 N/m. Determine a rapidez dos blocos depois que o bloco de 6,0 kg tiver sido largado e o bloco de 4,0 kg tiver descido uma distância de 40 cm. (Suponha o bloco de 6,0 kg inicialmente a pelo menos 40 cm da polia.)

SITUAÇÃO A rapidez dos blocos é obtida de sua energia cinética final. Considere como sistema tudo o que está mostrado na Figura 7-29 mais a Terra. Este sistema tem energia potencial gravitacional e elástica. Aplique o teorema do trabalho–energia para encontrar a energia cinética dos blocos. Então, use a energia cinética dos blocos para obter sua rapidez.

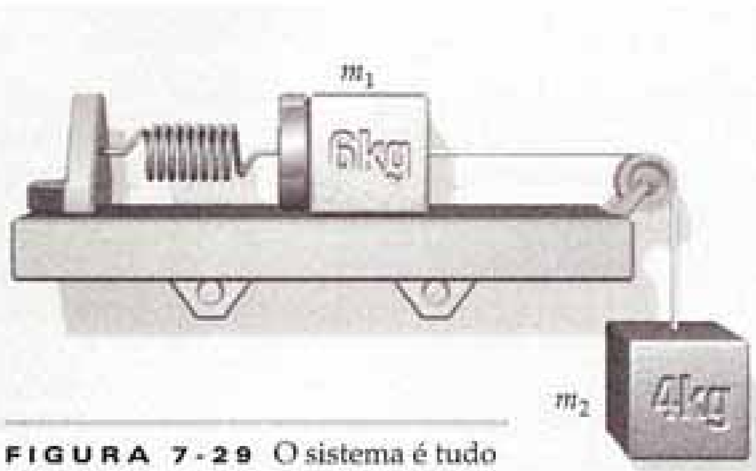


FIGURA 7-29 O sistema é tudo o que está mostrado mais a Terra.

SOLUÇÃO

1. O sistema é tudo o que é mostrado mais a Terra. Escreva a equação de conservação da energia para o sistema.

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} = (\Delta U_m + \Delta U_g + \Delta K) + f_c s_{rel}$$

2. Faça um esboço do sistema (Figura 7-30) nas configurações inicial e final:

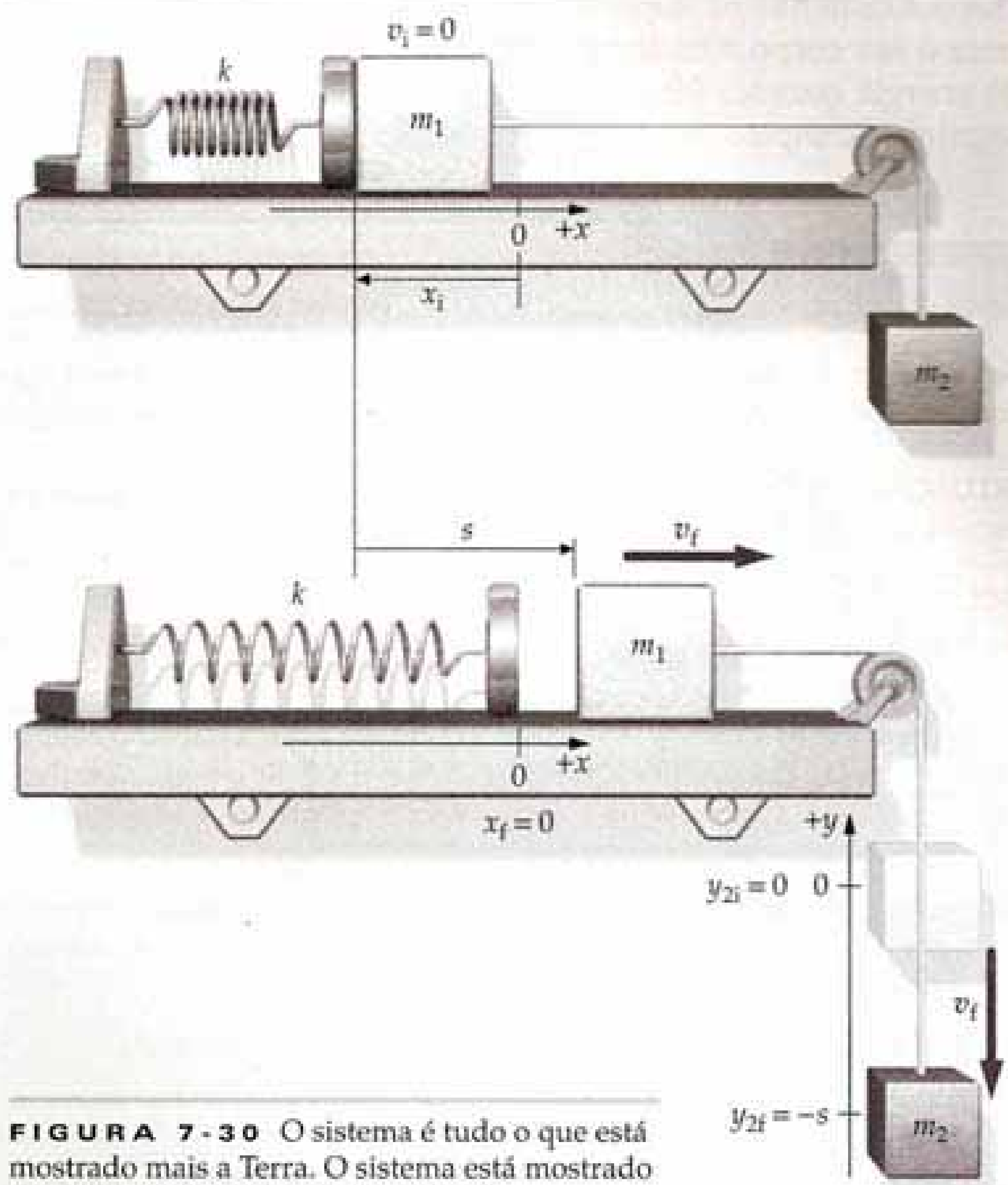


FIGURA 7-30 O sistema é tudo o que está mostrado mais a Terra. O sistema está mostrado em suas configurações inicial e final.

3. Não há forças externas sobre o sistema.

$$W_{ext} = 0$$

4. A energia potencial da mola U_m depende de sua constante de força k e de sua distensão x. (Se a mola está comprimida, x é negativo.) A energia potencial gravitacional depende da altura do bloco 2:

$$U_m = \tfrac{1}{2}kx^2$$
$$U_m = mgy_2$$

5. Faça uma tabela dos termos da energia mecânica, inicialmente quando a mola está comprimida de 30 cm, e no final, quando cada bloco terá se movido de uma distância s = 40 cm e a mola estará frouxa. Faça com que a energia potencial gravitacional da configuração inicial seja igual a zero. Também, escreva a diferença (final menos inicial) dessas expressões.

	Final	Inicial	Diferença
U_m	0	$\frac{1}{2}kx_i^2$	$-\frac{1}{2}kx_i^2$
U_g	$-m_2gs$	0	$-m_2gs$
K	$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2$	0	$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2$

6. Determine uma expressão para f_c que inclua μ_c.

$$f_c = \mu_c m_1 g$$

7. Substitua os resultados dos passos 3–6 no resultado do passo 1.

$$0 = -\tfrac{1}{2}kx_i^2 - m_2gs + \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 + \mu_c m_1 gs$$

8. Resolva o resultado do passo 7 para encontrar v_f^2 e substitua os valores numéricos para determinar v_f:

$$v_f^2 = \frac{kx_i^2 + 2(m_2 - \mu_c m_1)gs}{m_1 + m_2}$$

logo $v_f = \boxed{2{,}0\ \text{m/s}}$

CHECAGEM Se $m_2 = \mu_c = 0$, então a rapidez final não depende nem de g e nem de μ_c (veja o passo 8). Isto é esperado, pois m_2g é a força gravitacional sobre m_2 que puxa o sistema e $\mu_c m_1 g$ é a força de atrito sobre m_1 que se opõe ao movimento. Se estas duas forças somam zero, os efeitos da gravidade e do atrito não afetam a rapidez final.

INDO ALÉM Esta solução supõe que o fio permanece sempre tenso, o que é verdade se a aceleração do bloco 1 permanece menor do que g, isto é, se a força resultante sobre o bloco 1 é menor do que m_1g = (6,0 kg)(9,81 N/kg) = 59 N. A força exercida pela mola sobre o bloco 1 tem, inicialmente, a magnitude kx_i = (180 N/m)(0,30 m) = 54 N e a força de atrito tem a magnitude $f_c = \mu_c m_1 g$ = 0,20(59 N) = 12 N. Estas forças combinam para produzir uma força resultante de 42 N apontando para a direita. Como a força da mola diminui à medida que o bloco 1 se desloca após ser largado, a aceleração do bloco de 6,0 kg nunca excederá g e o fio permanecerá tenso.

PROBLEMAS QUE ENVOLVEM ENERGIA QUÍMICA

Às vezes, a energia química interna de um sistema é convertida em energia mecânica e em energia térmica sem que haja trabalho sendo realizado sobre o sistema por forças externas. Por exemplo, no início desta seção descrevemos as conversões de energia que ocorrem quando você começa a correr. Para se mover para a frente, você empurra o chão para trás e o chão o empurra para a frente com uma força de atrito estático. Esta força o acelera, mas ela não trabalha porque o deslocamento do ponto de aplicação da força é zero (supondo que seus sapatos não deslizem sobre o chão). Como não há trabalho realizado, não existe transferência de energia do chão para o seu corpo. O aumento da energia cinética do seu corpo vem da conversão de energia química interna proveniente do alimento que você comeu. Considere o seguinte exemplo.

Exemplo 7-15 Subindo Escadas — Conceitual

Sua massa é m e você sobe, correndo, um lance de escada de altura h. Discuta a aplicação da conservação da energia do sistema constituído unicamente por você próprio.

SITUAÇÃO Há duas forças atuando sobre você: a força da gravidade e a força dos degraus da escada sobre seus pés. Aplique o teorema do trabalho–energia ao sistema (você).

SOLUÇÃO

1. Você é o sistema. Escreva o teorema do trabalho–energia (Equação 7-16) para este sistema: $W_{ext} = \Delta E_{sis} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím}$
2. Há duas forças externas, a força gravitacional da Terra sobre você e a força de contato dos degraus sobre seus pés. A força da gravidade realiza trabalho negativo, porque a componente de seu deslocamento na direção da força é $-h$, o que é negativo. A força dos degraus não realiza trabalho, porque os pontos de aplicação, os solados de seus calçados, não se movem enquanto esta força é aplicada: $W_{ext} = -mgh$
3. Você é todo o sistema. Como sua configuração não varia (você continua de pé), qualquer variação de sua energia mecânica é toda ela uma variação de sua energia cinética, que é a mesma no início e no final: $\Delta E_{mec} = 0$
4. Substitua estes resultados no teorema do trabalho–energia: $W_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím} + \Delta E_{outras}$
   logo $-mgh = 0 + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím} + 0$
   ou $\Delta E_{quím} = -(mgh + \Delta E_{térm})$

CHECAGEM É de se esperar que sua energia química diminua. De acordo com o resultado do passo 4, a variação da energia química é negativa, como devia ser.

INDO ALÉM Se não houvesse variação de energia térmica, então sua energia química diminuiria de mgh. Como o corpo humano é relativamente ineficiente, o aumento de energia térmica será consideravelmente maior do que mgh. A diminuição da energia química armazenada é igual a mgh mais alguma energia térmica. Toda energia térmica acabará por ser transferida de seu corpo para o ambiente.

CHECAGEM CONCEITUAL 7-1

Discuta a conservação da energia para o sistema constituído por você e pela Terra.

Exemplo 7-16 Subindo a Ladeira

Você sobe uma ladeira inclinada de 10,0 por cento, com a rapidez constante de 100 km/h (= 27,8 m/s = 62,2 mi/h), dirigindo um automóvel de 1000 kg movido a gasolina (Figura 7-31). (Uma inclinação de 10,0 por cento significa que a estrada se eleva de 1,00 m para cada 10,0 m de distância horizontal — isto é, o ângulo de inclinação θ é tal que $\tan\theta = 0{,}100$.) (*a*) Se a eficiência é de 15,0 por cento, qual é a taxa de variação da energia química do sistema carro–Terra–atmosfera? (A eficiência é a fração da energia química consumida que aparece como energia mecânica.) (*b*) Qual é a taxa de produção de energia térmica?

SITUAÇÃO Parte da energia química serve para aumentar a energia potencial do carro enquanto ele sobe a ladeira, e parte serve para aumentar a energia térmica, a maior parte da qual é expelida pela exaustão do carro. Para resolver este problema, consideramos um sistema constituído de carro, ladeira, atmosfera e Terra. Precisamos, primeiro, encontrar a taxa de perda da energia química. Depois, aplicamos o teorema do trabalho–energia para determinar a taxa com que é gerada a energia térmica.

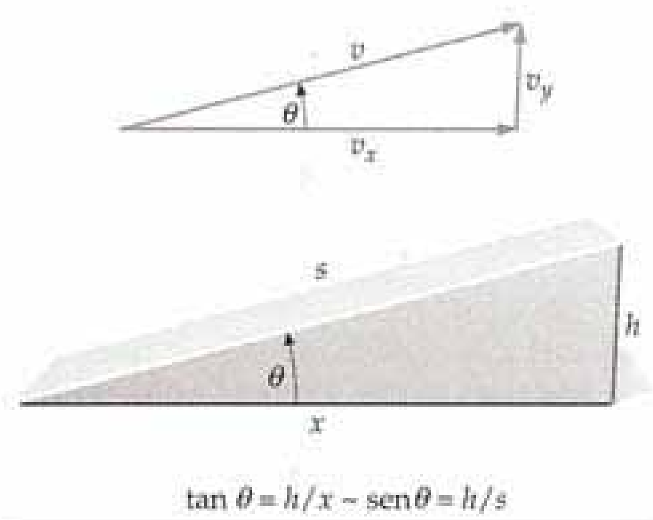


FIGURA 7-31

SOLUÇÃO

(*a*) 1. A taxa de perda da energia química é igual ao valor absoluto da variação da energia química por unidade de tempo:

$$\text{Taxa de perda de energia química} = \frac{|\Delta E_{\text{quím}}|}{\Delta t}$$

2. O aumento da energia mecânica é igual a 15,0 por cento da diminuição da energia química:

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0{,}150|\Delta E_{\text{quím}}|$$

3. Determine a taxa de perda da energia química:

$$\frac{|\Delta E_{\text{quím}}|}{\Delta t} = \frac{1}{0{,}150}\frac{\Delta E_{\text{mec}}}{\Delta t}$$

4. O carro se move com rapidez constante, de forma que $\Delta K = 0$ e $\Delta E_{\text{mec}} = \Delta U$. Relacione a variação da energia mecânica com a variação de altura Δh e substitua no resultado do passo 3. (A energia química está diminuindo.):

$$\Delta E_{\text{mec}} = mg\,\Delta h$$

$$\text{logo}\quad \frac{\Delta E_{\text{quím}}}{\Delta t} = -\frac{1}{0{,}150}\frac{mg\,\Delta h}{\Delta t}$$

5. Converta as variações para derivadas temporais. Isto é, tome o limite dos dois lados quando Δt vai a zero:

$$\frac{dE_{\text{quím}}}{dt} = -\frac{1}{0{,}150}\frac{mgdh}{dt}$$

6. A taxa de variação de h é igual a v_y, que está relacionado com a rapidez v, como mostrado na Figura 7-31:

$$\frac{dh}{dt} = v_y = v\,\text{sen}\,\theta$$

7. Podemos aproximar sen θ por tan θ, porque o ângulo é pequeno:

$$\text{sen}\,\theta \approx \tan\theta = 0{,}100$$

8. Calcule a taxa de perda da energia química:

$$\frac{dE_{\text{quím}}}{dt} = -\frac{mg}{0{,}15}v\,\text{sen}\,\theta \approx -\frac{(1000\text{ kg})(9{,}81\text{ N/kg})}{0{,}15}(27{,}8\text{ m/s})0{,}100$$

$$\approx -182\text{ kW}$$

$$\therefore\ -\frac{dE_{\text{quím}}}{dt} \approx \boxed{182\text{ kW}}$$

(*b*) 1. Escreva a relação trabalho–energia:

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}} + \Delta E_{\text{quím}}$$

2. Faça W_{ext} igual a zero, divida os dois lados por Δt, converta para derivadas e calcule $dE_{\text{térm}}/dt$:

$$0 = \frac{dE_{\text{mec}}}{dt} + \frac{dE_{\text{térm}}}{dt} + \frac{dE_{\text{quím}}}{dt}$$

$$\text{logo}\quad \frac{dE_{\text{térm}}}{dt} = -\frac{dE_{\text{mec}}}{dt} - \frac{dE_{\text{quím}}}{dt} = 0{,}150\frac{dE_{\text{quím}}}{dt} - \frac{dE_{\text{quím}}}{dt}$$

$$= -0{,}850\frac{dE_{\text{quím}}}{dt} = 0{,}850(182\text{ kW}) = \boxed{154\text{ kW}}$$

CHECAGEM Os valores relativos dos resultados das Partes (*a*) e (*b*) são esperados, já que foi dito que a eficiência é de apenas 15 por cento.

INDO ALÉM Carros movidos a gasolina são tipicamente apenas 15 por cento eficientes. Cerca de 85 por cento da energia química da gasolina vai para energia térmica, a maior parte da qual é expelida pelo cano de descarga. Energia térmica adicional é criada pelo atrito de rolamento e pela resistência do ar. O conteúdo energético da gasolina é cerca de 31,8 MJ/L.

7-4 MASSA E ENERGIA

Em 1905, Albert Einstein publicou sua teoria especial da relatividade, que tem como um dos resultados a famosa equação

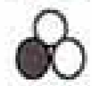
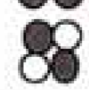
$$E = mc^2 \qquad 7\text{-}26$$

onde $c = 3{,}00 \times 10^8$ m/s é a rapidez da luz no vácuo.[1] Estudaremos esta teoria com algum detalhe em capítulos seguintes. No entanto, usamos esta equação aqui para apresentar uma visão mais moderna e completa da conservação de energia.

De acordo com a Equação 7-26, uma partícula, ou um sistema, de massa m tem a energia "de repouso" $E = mc^2$. Esta energia é intrínseca à partícula. Considere o pósitron — uma partícula emitida em um processo nuclear chamado de *decaimento beta*. Pósitrons e elétrons têm massas idênticas, mas cargas elétricas iguais e de sinais contrários. Quando um pósitron encontra um elétron, pode ocorrer a aniquilação elétron–pósitron. Aniquilação é um processo no qual o elétron e o pósitron desaparecem e sua energia aparece como radiação eletromagnética. Se as duas partículas estão

[1] A rapidez, um escalar, é a magnitude da velocidade, um vetor. No entanto, é usual utilizarmos o termo "velocidade da luz" para nos referirmos à rapidez da luz (*speed of light*, em inglês). Isto é aceito, desde que não cause confusão e não se perca a clareza. (N.T.)

Tabela 7-1 Energias de Repouso* de Algumas Partículas Elementares e de Alguns Núcleos Leves†

Partícula	Símbolo	Energia de Repouso (MeV)	
Elétron	e^-	0,5110	
Pósitron	e^+	0,5110	
Próton	p	938,272	
Nêutron	n	939,565	
Dêuteron	d	1875,613	
Tríton	t	2808,921	
Núcleo de hélio-3	^{3}He	2808,391	
Partícula alfa	α	3727,379	

* Os valores da Tabela são do CODATA 2002 (exceto os valores para tríton).
† O próton, o dêuteron e o tríton são idênticos aos núcleos de ^{1}H, ^{2}H e ^{3}H, respectivamente, e a partícula alfa é idêntica ao núcleo de ^{4}He.

inicialmente em repouso, a energia da radiação eletromagnética é igual à energia de repouso do elétron mais a energia de repouso do pósitron.

Em física atômica e nuclear, as energias são normalmente expressas em unidades de elétron-volts (eV) ou mega elétron-volts (1 MeV = 10^6 eV). Uma unidade conveniente para as massas de partículas atômicas é o eV/c^2, ou o MeV/c^2. A Tabela 7-1 lista as energias de repouso (e, portanto, as massas) de algumas partículas elementares e de alguns núcleos leves. A energia de repouso de um pósitron mais a energia de repouso de um elétron é 2(0,511 MeV), que é a energia da radiação eletromagnética emitida quando da aniquilação do elétron e do pósitron, em um referencial no qual o elétron e o pósitron estão, inicialmente, em repouso.

A energia de repouso de um *sistema* pode consistir na energia potencial do sistema ou em outras energias internas ao sistema, além das energias intrínsecas de repouso das partículas do sistema. Se o sistema em repouso absorve energia ΔE e permanece em repouso, sua energia de repouso aumenta de ΔE e sua massa aumenta de ΔM, onde

$$\Delta M = \frac{\Delta E}{c^2} \qquad 7\text{-}27$$

Considere dois blocos de 1,00 kg ligados por uma mola de constante de força k. Se esticamos a mola de um comprimento x, a energia potencial do sistema aumenta de $\Delta U = \frac{1}{2}kx^2$. De acordo com a Equação 7-27, a massa do sistema também aumentou de $\Delta M = \Delta U/c^2$. Como c é um número muito grande, este aumento de massa não pode ser observado em sistemas macroscópicos. Por exemplo, se $k = 800$ N/m e $x =$ 10,0 cm = 0,100 m, a energia potencial do sistema é $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(800\text{ N/m})(0{,}100\text{ m})^2$ = 4,00 J. O correspondente aumento de massa para o sistema é $\Delta M = \Delta U/c^2 = 4{,}00\text{ J}/(3{,}00 \times 10^8\text{ m/s})^2 = 4{,}44 \times 10^{-17}$ kg. O aumento fracionário de massa é dado por

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{4{,}44 \times 10^{-17}\text{ kg}}{2{,}00\text{ kg}} = 2{,}22 \times 10^{-17}$$

que é muito pequeno para ser observado. No entanto, em reações nucleares as variações de energia são, freqüentemente, uma fração muito, muito maior da energia de repouso do sistema. Considere o dêuteron, que é o núcleo do deutério, um isótopo do hidrogênio também chamado de *hidrogênio pesado*. O dêuteron consiste em um próton e em um nêutron ligados. Vemos, na Tabela 7-1, que a massa do próton é 938,272 MeV/c^2 e que a massa do nêutron é 939,565 MeV/c^2. A soma destas duas massas é 1877,837 MeV/c^2. Mas a massa do dêuteron é 1875,613 MeV/c^2, que é 2,22 MeV/c^2 menor do que a soma das massas do próton e do nêutron. Note que esta diferença de massa é muito maior do que qualquer incerteza na medida dessas massas, e que a diferença fracionária de massa $\Delta M/M \approx 1{,}2 \times 10^{-3}$ é quase 14 ordens de grandeza maior do que os $2{,}2 \times 10^{-17}$ do caso do sistema mola–blocos.

Moléculas de água pesada (óxido de deutério) são produzidas no resfriamento primário da água em um reator nuclear, quando nêutrons colidem com núcleos de hidrogênio (prótons) das moléculas de água. Se um nêutron lento é capturado por um próton, 2,22 MeV de energia são liberados na forma de radiação eletromagnética. Assim, a massa de um átomo de deutério é 2,22 MeV$/c^2$ menor do que a soma da massa de um átomo de ^{1}H isolado com a de um nêutron isolado. (O sobrescrito 1 é o número de massa do isótopo: ^{1}H refere-se ao isótopo do hidrogênio que não tem nêutrons.)

Este processo pode ser revertido quebrando-se um dêuteron em suas partes constituintes, se pelo menos 2,22 MeV de energia forem transferidos para o dêuteron, por radiação eletromagnética ou por colisão com outras partículas energéticas. Qualquer energia transferida que exceda os 2,22 MeV aparece como energia cinética do próton e do nêutron resultantes.

A energia necessária para separar completamente um núcleo em nêutrons e prótons individuais é chamada de **energia de ligação**. A energia de ligação de um dêuteron é de 2,22 MeV. O dêuteron é um exemplo de um **sistema ligado**. Um sistema é ligado se não tem energia suficiente para espontaneamente decompor-se em partes separadas. A energia de repouso de um sistema ligado é menor do que a soma das energias de repouso de suas partes, de forma que energia deve ser injetada no sistema para separá-lo em partes. Se a energia de repouso de um sistema é maior do que a soma das energias de repouso de suas partes, o sistema não é ligado. Um exemplo é o do urânio-236, que se parte, ou se **fissiona**, em dois núcleos menores.* A soma das massas das partes resultantes é menor do que a massa do núcleo original. Assim, a massa do sistema diminui e energia é liberada.

Na fusão nuclear, dois núcleos muito leves, como um dêuteron e um tríton (o núcleo do trítio, isótopo do hidrogênio), fundem-se. A massa de repouso do núcleo resultante é menor do que a das partes originais e, novamente, energia é liberada. Durante uma reação química que libera energia, como a queima de carvão, o decréscimo de massa é da ordem de 1 eV$/c^2$ por átomo. Isto é mais do que um milhão de vezes menor do que as variações de massa, por núcleo, em muitas reações nucleares, e não é facilmente observável.

Exemplo 7-17 Energia de Ligação

Um átomo de hidrogênio, que consiste em um próton e em um elétron, tem uma energia de ligação de 13,6 eV. De qual percentual a massa de um próton mais a massa de um elétron é maior do que a massa de um átomo de hidrogênio?

SITUAÇÃO A massa do próton m_p mais a massa do elétron m_e é igual à massa do átomo de hidrogênio mais a energia de ligação E_l dividida por c^2. Assim, a diferença fracionária entre $m_e + m_p$ e a massa do átomo de hidrogênio m_H é a razão entre E_l/c^2 e $m_e + m_p$.

SOLUÇÃO

1. A diferença fracionária (DF) de massa é a razão entre a energia de ligação E_l/c^2 e $m_e + m_p$:
$$\mathrm{DF} = \frac{(m_e + m_p) - m_H}{m_e + m_p} = \frac{E_l/c^2}{m_e + m_p} = \frac{13{,}6\ \mathrm{eV}/c^2}{m_e + m_p}$$
2. Obtenha as massas de repouso do próton e do elétron da Tabela 7-1:
$$m_p = 938{,}28\ \mathrm{MeV}/c^2;$$
$$m_e = 0{,}511\ \mathrm{MeV}/c^2$$
3. Some estas massas:
$$m_p + m_e = 938{,}79\ \mathrm{MeV}/c^2$$
4. A massa de repouso do átomo de hidrogênio é menor do que este valor em 13,6 eV$/c^2$. A diferença fracionária DF é:
$$\mathrm{DF} = \frac{13{,}6\ \mathrm{eV}/c^2}{938{,}79 \times 10^6\ \mathrm{eV}/c^2} = 1{,}45 \times 10^{-8} = \boxed{1{,}45 \times 10^{-6}\,\%}$$

CHECAGEM As unidades são coerentes. Se expressamos todas as massas em unidades de eV$/c^2$, obtemos a diferença fracionária como um número adimensional.

INDO ALÉM Esta diferença de massa, $\Delta m = (m_e + m_p) - m_H$, é muito pequena para ser medida diretamente. No entanto, energias de ligação podem ser medidas com precisão e a diferença de massa Δm pode ser encontrada de $E_l = (\Delta m)c^2$.

* O urânio-236, ^{236}U, é produzido em um reator nuclear quando o isótopo estável ^{235}U absorve um nêutron. Esta reação é discutida no Capítulo 40.

Exemplo 7-18 Fusão Nuclear

Tente Você Mesmo

Em uma reação de fusão nuclear típica, um tríton (t) e um dêuteron (d) fundem-se para formar uma partícula alfa (α) mais um nêutron. A reação é escrita como d + t $\rightarrow \alpha$ + n. Qual é a energia liberada em cada uma dessas reações?

SITUAÇÃO Como energia é liberada, a energia de repouso total das partículas iniciais deve ser maior do que a das partículas finais. Esta diferença é igual à energia liberada.

SOLUÇÃO

Cubra a coluna da direita e tente por si só antes de olhar as respostas.

Passos	Respostas
1. Escreva as energias de repouso que a Tabela 7-1 fornece para d e t e some-as para encontrar a energia de repouso total inicial.	$E_{\text{inicial}} = 1875{,}613\text{ MeV} + 2808{,}921\text{ MeV} = 4684{,}534\text{ MeV}$
2. Faça o mesmo para α e n para encontrar a energia de repouso final.	$E_{\text{final}} = 3727{,}379\text{ MeV} + 939{,}565\text{ MeV} = 4666{,}944\text{ MeV}$
3. Determine a energia liberada, $E_{\text{liberada}} = E_{\text{inicial}} - E_{\text{final}}$.	$E_{\text{liberada}} = 4684{,}534\text{ MeV} - 4666{,}944\text{ MeV} = \boxed{17{,}59\text{ MeV} \approx 17{,}6\text{ MeV}}$

CHECAGEM A energia liberada é uma pequena fração da energia inicial. Esta fração é 17,6 MeV/4685 MeV = $3{,}76 \times 10^{-3}$, que é da mesma ordem de grandeza da diferença fracional de massa na fusão de um próton com um nêutron, que foi discutida no início desta subseção sobre energia nuclear. Assim, 17,6 MeV é um valor plausível para a energia liberada quando um dêuteron e um tríton se fundem para formar uma partícula alfa.

INDO ALÉM Esta reação de fusão, e outras reações de fusão, ocorrem no Sol. A energia liberada banha a Terra e é, em última análise, a responsável por toda a vida no planeta. A energia que é continuamente emitida pelo Sol é acompanhada por uma contínua diminuição da massa de repouso do Sol.

MECÂNICA NÃO-RELATIVÍSTICA (NEWTONIANA) E RELATIVIDADE

Quando a rapidez de uma partícula se aproxima de uma fração significativa da rapidez da luz, a segunda lei de Newton falha e precisamos modificar a mecânica newtoniana de acordo com a teoria da relatividade de Einstein. O critério para a validade da mecânica newtoniana pode também ser estabelecido em termos da energia de uma partícula. Em mecânica não-relativística (newtoniana), a energia cinética de uma partícula que se move com rapidez v é

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}mc^2\frac{v^2}{c^2} = \tfrac{1}{2}E_0\frac{v^2}{c^2}$$

onde $E_0 = mc^2$ é a energia de repouso da partícula. Determinando v/c, temos

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{2K}{E_0}}$$

A mecânica não-relativística é válida se a rapidez da partícula é muito menor do que a rapidez da luz, ou, alternativamente, se a energia cinética da partícula é muito menor do que sua energia de repouso.

PROBLEMA PRÁTICO 7-9

Um satélite terrestre de órbita baixa tem uma rapidez orbital de $v \approx 5{,}0$ mi/s = 8,0 km/s. Que fração da rapidez da luz, c, representa essa rapidez? Que rapidez, em mi/s, é igual a um por cento de c?

7-5 QUANTIZAÇÃO DA ENERGIA

Quando energia é entregue a um sistema que permanece em repouso, a *energia interna* do sistema aumenta. (Energia interna é sinônimo de energia de repouso. É a energia total do sistema menos qualquer energia cinética associada ao movimento do centro de massa do sistema.) Pode nos parecer uma possibilidade alterarmos, de um valor qualquer, a energia interna de um sistema ligado, como o sistema solar ou um átomo de hidrogênio, mas isto na verdade não é possível. Isto fica particularmente notável em sistemas microscópicos, como moléculas, átomos e núcleos atômicos. A energia interna de um sistema pode aumentar e diminuir apenas em quantidades discretas.

FIGURA 7-32

Se temos dois blocos ligados por uma mola (Figura 7-32) e esticamos a mola afastando os blocos, realizamos trabalho sobre o sistema blocos–mola, e sua energia potencial aumenta. Se, então, largamos os blocos, eles oscilam para lá e para cá. A energia de oscilação E — a energia cinética do movimento dos blocos mais a energia potencial (de distensão da mola) — é igual à energia potencial inicial. Com o tempo, a energia do sistema diminui, devido a vários efeitos dissipativos como o atrito e a resistência do ar. *Com toda a precisão com que nos é possível medir*, a energia diminui continuamente. Ao final, toda a energia é dissipada e a energia do oscilador torna-se zero.

Considere, agora, uma molécula diatômica como a do oxigênio, O_2. A força de atração entre os dois átomos de oxigênio varia de forma aproximadamente linear com a variação da separação (para pequenas variações), como no caso dos dois blocos ligados por uma mola. Se uma molécula diatômica está oscilando com uma dada energia E, a energia diminui com o tempo à medida que a molécula irradia ou interage com sua vizinhança, mas medidas cuidadosas podem mostrar que esta diminuição *não é contínua*. A energia diminui em passos finitos e o estado de menor energia, chamado de **estado fundamental**, não é de energia zero. A energia de vibração de uma molécula diatômica é dita **quantizada**; isto é, a molécula pode absorver ou emitir energia apenas em certas quantidades, conhecidas como os **quanta**.

Quando blocos presos a uma mola, ou uma molécula diatômica, oscilam, o tempo de uma oscilação é chamado de período T. O inverso do período é a freqüência de oscilação $f = 1/T$. Veremos, no Capítulo 14, que o período e a freqüência de um oscilador não dependem da energia de oscilação. Quando a energia diminui, a freqüência permanece a mesma. A Figura 7-33 mostra um **diagrama de níveis de energia** para um oscilador. As energias permitidas são aproximadamente igualmente espaçadas, e são dadas por*

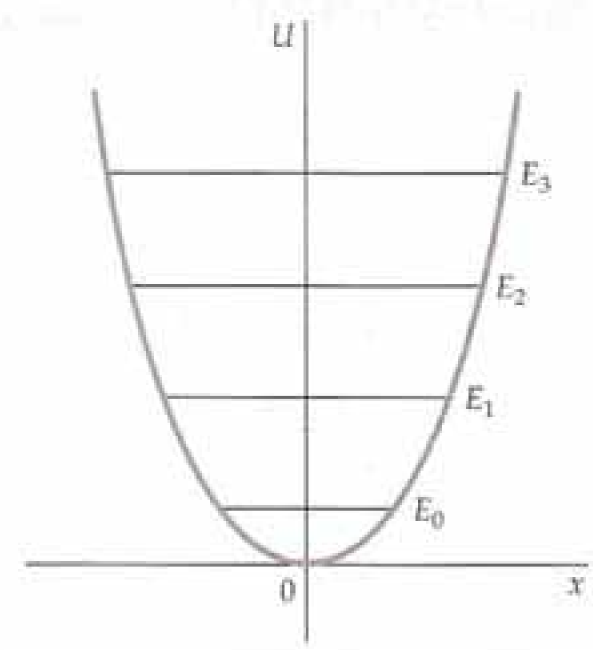


FIGURA 7-33

$$E_n = (n + \tfrac{1}{2})hf \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad 7\text{-}28$$

onde f é a freqüência de oscilação e h é uma constante fundamental da natureza chamada de constante de Planck:†

$$h = 6{,}626 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} = 4{,}136 \times 10^{-15}\,\mathrm{eV \cdot s} \qquad 7\text{-}29$$

O inteiro n é chamado de **número quântico**. A energia mais baixa possível é a **energia fundamental** $E_0 = \frac{1}{2}hf$.

É usual que sistemas microscópicos ganhem e percam energia absorvendo ou emitindo radiação eletromagnética. Por conservação de energia, se E_i e E_f são as energias inicial e final de um sistema, a energia da radiação emitida ou absorvida vale

$$E_{rad} = |E_f - E_i|$$

Como as energias E_i e E_f do sistema são quantizadas, a energia irradiada também é quantizada.‡ O quantum de radiação é chamado de **fóton**. A energia de um fóton é dada por

$$E_{fóton} = hf \qquad 7\text{-}30$$

onde f é a freqüência da radiação eletromagnética.§

* Uma molécula diatômica também pode ter energia rotacional. A energia rotacional também é quantizada, mas os níveis de energia não são igualmente espaçados e a menor energia possível é zero. Estudaremos energia de rotação nos Capítulos 9 e 10.

† Em 1900, o físico alemão Max Planck introduziu esta constante em cálculos para explicar discrepâncias entre as curvas teóricas e dados experimentais do espectro de radiação do corpo negro. O significado da constante de Planck não foi reconhecido por ninguém, nem mesmo por Planck, até que Einstein postulou em 1905 que a energia da radiação eletromagnética não é contínua, mas ocorre em pacotes de tamanho hf, onde f é a freqüência da radiação.

‡ Historicamente, a quantização da radiação eletromagnética, como proposta por Max Planck e Albert Einstein, foi a primeira "descoberta" da quantização da energia.

§ A radiação eletromagnética inclui luz, microondas, ondas de rádio, ondas de televisão, raios X e raios gama. A diferença entre eles está na freqüência.

Até onde se sabe, todos os sistemas ligados exibem quantização de energia. Para sistemas ligados macroscópicos, o espaçamento entre os níveis de energia são tão pequenos que não são observados. Por exemplo, as freqüências de oscilação típicas para dois blocos ligados por uma mola são de 1 a 10 vezes por segundo. Se $f = 10$ oscilações por segundo, o espaçamento entre os níveis permitidos é $hf = (6{,}626 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(10\ \text{s}^{-1}) \approx 7 \times 10^{-33}\ \text{J}$. Como a energia de um sistema macroscópico é da ordem de 1 J, um passo quântico de 10^{-33} J é muito pequeno para ser notado. Ou, visto de outra maneira, se a energia de um sistema é 1 J, o valor de n é da ordem de 10^{32} e variações de uma ou duas unidades quânticas não serão observadas.

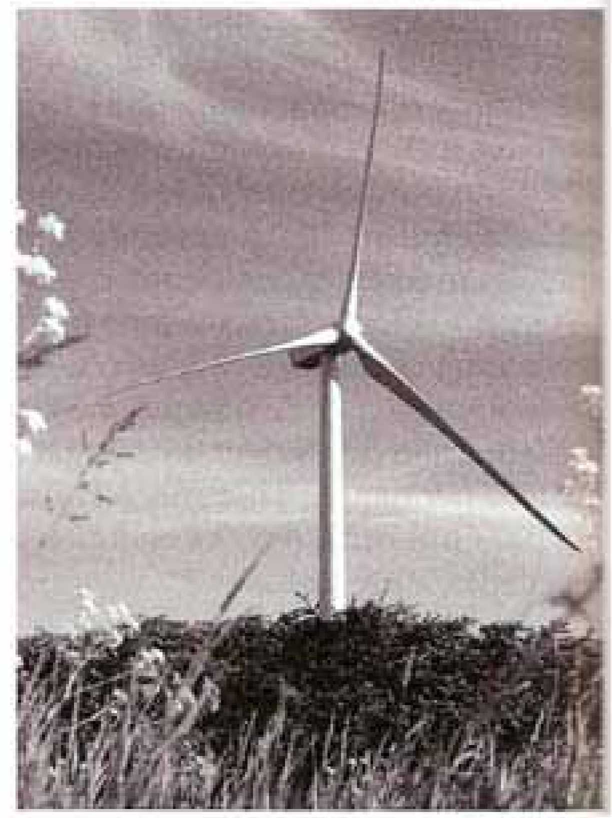
! Uma energia típica para uma molécula diatômica é 10^{-19} J. Assim, variações de energia de oscilação são da mesma ordem de grandeza da energia da molécula, e a quantização, definitivamente, não é desprezível.

PROBLEMA PRÁTICO 7-10

Para uma molécula diatômica, uma freqüência típica de vibração é 10^{14} vibrações por segundo. Use a Equação 7-28 para encontrar o espaçamento entre as energias permitidas.

Física em Foco

Vento Quente



© Andrei Merkulov/Dreamstime.com)

Fazendas de vento pontilham a costa dinamarquesa, as planícies do alto meio-oeste americano e colinas da Califórnia até Vermont (Estados Unidos). O aproveitamento da energia cinética do vento não é nada de novo. Moinhos de vento têm sido usados, há séculos, para bombear água, ventilar minas* e moer grãos.

Hoje, as turbinas a vento mais encontráveis alimentam geradores elétricos. Estas turbinas transformam energia cinética em energia eletromagnética. Turbinas modernas variam muito em tamanho, custo e produção. Algumas são máquinas muito pequenas e simples, custando menos de 500 dólares americanos por turbina, e produzem menos de 100 watts de potência.† Outras são gigantes complexos que custam mais de 2 milhões de dólares e produzem até 2,5 MW por turbina.‡ Todas estas turbinas aproveitam uma amplamente disponível fonte de energia — o vento.

A teoria que está por trás da conversão de energia cinética em energia eletromagnética pelo moinho de vento é bem direta. As moléculas do ar em movimento empurram as pás da turbina, provocando seu movimento de rotação. As pás em rotação fazem girar, então, uma série de engrenagens. As engrenagens, por sua vez, aumentam a taxa de rotação e fazem girar um rotor gerador. O gerador envia a energia eletromagnética para as linhas de transmissão.

Mas a conversão da energia cinética do vento em energia eletromagnética não é 100 por cento eficiente. O mais importante a ser lembrado é que ela *não pode* ser 100 por cento eficiente. Se as turbinas convertessem 100 por cento da energia cinética do ar em energia elétrica, o ar restaria sem energia cinética. Isto é, as turbinas parariam o ar. Se o ar fosse completamente parado pela turbina ele circularia em torno da turbina e não através da turbina.

Então, a eficiência teórica de uma turbina a vento é um compromisso entre a captura da energia cinética do ar em movimento e o cuidado para evitar que a maior parte do vento fique circulando em torno da turbina. As turbinas do tipo hélice são as mais comuns e sua eficiência teórica para transformar energia cinética do ar em energia eletromagnética varia de 30 por cento a 59 por cento.§ (Estas previsões de eficiência variam devido às suposições feitas a respeito do modo como o ar se comporta ao atravessar as hélices da turbina e ao circulá-las.)

Então, mesmo a turbina mais eficiente não pode converter 100 por cento da energia teoricamente disponível. O que ocorre? Antes da turbina, o ar se move ao longo de linhas de corrente retas. Depois da turbina, o ar sofre rotação e turbulência. A com-

* Agricola, Georrgius, *De Re Metalic.* (Herbert and Lou Henry Hoover, Trnasl.) Reprint Mineola, NY: Dover, 1950, 200–203.
† Conally, Abe, and Conally, Josie, "Wind Powered Generator," *Make*, Feb. 2006, Vol. 5, 90–101.
‡ "Why Four Generators May Be Better than One," *Modern Power Systems*, Dec. 2005, 30.
§ Gorban, A. N., Gorlov, A. M., and Silantyev, V. M., "Limits of the Turbine Efficiency for Free Fluid Flow," *Journal of Energy Resources Technology*, Dec. 2001, Vol. 123, 311–317.

ponente rotacional do movimento do ar depois da turbina requer energia. Alguma dissipação de energia acontece por causa da viscosidade do ar. Quando parte do ar se torna mais lenta, existe atrito entre o ar mais lento e o ar mais rápido que o atravessa. As pás da turbina esquentam e o próprio ar esquenta.[°] As engrenagens dentro das turbinas também convertem energia cinética em energia térmica, por atrito. Toda esta energia térmica precisa ser considerada. As pás da turbina vibram, individualmente — a energia associada com estas vibrações não pode ser usada. Finalmente, a turbina usa parte da eletricidade que gera para fazer funcionar bombas de lubrificação das engrenagens, além do motor responsável por direcionar as pás da turbina para a posição mais favorável em relação ao vento.

Ao final, a maior parte das turbinas opera entre 10 e 20 por cento de eficiência.[*] Elas continuam sendo fontes de potência interessantes, já que o combustível é grátis. Um proprietário de turbina explica: "O importante é que a construímos para nosso negócio e para ajudar a controlar nosso futuro".[*]

° Roy, S. B., S. W. Pacala, and R. L. Walko. "Can Large Wind Farms Affect Local Meterology?" *Journal of Geophysical Research (Atmospheres)*, Oct. 16, 2004, 109, D19101.
* Gorban, A. N., Gorlov, A. M., and Silantyev, V. M., "Limits of the Turbine Efficiency for Free Fluid Flow." *Journal of Energy Resources Technology*, December 2001, Vol. 123, 311–317.
* Wilde, Matthew, "Colwell Farmers Take Advantage of Grant to Produce Wind Energy." *Waterloo-Cedar Falls Courier*, May 1, 2006, B1+.

Resumo

1. O teorema do trabalho–energia e a conservação da energia são leis fundamentais da natureza que têm aplicação em todas as áreas da física.
2. A conservação da energia mecânica é uma importante relação deduzida das leis de Newton para forças conservativas. Ela é útil na solução de muitos problemas.
3. A equação de Einstein $E = mc^2$ é uma relação fundamental entre massa e energia.
4. A quantização da energia é uma propriedade fundamental de sistemas ligados.

TÓPICO	EQUAÇÕES RELEVANTES E OBSERVAÇÕES	
1. **Força Conservativa**	Uma força é conservativa se o trabalho total que ela realiza sobre uma partícula é zero quando a partícula percorre qualquer caminho que a traz de volta à sua posição inicial. Alternativamente, o trabalho realizado por uma força conservativa sobre uma partícula é independente do caminho percorrido pela partícula quando ela se desloca de um ponto para outro.	
2. **Energia Potencial**	A energia potencial de um sistema é a energia associada à configuração do sistema. A variação da energia potencial de um sistema é definida como o negativo do trabalho realizado por todas as forças conservativas internas atuando sobre o sistema.	
Definição	$\Delta U = U_2 - U_1 = -W = -\int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$ $dU = -\vec{F}\cdot d\vec{\ell}$	7-1
Gravitacional	$U = U_0 + mgy$	7-2
Elástica (mola)	$U = \frac{1}{2}kx^2$	
Força conservativa	$F_x = -\frac{dU}{dx}$	7-13
Curva de energia potencial	Em um mínimo da curva da função energia potencial *versus* deslocamento, a força é zero e o sistema está em equilíbrio estável. Em um máximo, a força é zero e o sistema está em equilíbrio instável. Uma força conservativa sempre tende a acelerar a partícula para uma posição de menor energia potencial.	
3. **Energia Mecânica**	A soma das energias cinética e potencial de um sistema é chamada de energia mecânica total: $E_{mec} = K_{sis} + U_{sis}$	7-9

TÓPICO	EQUAÇÕES RELEVANTES E OBSERVAÇÕES
Teorema do Trabalho–Energia para Sistemas	O trabalho total realizado sobre um sistema por forças externas é igual à variação da energia mecânica do sistema menos o trabalho total realizado pelas forças internas não-conservativas: $W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$ 7-10
Conservação da Energia Mecânica	Se não há forças externas trabalhando sobre o sistema nem forças internas não-conservativas realizando trabalho, então a energia mecânica do sistema é constante: $K_f + U_f = K_i + U_i$ 7-12
4. Energia Total de um Sistema	A energia de um sistema consiste na energia mecânica E_{mec}, na energia térmica $E_{térm}$, na energia química $E_{quím}$ e em outras formas de energia E_{outras}, tais como radiação sonora e radiação eletromagnética: $E_{sis} = E_{mec} + E_{térm} + E_{quím} + E_{outras}$ 7-15
5. Conservação da Energia	
Universo	A energia total do universo é constante. Energia pode ser transformada de uma forma para outra, ou transferida de uma região para outra, mas energia nunca pode ser criada ou destruída.
Sistema	A energia de um sistema pode ser alterada realizando-se trabalho sobre o sistema e transferindo-se energia em forma de calor (isto inclui emissão ou absorção de radiação). O aumento ou a diminuição da energia do sistema é sempre o resultado do desaparecimento ou do aparecimento de alguma forma de energia em algum outro lugar: $E_{entra} - E_{sai} = \Delta E_{sis}$ 7-14
Teorema do trabalho–energia	$W_{ext} = \Delta E_{sis} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím} + \Delta E_{outras}$ 7-16
6. Energia Dissipada pelo Atrito	Para um sistema que tem uma superfície que desliza sobre uma segunda superfície, a energia dissipada pelo atrito entre as duas superfícies é igual ao aumento da energia térmica do sistema e é dada por $f_c s_{rel} = \Delta E_{térm}$ 7-24 onde s_{rel} é a distância que uma superfície desliza sobre a outra.
7. Solução de Problemas	A conservação da energia mecânica e o teorema do trabalho–energia podem ser usados como alternativa às leis de Newton para resolver problemas de mecânica que pedem a determinação da rapidez de uma partícula como função de sua posição.
8. Massa e Energia	Uma partícula de massa m tem uma energia de repouso intrínseca E dada por $E = mc^2$ 7-26 onde $c = 3 \times 10^8$ m/s é a rapidez da luz no vácuo. Um sistema de massa M também tem uma energia de repouso $E = Mc^2$. Se um sistema ganha ou perde energia interna ΔE, ele simultaneamente ganha ou perde massa ΔM, onde $\Delta M = \Delta E/c^2$.
Energia de ligação	A energia necessária para separar um sistema ligado em suas partes constituintes é a chamada energia de ligação do sistema. A energia de ligação é ΔMc^2, onde ΔM é a soma das massas das partes constituintes menos a massa do sistema ligado.
9. Mecânica Newtoniana e Relatividade Especial	Se a rapidez de uma partícula se aproxima da rapidez da luz c (quando a energia cinética da partícula é significativa, em comparação com sua energia de repouso), a mecânica newtoniana falha e deve ser substituída pela teoria da relatividade especial de Einstein.
10. Quantização da Energia	A energia interna de um sistema ligado tem apenas um conjunto discreto de valores possíveis. Para um sistema oscilante com freqüência f, os valores permitidos de energia são separados por uma quantidade hf, onde h é a constante de Planck: $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J·s 7-29
Fótons	Sistemas microscópicos trocam freqüentemente energia com o seu ambiente, emitindo ou absorvendo radiação eletromagnética, que também é quantizada. O quantum de energia da radiação é chamado de fóton: $E_{fóton} = hf$ 7-30 onde f é a freqüência da radiação eletromagnética.

Resposta da Checagem Conceitual

7-1 Não existe trabalho externo realizado sobre o sistema você–Terra, de forma que a energia total, que agora inclui a energia potencial gravitacional, é conservada. A variação de energia mecânica é mgh e novamente o teorema do trabalho–energia nos dá $\Delta E_{\text{quím}} = -(mgh + \Delta E_{\text{térm}})$.

Respostas dos Problemas Práticos

7-1	$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \frac{1}{2} Bx_{\text{máx}} y_{\text{máx}}$
7-2	(*a*) 4,3 kJ, (b) 2,2 kJ, (*c*) −1,1 kJ
7-3	495 J
7-4	(*a*) 4,9 cm, (*b*) 0,72 J
7-5	3,16 m/s
7-6	Zero
7-7	53 m
7-8	(*a*) 1600 J, (*b*) 620 J, (*c*) 950 J
7-9	$2{,}7 \times 10^{-5}$; $1{,}9 \times 10^{3}$ mi/s
7-10	$E_{n+1} - E_n = hf \approx (6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(10^{14}\ \text{s}) \approx 6 \times 10^{-20}\ \text{J}$

Problemas

Em alguns problemas, você recebe mais dados do que necessita; em alguns outros, você deve acrescentar dados de seus conhecimentos gerais, fontes externas ou estimativas bem fundamentadas.

Interprete como significativos todos os algarismos de valores numéricos que possuem zeros em seqüência sem vírgulas decimais.

Em todos os problemas, use $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$ para a aceleração de queda livre e despreze atrito e resistência do ar, a não ser quando especificamente indicado.

• Um só conceito, um só passo, relativamente simples
•• Nível intermediário, pode requerer síntese de conceitos
••• Desafiante, para estudantes avançados
Problemas consecutivos sombreados são problemas pareados.

PROBLEMAS CONCEITUAIS

1 • Dois cilindros de massas desiguais são ligados por uma corda sem massa que passa por uma polia sem atrito (Figura 7-34). Depois que o sistema é largado do repouso, qual das seguintes afirmativas é verdadeira? (U é a energia potencial gravitacional e K é a energia cinética do sistema.) (*a*) $\Delta U < 0$ e $\Delta K > 0$, (*b*) $\Delta U = 0$ e $\Delta K > 0$, (*c*) $\Delta U < 0$ e $\Delta K = 0$, (*d*) $\Delta U = 0$ e $\Delta K = 0$, (*e*) $\Delta U > 0$ e $\Delta K < 0$.

FIGURA 7-34 Problema 1

2 • Duas pedras são atiradas simultaneamente com a mesma rapidez inicial do teto de um edifício. Uma pedra é atirada a um ângulo de 30° acima da horizontal e a outra é atirada horizontalmente. (Despreze a resistência do ar.) Qual das seguintes afirmativas é verdadeira?
(*a*) As pedras atingem o solo ao mesmo tempo e com a mesma rapidez.
(*b*) As pedras atingem o solo ao mesmo tempo com valores diferentes de rapidez.
(*c*) As pedras atingem o solo em tempos diferentes com a mesma rapidez.
(*d*) As pedras atingem o solo em tempos diferentes com valores diferentes de rapidez.

3 • Verdadeiro ou falso:
(*a*) A energia total de um sistema não pode variar.
(*b*) Quando você salta no ar, o chão realiza trabalho sobre você, aumentando sua energia mecânica.
(*c*) Trabalho realizado por forças de atrito devem sempre diminuir a energia total de um sistema.
(*d*) Comprimir 2,0 cm de uma mola, a partir de sua posição frouxa, requer mais trabalho do que esticá-la de 2,0 cm, a partir de sua posição frouxa.

4 • Sendo novato na prática do hóquei no gelo (suponha uma situação sem atrito), você só consegue parar usando as bordas do rinque como apoio (considere-as como paredes rígidas). Discuta as variações de energia que ocorrem enquanto você usa as bordas para ir freando até parar.

5 • Verdadeiro ou falso (a partícula desta questão pode se mover somente ao longo do eixo x e está submetida a uma única força, e $U(x)$ é a função energia potencial associada a esta força.):
(*a*) A partícula estará em equilíbrio se estiver em um local onde $dU/dx = 0$.
(*b*) A partícula irá acelerar no sentido $-x$ se estiver em um local onde $dU/dx > 0$.
(*c*) A partícula estará em equilíbrio, com rapidez constante, se estiver em um trecho do eixo x onde $dU/dx = 0$ em todo o trecho.
(*d*) A partícula estará em equilíbrio estável se estiver em um local onde $dU/dx = 0$ e $d^2U/dx^2 > 0$.

(*e*) A partícula estará em equilíbrio indiferente se estiver em um local onde $dU/dx = 0$ e $d^2U/dx^2 > 0$.

6 • Dois ascetas, à procura do conhecimento, decidem subir uma montanha. Silvino escolhe uma trilha curta e muito íngreme, enquanto Joselito escolhe uma trilha longa e suavemente íngreme. No topo, eles discutem sobre qual dos dois adquiriu mais energia potencial. Qual das afirmativas seguintes é verdadeira?
(*a*) Silvino adquiriu mais energia potencial gravitacional do que Joselito.
(*b*) Silvino adquiriu menos energia potencial gravitacional do que Joselito.
(*c*) Silvino adquiriu a mesma energia potencial gravitacional de Joselito.
(*d*) Para comparar as energias potenciais gravitacionais, precisamos conhecer a altura da montanha.
(*e*) Para comparar as energias potenciais gravitacionais, precisamos conhecer as extensões das duas trilhas.

7 • Verdadeiro ou falso:
(*a*) Apenas forças conservativas podem realizar trabalho.
(*b*) Se apenas forças conservativas atuam sobre uma partícula, a energia cinética da partícula não pode variar.
(*c*) O trabalho realizado por uma força conservativa é igual à variação da energia potencial associada à força.
(*d*) Se, para uma partícula restrita ao eixo x, a energia potencial associada a uma força conservativa decresce enquanto a partícula se move para a direita, então a força aponta para a esquerda.
(*e*) Se, para uma partícula restrita ao eixo x, uma força conservativa aponta para a direita, então a energia potencial associada à força cresce enquanto a partícula se move para a esquerda.

8 • A Figura 7-35 mostra o gráfico de uma função energia potencial U *versus* x. (*a*) Para cada ponto indicado, informe se a componente x da força associada a esta função é positiva, negativa ou zero. (*b*) Em que ponto a força tem a maior magnitude? (*c*) Identifique possíveis pontos de equilíbrio, indicando se o equilíbrio é estável, instável ou indiferente.

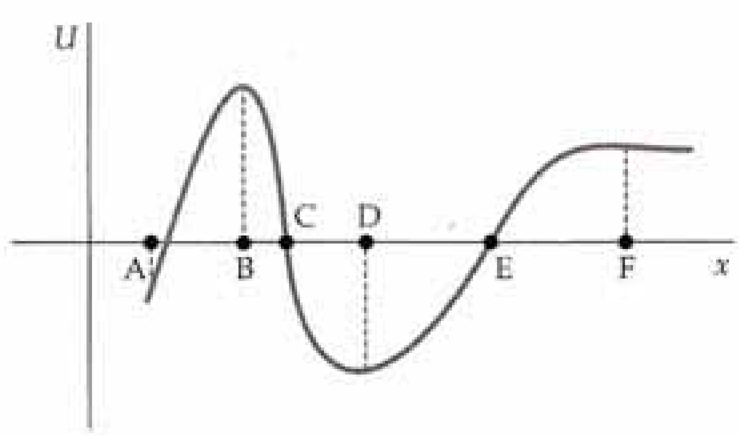


FIGURA 7-35 Problema 8

9 • Suponha que, quando os freios são aplicados, uma força de atrito constante é exercida pela estrada sobre as rodas de um carro. Neste caso, quais das seguintes afirmativas são necessariamente verdadeiras? (*a*) A distância que o carro percorre até atingir o repouso é proporcional à rapidez do carro justo quando os freios começam a ser aplicados, (*b*) a energia cinética do carro diminui a uma taxa constante, (*c*) a energia cinética do carro é inversamente proporcional ao tempo decorrido desde a aplicação dos freios, (*d*) nenhuma das afirmativas anteriores.

10 •• Se uma pedra é presa a uma barra rígida e sem massa, e posta a girar em um círculo vertical (Figura 7-36) com rapidez constante, a energia mecânica total do sistema pedra–Terra não permanece constante. A energia cinética da pedra permanece constante, mas a energia potencial gravitacional está variando continuamente. O trabalho total realizado sobre a pedra é zero durante qualquer intervalo de tempo? A força da barra sobre a pedra tem, em algum momento, uma componente tangencial não-nula?

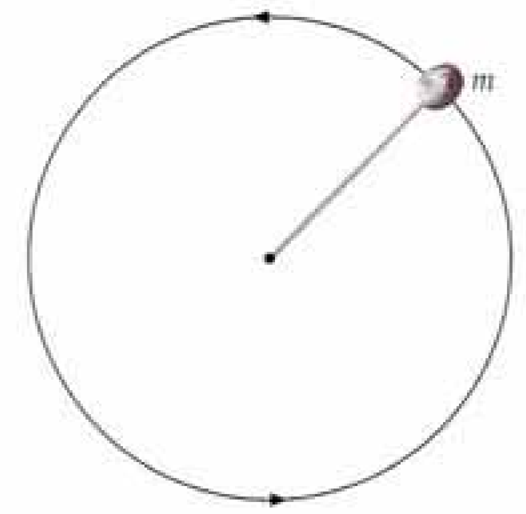


FIGURA 7-36
Problema 10

11 •• Use as energias de repouso dadas na Tabela 7-1 para responder às seguintes questões: (*a*) O tríton pode decair naturalmente em hélio-3? (*b*) A partícula alfa pode naturalmente decair em hélio-3 mais um nêutron? (*c*) O próton pode naturalmente decair em um nêutron mais um pósitron?

ESTIMATIVA E APROXIMAÇÃO

12 • Estime (*a*) a variação de sua energia potencial gravitacional quando você viaja em um elevador do térreo até o topo do Empire State Building (EUA), (*b*) a força média exercida sobre você pelo elevador durante esta viagem e (*c*) a potência média desenvolvida por essa força. O prédio tem 102 andares. (Você pode ter quê precisar estimar a duração da viagem.)

13 • Uma artista de 50 kg caminha sobre uma corda bamba presa a dois suportes afastados de 10 m; a tensão na corda é de 5000 N quando ela está exatamente no centro da corda. Estime: (*a*) a deflexão sofrida pela corda quando a acrobata está exatamente em seu centro e (*b*) a variação da energia potencial gravitacional da artista entre o começo de sua caminhada sobre a corda e o instante em que se encontra exatamente no centro.

14 •• **APLICAÇÃO BIOLÓGICA** A *taxa metabólica* é definida como a taxa na qual o corpo usa energia química para sustentar suas funções vitais. Verificou-se que a taxa metabólica média é proporcional à área total da superfície da pele do corpo. A área da superfície de um homem de 175 lb com a altura de 5 ft e 10 in é cerca de 2,0 m^2, e para uma mulher de 110 lb com a altura de 5 ft e 4 in é aproximadamente de 1,5 m^2. Existe uma variação de cerca de 1 por cento de área de superfície, para cada três libras acima ou abaixo dos pesos aqui indicados, e uma variação de 1 por cento para cada polegada acima ou abaixo das alturas aqui indicadas. (*a*) Estime sua taxa metabólica média no decorrer de um dia, usando os seguintes dados de taxas metabólicas (por metro quadrado de área de pele) para várias atividades físicas: dormindo, 40 W/m^2; sentado, 60 W/m^2; caminhando, 160 W/m^2; atividade física moderada, 175 W/m^2; e exercício aeróbio moderado, 300 W/m^2. Como você compara seus resultados com a potência de uma lâmpada de 100 W? (*b*) Expresse sua taxa metabólica média em termos de kcal/dia (1 kcal = 4,19 kJ). (Uma quilocaloria — kcal — é a "caloria dos alimentos" dos nutricionistas.) (*c*) Uma estimativa usada pelos nutricionistas é que, a cada dia, uma "pessoa média" deve ingerir aproximadamente 12–15 kcal de alimento para cada libra de peso corporal, para manter seu peso. Dos cálculos da Parte (*b*), estas estimativas são plausíveis?

15 •• **APLICAÇÃO BIOLÓGICA** Suponha que sua taxa metabólica máxima (a taxa máxima na qual seu corpo utiliza sua energia química) é de 1500 W (cerca de 2,7 hp). Supondo uma eficiência de 40 por cento para a conversão de energia química em energia mecânica, estime o seguinte: (*a*) o menor tempo que você levaria para subir quatro lances de escada, se cada lance tem a altura de 3,5 m, (*b*) o menor tempo que você levaria para subir o Empire State Building (102 andares) usando o resultado da Parte (*a*). Comente sobre a viabilidade de você atingir o resultado da Parte (*b*).

16 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, RICO EM CONTEXTO** Você está encarregado de determinar quando está na hora de fazer a substituição das barras de combustível de urânio de uma usina nuclear. Para isto, você decide estimar quanta massa do núcleo da planta nuclear de geração de energia elétrica é reduzida para cada unidade de energia elétrica produzida. (*Nota*: Em uma planta como esta, o núcleo do reator gera energia térmica, que é, então, transformada em energia elétrica por uma turbina a vapor. São necessários 3,0 J de energia térmica para cada 1,0 J de energia elétrica produzida.) Quais são seus resultados para a produção de: (*a*) 1,0 J de energia térmica? (*b*) energia elétrica suficiente para manter acesa uma lâmpada de 100 W durante 10,0 anos? (*c*) energia elétrica por um ano, à taxa constante de 1,0 GW? (Valores típicos para usinas modernas.)

17 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, VÁRIOS PASSOS** A energia química liberada ao se queimar um galão de gasolina é aproximadamente de $1{,}3 \times 10^5$ kJ. Estime a energia total usada por todos os carros dos Estados Unidos durante o período de um ano. Este valor representa qual fração da energia total utilizada pelos Estados Unidos em um ano (atualmente, cerca de 5×10^{20} J)?

18 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** A eficiência máxima de um painel de energia solar, ao converter energia solar em energia elétrica útil, é, atualmente, cerca de 12 por cento. Em uma região como a do sudoeste americano, a intensidade solar que atinge a superfície da Terra é cerca de 1,0 kW/m^2 em média, durante o dia. Estime a área que deveria ser coberta por painéis solares para suprir de energia as necessidades dos Estados Unidos (aproximadamente 5×10^{20} J/ano), e compare-a com a área do Arizona. Suponha céu não-nublado.

19 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** Usinas hidrelétricas convertem energia potencial gravitacional em formas mais úteis, aproveitando quedas d'água para acionar um sistema de turbinas para gerar energia elétrica. A represa Hoover, no rio Colorado (EUA), tem uma altura de 211 m e gera 4×10^9 kW · h/ano. Com que taxa (em L/s) a água deve atravessar as turbinas para gerar esta potência? A massa específica da água é 1,00 kg/L. Suponha uma eficiência total de 90,0 por cento, na conversão da energia potencial da água em energia elétrica.

FORÇA, ENERGIA POTENCIAL E EQUILÍBRIO

20 • As cataratas Vitória (no Zimbábue) têm 128 m de altura e a água flui à taxa de $1{,}4 \times 10^6$ kg/s. Se a metade da energia potencial dessa água fosse convertida em energia elétrica, quanto se poderia produzir de potência elétrica?

21 • Uma caixa de 2,0 kg desliza para baixo sobre um longo plano inclinado de 30°, sem atrito. Ela parte do repouso no tempo $t = 0$ no topo do plano, a uma altura de 20 m acima do solo. (*a*) Qual é a energia potencial da caixa em relação ao solo em $t = 0$? (*b*) Use as leis de Newton para encontrar a distância que a caixa percorre durante o intervalo $0{,}0 \text{ s} < t < 1{,}0$ s, e sua rapidez em $t = 1{,}0$ s. (*c*) Encontre a energia potencial e a energia cinética da caixa em $t = 1{,}0$ s. (*d*) Encontre a energia cinética e a rapidez da caixa justo quando ela alcança o solo na base do plano inclinado.

22 • Uma força constante $F_x = 6{,}0$ N tem a orientação de $+x$. (*a*) se $U(x_0) = 0$. (*b*) Encontre uma função $U(x)$ tal que $U(4{,}0 \text{ m}) = 0$. (*c*) Encontre uma função $U(x)$ tal que $U(6{,}0 \text{ m}) = 14$ J.

23 • Uma mola tem uma constante de força de $1{,}0 \times 10^4$ N/m. De quanto esta mola deve ser esticada para que sua energia potencial seja igual a (*a*) 50 J e (*b*) 100 J?

24 • (*a*) Encontre a força F_x associada à função energia potencial $U = Ax^4$, onde A é uma constante. (*b*) Para qual(quais) valor (valores) de x esta força é igual a zero?

25 •• A força F_x é associada à função energia potencial $U = C/x$, onde C é uma constante positiva. (*a*) Determine a força F_x como função de x. (*b*) Na região $x > 0$, esta força aponta para a origem ou no sentido oposto? Repita esta questão para a região $x < 0$. (*c*) A energia potencial U aumenta ou diminui quando x cresce na região $x > 0$? (*d*) Responda as Partes (*b*) e (*c*) com a constante C negativa.

26 •• A força F_y é associada à função energia potencial $U(y)$. Na curva de energia potencial U *versus* y, mostrada na Figura 7-37, os segmentos AB e CD são linhas retas. Faça o gráfico de F_y *versus* y. Coloque valores numéricos, com unidades, nos dois eixos. Estes valores podem ser obtidos do gráfico de U *versus* y.

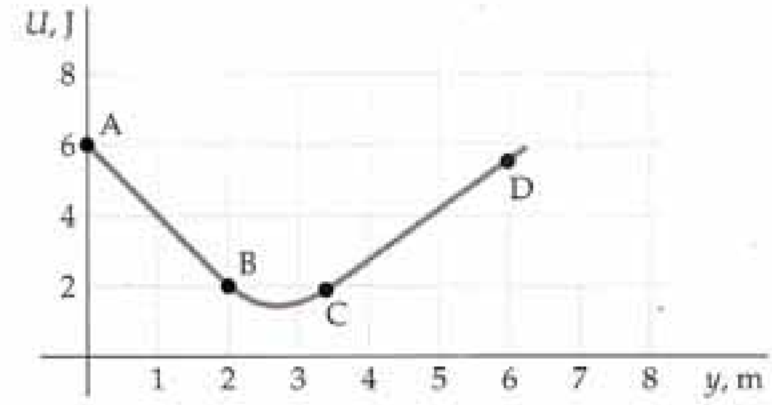


FIGURA 7-37 Problema 26

27 •• A força sobre um corpo é dada por $F_x = a/x^2$. Em $x = 5{,}0$ m, sabe-se que a força aponta no sentido $-x$ e tem a magnitude de 25 N. Determine a energia potencial associada a esta força como função de x, atribuindo um valor de referência de -10 J em $x = 2{,}0$ m para a energia potencial.

28 •• A energia potencial de um corpo restrito ao eixo x é dada por $U(x) = 3x^2 - 2x^3$, onde U está em joules e x está em metros. (*a*) Determine a força F_x associada a esta função energia potencial. (*b*) Supondo que não haja outras forças atuando sobre o corpo, em que posições o corpo está em equilíbrio? (*c*) Quais destas posições de equilíbrio são estáveis e quais são instáveis?

29 •• A energia potencial de um corpo restrito ao eixo x é dada por $U(x) = 8x^2 - x^4$, onde U está em joules e x está em metros. (*a*) Determine a força F_x associada a esta função energia potencial. (*b*) Supondo que não haja outras forças atuando sobre o corpo, em que posições o corpo está em equilíbrio? (*c*) Quais destas posições de equilíbrio são estáveis e quais são instáveis?

30 •• A força resultante sobre um objeto restrito ao eixo x é dada por $F_x(x) = x^3 - 4x$. (A força está em newtons e x está em metros.) Localize as posições de equilíbrio instável e estável. Mostre que cada posição é estável, ou instável, calculando a força um milímetro em cada lado das posições.

31 •• A energia potencial de um corpo de 4,0 kg restrito ao eixo x é dada por $U = 3x^2 - x^3$ para $x \leq 3{,}0$ m e $U = 0$ para $x \geq 3{,}0$ m, onde U está em joules e x está em metros, e a única força sobre o corpo é a força associada a esta função energia potencial. (*a*) Em quais posições este corpo está em equilíbrio? (*b*) Esboce um gráfico de U *versus* x. (*c*) Discuta a estabilidade do equilíbrio para os valores de x encontrados na Parte (*a*). (*d*) Se a energia mecânica total da partícula é 12 J, qual é sua rapidez em $x = 2{,}0$ m?

32 •• Uma força é dada por $F_x = Ax^{-3}$, onde $A = 8{,}0$ N·m^3. (*a*) Para valores positivos de x, a energia potencial associada a esta força aumenta ou diminui com o aumento de x? (Você pode encontrar a resposta para esta questão imaginando o que acontece com uma partícula que é colocada em repouso em algum ponto x e depois largada.) (*b*) Encontre a função energia potencial U associada a esta força, tal que U tende a zero quando x tende a infinito. (*c*) Esboce U *versus* x.

33 •• **VÁRIOS PASSOS** Uma barra reta de massa desprezível está montada sobre um pivô sem atrito, como mostrado na Figura 7-38. Blocos de massas m_1 e m_2 estão presos à barra, nas distâncias ℓ_1 e ℓ_2. (*a*) Escreva uma expressão para a energia potencial gravitacional do sistema blocos–Terra como função do ângulo θ que a barra forma com a horizontal. (*b*) Para qual ângulo θ esta energia potencial é mínima? A afirmativa "sistemas tendem a se mover para uma configuração de energia potencial mínima" é consistente com seu resultado? (*c*) Mostre que, se $m_1\ell_1 = m_2\ell_2$, a energia potencial é a mesma para todos os valores de θ. (Neste caso, o sistema ficará em equilíbrio para qualquer ângulo θ. Esta é conhecida como a *lei de Arquimedes da alavanca*.)

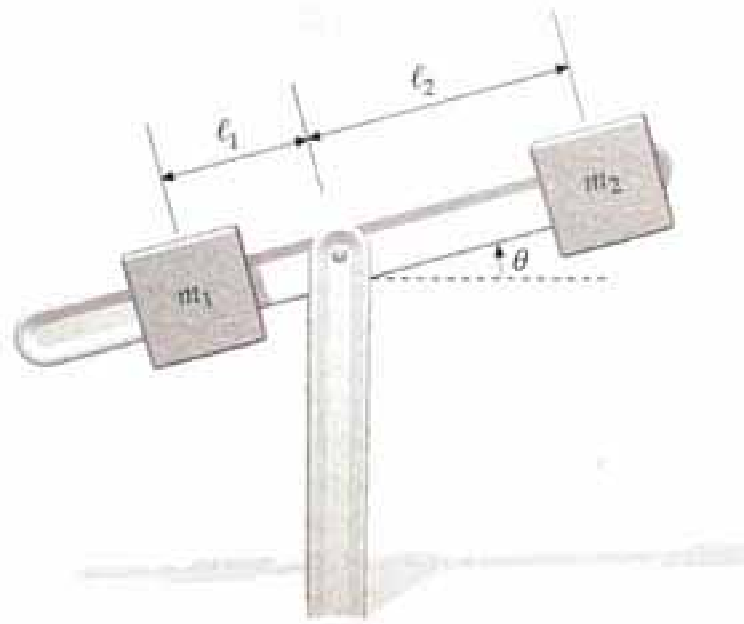


FIGURA 7-38 Problema 33

34 •• Uma máquina de Atwood (Figura 7-39) consiste em duas massas, m_1 e m_2, e uma polia sem massa e sem atrito. Partindo do repouso, a rapidez das duas massas chega a 4,0 m/s ao final de 3,0 s. Neste tempo, a energia cinética do sistema atinge 80 J e cada massa terá se deslocado de uma distância de 6,0 m. Determine os valores de m_1 e de m_2.

FIGURA 7-39 Problema 34

35 ••• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, VÁRIOS PASSOS** Você projetou um relógio bem original, mostrado na Figura 7-40. Sua preocupação é que ele ainda não esteja pronto para o mercado, pela possibilidade de vir a apresentar uma configuração de equilíbrio instável. Você decide aplicar seus conhecimentos sobre energia potencial e condições de equilíbrio para analisar a situação. O relógio (massa m) é suspenso por dois cabos leves que passam por duas polias sem atrito de diâmetro desprezível, que estão ligadas a contrapesos de massa M, cada um. (*a*) Determine a energia potencial do sistema como função da distância y. (*b*) Determine o valor de y para o qual a energia potencial do sistema é mínima. (*c*) Se a energia potencial é mínima, então o sistema está em equilíbrio. Aplique a segunda lei de Newton ao relógio e mostre que ele está em equilíbrio (as forças sobre ele somam zero) para o valor de y obtido na Parte (*b*). (*d*) Finalmente, determine se você conseguirá comercializar a invenção: o ponto é de equilíbrio estável ou instável?

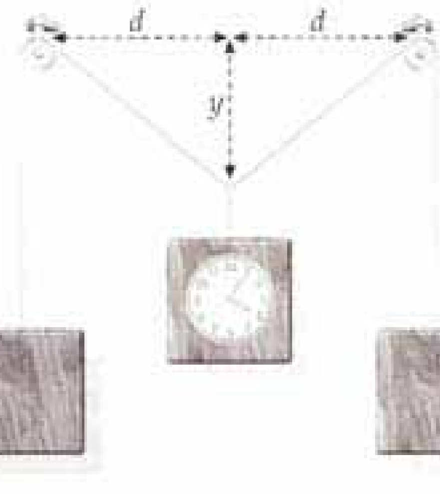


FIGURA 7-40 Problema 35

A CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

36 • Um bloco de massa m em cima de uma mesa horizontal sem atrito é empurrado contra uma mola horizontal, comprimindo-a de uma distância x e então é liberado. A mola impulsiona o bloco sobre a mesa, imprimindo-lhe uma rapidez v. A mesma mola é, então, usada para impulsionar um segundo bloco de massa $4m$, imprimindo-lhe uma rapidez $3v$. De que distância a mola foi comprimida no segundo caso? Dê sua resposta em termos de x.

37 • Um pêndulo simples de comprimento L, com uma massa m em sua extremidade, é deslocado lateralmente até que a massa atinja uma altura $L/4$ acima de sua posição de equilíbrio. A massa é, então, largada. Determine a rapidez da massa quando ela passa pela posição de equilíbrio. Despreze a resistência do ar.

38 • Um bloco de 3,0 kg desliza sobre uma superfície horizontal sem atrito com uma rapidez de 7,0 m/s (Figura 7-41). Após deslizar por uma distância de 2,0 m, o bloco faz uma suave transição para uma rampa sem atrito inclinada de um ângulo de 40° com a horizontal. Qual a distância, ao longo da rampa, que o bloco percorre até atingir momentaneamente o repouso?

FIGURA 7-41 Problemas 38 e 64

39 • O objeto de 3,00 kg da Figura 7-42 é largado do repouso de uma altura de 5,00 m em uma rampa curva sem atrito. Na base da rampa está uma mola com uma constante de força de 400 N/m. O objeto desliza rampa abaixo e até a mola, comprimindo-a de uma distância x até atingir momentaneamente o repouso. (*a*) Encontre x. (*b*) Descreva o movimento do objeto (se ocorrer) após o repouso momentâneo.

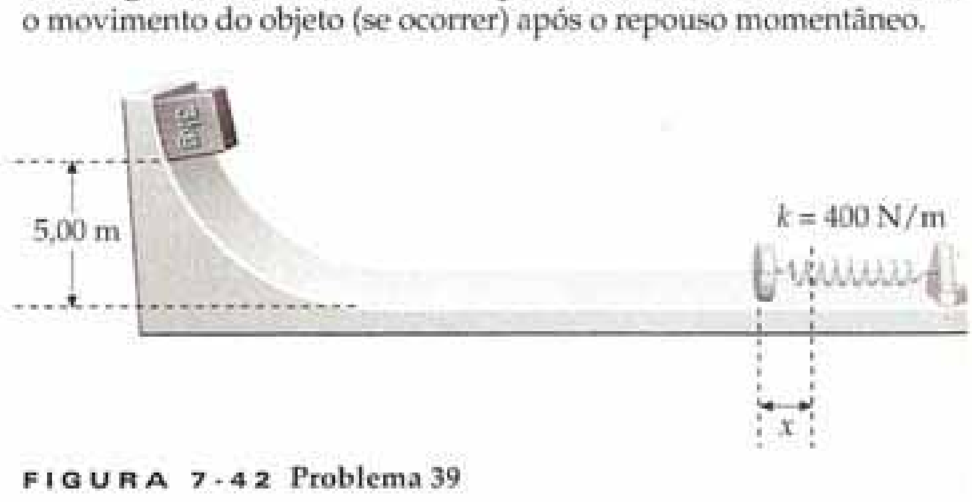


FIGURA 7-42 Problema 39

40 • **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, RICO EM CONTEXTO** Você está projetando um jogo para crianças pequenas e quer verificar se a rapidez máxima de uma bola impõe a necessidade de uso de óculos de proteção. No seu jogo, uma bola de 15,0 g deve ser atirada de um revólver de mola, cuja mola tem uma constante de força de 600 N/m. A mola é comprimida de 5,00 cm, quando em uso. Qual a rapidez com que a bola abandonará a arma e qual a altura que ela atingirá, se o revólver for apontado verticalmente para cima? O que você recomendaria com relação ao uso de óculos de proteção?

41 • Uma criança de 16 kg, em um balanço de 6,0 m de comprimento, move-se com uma rapidez de 3,4 m/s quando o assento do balanço passa pelo seu ponto mais baixo. Qual é o ângulo que o balanço forma com a vertical quando atinge seu ponto mais alto? Despreze a resistência do ar e suponha que a criança não está forçando o balanço.

42 •• O sistema mostrado na Figura 7-43 está inicialmente em repouso, quando o barbante de baixo é cortado. Encontre a rapidez dos objetos quando eles estão, momentaneamente, à mesma altura. A polia sem atrito não tem massa.

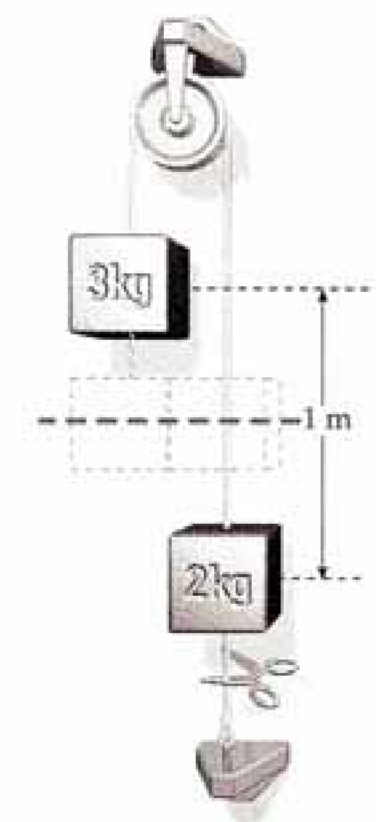


FIGURA 7-43 Problema 42

43 •• Um bloco de massa m está sobre um plano inclinado (Figura 7-44). O coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano é μ_e. Uma força gradualmente crescente puxa para baixo a mola (de constante de força k). Encontre a energia potencial U da mola (em termos dos dados) no momento em que o bloco começa a se mover.

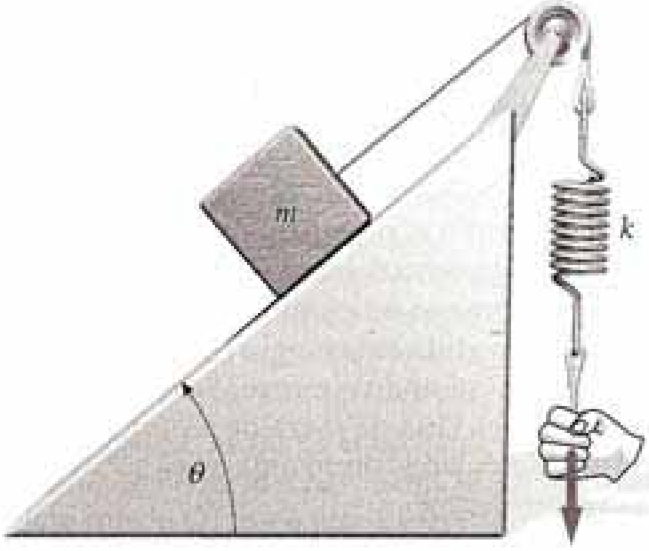


FIGURA 7-44 Problema 43

44 •• Um bloco de 2,40 kg é largado sobre uma mola (Figura 7-45) de uma altura de 5,00 m. Quando o bloco está momentaneamente em repouso, a mola está comprimida de 25,0 cm. Determine a rapidez do bloco quando a compressão da mola é de 15,0 cm.

FIGURA 7-45 Problema 44

45 •• Uma bola de massa m, presa à extremidade de um cordão, move-se em um círculo vertical com energia mecânica constante E. Qual é a diferença entre a tensão na base do círculo e a tensão no topo?

46 •• Uma menina de massa m está levando um lanche para o piquenique da vovó. Ela amarra uma corda de comprimento R ao galho de uma árvore, sobre um riacho, e começa a se balançar, a partir do repouso, de um ponto que é $R/2$ mais baixo do que o galho. Qual é a menor tensão de ruptura que a corda pode ter para não se romper atirando a menina no riacho?

47 •• Um carrinho de montanha-russa, de 1500 kg, parte do repouso de uma altura $H = 23{,}0$ m (Figura 7-46) acima da base de um laço de 15,0 m de diâmetro. Se o atrito é desprezível, determine a força para baixo exercida pelos trilhos sobre o carrinho, quando este está no topo do laço, de cabeça para baixo.

FIGURA 7-46 Problema 47

48 •• Um carrinho de montanha-russa está se movendo com rapidez v_0 no início do percurso, quando desce um vale de 5,0 m e depois sobe até o topo de uma elevação, 4,5 m acima do início do percurso. Desconsidere o atrito e a resistência do ar. (*a*) Qual é a menor rapidez v_0 necessária para que o carrinho ultrapasse o topo da elevação? (*b*) Esta rapidez pode ser alterada modificando-se a profundidade do vale, para que o carrinho adquira mais rapidez lá embaixo? Explique.

49 •• Uma montanha-russa consiste em um único laço. O carrinho é, inicialmente, empurrado, adquirindo a energia mecânica exatamente necessária para que os passageiros se sintam "sem peso" no ponto mais alto do arco circular. Eles se sentirão com qual peso ao passarem pela base do arco (isto é, qual é a força normal exercida para cima quando eles estão na base do laço)? Dê sua resposta como um múltiplo de mg (o peso real dos passageiros). Desconsidere atrito e resistência do ar.

50 •• Uma pedra é atirada para cima, a um ângulo de 53° com a horizontal. A altura máxima que ela atinge, acima do ponto de

lançamento, é 24 m. Qual é a rapidez inicial da pedra? Despreze a resistência do ar.

51 •• Uma bola de 0,17 kg (de beisebol) é lançada do teto de um edifício, 12 m acima do chão. Sua velocidade inicial é de 30 m/s, formando 40° acima da horizontal. Despreze a resistência do ar. (*a*) Qual é a altura máxima, acima do chão, atingida pela bola? (*b*) Qual é a rapidez da bola ao chegar ao chão?

52 •• Um pêndulo de 80 cm de comprimento, com uma bolinha de 0,60 kg, é largado do repouso quando forma um ângulo inicial θ_0 com a vertical. Na parte mais baixa da oscilação, a rapidez da bolinha é 2,8 m/s. (*a*) Quanto vale θ_0? (*b*) Qual é o ângulo que o pêndulo forma com a vertical quando a rapidez da bolinha é 1,4 m/s? Este ângulo é igual a $\frac{1}{2}\theta_0$? Explique o porquê da resposta.

53 •• A ponte Royal George, sobre o rio Arkansas (EUA), está 310 m acima do rio. Uma praticante de *bungee-jump*, de 60 kg, tem uma corda elástica, cujo comprimento quando não tensionada é de 50 m presa a seus pés. Suponha que, como uma mola ideal, a corda não tem massa e aplica uma força restauradora linear quando tensionada. A saltadora se lança e, em seu ponto mais baixo, mal consegue tocar a água. Após inúmeras subidas e descidas, ela termina em repouso a uma altura h acima da água. Aplique à saltadora o modelo de partícula pontual e despreze a resistência do ar. (*a*) Determine h. (*b*) Determine a rapidez máxima da saltadora.

54 •• Um pêndulo consiste em uma bola de 2,0 kg presa a um fio leve de 3,0 m de comprimento. Quando suspensa em repouso, com o fio na vertical, a bola recebe um impulso horizontal que lhe imprime uma velocidade horizontal de 4,5 m/s. No instante em que o fio forma um ângulo de 30° com a vertical qual é (*a*) a rapidez da bola, (*b*) a energia potencial gravitacional (relativa a seu valor no ponto mais baixo) e (*c*) a tensão no fio? (*d*) Qual é o ângulo do fio com a vertical, quando a bola atinge sua altura máxima?

55 •• Um pêndulo consiste em um fio de comprimento L e uma bolinha de massa m. A bolinha é elevada até que o fio fique na horizontal. A bolinha é, então, lançada para baixo com a menor rapidez inicial necessária para que ela possa completar uma volta completa no plano vertical. (*a*) Qual é a energia cinética máxima da bolinha? (*b*) Qual é a tensão no fio quando a energia cinética é máxima?

56 •• Uma criança de 360 N de peso balança-se sobre um laguinho usando uma corda presa ao galho de uma árvore da margem. O galho está 12 m acima do nível do solo e a superfície da água está 1,8 m abaixo do nível do solo. A criança toma da corda em um ponto a 10,6 m do galho, e se move para trás até que o ângulo entre a corda e a vertical seja de 23°. Quando a corda está na posição vertical, a criança a larga e cai no laguinho. Determine a rapidez da criança no momento em que toca a superfície da água.

57 •• Caminhando à beira de um lago, você encontra uma corda presa a um forte galho de árvore que está 5,2 m acima do nível do chão. Você decide usar a corda para se balançar sobre o lago. A corda está um pouco esgarçada, mas suporta o seu peso. Você estima que a corda se romperá se a tensão for 80 N maior que o seu peso. Você agarra a corda em um ponto a 4,6 m do galho e recua para se balançar sobre o lago. (Adote, para você próprio, o modelo de uma partícula pontual presa à corda a 4,6 m do galho.) (*a*) Qual é o maior ângulo inicial seguro, entre a corda e a vertical, para o qual a corda não se romperá durante o balançar? (*b*) Se você parte deste ângulo máximo e a superfície do lago está 1,2 m abaixo do nível do solo, com que rapidez você atingirá a água, se você largar a corda quando esta estiver na vertical?

58 ••• A bolinha de um pêndulo, de massa m, está presa a um fio leve de comprimento L e, também, presa a uma mola de constante de força k. Com o pêndulo na posição mostrada na Figura 7-47, a mola está frouxa. Se a bolinha é, agora, empurrada lateralmente de forma que o fio passe a formar um *pequeno* ângulo θ com a vertical e largada, qual é a rapidez da bolinha quando ela passa pela posição de equilíbrio? *Dica: Lembre-se das aproximações de ângulo pequeno: se θ é expresso em radianos e se* $|\theta| \ll 1$, *então* $\operatorname{sen}\theta \approx \tan\theta \approx \theta$ *e* $\cos\theta \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$.

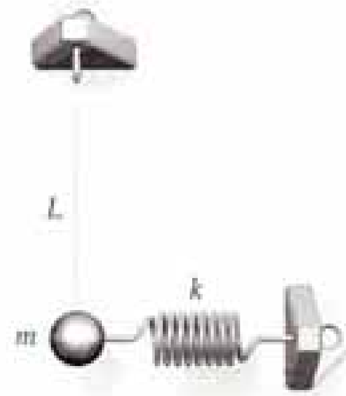


FIGURA 7-47 Problema 58

59 ••• Um pêndulo está suspenso do teto e preso a uma mola que, por sua vez, está presa ao chão em um ponto diretamente abaixo do suporte do pêndulo (Figura 7-48). A massa da bolinha do pêndulo é m, o comprimento do pêndulo é L e a constante de força é k. O comprimento da mola frouxa é $L/2$ e a distância entre o chão e o teto é $1{,}5L$. O pêndulo é puxado lateralmente, de modo a formar um ângulo θ com a vertical e é então liberado do repouso. Obtenha uma expressão para a rapidez da bolinha, quando ela passa pelo ponto diretamente abaixo do suporte do pêndulo.

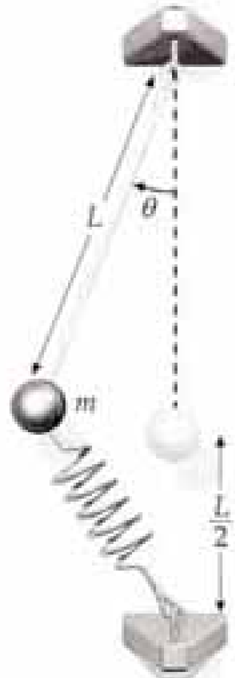


FIGURA 7-48 Problema 59

ENERGIA TOTAL E FORÇAS NÃO-CONSERVATIVAS

60 • Em uma erupção vulcânica, 4,00 km³ de uma montanha, com uma massa específica média de 1600 kg/m³, foram lançados a uma altura média de 500 m. (*a*) Qual é a menor quantidade de energia, em joules, que foi liberada durante a erupção? (*b*) A energia liberada por bombas termonucleares é medida em megatons de TNT, onde 1 megaton de TNT = $4{,}2 \times 10^{15}$ J. Converta seu resultado da Parte (*a*) para megatons de TNT.

61 • **RICO EM CONTEXTO** Para queimar a energia que você adquiriu comendo uma grande pizza de *pepperoni* na sexta-feira à noite, sábado pela manhã você sobe um morro de 120 m de altura. (*a*) Atribuindo um valor razoável para sua própria massa, determine o aumento de sua energia potencial gravitacional. (*b*) De onde vem esta energia? (*c*) O corpo humano é tipicamente 20 por cento eficiente. Quanta energia foi convertida em energia térmica? (*d*) Quanta energia química você gastou subindo o morro? Sabendo que a oxidação (queima) de uma simples fatia de pizza de *pepperoni* libera cerca de 1,0 MJ (250 calorias alimentares) de energia, você acha que uma única subida ao morro é suficiente?

62 • Um carro de 2000 kg, movendo-se com uma rapidez inicial de 25 m/s em uma estrada horizontal, desliza até parar 60 m

adiante. (*a*) Determine a energia dissipada pelo atrito. (*b*) Determine o coeficiente de atrito cinético entre os pneus e a estrada. (*Nota*: Ao parar sem deslizar e usando freios convencionais, 100 por cento da energia cinética é dissipada pelo atrito nos freios. Com freios regenerativos, como os utilizados em veículos híbridos, apenas 70 por cento da energia cinética é dissipada.)

63 • Um trenó de 8,0 kg está inicialmente em repouso em uma estrada horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o trenó e a estrada é 0,40. O trenó é puxado ao longo de 3,0 m por uma força de 40 N a ele aplicada, formando um ângulo de 30° acima da horizontal. (*a*) Determine o trabalho realizado pela força aplicada. (*b*) Determine a energia dissipada pelo atrito. (*c*) Determine a variação da energia cinética do trenó. (*d*) Determine a rapidez do trenó após ter percorrido os 3,0 m.

64 •• Usando a Figura 7-41, suponha que as superfícies descritas não são lisas e que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e as superfícies é 0,30. O bloco tem uma rapidez inicial de 7,0 m/s e desliza 2,0 m antes de atingir a rampa. Determine (*a*) a rapidez do bloco quando ele chega à rampa e (*b*) a distância que o bloco desliza rampa acima, antes de atingir, momentaneamente, o repouso. (Despreze a energia dissipada na curva de transição.)

65 •• O bloco de 2,0 kg da Figura 7-49 desliza para baixo, ao longo de uma rampa curva sem atrito, partindo do repouso de uma altura de 3,0 m. O bloco desliza, então, por 9,0 m, ao longo de uma superfície horizontal rugosa antes de atingir o repouso. (*a*) Qual é a rapidez do bloco na base da rampa? (*b*) Qual é a energia dissipada pelo atrito? (*c*) Qual é o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície horizontal?

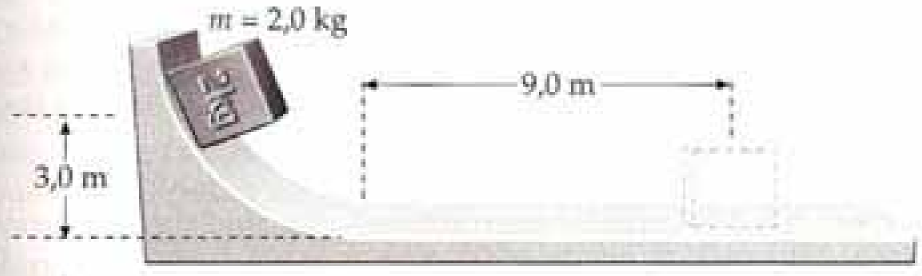


FIGURA 7-49 Problema 65

66 •• Uma menina de 20 kg desce por um escorregador cujo desnível vertical é de 3,2 m. Quando ela chega à base do escorregador, sua rapidez é 1,3 m/s. (*a*) Quanta energia foi dissipada pelo atrito? (*b*) Se a inclinação do escorregador é de 20° com a horizontal, qual é o coeficiente de atrito cinético entre a menina e o escorregador?

67 •• Na Figura 7-50, o coeficiente de atrito cinético entre o bloco de 4,0 kg e a estante é 0,35. (*a*) Determine a energia dissipada pelo atrito quando o bloco de 2,0 kg cai de uma altura y. (b) Determine a variação da energia mecânica E_{mec} do sistema dois blocos–Terra, durante o tempo que o bloco de 2,0 kg leva para cair a distância y. (*c*) Use seu resultado da Parte (*b*) para encontrar a rapidez de cada bloco após o bloco de 2,0 kg ter caído 2,0 m.

68 •• Um pequeno corpo de massa m se move em um círculo horizontal de raio r sobre uma mesa áspera. Ele está preso a um fio horizontal fixo ao centro do círculo. A rapidez do objeto é, inicialmente, v_0. Após completar uma volta em torno do círculo, a rapidez do objeto é $0,5v_0$. (*a*) Determine a energia dissipada pelo atrito durante uma revolução em termos de m, v_0 e r. (*b*) Qual é o coeficiente de atrito cinético? (*c*) Quantas voltas o corpo ainda dará até parar?

69 •• A rapidez inicial de uma caixa de 2,4 kg, que sobe um plano inclinado de 37° com a horizontal, é 3,8 m/s. O coeficiente de atrito cinético entre a caixa e o plano é 0,30. (*a*) Qual é a distância que a caixa percorre sobre o plano até parar? (*b*) Qual é sua rapidez quando já tiver percorrido metade da distância encontrada na Parte (*a*)?

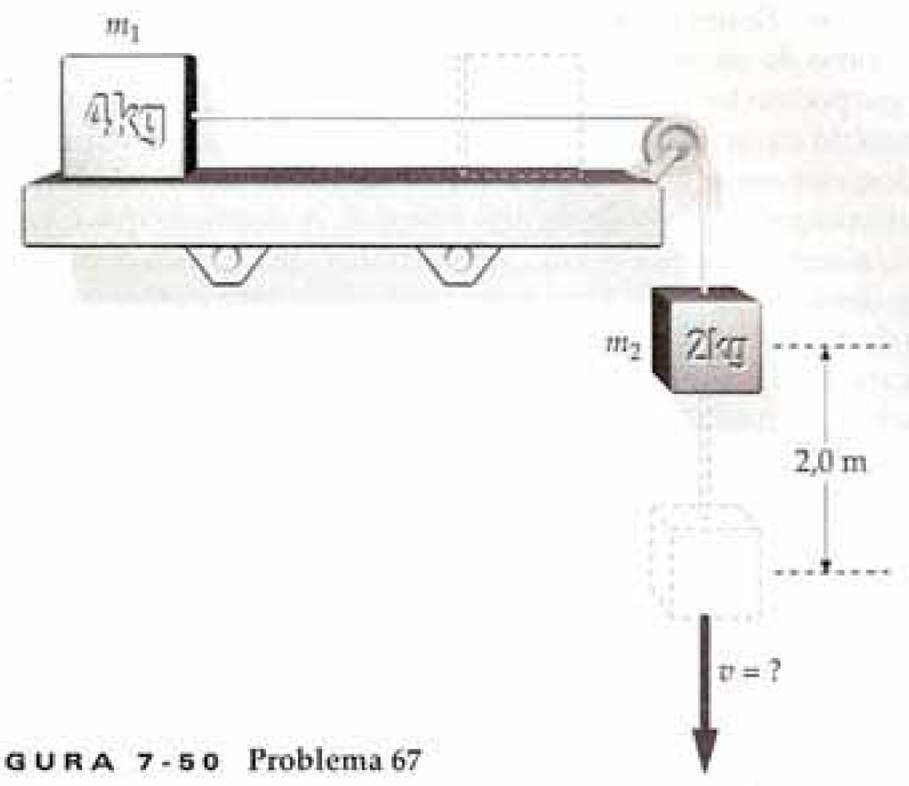


FIGURA 7-50 Problema 67

70 ••• Um bloco de massa m está sobre um plano inclinado de um ângulo θ com a horizontal (Figura 7-51). Uma mola, de constante de força k, está presa ao bloco. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano é μ_e. A mola é puxada para cima paralelamente ao plano, muito lentamente. (*a*) Qual é a distensão da mola, no momento em que o bloco começa a se mover? (*b*) O bloco pára de se deslocar justo quando a distensão da mola que se contrai chega a zero. Expresse μ_c (o coeficiente de atrito cinético) em termos de μ_e e de θ.

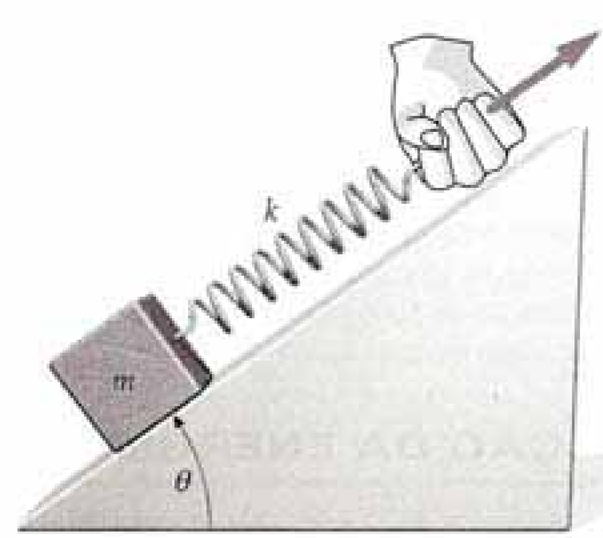


FIGURA 7-51 Problema 70

MASSA E ENERGIA

71 • (*a*) Calcule a energia de repouso de 1,0 g de areia. (*b*) Se você pudesse converter esta energia completamente em energia elétrica e vendê-la por dez centavos de dólar americano o kW · h, quanto você receberia? (*c*) Se você pudesse alimentar uma lâmpada de 100 W com esta energia, por quanto tempo ela se manteria acesa?

72 • Um quiloton de TNT, quando detonado, libera uma energia explosiva de aproximadamente 4×10^{12} J. De quanto fica reduzida a massa dos remanescentes da bomba, após a explosão, em comparação com a bomba antes da explosão? Se você pudesse juntar todas as partes, esta perda de massa seria percebida?

73 • **CONCEITUAL** Calcule sua energia de repouso em mega elétron-volts e em joules. Se essa energia pudesse ser convertida completamente em energia cinética para o seu carro, estime a rapidez que ele teria. Use a expressão não-relativística para a energia cinética e comente se sua resposta justifica, ou não, o uso dessa expressão não-relativística.

74 • Se um buraco negro e uma estrela "normal" orbitam um em torno do outro, gases da estrela normal capturados pelo buraco negro podem ter sua temperatura elevada em milhões de graus, por causa do aquecimento por atrito. Quando os gases são assim aquecidos, eles começam a irradiar luz na região de raios X do espectro eletromagnético (fótons de alta energia). Acredita-se que Cygnus X-1, a segunda mais intensa fonte conhecida de raios X do céu, é um desses sistemas binários; ele irradia com uma potência estimada de 4×10^{31} W. Se supomos que 1,0 por cento da massa capturada escapa como energia de raios X, com que taxa o buraco negro está ganhando massa?

75 • **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** Você está calculando as necessidades de combustível para uma pequena usina geradora de energia elétrica por fusão. Suponha uma conversão de 33 por cento em energia elétrica. Para a reação de fusão deutério–trítio (D-T) do Exemplo 7-18, calcule o número de reações por segundo necessárias para gerar 1,00 kW de potência elétrica.

76 • Use a Tabela 7-1 para calcular a energia necessária para remover um nêutron de uma partícula alfa em repouso, deixando um núcleo de hélio-3 em repouso mais um nêutron com 1,5 MeV de energia cinética.

77 • Um nêutron livre decai em um próton mais um elétron e um antineutrino do elétron [um antineutrino do elétron (símbolo $\bar{\nu}_e$) é uma partícula elementar praticamente sem massa]: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. Use a Tabela 7-1 para calcular a energia liberada por esta reação.

78 •• Em um tipo de reação de fusão nuclear, dois dêuterons se juntam para formar uma partícula alfa. (*a*) Qual é a energia liberada por esta reação? (*b*) Quantas reações deste tipo devem ocorrer, por segundo, para que se produza 1 kW de potência?

79 •• Uma grande usina nuclear produz 1000 MW de potência elétrica através de fissão nuclear. (*a*) De quantos quilogramas a massa do combustível nuclear é reduzida a cada ano? (Suponha uma eficiência de 33 por cento para a usina nuclear.) (*b*) Em uma usina de queima de carvão, cada quilograma de carvão libera 31 MJ de energia térmica quando queimado. Quantos quilos de carvão são necessários, a cada ano para a geração de 1000 MW? (Suponha uma eficiência de 38 por cento para a usina de carvão.)

QUANTIZAÇÃO DA ENERGIA

80 •• Uma massa, presa a uma extremidade de uma mola de constante de força igual a 1000 N/m, oscila com a freqüência de 2,5 oscilações por segundo. (*a*) Determine o número quântico n do estado em que ela se encontra, se ela tem uma energia total de 10 J. (*b*) Qual é a energia de seu estado fundamental?

81 •• Repita o Problema 80, considerando agora um átomo em um sólido, vibrando com a freqüência de $1{,}00 \times 10^{14}$ oscilações por segundo e tendo uma energia total de 2,7 eV.

PROBLEMAS GERAIS

82 • Um bloco de massa m, partindo do repouso, é puxado para cima, sobre um plano sem atrito, inclinado de um ângulo θ com a horizontal, por um fio paralelo ao plano. A tensão no fio é T. Após percorrer uma distância L, a rapidez do bloco é v_f. Deduza uma expressão para o trabalho realizado pela força de tensão.

83 • Um bloco de massa m desliza com rapidez constante v para baixo sobre um plano inclinado de um ângulo θ com a horizontal. Deduza uma expressão para a energia dissipada pelo atrito durante o intervalo de tempo Δt.

84 • Em física de partículas, a energia potencial associada a um par de quarks ligado pela força nuclear forte é, em um particular modelo teórico, escrita como a função $U(r) = -(\alpha/r) + kr$, onde k e α são constantes positivas e r é a distância de separação entre os dois quarks.* (*a*) Esboce o perfil geral da função energia potencial. (*b*) Qual é a forma geral da força que cada quark exerce sobre o outro? (*c*) Para os casos extremos de valores de r muito pequenos e muito grandes, a força toma qual forma simplificada?

85 • **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, RICO EM CONTEXTO** Você recebeu a incumbência de instalar o aproveitamento de energia solar na fazenda de seu avô. No local, uma média de 1,0 kW/m² atinge a superfície durante as horas do dia em um dia claro. Se isto pudesse ser convertido com 25 por cento de eficiência em energia elétrica, qual a área de coletores que você precisaria para fazer funcionar uma bomba de irrigação de 4,0 hp durante as horas claras do dia?

86 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** A energia radiante do Sol que atinge a órbita da Terra é de 1,35 kW/m². (*a*) Mesmo quando o Sol está a pino e em condições secas e desérticas, 25 por cento desta energia é absorvida e/ou refletida pela atmosfera antes de atingir a superfície da Terra. Se a freqüência média da radiação eletromagnética que vem do Sol é de $5{,}5 \times 10^{14}$ Hz, quantos fótons por segundo incidem sobre um painel solar de 1,0 m²? (*b*) Suponha os painéis com uma alta eficiência de 10,0 por cento, na conversão de energia radiante em energia elétrica utilizável. Qual é o tamanho do painel solar necessário para suprir as necessidades de um carro de 5,0 hp movido a energia solar (supondo que o carro seja alimentado diretamente pelos painéis solares e não por baterias), durante uma corrida no Cairo, ao meio-dia do dia 21 de março? (*c*) Supondo uma eficiência mais realista de 3,3 por cento e painéis capazes de girar, de forma a estarem sempre perpendiculares à luz solar, qual o tamanho do conjunto de painéis solares necessário para suprir as necessidades da Estação Espacial Internacional, que exige continuamente cerca de 110 kW de potência elétrica?

87 •• Em 1964, depois que o automóvel a jato *Spirit of America*, de 1250 kg, perdeu seu pára-quedas e se descontrolou em uma corrida em Bonneville Salt Flats, no Utah (EUA), foram deixadas marcas de derrapagem de cerca de 8,00 km. (O fato mereceu menção no livro Guinness de recordes mundiais como a maior marca de derrapagem.) (*a*) Se o carro estava se movendo inicialmente com uma rapidez de cerca de 800 km/h e ainda viajava a 300 km/h quando ao ser arremessado em um lago salgado, estime o coeficiente de atrito cinético μ_c. (*b*) Qual era a energia cinética do carro, 60 s após a derrapagem ter começado?

88 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, RICO EM CONTEXTO** Um reboque para esquiadores está sendo desenhado, para uma nova área de prática de esqui. Ele deve ser capaz de puxar um máximo de 80 esquiadores em uma subida de 600 m, inclinada de 15° acima da horizontal, com uma rapidez de 2,50 m/s. O coeficiente de atrito cinético entre os esquis e a neve vale, tipicamente, 0,060. Como gerente das instalações, você encomendaria ao fabricante um motor com qual potência, se a massa média de um esquiador é 75,0 kg? Suponha que você deve estar preparado para qualquer emergência, encomendando uma potência 50 por cento maior do que o mínimo calculado.

89 •• **VÁRIOS PASSOS** Uma caixa de massa m, sobre o chão, está ligada a uma mola horizontal de constante de força k (Figura 7-52). O coeficiente de atrito cinético entre a caixa e o chão é μ_c. A outra extremidade da mola está presa a uma parede. A mola está inicialmente frouxa. Se a caixa é afastada da parede de uma distância d_0 e largada, ela desliza de volta. Suponha que a caixa não deslize tanto a ponto de as espiras da mola se tocarem. (*a*) Obtenha uma expressão para a distância d_1 percorrida pela caixa antes de parar pela primeira vez.

* Este é conhecido como o "potencial de Cornell", apresentado na publicação Physical Review Letters, e é de autoria dos prêmios Nobel de 2004 Gross, Wilczek e Politzer.

(*b*) Supondo $d_1 > d_0$, obtenha uma expressão para a rapidez da caixa após ter percorrido uma distância d_0 depois de largada. (*c*) Obtenha o valor particular de μ_c para o qual $d_1 = d_0$.

FIGURA 7-52 Problema 89

90 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, RICO EM CONTEXTO** Você opera um pequeno elevador de grãos. Um de seus silos utiliza um elevador cuja caçamba transporta uma carga máxima de 800 kg, em uma distância vertical de 40 m. (O elevador de caçamba funciona acionado por uma correia, do tipo das correias transportadoras.) (*a*) Qual é a potência liberada pelo motor elétrico que aciona o elevador quando este ergue a caçamba com carga plena a 2,3 m/s? (*b*) Supondo uma eficiência do motor de 85 por cento, quanto lhe custa fazer funcionar o elevador, por dia, se ele funciona durante 60 por cento do tempo, entre as 7 e as 19 horas, com uma carga média igual a 85 por cento de sua carga máxima? Suponha o custo da energia elétrica de 50 centavos por quilowatt-hora.

91 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** Para reduzir a necessidade de potência em seus motores, os elevadores possuem contrapesos a eles ligados por cabos que passam por uma polia no topo do poço. Despreze o atrito na polia. Se um elevador de 1200 kg, cuja carga máxima é de 800 kg, tem um contrapeso de 1500 kg, (*a*) qual é a potência liberada pelo motor quando o elevador sobe, lotado, com uma rapidez de 2,3 m/s? (*b*) Qual é a potência liberada pelo motor quando o elevador sobe, a 2,3 m/s, sem carga?

92 •• Em velhos filmes de ficção científica, os autores procuravam inovar nas maneiras de lançar naves espaciais para a Lua. Em um caso hipotético, um roteirista imaginou o lançamento de uma sonda lunar a partir de um túnel profundo e liso, inclinado de 65,0° acima da horizontal. No fundo do túnel, estava fixa uma mola muito dura, projetada para realizar o lançamento. A extremidade mais alta da mola, quando frouxa, ficava 30,0 m abaixo da boca do túnel. O roteirista concluiu, de suas pesquisas, que, para alcançar a Lua, a sonda de 318 kg deveria ter uma rapidez de, pelo menos, 11,2 km/s na saída do túnel. Se a mola era comprimida de 95,0 m antes do lançamento, qual deveria ser o valor mínimo de sua constante de força para que o lançamento fosse bem-sucedido? Despreze o atrito no interior do túnel.

93 •• Em uma erupção vulcânica, um pedaço de rocha vulcânica porosa de 2 kg é lançada verticalmente para cima, com uma rapidez inicial de 40 m/s. Ela sobe uma distância de 50 m até começar a cair de volta à Terra. (*a*) Qual é a energia cinética inicial da rocha? (*b*) Qual é o aumento de energia térmica provocado pela resistência do ar, na subida? (*c*) Se o aumento de energia térmica provocado pela resistência do ar, na descida, é 70 por cento do que ocorreu na subida, qual é a rapidez da rocha quando ela retorna à sua posição inicial?

94 •• Um bloco de massa m parte do repouso, de uma altura h, e escorrega para baixo sobre um plano sem atrito inclinado de um ângulo θ com a horizontal, como mostra a Figura 7-53. O bloco atinge uma mola de constante de força k. Determine de quanto a mola é comprimida até o bloco parar momentaneamente.

95 •• **PLANILHA ELETRÔNICA** Um bloco de massa m está suspenso por uma mola e é livre para se mover verticalmente (Figura 7-54). A orientação $+y$ aponta para baixo e a origem está na posição do bloco quando a mola está frouxa. (*a*) Mostre que a energia potencial como função da posição pode ser expressa como $U = \frac{1}{2}ky^2 - mgy$.

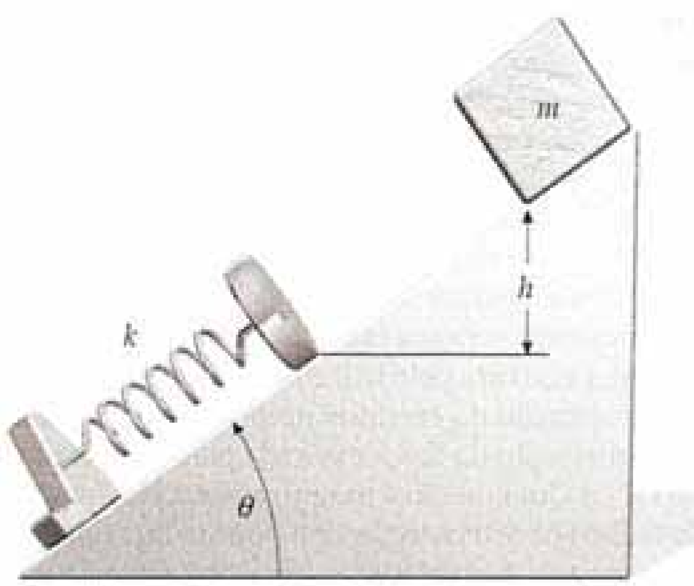


FIGURA 7-53 Problema 94

(*b*) Usando um programa de **planilha eletrônica**, ou uma calculadora gráfica, faça um gráfico de U como função de y com $k = 2$ N/m e $mg = 1$ N. (*c*) Explique como se pode ver, no gráfico, que existe uma posição de equilíbrio estável para um valor positivo de y. Usando a expressão para U da Parte (*a*), determine (analiticamente) o valor de y quando o bloco está em sua posição de equilíbrio. (*d*) Da expressão para U, encontre a força resultante que atua sobre m em qualquer posição y. (*e*) O bloco é largado do repouso com a mola frouxa; se não existe atrito, qual é o maior valor de y que ele atingirá? Indique $y_{máx}$ em seu gráfico/planilha.

FIGURA 7-54 Problema 95

96 •• Um revólver de mola é engatilhado comprimindo-se uma mola, pequena e forte, de uma distância d. Ele dispara, verticalmente para cima, um sinalizador luminoso de massa m. O sinalizador tem uma rapidez v_0 ao abandonar a mola e sobe até uma altura máxima h do ponto em que abandonou a mola. Após abandonar a mola, efeitos de arraste do ar sobre o sinalizador são significativos. (Dê suas respostas em termos de m, v_0, d, h e g.) (*a*) Qual é o trabalho realizado sobre a mola durante a compressão? (*b*) Qual é o valor da constante de força k? (*c*) Entre o instante do lançamento e o instante em que a altura máxima foi atingida, quanta energia mecânica é dissipada em energia térmica?

97 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, RICO EM CONTEXTO** Sua firma está projetando uma nova montanha-russa. Para a concessão do alvará de funcionamento, é exigido o cálculo de forças e de acelerações em vários pontos importantes do percurso. Cada carrinho terá uma massa total (incluindo a dos passageiros) de 500 kg e viajará livremente sobre o trilho sinuoso sem atrito mostrado na Figura 7-55. Os pontos A, E e G estão em trechos retos horizontais, todos à mesma altura de 10 m acima do solo. O ponto C está a uma altura de 10 m acima do

solo em um trecho inclinado de 30°. O ponto B está na crista de uma elevação, enquanto o ponto D está no nível do solo, no fundo de um vale. O raio de curvatura nestes dois pontos é de 20 m. O ponto F está no meio de uma curva horizontal de perfil inclinado, com um raio de curvatura de 30 m, e à mesma altura dos pontos A, E e G. No ponto A, a rapidez do carrinho é 12 m/s. (*a*) Se o carrinho tem justo as mínimas condições para vencer a barreira no ponto B, qual deve ser a altura do ponto B em relação ao solo? (*b*) Se o carrinho tem justo as mínimas condições para vencer a barreira no ponto B, qual deve ser a magnitude da força exercida pelo trilho sobre o carrinho neste ponto? (*c*) Qual será a aceleração do carrinho no ponto C? (*d*) Quais serão a magnitude e a orientação da força exercida pelo trilho sobre o carrinho no ponto D? (*e*) Quais serão a magnitude e a orientação da força exercida pelo trilho sobre o carrinho, no ponto F? (*f*) Em G, um força constante de frenagem é aplicada ao carrinho devendo fazer com que ele páre após 25 m. Qual é a magnitude que deve ter esta força?

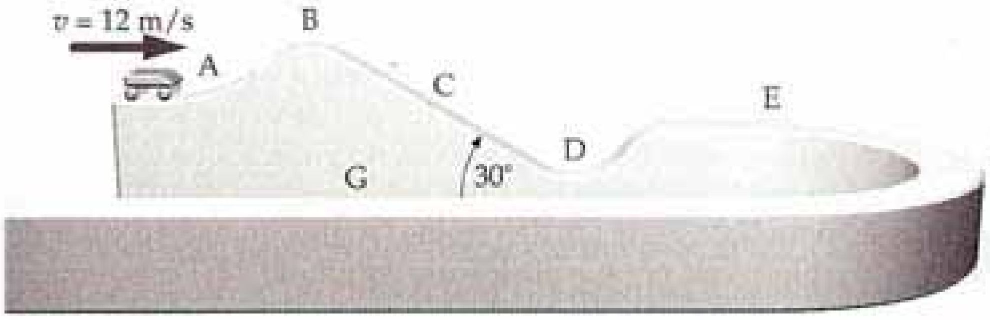


FIGURA 7-55 Problema 97

98 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** O cabo de um elevador de 2000 kg se rompeu e o elevador está se movendo para baixo com uma rapidez constante de 1,5 m/s. Um sistema de freamento de segurança, que funciona com atrito, evita que o elevador aumente a rapidez de descida. (*a*) Com que taxa o sistema de freamento está convertendo energia mecânica em energia térmica? (*b*) Enquanto o elevador se move para baixo a 1,5 m/s, o sistema de freamento falha e o elevador entra em queda livre por uma distância de 5,0 m até atingir uma grande mola de segurança com constante de força de $1,5 \times 10^4$ N/m. Determine a compressão d sofrida pela mola até o elevador chegar ao repouso.

99 ••• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA, RICO EM CONTEXTO** Para medir a força combinada de atrito (atrito de rolamento mais arraste do ar) sobre um carro em movimento, uma equipe de engenheiros automobilísticos, da qual você faz parte, desliga o motor e deixa que o carro desça em ponto morto ladeiras de inclinações conhecidas. A equipe recolhe os seguintes dados: (1) Em uma ladeira de 2,87°, o carro desce com a rapidez constante de 20 m/s. (2) Em uma ladeira de 5,74°, a rapidez constante de descida é 30 m/s. A massa total do carro é 1000 kg. (*a*) Qual é a magnitude da força de atrito combinada a 20 m/s (F_{20}) e a 30 m/s (F_{30})? (*b*) Qual deve ser a potência desenvolvida pelo motor para se dirigir o carro em uma estrada plana com uma rapidez constante de 20 m/s (P_{20}) e de 30 m/s (P_{30})? (*c*) A potência máxima que o motor pode desenvolver é 40 kW. Qual é o maior ângulo de inclinação que permite o carro subir uma ladeira com uma rapidez constante de 20 m/s? (*d*) Suponha que o motor realize a mesma quantidade de trabalho útil, para cada litro de gasolina, não importando qual a rapidez. A 20 m/s, em uma estrada plana, o carro faz 12,7 km/L. Quantos quilômetros por litro ele faz viajando a 30 m/s?

100 •• **APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** (*a*) Calcule a energia cinética de um carro de 1200 kg que se move a 50 km/h. (*b*) Se a força resistiva (atrito de rolamento e arraste do ar) é de 300 N quando a rapidez é de 50 km/h, qual é a menor energia necessária para deslocar o carro 300 m à rapidez constante de 50 km/h?

101 ••• Um pêndulo consiste em uma pequena bola de massa m presa a um fio de comprimento L. A bola é segurada lateralmente, com o fio na horizontal (Figura 7-56). Então, ela é largada do repouso. No ponto mais baixo da trajetória, o fio se prende a um pequeno prego, a uma distância R acima desse ponto. Mostre que R deve ser menor do que $2L/5$ para que o fio permaneça tenso enquanto a bola completa uma volta inteira em torno do prego.

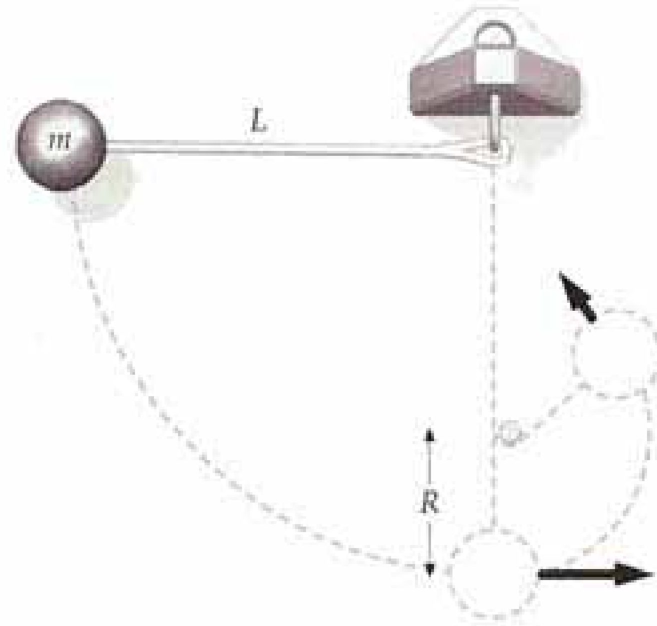


FIGURA 7-56 Problema 101

102 •• Uma embarcação esportiva de 285 kg é dirigida, na superfície de um lago, com a rapidez constante de 13,5 m/s, de encontro a uma rampa inclinada de 25,0° acima da horizontal. O coeficiente de atrito entre o casco da embarcação e a superfície da rampa é 0,150, e a extremidade mais elevada da rampa está 2,00 m acima da superfície da água. (*a*) Supondo que o motor é desligado quando a embarcação chega na rampa, qual é sua rapidez ao abandonar a rampa? (*b*) Qual é a rapidez da embarcação quando ela atinge novamente a água? Despreze a resistência do ar.

103 •• Uma tradicional experiência de laboratório de física básica, que trata da conservação da energia e das leis de Newton, é mostrada na Figura 7-57. Um carrinho deslizante é colocado sobre um trilho de ar e é preso por um fio que passa por uma polia sem atrito e sem massa, a um peso pendente. A massa do carrinho é M, enquanto a massa do objeto pendente é m. Quando o colchão de ar é formado, o trilho se torna praticamente sem atrito. Então, você larga o objeto pendente e mede a rapidez do carrinho depois de o objeto ter caído uma certa distância y. (*a*) Para mostrar que a rapidez medida é a prevista pela teoria, aplique conservação da energia mecânica e calcule a rapidez como função de y. (*b*) Para confirmar este cálculo, aplique a segunda e a terceira leis de Newton diretamente, esboçando um diagrama de corpo livre para cada uma das duas massas e aplicando as leis de Newton para determinar suas acelerações. Então, use a cinemática para calcular a rapidez do carrinho como função de y.

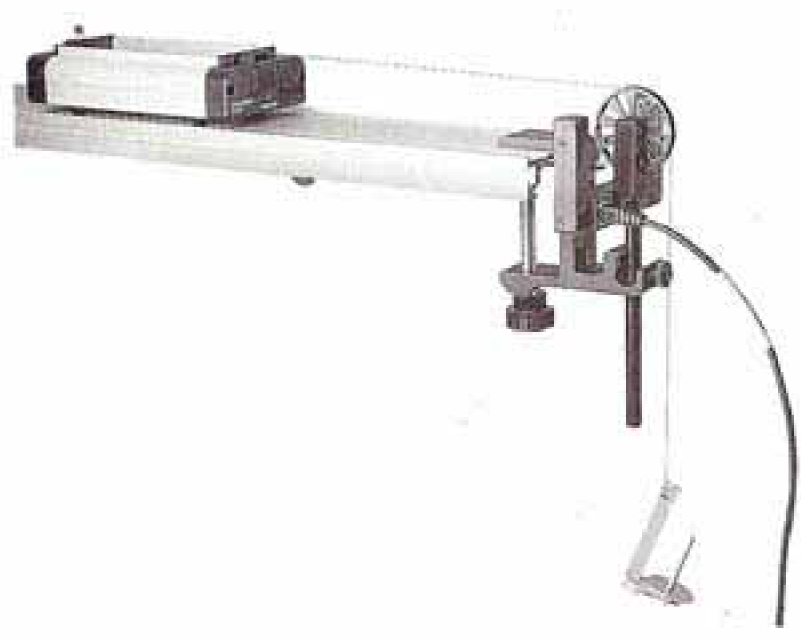


FIGURA 7-57 Problema 103

104 •• **APLICAÇÃO BIOLÓGICA** A energia gasta por uma pessoa que se exercita correndo é dirigida, segundo um dado modelo de análise, para acelerar ou frear os pés e as partes inferiores das pernas. Se a rapidez do corredor é v, então a rapidez máxima do pé e da parte inferior da perna é $2v$. (Entre o momento em que deixa o chão e o momento em que toca novamente o chão, o pé percorre praticamente duas vezes a distância percorrida pelo dorso e, portanto, sua rapidez deve ser, na média, o dobro da do dorso.) Se a massa do pé e da parte inferior da perna é m, a energia necessária para acelerar estes membros, do repouso até $2v$, é $\frac{1}{2}m(2v)^2 = 2mv^2$, e a mesma energia é necessária para desacelerar esta massa de volta ao repouso para o próximo passo. Seja 5,0 kg a massa do pé e da parte inferior da perna, e considere um corredor a 3,0 m/s com passadas de 1,0 m. A energia necessária, para cada perna, a cada 2,0 m de corrida, é $2mv^2$ e, portanto, a energia necessária para as duas pernas, a cada segundo de corrida, vale $6mv^2$. Calcule a taxa de gasto de energia do corredor usando este modelo, supondo que seus músculos tenham uma eficiência de 20 por cento.

105 •• Um professor de colégio sugeriu, certa vez, o seguinte método para medir a magnitude da aceleração de queda livre: pendure uma massa em um fio bem fino (comprimento L) para fazer um pêndulo com a massa a uma altura H do chão, quando a massa estiver em seu ponto mais baixo P. Puxe o pêndulo até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical. Bem acima do ponto P, coloque uma lâmina de barbear posicionada de modo a cortar o fio quando a massa passar pelo ponto P. Quando o fio é cortado, a massa é projetada horizontalmente e atinge o solo a uma distância horizontal D do ponto P. A idéia era que a medida de D, como função de θ_0, deveria de alguma maneira determinar g. Fora algumas óbvias dificuldades experimentais, o experimento tinha uma falha fatal: D não depende de g! Mostre que isto é verdade e que D depende apenas do ângulo θ_0.

106 ••• A bolinha de um pêndulo de comprimento L é puxada lateralmente até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical e então seja liberada. No Exemplo 7-5, a conservação da energia foi usada para obter a rapidez da bolinha na parte mais baixa de sua trajetória. Neste problema, você deve obter o mesmo resultado usando a segunda lei de Newton. (*a*) Mostre que a componente tangencial da segunda lei de Newton se escreve como $dv/dt = -g \text{ sen } \theta$, onde v é a rapidez e θ é o ângulo entre o fio e a vertical. (*b*) Mostre que v pode ser escrito como $v = L\, d\theta/dt$. (*c*) Use este resultado e a regra da cadeia de derivação para obter $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta}\frac{v}{L}$. (*d*) Combine os resultados das Partes (*a*) e (*c*) para obter $v\, dv = -gL \text{ sen } \theta\, d\theta$. (*e*) Integre o lado esquerdo da equação da Parte (*d*), de $v = 0$ até a rapidez final v, e o lado direito de $\theta = \theta_0$ até $\theta = 0$, para mostrar que o resultado é equivalente a $v = \sqrt{2gh}$, onde h é a altura original da bolinha acima do ponto mais baixo de sua trajetória.

107 ••• **PLANILHA ELETRÔNICA** Um praticante de rapel desce uma face de um penhasco quando tropeça e começa a deslizar sobre a rocha, preso apenas à corda de *bungee-jump* que está presa no topo do penhasco. A face do penhasco tem a forma de um suave quadrante de cilindro, de altura (e raio) $H = 300$ m (Figura 7-58). Trate a corda de *bungee-jump* como uma mola de constante de força $k = 5{,}00$ N/m e comprimento frouxo $L = 60{,}0$ m. A massa do montanhista é 85,0 kg. (*a*) Usando um programa de **planilha eletrônica**, faça um gráfico da energia potencial do montanhista como função de s, sua distância ao topo do penhasco *medida ao longo da superfície curva*. Use valores de s entre 60,0 m e 200 m. (*b*) A queda começou quando o montanhista estava a uma distância $s_i = 60{,}0$ m do topo do penhasco e terminou quando ele estava a uma distância $s_f = 110$ m do topo. Determine a energia dissipada pelo atrito entre o momento do tropeço e o momento em que ele parou.

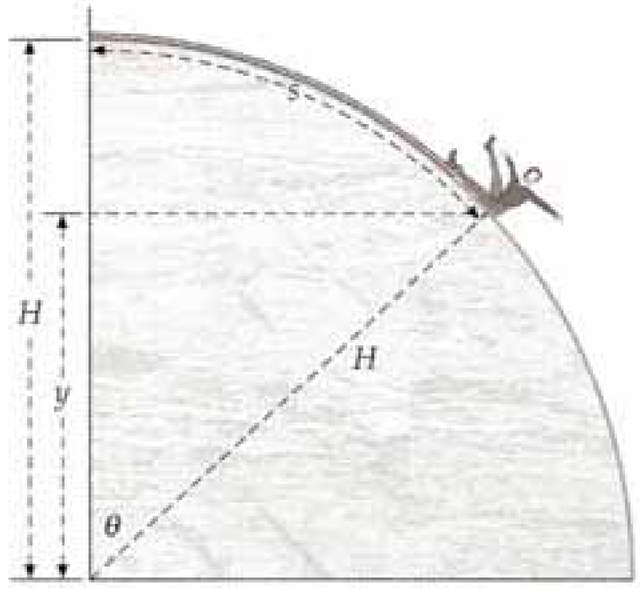


FIGURA 7-58 Problema 107

108 ••• **PLANILHA ELETRÔNICA** Um bloco de madeira (massa m) está ligado a duas molas sem massa, como mostrado na Figura 7-59. Cada mola tem um comprimento frouxo L e uma constante de força k. (*a*) Se o bloco é deslocado de uma distância x, como mostrado, qual é a variação da energia potencial armazenada nas molas? (*b*) Qual é a magnitude da força que puxa o bloco de volta à sua posição de equilíbrio? (*c*) Usando um programa de **planilha eletrônica**, ou uma calculadora gráfica, faça um gráfico da energia potencial U como função de x para $0 \le x \le 0{,}20$ m. Suponha $k = 1$ N/m, $L = 0{,}10$ m e $m = 1{,}0$ kg. (*d*) Se o bloco é deslocado de uma distância $x = 0{,}10$ m e liberado, qual é sua rapidez quando passa pelo ponto de equilíbrio? Suponha o bloco sobre uma superfície sem atrito.

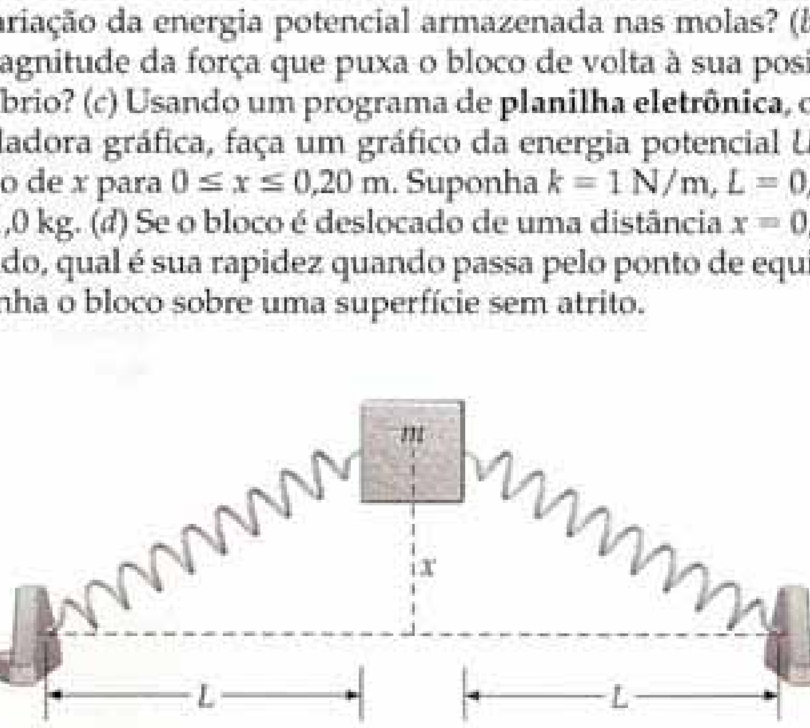


FIGURA 7-59 Problema 108