

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESCOLA POLITÉCNICA

Departamento de Estruturas e Fundações

PEF-2404

Pontes e Grandes Estruturas
Projeto de Super. em Con. Protendido

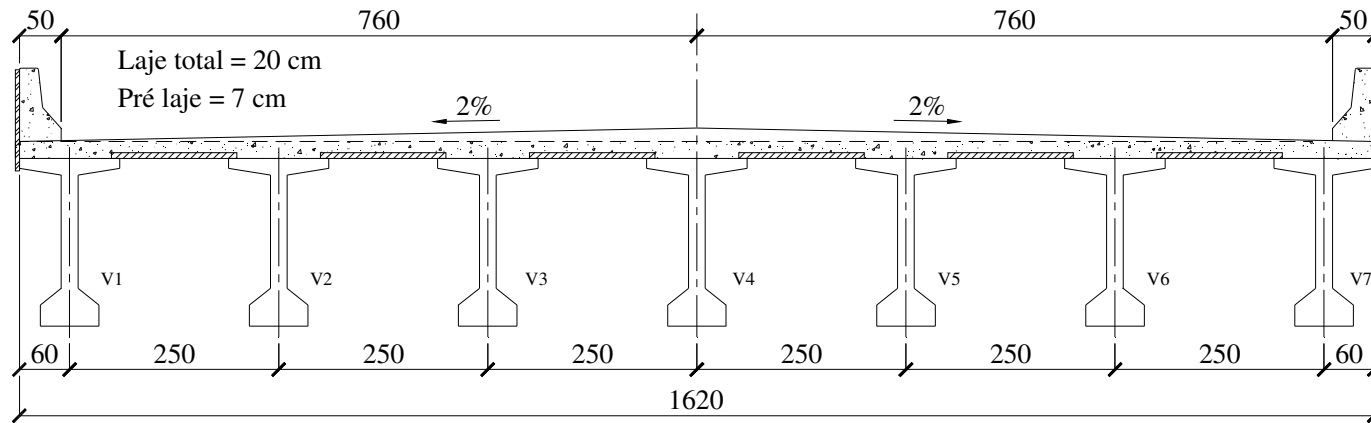
Prof. Fernando Rebouças Stucchi
Prof. Kalil José Skaf

São Paulo
2006

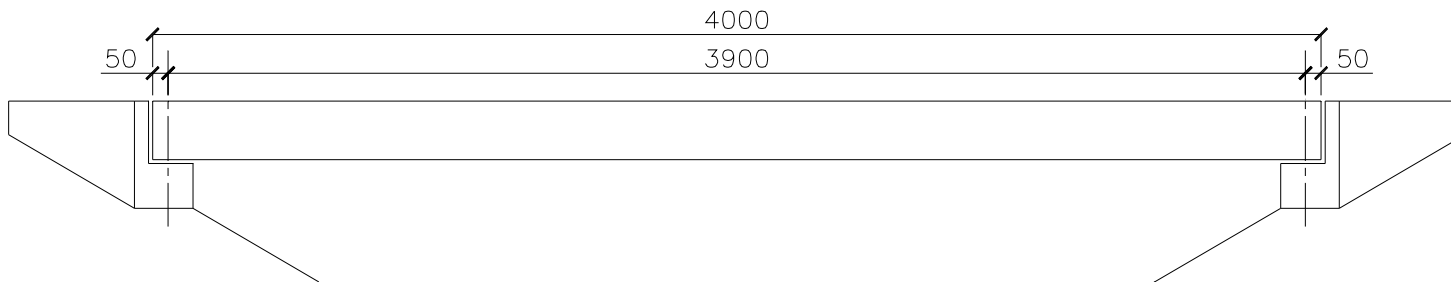
SUMÁRIO

1. SISTEMA ESTRUTURAL	3
2. PROPRIEDADES FÍSICAS E CARACTERÍSTICAS GEOMETRICAS DAS VIGAS	4
3. APLICAÇÃO DO PROCESSO DE FAUCHART	5
4. DETERMINAÇÃO DAS CARGAS	6
4.1. CARGA PERMANENTE	6
4.2. CARGA VARIÁVEL	6
5. COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO DAS AÇÕES	10
6. ENVOLTÓRIA DE MOMENTOS (Viga 1)	10
7. ENVOLTÓRIA DE ESFORÇOS CORTANTES (Viga 1)	12
8. ENVOLTÓRIA DE MOMENTO TORSOR (Viga 1)	13
9. ESTIMATIVA DA PROTENSÃO NECESSÁRIA	14
10. TRAÇADO DOS CABOS	15
11. PERDAS DE PROTENSÃO NA SEÇÃO DO MEIO DO VÃO	15
11.1. PERDAS POR ATRITO E ENCUNHAMENTO	15
11.2. PERDAS POR ENCURTAMENTO ELÁSTICO DO CONCRETO ...	18
11.3. PERDAS PROGRESSIVAS	19
12. ESTADO LIMITE ÚLTIMO NO ATO DA PROTENSÃO	24
13. VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES EM SERVIÇO	25
14. ESTADO LIMITE ÚLTIMO	26
14.1. SEGURANÇA À FLEXÃO SIMPLES	26
14.2. SEGURANÇA ÀS SOLICITAÇÕES TANGENCIAIS	29

1. SISTEMA ESTRUTURAL



Corte transversal no meio do vão



Corte longitudinal

(medidas em cm)

2. PROPRIEDADES FÍSICAS E CARACTERÍSTICAS GEOMETRICAS DAS VIGAS

$$f_{ck} = 35 \text{ MPa}$$

$$E_{ci} = 5600\sqrt{35} = 33130 \text{ MPa}$$

$$E_{cs} = 0,85E_{ci} = 28160,5 \text{ MPa}$$

$$G = 0,4E_{cs} = 11264,2 \text{ MPa}$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 3,2 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} = 2,25 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk,f} = \alpha \cdot f_{ctk,inf}$$

$$\alpha = 1,2 \therefore \text{Seção em Duplo T}$$

$$f_{ctk,f} = 1,2 \cdot 2,25 = 2,7 \text{ MPa}$$

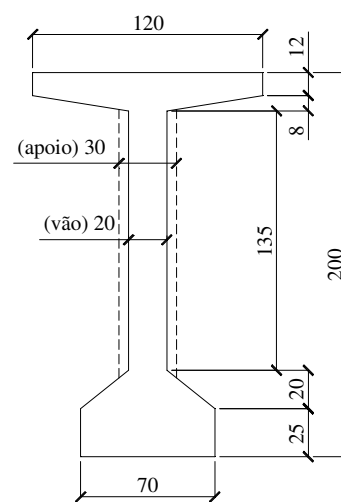
Aço CP190 RB

$$f_{ptk} = 1900 \text{ MPa}$$

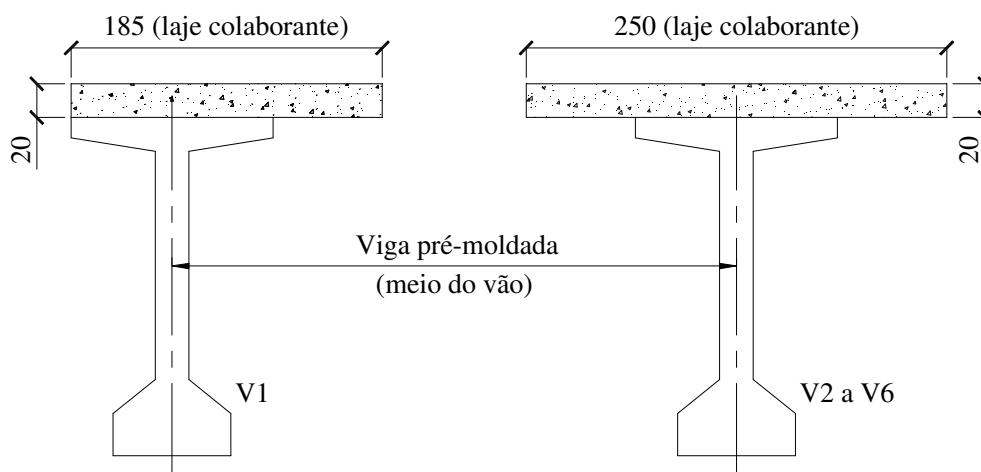
$$f_{pyk} = 0,9 f_{ptk} = 0,9 \cdot 1900 = 1710 \text{ MPa}$$

$$E_p = 200000 \text{ MPa}$$

$$\alpha_p = \frac{200000}{28160,5} = 7,1$$



VIGA PREMOLDADA



Seções no meio do vão após o endurecimento do concreto da laje.

Viga Extrema (V1 e V7)
(meio do vão)

$$\begin{aligned} A &= 1,105 \text{ m}^2 \\ I &= 0,685 \text{ m}^4 \\ y_s &= 0,83 \text{ m} \\ y_i &= 1,37 \text{ m} \\ W_s &= 0,825 \text{ m}^3 \\ W_i &= 0,500 \text{ m}^3 \\ k_s &= 0,747 \text{ m} \\ k_i &= 0,452 \text{ m} \\ I_t &= 0,0103 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

Viga Interna (V2 a V6)
(meio do vão)

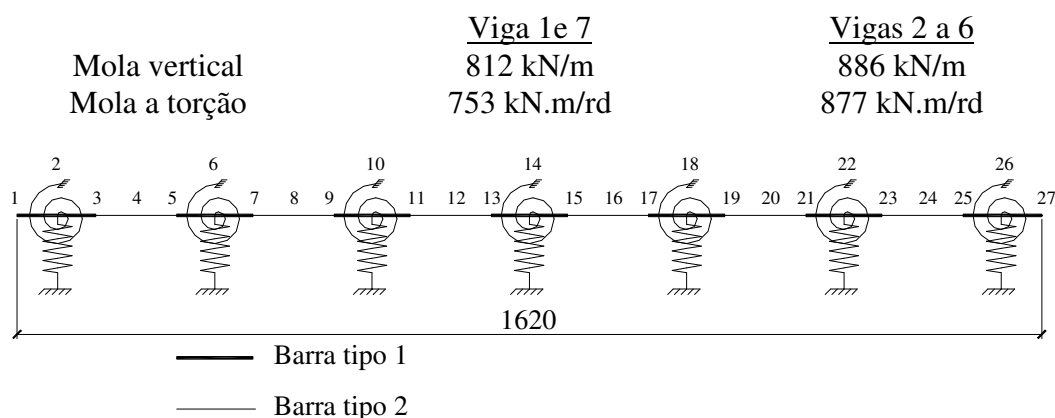
$$\begin{aligned} A &= 1,235 \text{ m}^2 \\ I &= 0,747 \text{ m}^4 \\ y_s &= 0,75 \text{ m} \\ y_i &= 1,45 \text{ m} \\ W_s &= 0,996 \text{ m}^3 \\ W_i &= 0,515 \text{ m}^3 \\ k_s &= 0,806 \text{ m} \\ k_i &= 0,417 \text{ m} \\ I_t &= 0,0120 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

Viga Premoldada
(meio do vão)

$$\begin{aligned} A &= 0,735 \text{ m}^2 \\ I &= 0,3884 \text{ m}^4 \\ y_s &= 0,995 \text{ m} \\ y_i &= 1,005 \text{ m} \\ W_s &= 0,3904 \text{ m}^3 \\ W_i &= 0,3865 \text{ m}^3 \\ k_s &= 0,5312 \text{ m} \\ k_i &= 0,5259 \text{ m} \end{aligned}$$

3. APLICAÇÃO DO PROCESSO DE FAUCHART

$$K_v = \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 EI \therefore K_t = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 GI_t$$



Esquema transversal para a determinação dos esforços solicitantes nas vigas principais.

$$A_1 = 0,3 \text{ m}^2 \therefore I_1 = 0,00225 \text{ m}^4 \text{ (barra tipo 1)}$$

$$A_2 = 0,2 \text{ m}^2 \therefore I_2 = 0,0006666 \text{ m}^4 \text{ (barra tipo 2)}$$

Linha de influência transversal da viga 1

Ponto	F(V1)	Mt(V1)	Ponto	F(V1)	Mt(V1)	Ponto	F(V1)	Mt(V1)
1	0,715	0,173	10	0,102	-0,044	19	-0,035	-0,018
2	0,634	0,125	11	0,066	-0,045	20	-0,035	-0,014
3	0,553	0,080	12	0,034	-0,045	21	-0,034	-0,010
4	0,467	0,039	13	0,012	-0,042	22	-0,031	-0,007
5	0,387	0,012	14	-0,003	-0,039	23	-0,028	-0,004
6	0,318	-0,007	15	-0,016	-0,035	24	-0,025	-0,001
7	0,253	-0,023	16	-0,026	-0,031	25	-0,022	0,002
8	0,190	-0,036	17	-0,031	-0,026	26	-0,019	0,005
9	0,140	-0,042	18	-0,034	-0,022	27	-0,015	0,008

4. DETERMINAÇÃO DAS CARGAS

4.1. CARGA PERMANENTE

➤ Viga 1 e 7

$$g_0 = 0,735 \cdot 25 = 18,38 \text{ kN/m (viga premoldada)}$$

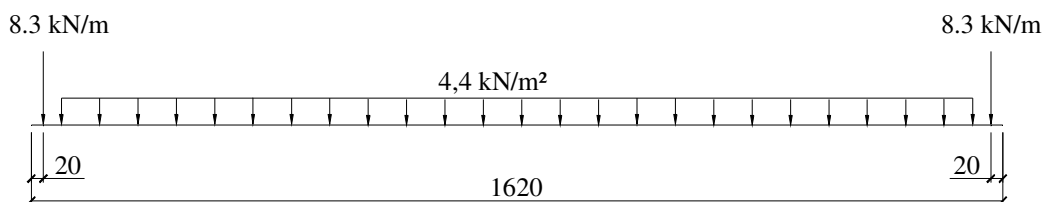
$$g_1 = 1,85 \cdot 0,2 \cdot 25 = 9,25 \text{ kN/m (laje)}$$

Guarda roda – 8,3 kN/m

Pavimentação – $\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$, espessura de 10 cm $\Rightarrow 2,4 \text{ kN/m}^2$

Repavimentação – 2 kN/m²

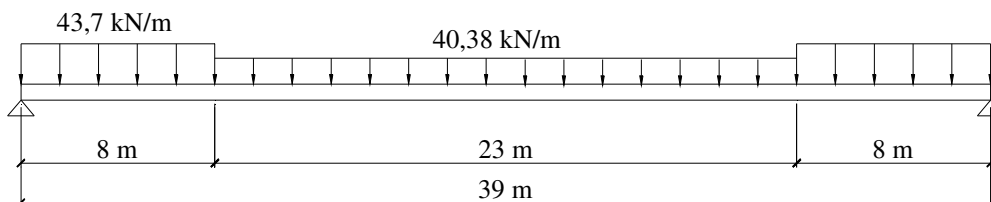
Cálculo de g_2 considerando o efeito grelha (Guarda roda, pavimentação e repavimentação)



$$g_2 = 8,3 \cdot (0,688 - 0,016) + (2,4 + 2) \cdot 1,63$$

$$g_2 = 12,75 \text{ kN/m}$$

(c/ engrossamento na alma)

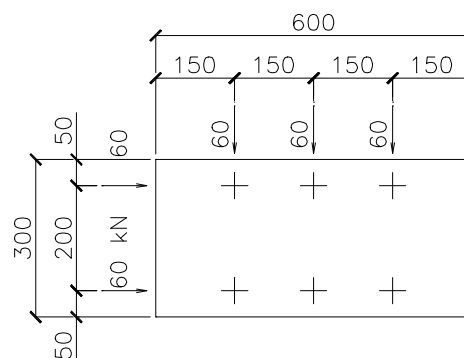


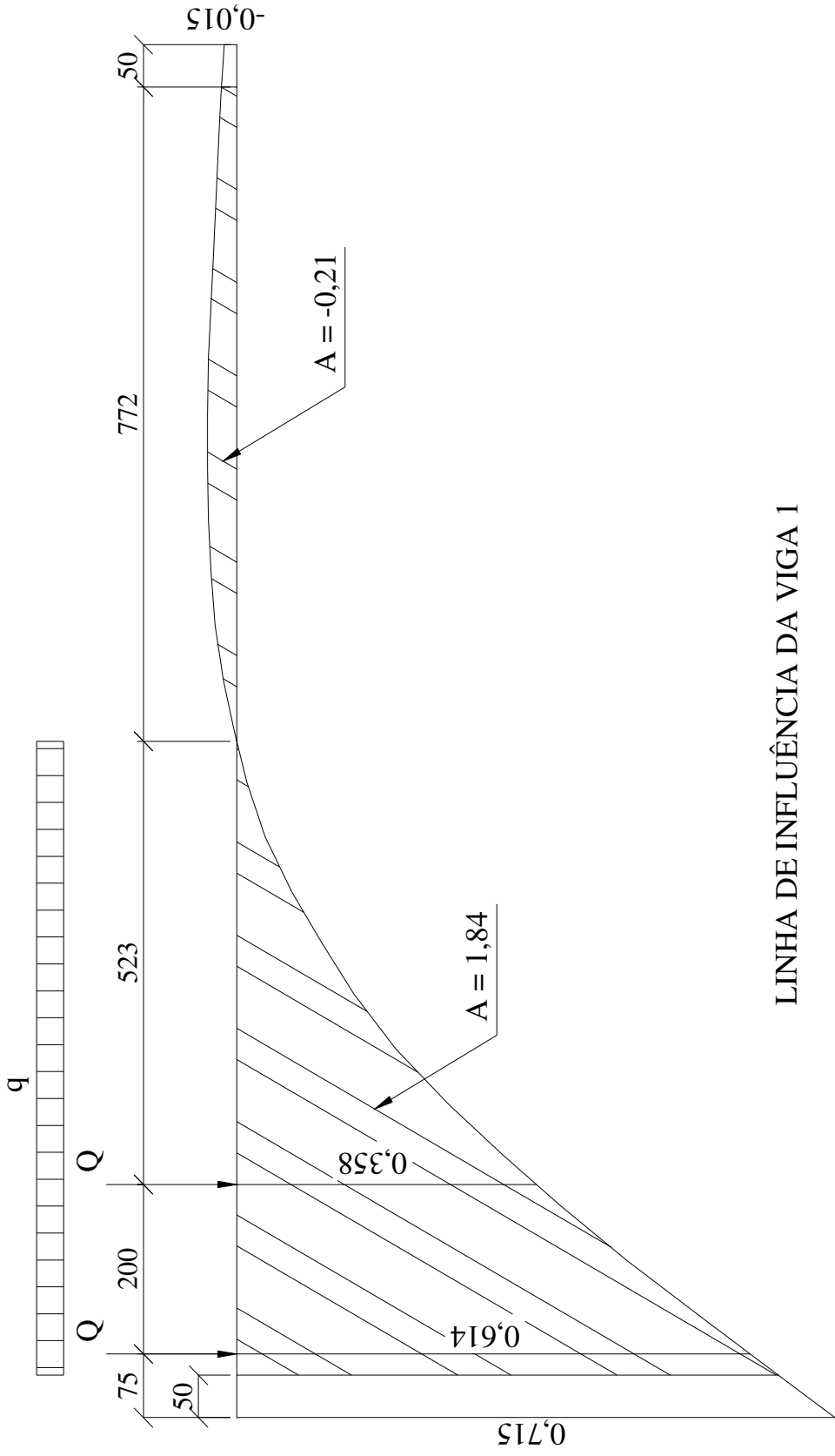
Carga permanente

4.2. CARGA VARIÁVEL

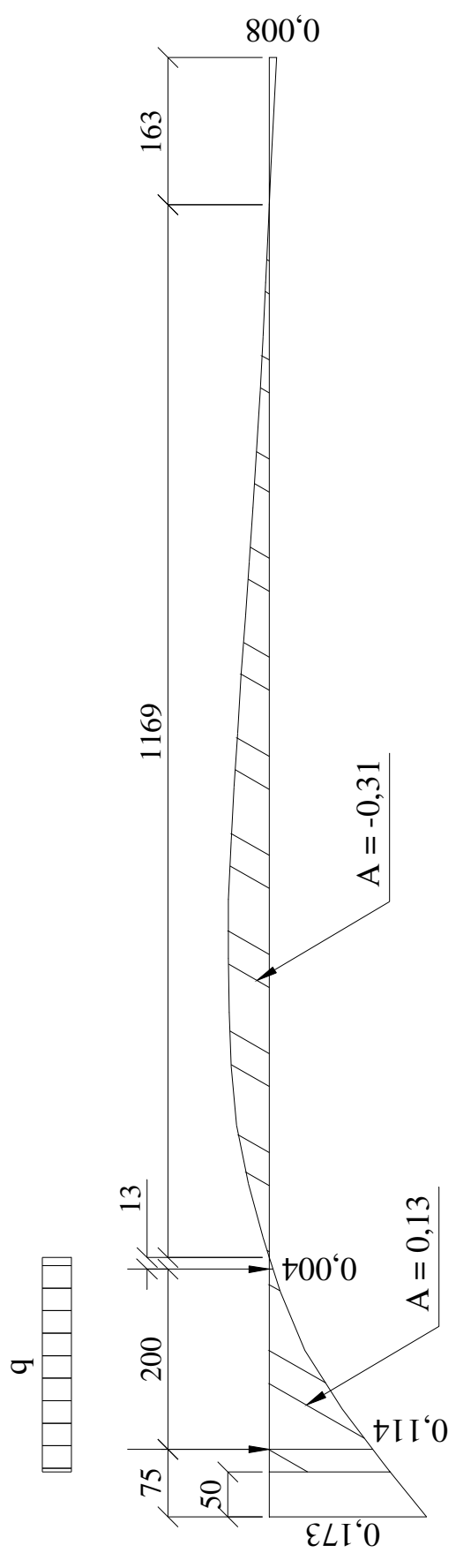
Será utilizado o veículo classe 45 com carga em cada roda de 75 kN e carga distribuída de 5 kN/m², exceto na projeção do veículo. No entanto, de forma a simplificar os cálculos, será considerada a carga distribuída também na projeção do veículo (trem tipo homogeneizado) e este acréscimo é subtraído da força pontual, ou seja,

$$Q = 75 - \frac{5 \cdot (6 \cdot 3)}{6} = 60 \text{ kN}$$





LINHA DE INFLUÊNCIA DA VIGA I



LINHA DE INFLUÊNCIA DE TORÇÃO DA VIGA 1

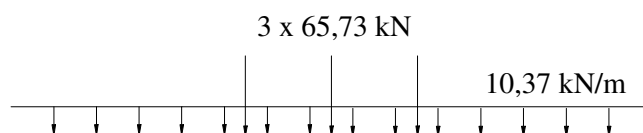
➤ Viga 1

Coeficiente de impacto:

$$\varphi = 1,4 - 0,007l = 1,4 - 0,007 \cdot 39 = 1,127$$

$$Q_k^+ = 60 \cdot 1,127 \cdot (0,614 + 0,358) = 65,73 \text{ kN}$$

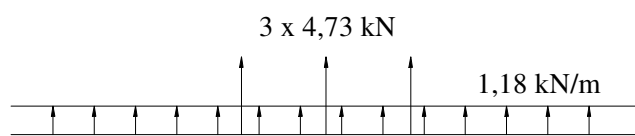
$$q_k^+ = 5 \cdot 1,127 \cdot 1,84 = 10,37 \text{ kN/m}$$



Trem tipo positivo

$$Q_k^- = 60 \cdot 1,127 \cdot 2 \cdot 0,035 = -4,73 \text{ kN}$$

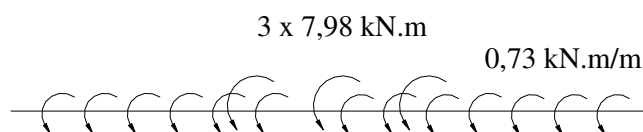
$$q_k^- = 5 \cdot 1,127 \cdot -0,21 = -1,18 \text{ kN/m}$$



Trem tipo negativo

$$T_k^+ = 60 \cdot 1,127 \cdot (0,114 + 0,004) = 7,98 \text{ kN.m}$$

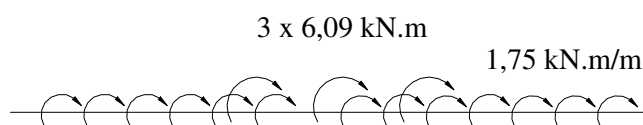
$$t_k^+ = 5 \cdot 1,127 \cdot 0,13 = 0,73 \text{ kN.m/m}$$



Trem tipo de torção positivo

$$T_k^- = 60 \cdot 1,127 \cdot 2 \cdot -0,045 = -6,09 \text{ kN.m}$$

$$t_k^- = 5 \times 1,127 \cdot -0,31 = -1,75 \text{ kN.m/m}$$



Trem tipo de torção negativo

5. COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO DAS AÇÕES

Estado limite último:

$\gamma_g = 1,35$ (desfavorável), $\gamma_g = 1,00$ (favorável) e $\gamma_q = 1,5$ (pontes)

$$F_d = \gamma_g F_{g,k} + \gamma_q F_{q,k}$$

Estado limite de serviço:

$\psi_1 = 0,5$ e $\psi_2 = 0,3$ (longarinas de ponte rodoviária)

Combinação rara:

$$F_{d,CR} = F_{g,k} + F_{q,k}$$

Combinação frequente:

$$F_{d,CF} = F_{g,k} + \Psi_1 F_{q,k}$$

Combinação quase permanente:

$$F_{d,CQP} = F_{g,k} + \Psi_2 F_{q,k}$$

6. ENVOLTÓRIA DE MOMENTOS (Viga 1)

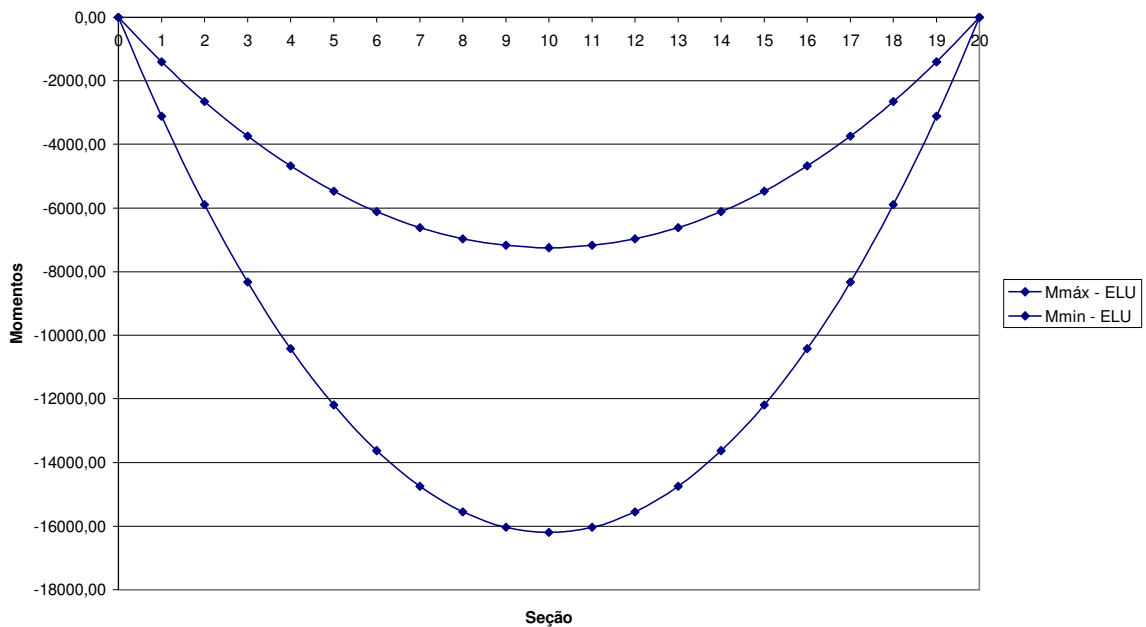
Momentos fletores devido à carga permanente e variável.

Seção	X	M_{g0}	M_q	$M_{q,max}$	$M_{q,min}$
	m	kN.m	kN.m	kN.m	kN.m
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	1,95	709,43	1504,16	725,11	-67,85
2	3,90	1336,35	2842,14	1372,33	-128,44
3	5,85	1880,76	4013,96	1941,67	-181,78
4	7,80	2342,65	5019,61	2433,13	-227,87
5	9,75	2727,11	5864,18	2846,70	-266,70
6	11,70	3041,62	6555,13	3182,39	-298,28
7	13,65	3286,23	7092,54	3445,13	-322,96
8	15,60	3460,96	7476,40	3639,84	-341,10
9	17,55	3565,79	7706,72	3756,66	-351,98
10	19,50	3600,74	7783,49	3795,60	-355,61
11	21,45	3565,79	7706,72	3756,66	-351,98
12	23,40	3460,96	7476,40	3639,84	-341,10
13	25,35	3286,23	7092,54	3445,13	-322,96
14	27,30	3041,62	6555,13	3182,39	-298,28
15	29,25	2727,11	5864,18	2846,70	-266,70
16	31,20	2342,65	5019,61	2433,13	-227,87
17	33,15	1880,76	4013,96	1941,67	-181,78
18	35,10	1336,35	2842,14	1372,33	-128,44
19	37,05	709,43	1504,16	725,11	-67,85
20	39,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Envoltória de momentos fletores para diversas combinações.

Seção	Combinações							
	ELU		Rara		Frequente		Quase Permanente	
	$M_{m\acute{a}x}$	$M_{m\acute{i}n}$	$M_{m\acute{a}x}$	$M_{m\acute{i}n}$	$M_{m\acute{a}x}$	$M_{m\acute{i}n}$	$M_{m\acute{a}x}$	$M_{m\acute{i}n}$
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	3118,27	1402,38	2229,27	1436,31	1866,71	1470,23	1721,69	1483,80
2	5895,39	2649,48	4214,48	2713,70	3528,31	2777,92	3253,84	2803,61
3	8331,36	3741,29	5955,64	3832,18	4984,80	3923,07	4596,46	3959,43
4	10426,17	4677,81	7452,74	4791,74	6236,18	4905,68	5749,55	4951,25
5	12186,69	5464,12	8710,88	5597,47	7287,53	5730,82	6718,19	5784,16
6	13623,01	6107,70	9737,52	6256,85	8146,32	6405,99	7509,85	6465,64
7	14742,61	6608,09	10537,66	6769,57	8815,10	6931,05	8126,07	6995,65
8	15552,89	6964,75	11116,23	7135,30	9296,32	7305,85	8568,35	7374,07
9	16039,06	7178,75	11463,38	7354,74	9585,05	7530,73	8833,71	7601,12
10	16201,11	7250,08	11579,09	7427,88	9681,29	7605,69	8922,17	7676,81
11	16039,06	7178,75	11463,38	7354,74	9585,05	7530,73	8833,71	7601,12
12	15552,89	6964,75	11116,23	7135,30	9296,32	7305,85	8568,35	7374,07
13	14742,61	6608,09	10537,66	6769,57	8815,10	6931,05	8126,07	6995,65
14	13623,01	6107,70	9737,52	6256,85	8146,32	6405,99	7509,85	6465,64
15	12186,69	5464,12	8710,88	5597,47	7287,53	5730,82	6718,19	5784,16
16	10426,17	4677,81	7452,74	4791,74	6236,18	4905,68	5749,55	4951,25
17	8331,36	3741,29	5955,64	3832,18	4984,80	3923,07	4596,46	3959,43
18	5895,39	2649,48	4214,48	2713,70	3528,31	2777,92	3253,84	2803,61
19	3118,27	1402,38	2229,27	1436,31	1866,71	1470,23	1721,69	1483,80
20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Envoltória de momento (ELU)

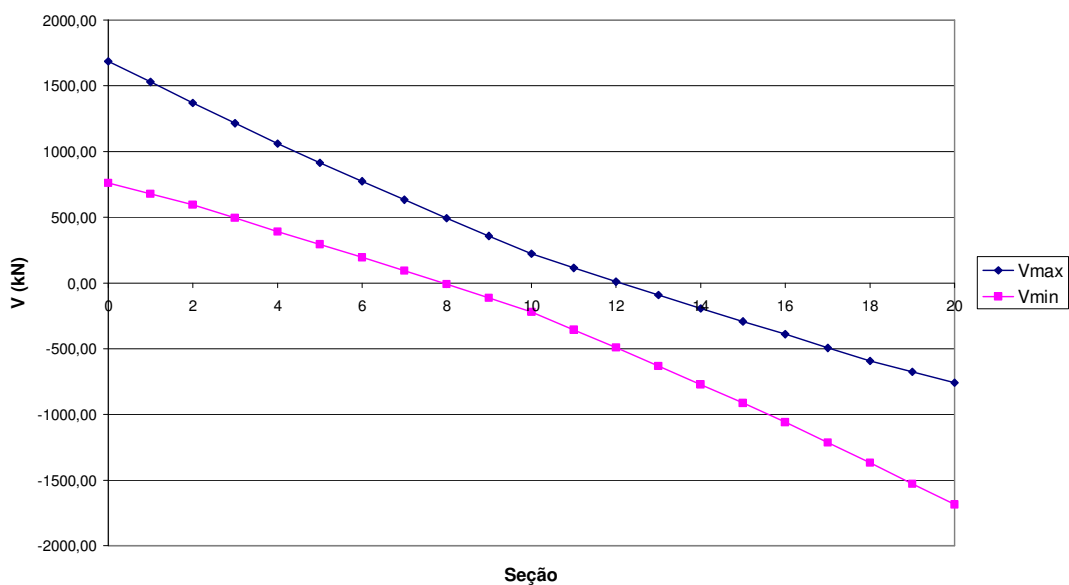


7. ENVOLTÓRIA DE ESFORÇOS CORTANTES (Viga 1)

Envoltória de esforço cortante.

Seção	Momentos Característicos(kN)			Combinações			
				ELU		Frequente	
	V _g	V _{g máx}	V _{g mín}	V _{máx}	V _{mín}	V _{máx}	V _{mín}
0	813,97	391,82	-36,65	1686,59	758,99	1009,88	795,64
1	728,76	362,30	-34,21	1527,27	677,44	909,91	711,65
2	643,54	333,91	-32,89	1369,65	594,21	810,50	627,10
3	558,33	306,65	-43,17	1213,71	493,57	711,65	536,74
4	473,11	280,51	-54,67	1059,46	391,11	613,36	445,78
5	393,71	255,49	-67,29	914,74	292,76	521,45	360,06
6	314,96	231,61	-81,05	772,61	193,39	430,77	274,44
7	236,22	208,84	-95,93	632,17	92,34	340,64	188,26
8	157,48	187,21	-111,93	493,41	-10,41	251,09	101,52
9	78,74	166,70	-129,06	356,35	-114,85	162,09	14,21
10	0,00	147,32	-147,32	220,98	-220,98	73,66	-73,66
11	-78,74	129,06	-166,70	114,85	-356,35	-14,21	-162,09
12	-157,48	111,93	-187,21	10,41	-493,41	-101,52	-251,09
13	-236,22	95,93	-208,84	-92,34	-632,17	-188,26	-340,64
14	-314,96	81,05	-231,61	-193,39	-772,61	-274,44	-430,77
15	-393,71	67,29	-255,49	-292,76	-914,74	-360,06	-521,45
16	-473,11	54,67	-280,51	-391,11	-1059,46	-445,78	-613,36
17	-558,33	43,17	-306,65	-493,57	-1213,71	-536,74	-711,65
18	-643,54	32,89	-333,91	-594,21	-1369,65	-627,10	-810,50
19	-728,76	34,21	-362,30	-677,44	-1527,27	-711,65	-909,91
20	-813,97	36,65	-391,82	-758,99	-1686,59	-795,64	-1009,88

Envoltória de cortante (ELU)

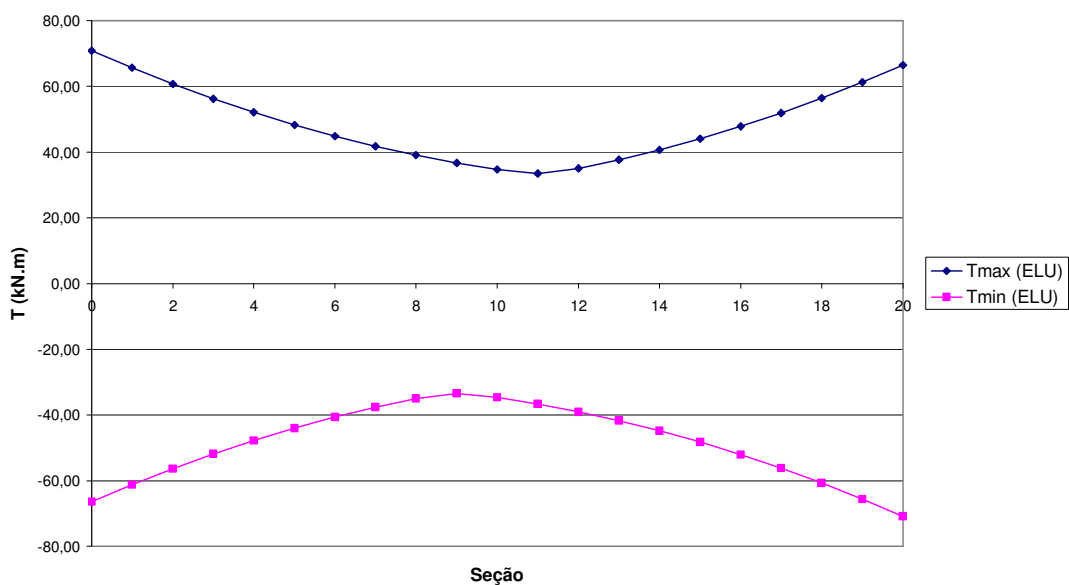


8. ENVOLTÓRIA DE MOMENTO TORSOR (Viga 1)

Envoltória de momento torsor.

Seção	X m	T_g kN.m	$T_{g,max}$ kN.m	$T_{g,min}$ kN.m	Combinações			
					Limite Última		Frequente	
					T_{max}	T_{min}	T_{max}	T_{min}
0	0,00	11,12	37,25	-51,69	70,89	-66,42	29,74	-14,73
1	1,95	10,00	34,75	-47,49	65,64	-61,23	27,38	-13,74
2	3,90	8,89	32,50	-43,52	60,75	-56,39	25,14	-12,87
3	5,85	7,78	30,48	-39,80	56,22	-51,92	23,02	-12,12
4	7,80	6,67	28,71	-36,32	52,06	-47,82	21,02	-11,49
5	9,75	5,56	27,17	-33,08	48,26	-44,07	19,14	-10,98
6	11,70	4,45	25,88	-30,09	44,83	-40,69	17,39	-10,60
7	13,65	3,33	24,83	-27,33	41,75	-37,67	15,75	-10,33
8	15,60	2,22	24,03	-24,82	39,04	-35,01	14,24	-10,19
9	17,55	1,11	23,46	-23,06	36,69	-33,47	12,84	-10,42
10	19,50	0,00	23,14	-23,14	34,71	-34,71	11,57	-11,57
11	21,45	-1,11	23,06	-23,46	33,47	-36,69	10,42	-12,84
12	23,40	-2,22	24,82	-24,03	35,01	-39,04	10,19	-14,24
13	25,35	-3,33	27,33	-24,83	37,67	-41,75	10,33	-15,75
14	27,30	-4,45	30,09	-25,88	40,69	-44,83	10,60	-17,39
15	29,25	-5,56	33,08	-27,17	44,07	-48,26	10,98	-19,14
16	31,20	-6,67	36,32	-28,71	47,82	-52,06	11,49	-21,02
17	33,15	-7,78	39,80	-30,48	51,92	-56,22	12,12	-23,02
18	35,10	-8,89	43,52	-32,50	56,39	-60,75	12,87	-25,14
19	37,05	-10,00	47,49	-34,75	61,23	-65,64	13,74	-27,38
20	39,00	-11,12	51,69	-37,25	66,42	-70,89	14,73	-29,74

ENVOLTÓRIA DE MOMENTO TORSOR (ELU)



9. ESTIMATIVA DA PROTENSÃO NECESSÁRIA

➤ Protensão limitada, que deve atender as seguintes condições:

Para a combinação quase permanente das ações, é respeitado o estado limite de descompressão (ELS-D), ou seja, estado no qual em um ou mais pontos da seção transversal a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da mesma.

$$P_{\infty} \geq \frac{M_{CQP}}{k_i + e} = \frac{8922,17}{0,452 + (1,37 - 0,15)} = 5336 \text{ kN}$$

Para a combinação freqüente das ações, é respeitado o estado limite de formação de fissura (ELS-F), ou seja, estado em que se inicia a formação de fissura. Admite-se que este estado é atingido quando a tensão normal de tração máxima é igual $f_{ct,f}$.

$$P_{\infty} \geq \frac{M_{CF} - W_i \cdot f_{ct,f}}{k_i + e} = \frac{9681,29 - 2700 \cdot 0,500}{0,452 + (1,37 - 0,15)} = 4983 \text{ kN}$$

Adotando de 12,5 mm e considerando-se perdas de protensão de 25% (10% imediatas e 15% progressivas), podemos calcular a força útil de cada cordoalha.

$$\sigma_{pi} = 0,74 f_{ptk} \Rightarrow \text{Armadura pós - tracionada}$$

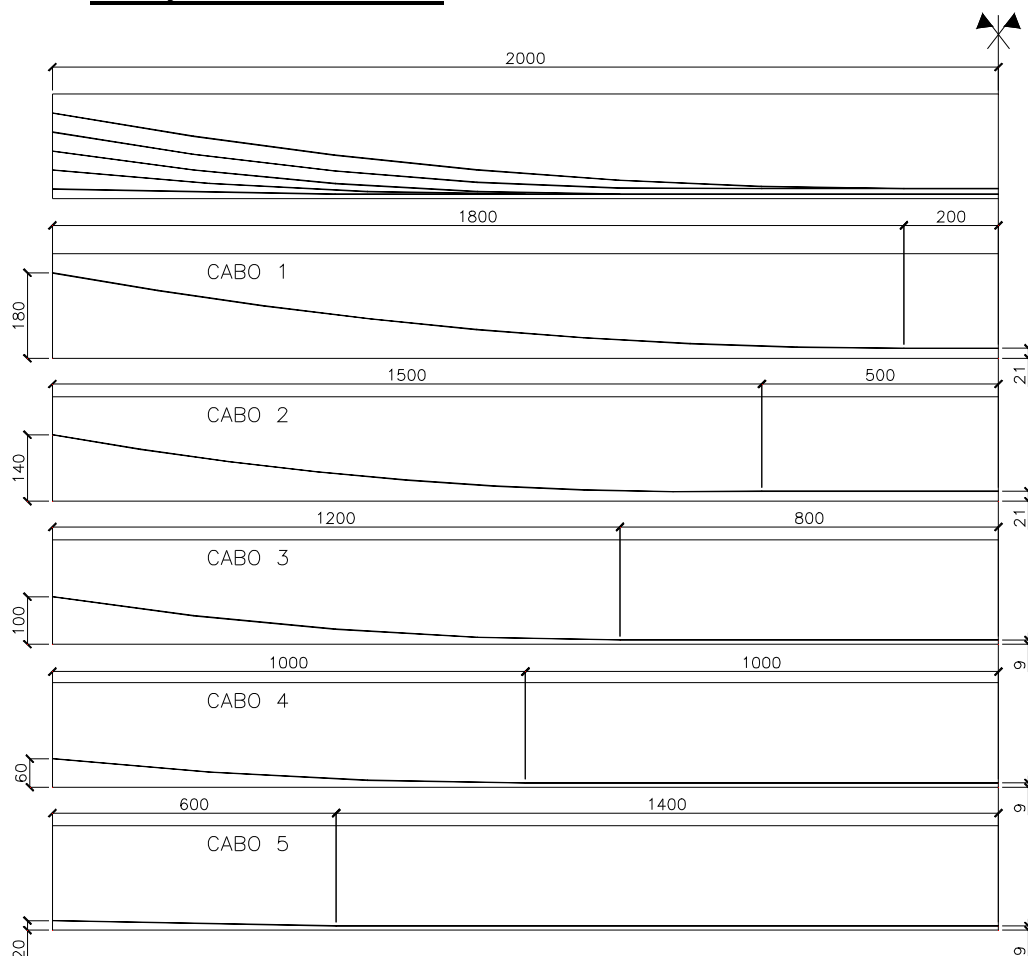
$$P_{i,\phi 12,5} = \sigma_{pi} A_{p,\phi 12,5} = 0,74 \cdot 1,9 \cdot 98,7 = 138,8 \text{ kN}$$

$$P_{\text{útil}} = 0,75 P_{i,\phi 12,5} = 0,75 \cdot 138,8 = 104 \text{ kN}$$

Com isso, podemos calcular a quantidade de cordoalhas necessárias:

$$n = \frac{5336}{104} = 51, \text{ serão utilizados 5 cabos de } 10\phi 12,5 \text{ mm.}$$

10. TRACADO DOS CABOS



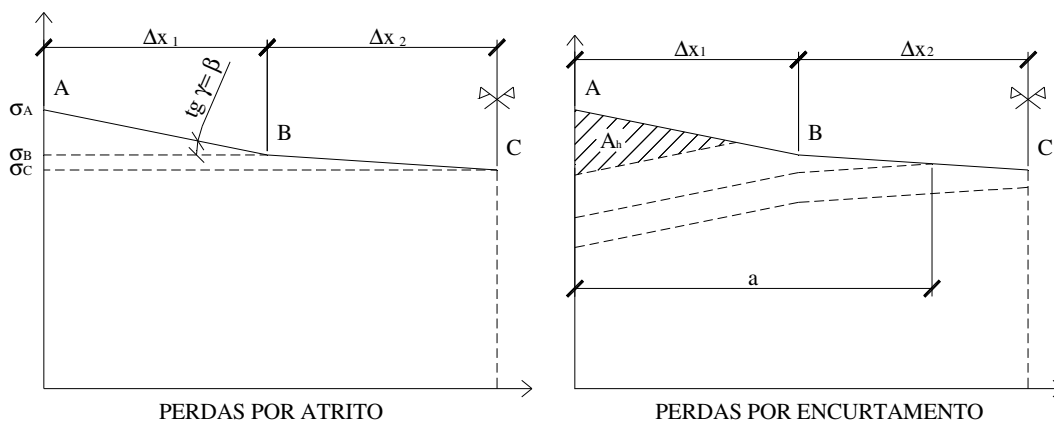
11. PERDAS DE PROTENSÃO NA SECÇÃO DO MEIO DO VÃO

11.1. PERDAS POR ATRITO E ENCUNHAMENTO

Dados:

$\mu = 0,2$ coeficiente de atrito

$k = 0,002$ coeficiente de perda por metro devido às curvaturas não intencionais do cabo.



➤ Cabo 1

Perdas por atrito

$$\sigma(x) = \sigma_{pi} e^{-(\mu \Sigma \alpha + kx)}$$

$$\alpha_{AB} = \arctg\left(2 \frac{\Delta y}{\Delta x}\right) \cong 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2 \frac{1,59}{18} \cong 0,18$$

$$\sigma_A = \sigma_{pi} = 1406,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 1406 \cdot e^{-(0,2 \cdot 0,177 + 0,002 \cdot 18)} = 1309,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1406 \cdot e^{-(0,2 \cdot 0,177 + 0,002 \cdot 20)} = 1303,8 \text{ MPa}$$

Perdas por encunhamento

➤ $a \leq \Delta x_1$

$$\beta_1 = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{\Delta x_1} = \frac{1406 - 1309,1}{18} = 5,38 \text{ MPa/m}$$

$$\delta = \frac{1}{E_p A_p} \int N \cdot dx = \frac{1}{E_p} \int \sigma \cdot dx = \frac{A_h}{E_p}$$

$$\text{Para } a \leq \Delta x_1 \Rightarrow A_h = a^2 \beta_1 \Rightarrow \delta = \frac{a^2 \beta_1}{E_p}$$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \cdot \delta}{\beta_1}} = \sqrt{\frac{200000 \cdot 0,006}{5,38}} = 14,9 \text{ m} < 18 \text{ m (ok)}$$

$$P(l / 2) = \sigma_C A_{pi}$$

$$P(l / 2) = \frac{1303,8 \cdot 10 \cdot 98,7}{1000} = 1286,85 \text{ kN}$$

➤ Cabo 2

Perdas por atrito

$$\sigma_A = 1406,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 1406 \cdot e^{-(0,2 \cdot 0,159 + 0,002 \cdot 15)} = 1321,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1406 \cdot e^{-(0,2 \cdot 0,159 + 0,002 \cdot 20)} = 1308,6 \text{ MPa}$$

Perdas por encunhamento

➤ $a \leq \Delta x_1$

$$a = \sqrt{\frac{1200}{5,62}} = 14,6 \text{ m} < 15 \text{ m (ok)}$$

$$P(l/2) = \frac{1308,6 \cdot 10 \cdot 98,7}{1000} = 1291,59 \text{ kN}$$

➤ Cabo 3

Perdas por atrito

$$\begin{aligned}\sigma_A &= 1406,0 \text{ MPa} \\ \sigma_B &= 1406 \cdot e^{-(0,2 \cdot 0,152 + 0,002 \cdot 12)} = 1331,5 \text{ MPa} \\ \sigma_C &= 1406 \cdot e^{-(0,2 \cdot 0,152 + 0,002 \cdot 20)} = 1310,4 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Perdas por encunhamento

➤ $a \leq \Delta x_1$

$$a = \sqrt{\frac{1200}{6,21}} = 13,9 \text{ m} > 12 \text{ m (n\~{a}o ok)}$$

➤ $\Delta x_1 < a \leq l/2$

$$a = \sqrt{\frac{E_p \cdot \delta - \Delta x_1^2 (\beta_1 - \beta_2)}{\beta_2}} = \sqrt{\frac{1200 - 12^2 (6,21 - 2,63)}{2,63}} = 16,1 \text{ m} < 20 \text{ m (ok)}$$

$$P(l/2) = \frac{1310,4 \cdot 10 \cdot 98,7}{1000} = 1293,36 \text{ kN}$$

➤ Cabo 4

Perdas por atrito

$$\begin{aligned}\sigma_A &= 1406,0 \text{ MPa} \\ \sigma_B &= 1406 \cdot e^{-(0,2 \cdot 0,102 + 0,002 \cdot 10)} = 1350,3 \text{ MPa} \\ \sigma_C &= 1406 \cdot e^{-(0,2 \cdot 0,102 + 0,002 \cdot 20)} = 1323,5 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Perdas por encunhamento

➤ $a \leq \Delta x_1$

$$a = \sqrt{\frac{1200}{5,57}} = 14,7 \text{ m} > 10 \text{ m (n\~{a}o ok)}$$

➤ $\Delta x_1 < a \leq l/2$

$$a = \sqrt{\frac{1200 - 10^2(5,57 - 2,68)}{2,68}} = 18,4 \text{ m} < 20 \text{ m (ok)}$$

$$P(l/2) = \frac{1323,5 \cdot 10 \cdot 98,7}{1000} = 1306,29 \text{ kN}$$

➤ Cabo 5

Perdas por atrito

$$\begin{aligned}\sigma_A &= 1406,0 \text{ MPa} \\ \sigma_B &= 1406 \cdot e^{-(0,2+0,0367+0,002 \cdot 6)} = 1379,1 \text{ MPa} \\ \sigma_C &= 1406 \cdot e^{-(0,2+0,0367+0,002 \cdot 20)} = 1341,0 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Perdas por encunhamento

➤ $\Delta x_1 < a \leq l/2$

$$a = \sqrt{\frac{1200 - 6^2(4,48 - 2,72)}{2,72}} = 20,4 \text{ m} > 20 \text{ m (n\~{a}o ok)}$$

➤ $a = l/2 \Rightarrow \Delta \sigma_p = ?$

$$a = 20 \text{ m} \therefore \Delta \sigma = \frac{E_p \delta - (\beta_1 \Delta x_1^2 + 2\beta_2 \Delta x_1 \Delta x_2 + \beta_2 \Delta x_2^2)}{\Delta x_1 + \Delta x_2}$$

$$\Delta \sigma = \frac{1200 - (4,48 \times 6^2 + 2 \cdot 2,72 \cdot 6 \cdot 14 + 2,72 \cdot 14^2)}{20} = 2,4 \text{ MPa}$$

$$P(l/2) = (\sigma_C - \Delta \sigma) A_p$$

$$P(l/2) = \frac{(1341,0 - 2,4) \cdot 10 \cdot 98,7}{1000} = 1321,20 \text{ kN}$$

➤ Protens\~{a}o total ap\~{o}s perdas por atrito e encunhamento

$$\sum P(l/2) = 6499,29 \text{ kN} \quad (6,4\% \text{ de perda})$$

11.2. PERDAS POR ENCURTAMENTO EL\~{A}STICO DO CONCRETO

$$\Delta \sigma_p = \alpha_p (\sigma_g + \sigma_{cp}) \frac{n - 1}{2n}$$

$$\sigma_g = \frac{M_{g0}}{I} e = -\frac{3600,74}{0,685} \times \frac{0,85}{1000} = -7,88 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{at+enc}}{A} + \frac{P_{at+enc}}{I} e^2 = \frac{6499,29}{1000} \cdot \left(\frac{1}{0,735} + \frac{0,85^2}{0,3884} \right) = 20,93 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_p = 6,04 \cdot (20,93 - 7,88) \frac{5-1}{10} = 31,53 \text{ MPa}$$

$$P_0 = 6499,29 - 31,53 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 98,7 / 1000 = 6343,69 \text{ kN}$$

Perdas imediatas no meio do vão:

$$\left(1 - \frac{\Sigma P_{at+enc}}{\Sigma P_i} \right) \times 100 = \left(1 - \frac{6343,69}{6940} \right) \times 100 = 8,6\%$$

11.3. PERDAS PROGRESSIVAS

$$\Delta\sigma_p = \frac{\varepsilon_{cs}(\infty, t_0) E_p + \alpha_p \sigma_{c,p0g} \varphi(\infty, t_0) - \sigma_{p0} \chi_\infty}{1 + \chi_\infty + \left(1 + \frac{\varphi(\infty, t_0)}{2} \right) \alpha_p \eta \rho_p}$$

$$\chi_\infty = -\ln(1 - \psi_\infty)$$

$$\eta = 1 + e^2 \frac{A_c}{I_c}$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c}$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci28}}$$

$\sigma_{c,p0g}$ é a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0 ;

$\varphi(\infty, t_0)$ é o coeficiente de fluência do concreto;

χ_∞ é o coeficiente de fluência do aço;

Relaxação do aço

$$\psi_\infty = 2,5\psi_{1000}$$

$$0,6 f_{ptk} \Rightarrow \psi_{1000} = 1,3\%$$

$$0,7 f_{ptk} \Rightarrow \psi_{1000} = 2,5\%$$

$$\frac{\Sigma P_0 / n A_p}{f_{ptk}} = \frac{6343690}{5 \cdot 10 \cdot 98,7 \cdot 1900} = 0,68$$

Por interpolação linear temos:

$$\psi_{1000} = 1,3 + \frac{1,2 \cdot 0,08}{0,1} = 2,26\%$$

$$\psi_{\infty} = 2,5 \times 2,26 = 5,65\%$$

$$\chi_{\infty} = -\ln(1 - 0,0565) = 0,056 = 5,6\%$$

Retração do concreto

$$\varepsilon_{cs}(\infty, t_0) = \varepsilon_{cs\infty} [1 - \beta_s(t_0)]$$

Onde:

$$\varepsilon_{cs\infty} = 10^{-4} \left(-6,16 - \frac{U}{484} + \frac{U^2}{1590} \right) \frac{0,33 + 2h_{fic}}{0,208 + 3h_{fic}}$$

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E}$$

$$A = 40$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8$$

h é a espessura fictícia da seção transversal
 t é a idade fictícia do concreto

Considerando os seguintes dados:

Umidade relativa do ar (U) de 75%

Abatimento entre 5 cm e 9 cm

Perímetro da seção transversal em contato com o ar (u_{ar}) é 5,8 m

Temperatura ambiente média = 20°

Cimento portland CP I

Protensão aos 10 dias após a concretagem

A espessura fictícia é dada por:

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}}$$

Onde:

$$\gamma = 1 + e^{(-7,8+0,1U)}, \text{ para } U \leq 90\%$$

Logo

$$h_{fic} = 1,74 \cdot \frac{2 \cdot 1,105}{5,8} = 0,66m$$

A idade fictícia do concreto é dada por:

$$t = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i}$$

Onde:

α é o coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento, e podem ser empregados os valores da tabela a seguir.

T_i é a temperatura média diária do ambiente, em graus Celsius.

$\Delta t_{ef,i}$ é o período, em dias, durante o qual a temperatura média do ambiente, T_i , pode ser admitida constante.

Valores de α para o cálculo da idade fictícia. (NBR6118)

Cimento portland (CP)	α	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (CP III e CP IV, todas as classes de resistência)	1	1
De endurecimento normal (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento rápido (CP V-ARI)	3	

Logo, a idade fictícia do concreto para os cálculos da retração é igual a:

$$t_0 = 1 \cdot \frac{20+10}{30} \cdot 10 = 10 \text{ dias}$$

Com isso podemos calcular a deformação por retração do concreto:

$$\beta_s(10) = \frac{0,1^3 + 40 \cdot 0,1^2 + 50,9 \cdot 0,1}{0,1^3 + 35,6 \cdot 0,1^2 + 553,8 \cdot 0,1 + 222,7} = 0,02$$

$$\varepsilon_{cs\infty} = 10^{-4} \left(-6,16 - \frac{75}{484} + \frac{75^2}{1590} \right) \frac{0,33 + 2 \cdot 0,66}{0,208 + 3 \cdot 0,66} = -2,09 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{cs}(\infty, t_0) = -2,09 \cdot 10^{-4} [1 - 0,02] = -2,05 \times 10^{-4}$$

Coefficiente de fluência do concreto

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d$$

Onde:

$$\varphi_a = 0,8 \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right], \text{ é o coeficiente de deformação rápida.}$$

$$\varphi_f(\infty, t_0) = \varphi_{f_\infty} [1 - \beta_f(t_0)], \text{ é o coeficiente de deformação lenta irreversível.}$$

$$\varphi_{f_\infty} = (4,45 - 0,035U) \frac{0,42 + h_{fic}}{0,20 + h_{fic}}$$

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D}$$

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931$$

φ_{d_∞} , é o coeficiente de deformação lenta reversível.

$$\varphi_{d_\infty} = 0,4$$

t é a idade fictícia do concreto

h é a espessura fictícia da seção transversal

A idade fictícia do concreto para os cálculos da fluência é igual a:

$$t_0 = 2 \cdot \frac{20+10}{30} 10 = 20 \text{ dias}$$

A relação entre a resistência na idade t_0 e $f_c(t_\infty)$ pode ser calculada através da expressão abaixo:

$$\frac{f_{ckj}}{f_{ck}} = e^{s(1-\sqrt{28/t})} \text{ (NBR6118)}$$

onde:

$s = 0,38$ para concreto de cimento CP III e IV;

$s = 0,25$ para concreto de cimento CP I e II;

$s = 0,38$ para concreto de cimento CP V-ARI;

t é a idade efetiva do concreto em dias;

Para calcular a relação desejada, basta considerar j no momento da protensão e $j \rightarrow \infty$ e dividir os valores, ou seja:

$$\frac{f_{ck}(j=10)}{f_{ck}(j \rightarrow \infty)} = \frac{f_{ck}(j=10)/f_{ck}}{f_{ck}(j \rightarrow \infty)/f_{ck}} = \frac{e^{s(1-\sqrt{28/10})}}{e^s}$$

$$s = 0,25 \Rightarrow \frac{f_{ck}(j=10)}{f_{ck}(j \rightarrow \infty)} = \frac{e^{0,25(1-\sqrt{28/10})}}{e^{0,25}} = 0,66$$

Com isso podemos calcular o coeficiente de fluência do concreto:

$$\varphi_a = 0,8[1 - 0,66] = 0,27$$

$$\varphi_{f\infty} = (4,45 - 0,035 \cdot 75) \frac{0,42 + 0,66}{0,20 + 0,66} = 2,29$$

$$\beta_f(20) = \frac{20^2 + 360,69 \cdot 20 + 999,30}{20^2 + 850,56 \cdot 20 + 13533,70} = 0,278$$

$$\varphi_f(\infty, 20) = 2,29[1 - 0,278] = 1,65$$

$$\varphi_{d\infty} = 0,4$$

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d = 0,27 + 1,65 + 0,4 = 2,32$$

Cálculo da perda progressiva

$$\chi_\infty = 5,6\%$$

$$\eta = 1 + 1,22^2 \frac{1,105}{0,685} = 3,4$$

$$\rho_p = \frac{5 \cdot 10 \cdot 98,7 \cdot 10^{-6}}{1,105} = 4,47 \times 10^{-3}$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci28}} = \frac{200000}{33130} = 6,04$$

$$\sigma_{p0} = 1316,98 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c,p0g} = \frac{M_g}{I} e_p - \frac{P_0}{A_c} \eta = \frac{7,78349}{0,685} 1,22 - \frac{6,34369}{1,105} 3,4 = -5,66 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_p = \frac{2,05 \cdot 20 + 6,04 \cdot 5,66 \cdot 2,32 + 1316,98 \cdot 0,056}{1 + 0,056 + \left(1 + \frac{2,32}{2}\right) 6,04 \cdot 3,4 \cdot 4,47 \cdot 10^{-3}} = 179,11 \text{ MPa}$$

Com isso, podemos calcular a protensão após as perdas:

$$\left(1 - \frac{\sigma_{p0} - \Delta\sigma_p}{\sigma_{pi}}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{1316,98 - 179,11}{1406}\right) \times 100 = 19,07\%$$

$$\sigma_{p\infty} = 1137,87 \text{ MPa} \Rightarrow P_{\infty} = 5615,39 > 5336 \text{ kN (ok)}$$

12. ESTADO LIMITE ÚLTIMO NO ATO DA PROTENSÃO

A NBR6118:2003 permite uma verificação simplificada realizada no estágio I, para tanto é necessário que a tensão máxima de compressão, em módulo, não ultrapasse 70% de f_{ckj} e a tensão máxima de tração não deve ultrapassar 1,2 vezes a resistência à tração f_{ctmj} .

Assumindo que a protensão foi realizada antes da concretagem da laje, temos:

A resistência é dada por:

$$f_{ckj} = e^{0,25\left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right)} f_{ck} \stackrel{j=10}{\Rightarrow} f_{ckj} = e^{0,25\left(1 - \sqrt{\frac{28}{10}}\right)} \cdot 35 = 29,5 \text{ MPa}$$

$$f_{ctmj} = 0,3\sqrt[3]{29,5^2} = 2,87 \text{ MPa}$$

As tensões nas fibras extremas são:

$$\sigma_s = \frac{M_{g0} + \sum P_0(k_s - e)}{W_s}$$

$$\sigma_s = \frac{3600,74 + 6343,69[0,5312 - (1,005 - 0,138)]}{0,3904 \times 10^3} = 3,77 \text{ MPa}$$

$$\sigma_i = -\frac{M_{g0} - \sum P_0(k_i + e)}{W_i}$$

$$\sigma_i = -\frac{3600,74 - 6343,69 \cdot [0,5260 + (1,005 - 0,138)]}{0,3865 \times 10^3} = -13,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_i = |13,5 \text{ MPa}| < 0,7 \times 29,5 = 20,65 \text{ MPa (ok)}$$

13. VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES EM SERVIÇO

Os cálculos realizados até o momento, assumiram que o concreto tem uma relação linear entre tensão e deformação. Segundo a NBR6118, isto é possível para tensões de compressão menores que $0,5f_{ck}$. Com isso é necessário que para a combinação freqüente das ações (uma vez que a protensão é limitada) a máxima tensão de compressão, em modulo, seja menor que 17,5 MPa.

$$\sigma_s = \frac{M_{CF} + P_{\infty}(k_s - e)}{W_s}$$

$$\sigma_s = \frac{9681,29 + 5615,39 \cdot [0,747 - (1,37 - 0,138)]}{0,825 \times 10^3}$$

$$\sigma_s = 8,43 \text{ MPa} < 0,5 \times 35 = 17,5 \text{ MPa (ok)}$$

As tensões de tração não precisam ser verificadas, pois a protensão após as perdas é maior que a mínima necessária calculada no item 9.

Vale lembrar que as verificações das tensões são apenas para o meio do vão, sendo necessário efetuar tais verificações ao longo do comprimento da viga.

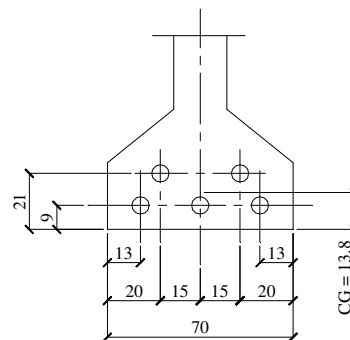
14. ESTADO LIMITE ÚLTIMO

14.1. SEGURANÇA À FLEXÃO SIMPLES

- Capacidade resistente sem armadura passiva:

$$\varepsilon_{pré} \cong \gamma_f \frac{\sigma_{p\infty}}{E_p}$$

$$\varepsilon_{pré} \cong 0,9 \frac{1137,87}{200} = 5,12 \cdot 10^{-3}$$



Hipótese: O aço de protensão está escoando, logo

$$R_{pd} = A_p f_{pyd} = 49,35 \frac{171}{1,15} = 7338,13 \text{ kN}$$

Do equilíbrio de forças temos:

$$R_{cd} = R_{pd} \Rightarrow 0,85 f_{cd} A_c = 7338,13 \text{ kN}$$

Assumindo $y < 20$ cm temos:

$$R_{cd} = 0,85 \frac{3,5}{1,4} 185 y = 7338,13 \text{ kN}$$

$$y = \frac{1,4 \times 7338,13}{0,85 \times 3,5 \times 185} = 18,7 \text{ cm} < 20 \text{ (ok)}$$

$$x = \frac{y}{0,8} = \frac{18,6}{0,8} = 23,25 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d_p} = \frac{23,25}{206,2} = 0,11 < 0,259 \Rightarrow \text{Dominio 2}$$

"Ruptura" por alongamento excessivo $\Rightarrow \Delta \varepsilon_p = 1\% \Rightarrow$ Aço escoando (ok)

Com isso:

$$M_{rd} = R_{cd} (d_p - 0,4x) = 7338,13 (2,062 - 0,4 \times 0,2325) = 14449 \text{ kN.m}$$

$$M_{rd} < M_{sd} = 16201,11 \Rightarrow \text{Necessita de armadura passiva}$$

- Cálculo da armadura passiva (CA-50), considerando que o ponto de aplicação da força de compressão no concreto que o braço de alavanca z não se altera:

$$\Delta M = 16201 - 14449 = 1752 \text{ kN.m}$$

$$A_s \cong \frac{\Delta M}{z \cdot f_{yd}} = \frac{1752 \cdot 10^2}{(214 - 0,5 \cdot 18,7) \cdot 43,5} = 19,7 \text{ cm}^2$$

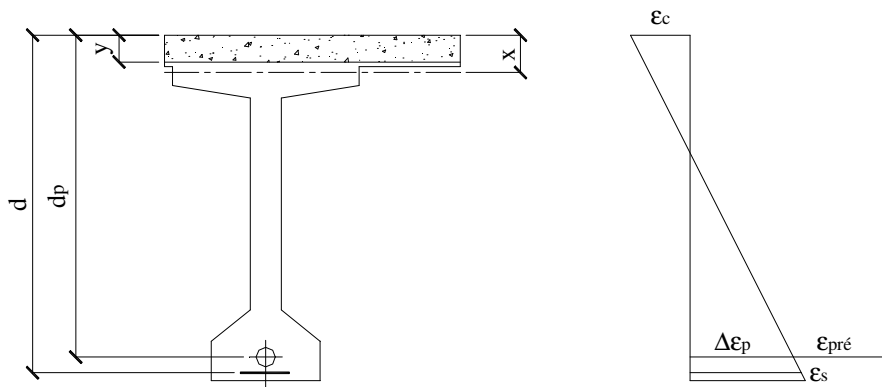
- Cálculo da armadura passiva (CA-50), por interpolação de duas configurações de equilíbrio:

Os cálculos desta seção serão realizados impondo o valor de x/d (0,1, 0,2... 0,5). A partir daí, para cada valor adotado, calculam-se as deformações, as tensões e os esforços resistentes. Sendo que a armadura necessária é calculada por interpolação linear. O procedimento de cálculo é elaborado a seguir.

- Adotando $x/d = 0,1$, temos:

Para $x/d < 0,259$, domínio 2, ou seja, $\epsilon_s = 1\%$, com isso podemos calcular as deformações no concreto e no aço protendido da seguinte forma:

$$x = 0,1 \times 214 = 21,4 \text{ cm} \Rightarrow y = 0,8 \times 21,4 = 17,12 \text{ cm}$$



$$\Delta \varepsilon_p = 1\% \frac{d_p - x}{d - x} = 1,11 \times 10^{-3} \frac{206,2 - 21,4}{214 - 21,4} = 0,96\%$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{pré} + \Delta \varepsilon_p > \varepsilon_{pyd} \cong 0,74\%$$

Do equilíbrio de forças temos:

$$R_{cd} - R_{sd} - R_{pd} = N = 0 \Rightarrow (\text{flexão simples})$$

$$0,85 \frac{3,5}{1,4} 185 \times 17,12 - 43,5 A_s - \frac{171}{1,15} \times 49,35 = 0 \Rightarrow A_s = 13,97 \text{ cm}^2$$

$$R_{sd} = -13,97 \times 43,5 = -607,69 \text{ kN}$$

Do equilíbrio de momentos temos:

$$M_{rd} = R_{cd}(y_s - 0,4x) + R_{pd}(d_p - y_s) + R_{sd}(d - y_s)$$

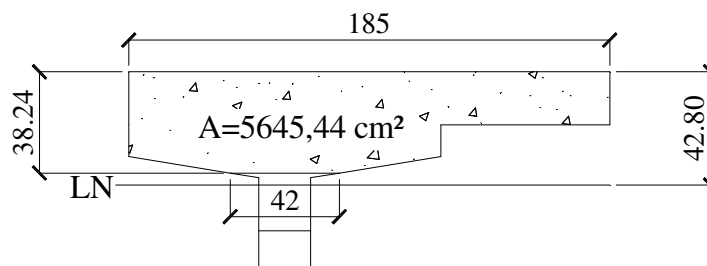
$$M_{rd} = 6730,30 \cdot (0,83 - 0,4 \times 0,214) + 7338,13 \cdot (2,062 - 0,83) - 607,69 \cdot (2,14 - 0,83) = 13254,54 \text{ kN.m}$$

➤ Adotando $x/d = 0,2$, temos:

$$x = 0,2 \times 214 = 42,8 \text{ cm} \Rightarrow y = 0,8 \times 42,8 = 34,24 \text{ cm}$$

$$\text{Domínio 2} \Rightarrow \Delta \varepsilon_p = 1\% \frac{d_p - x}{d - x} = 1\% \frac{206,2 - 42,8}{214 - 42,8} = 0,95$$

$$R_{cd} - R_{sd} - R_{pd} = 0 \Rightarrow (\text{equilíbrio de forças})$$



$$R_{cd} = 0,85 \frac{3,5}{1,4} 5645,44 = 11996,56 \text{ kN}$$

$$R_{pd} = \frac{171}{1,15} \times 49,35 = 7338,13 \text{ kN}$$

$$A_s = \frac{11996,56 - 7338,13}{43,5} = 107,09 \text{ cm}^2$$

$$R_{sd} = 107,09 \times 43,5 = 4658,42 \text{ kN}$$

Do equilíbrio de momentos temos:

$$M_{rd} = 11996,56 \cdot (0,83 - 0,4 \times 0,428) + 7338,13 \cdot (2,062 - 0,83) + 4658,42 \cdot (2,14 - 0,83) = 23046,44 \text{ kN.m}$$

➤ Interpolação linear:

$$A_{s,nec} = \frac{16201,11 - 13254,54}{23046,44 - 13254,54} [107,09 - (-13,97)] + (-13,97) = 22,46 \text{ cm}^2$$

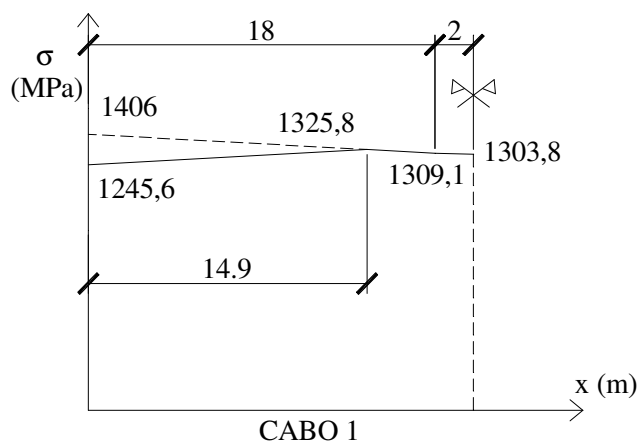
Armadura passiva: $\boxed{8\phi 20 \text{ mm}}$

14.2. SEGURANÇA ÀS SOLICITAÇÕES TANGENCIAIS

➤ Cálculo da componente tangencial da força de protensão

O cálculo da perda de protensão na seção do apoio será feito de forma estimada. As perdas por atrito e encunhamento são calculadas de forma simples através das expressões do item 11.1, contudo, as perdas por encurtamento elástico e as progressivas serão consideradas iguais às que foram calculadas para a seção do meio do vão, ou seja, $\Delta\sigma_{enc+prog} = 31,53 + 179,11 = 210,64 \text{ MPa}$.

A figura a seguir mostra o estado de tensões no cabo 1 após as perdas por atrito e encunhamento.



A tabela a seguir mostra os resultados para todos os cabos.

Cabo	$\sigma_{p,at+em}$ (MPa)	$\sigma_{p\infty}$ (MPa)	P_{∞} (kN)	α_A (rad)	$\text{Sen}\alpha_A$	$P_{\infty} \text{Sen}\alpha_A$ (kN)
1	1245,6	1035,0	1021,5	0,177	0,176	179,9
2	1242,0	1031,4	1018,0	0,159	0,158	161,2
3	1235,4	1024,8	1011,4	0,152	0,151	153,1
4	1249,6	1039,0	1025,5	0,102	0,102	104,4
5	1273,6	1063,0	1049,1	0,0367	0,0367	38,5

$$\Sigma = 637,1 \text{ kN}$$

$$V_{sd,m\acute{a}x} = 1686,59 - 0,9 \cdot 637,1 = 1113,2 \text{ kN}$$

➤ Seção vazada equivalente

$$A = 11780 \text{ cm}^2$$

$$u = 890 \text{ cm}$$

Cálculo de h_e :

$$h_e \leq \frac{A}{u} = 13,23 \text{ cm}$$

$$h_e \geq 2c_1 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}$$

Sendo que c_1 a distância entre o eixo da armadura longitudinal a face lateral da peça.

Adotando h_e igual a 8 cm temos:

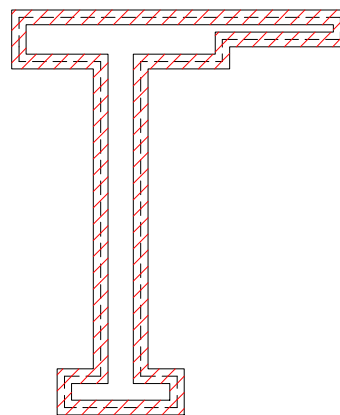
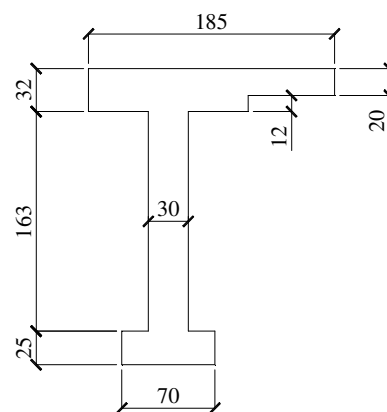
$$A_e = 8284 \text{ cm}^2$$

$$u_e = 858 \text{ cm}$$

➤ Segurança ao esmagamento da diagonal comprimida

Resistência da diagonal comprimida ao esforço cortante, considerando o modelo I da NBR6118.

$$b_{w,ef} = b_w - \frac{1}{2} \sum \phi_{bainha} = 30 - \frac{1}{2} \cdot 7 = 26,5 \text{ cm}$$



$$V_{rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{35}{250}\right) \cdot \frac{3,5}{1,4} \cdot 26,5 \cdot 214 = 3292,0 \text{ kN}$$

Resistência da diagonal comprimida à torção, considerando $\theta = 45^\circ$.

$$T_{rd2} = 0,5 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot A_e \cdot h_e = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{35}{250}\right) \cdot \frac{3,5}{1,4} \cdot \frac{8284 \cdot 8}{100} = 712,4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Condição de segurança para ação combinada de cortante e torção

$$\frac{V_{sd}}{V_{rd2}} + \frac{T_{sd}}{T_{rd2}} \leq 1 \Rightarrow \frac{1113,2}{3292,0} + \frac{70,89}{712,4} = 0,44 < 1 \Rightarrow (ok)$$

➤ Determinação das armaduras

▪ Cortante

Segundo o modelo I, a parcela do esforço cortante resistida pelo concreto é:

$$V_c = \left(1 + \frac{M_0}{M_{d,máx}}\right) V_{c0}, \text{ sendo}$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d = 0,6 \cdot \frac{0,225}{1,4} \cdot 26,5 \cdot 214 = 546,8 \text{ kN}$$

$$M_0 = P_\infty (e + k_i) = 5615,39 \cdot (1,37 - 0,138 + 0,452) = 9456,3 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_c = \left(1 + \frac{9456,3}{16201,11}\right) \cdot 546,8 = 866 \text{ kN}$$

A parcela que deverá ser resistida pelo aço é:

$$V_{sw} = V_{sd,máx} - V_c = 1113,2 - 866,0 = 247,2 \text{ kN}$$

Com isso, podemos calcular a armadura que é dada por:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9df_{yd}} = \frac{247,2}{0,9 \cdot 214 \cdot 43,5} \cdot 100 = 2,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

▪ Torção

Para $\theta = 45^\circ$, as armaduras transversal e longitudinal são iguais e dadas por:

$$\frac{A_{90}}{s} = \frac{A_{sl}}{u_e} = \frac{T_{sd}}{2A_e f_{yd}} = \frac{70,89}{2 \cdot 0,8284 \cdot 43,5} = 0,98 \text{ cm}^2 / m$$

➤ Segurança à fadiga

▪ Cortante

Para essa análise é considerada a combinação freqüente das cargas.

$$V_{CF,máx} = 1009,88 \text{ kN}$$

$$V_{CF,mín} = 795,64 \text{ kN}$$

$$V_p = -637,1 \text{ kN}$$

$$V_{sw,1} = V_{CF,máx} + 0,9V_p - 0,5V_c = |1009,88 - 573,39| - 433,00 = 3,49 \text{ kN}$$

$$V_{sw,2} = V_{CF,mín} + 0,9V_p - 0,5V_c = |795,64 - 573,39| - 433 = -210,75 < 0$$

$$\sigma_{sw1} = \frac{V_{sw1}}{(A_{sw}/s)0,9d} = \frac{3,49}{2,95 \cdot 0,9 \cdot 214} \cdot 10 = 0,06 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{sw} = 0,06 - 0 = 0,06 \text{ MPa} < 85 \text{ MPa (ok)}$$

▪ Torção

$$T_{CF,máx} = 29,74 \text{ kN} \cdot m$$

$$T_{CF,mín} = -14,73 \text{ kN} \cdot m$$

$$T_p \cong 0 \text{ kN}$$

Como há mudança de sentido, será considerado o valor da torção máxima em modulo ($T = 29,74 \text{ kN.m}$) e o valor mínimo igual à zero.

$$\sigma_{sw,máx} = \frac{T}{(A_{sw}/s)2A_e} = \frac{29,74}{2 \cdot 0,8284 \cdot 0,98} \cdot 10 = 183,2 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{sw} = 183,2 - 0 = 183,2 \text{ MPa} > 85 \text{ MPa}$$

Logo

$$A_{sw,corr} = 0,98 \cdot \frac{183,2}{85,0} = 2,11 \text{ cm}^2 / m$$

A armadura total por ramo é igual a:

$$A_{sw} = \frac{A_{sw,V}}{2} + A_{s,T} = \frac{2,95}{2} + 2,11 = 3,56 \text{ cm}^2 / m$$

Armadura mínima:

$$A_{sw,min} = \left(0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \right) b_w \cdot 100 = 0,2 \cdot \frac{3,2}{500} \cdot 30 = 3,84 cm^2$$

Logo

$$\boxed{A_{sw} = 3,84 cm^2 / m}$$