

Caos

Imaginemos duas folhas que caem a um rio e são levadas pela corrente. As folhas, inicialmente muito próximas, afastam-se progressivamente, podendo distar de alguns quilómetros passado algumas horas. O movimento de cada folha é *determinista*, no sentido que as mesmas condições iniciais conduzem exactamente às mesmas previsões. Se o facto de a folha cair a 1 cm da margem ou a 1.000 001 cm leva a trajectórias completamente diferentes, prever, no sentido a que estávamos habituados no movimento do pêndulo, torna-se numa tarefa impossível!

Esta *sensibilidade às condições iniciais* é devida à existência de muitos pontos de equilíbrio instável. Por exemplo, se um alpinista no cimo de uma montanha muito ponteguda deixar cair uma pedra na vertical, basta uma diferença muito pequena na posição ou velocidade inicial da pedra para que esta role por uma ou por outra vertente, o que torna o lançamento impossível de prever. Quando as equações do movimento são complicadas existem muitos, mesmo uma infinidade, de pontos de equilíbrio instável espalhados pelo espaço das fases, dando este carácter imprevisível à evolução no tempo.

É neste sentido que se fala de *caos*: o mais pequeno erro nas condições iniciais leva a desvios arbitrariamente grandes nas previsões. Nos últimos anos, o rápido desenvolvimento dos computadores, tem vindo a mostrar que os sistemas caóticos não são a excepção, são a regra. Que previsão podemos então fazer sobre um sistema caótico? Do mesmo tipo que os meteorologistas fazem sobre o tempo: por um lado os valores médios normais para uma dada região numa dada época; por outro a evolução do estado do tempo em períodos relativamente curtos (bastante precisão para algumas horas, razoável de um dia para o outro, bastante falíveis para vários dias...). E quando sairmos de casa sem guarda-chuva e começar a chover, a culpa não é (necessariamente) dos meteorologistas. A culpa é do caos!

O intervalo de tempo em que as previsões que podemos fazer são mais ou menos fiáveis tem a ver com as escalas de tempo envolvidas no problema. Se em Meteorologia esse tempo é muitas vezes decepcionantemente pequeno para as nossas necessidades, noutros domínios é muito grande comparado com a escala da vida humana. De facto, outro exemplo que até aqui considerávamos um paradigma da ordem era o do movimento dos planetas. Mas para obtermos os resultados simples expressos pelas leis de Kepler estuda-se apenas a interacção de dois corpos celestes: a Terra à volta do Sol ou a Lua à volta da Terra. Recentemente, estudando o movimento da Terra e Marte em torno do Sol, mas levando em conta a (pequena) interacção entre a Terra e Marte, previu-se comportamento caótico para as órbitas destes planetas. Um pequeno desvio de $10^{-8}\%$ nas respectivas posições leva a um erro dez vezes superior ao fim de um certo tempo T , atingindo-se um desvio de 100% em relação à órbita inicial ao fim de $10T$. Felizmente, o valor de T é de 100 milhões de anos! O Sol continuará a brilhar por mais 4 biliões de anos, se calhar com os planetas todos trocados à sua volta...