

Lista 5. O modelo de Bohr para o átomo.

Questões e problemas retirados do Capítulo 4 do Eisberg, alguns reescritos.

Questões

1. Q4.1 O que limita a transferência de quantidade de movimento na colisão de uma partícula α com um elétron? O fato da interação ser coulombiana tem algum papel nessa limitação?
- 2 Q4.4 Por que especificamos que a folha deve ser fina em experiências que visam verificar a fórmula do espalhamento de Rutherford?
- 3 Q4.7 Uma seção de choque diferencial de espalhamento, definida como na fórmula (4.8) do Eisberg, poderia ser usada para descrever o espalhamento de partículas α em ângulos muito pequenos?
4. Q4.8 Bohr postulou a quantização da energia? Quais foram os postulados de Bohr em seu modelo para o átomo?
5. Q4.9 Para as órbitas do modelo de Bohr do átomo de Hidrogênio, a energia potencial é negativa e tem módulo maior que a energia cinética. O que isto implica? *Atenção, pergunta formulada de maneira incompleta, tente aperfeiçoar o enunciado para que a resposta seja relevante.*
6. Q4.11 Ao emitir um fóton, o átomo de Hidrogênio recua de forma a conservar a quantidade de movimento. Explique por que a energia do fóton emitido é (ligeiramente) menor que a diferença de energia entre os níveis envolvidos no processo de emissão.
7. Q4.15 Você esperaria ver todas as linhas do hidrogênio atômico caso este gás fosse excitado por elétrons de energia 13,6 eV? Explique. *Responda essa questão de duas maneiras: ao pé da letra, que tem um certo interesse, e com um enunciado mais detalhado e que permita outra resposta, também relevante.*
8. Q4.17 A energia de ionização do deutério é diferente da do hidrogênio? Explique.
9. Q4.19 O pico da figura 4-14 do Eisberg que fica exatamente abaixo de 10 eV se deve a duas excitações consecutivas do primeiro estado excitado ou a à excitação de outro estado, menos ligado?

Problemas: Calcule os resultados numéricos com 2 algarismos significativos apenas.

Espalhamento de Rutherford

1. P4.3 Uma partícula α com velocidade inicial v colide com um elétron livre em repouso. Adote que a partícula α tem massa igual a 7300 m_e , em que m_e é a massa do elétron.

Mostre que a deflexão máxima dessa α é $\sim 10^{-4}$ rad.

2. Considere o modelo de Thomson para o átomo e uma partícula α com velocidade inicial v . Adote que a partícula α tem massa igual a $7300 m_e$, em que m_e é a massa do elétron e use o resultado do problema 1 acima.

Mostre que a deflexão máxima dessa α na colisão com:

- a) a carga positiva de um átomo de Thomson de raio 1 \AA seria $\sim 10^{-4}$ rad.
- b) um átomo de Thomson de raio 1 \AA seria de, no máximo, algumas vezes 10^{-4} rad.

3. P4.4 Na colisão entre núcleos de cargas ze e Ze (com e a carga elementar), deduza a relação entre a distância de maior aproximação e o parâmetro de impacto com o ângulo de espalhamento, fórmula (4.5) do Eisberg.

4. P4.5 Uma partícula α de $5,30 \text{ MeV}$ é espalhada ao atravessar uma folha fina de ouro. Calcule:

- a) a distância de maior aproximação, D , para uma colisão frontal.
- b) o parâmetro de impacto, b , correspondente ao espalhamento a 60° .

5. P4.6 Uma partícula α com $5,30 \text{ MeV}$ de energia cinética colide frontalmente com um núcleo de cobre. Determine:

- a) a distância de maior aproximação.
- b) o comprimento de onda da partícula incidente.
- c) se a resposta do item b invalida a resposta ao item a.

6. P4.7 Um feixe de partículas de massa M , carga ze e velocidade v tem intensidade I . Ele é espalhado por um alvo fino de espessura t de um elemento com número atômico Z e densidade atômica ρ .

- a) Mostre que o número de partículas espalhadas em um ângulo $\geq \theta$ é

$$\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \pi I \rho t \left(\frac{zZe^2}{Mv^2}\right)^2 \cotg^2 \frac{\theta}{2}$$

A densidade atômica (átomos por unidade de volume) se relaciona com $\rho_m = m/V$ por

$$\rho = \frac{N_A \rho_m}{M}$$

em que M é a massa molar.

7. P4.8 Um feixe de prótons com $6,0 \text{ MeV}$ de energia cinética espalha em um alvo de ouro de modo que a probabilidade do ângulo de espalhamento superar 60° vale $2,0 \times 10^{-5}$.

Determine a espessura da folha de ouro.

Adote 20 g/cm^3 para a densidade do Au.

Ignore o recuo do alvo.

Use o resultado do problema anterior.

8. P4.9 e 4.10 Um feixe de partículas α com 5,3 MeV de energia cinética e intensidade $1,0 \times 10^4$ partículas por segundo incide perpendicularmente sobre um alvo com $1,0 \times 10^{-5}$ cm de espessura. Um contador de partículas α em forma de disco com $1,0 \text{ cm}^2$ de área é colocado a 10 cm de distância da folha, de forma a observar partículas espalhadas em torno de um ângulo θ (formado entre a direção do feixe e o eixo desse detetor, que passa pelo alvo). Determine o número de contagens por hora para θ em torno de

Use os valores tabelados das densidades e massas atômicas do Au e Cu.

Ignore o recuo do alvo.

Adote que todas as partículas detetadas espalharam no ângulo dado.

- a) 10° , quando o alvo é de ouro.
- b) 45° , quando o alvo é de ouro.
- c) 10° , quando o alvo é de cobre.
- d) 45° , quando o alvo é de cobre.

Átomo de Bohr

9. P4.14 Mostre que a razão entre o momento de dipolo magnético e orbital do elétron tem o mesmo valor para qualquer valor do número quântico n do átomo de Bohr, ou seja, para qualquer órbita.

10. P4.15 Seja $\alpha \approx 1/137$ a constante de estrutura fina e c a velocidade da luz. Mostre que, no átomo de Hidrogênio conforme o modelo de Bohr:

- a) a velocidade do elétron no estado fundamental pode ser escrita como $v = \alpha c$.
- b) o valor numérico de α justifica ignorar os efeitos relativísticos nos cálculos relativos ao estado fundamental.
- c) a velocidade do elétron em qualquer estado excitado é menor do que no fundamental, e os efeitos relativísticos podem ser ignorados nesse modelo.

11. P4.16 Um átomo de hidrogênio faz uma transição direta de um estado excitado com número quântico principal $n = 10$ para o estado fundamental. Determine:

- a) a energia, o momento e o comprimento de onda do fóton emitido.
- b) a velocidade de recuo do átomo de H.

12. P4.17 e P4.18 Considere um átomo de H e sua descrição pelo modelo de Bohr. Calcule:

- a) Os três maiores comprimentos de onda da série de Balmer.
- b) Os limites mínimo e máximo de comprimento de onda da série de Balmer.
- c) Os três maiores comprimentos de onda da série de Balmer.

- d) Os menores comprimentos de onda das série de Lyman, Paschen e Pfund. Identifique a região do espectro eletromagnético a que pertence cada um desses valores.

13. P4.20 Um átomo de Hidrogênio está excitado, com o elétron ocupando o orbital de número quântico principal $n = 8$.

Determine a energia necessária para remover esse elétron.

14. P4.21 Um átomo de Hidrogênio é excitado do estado com $n = 1$ para um com $n = 4$.

- Calcule a energia que deve ser absorvida pelo átomo.
- Esquematize um diagrama de níveis de energia para os estados com $1 \leq n \leq 4$ e represente todas as transições possíveis quando o átomo retorna ao estado fundamental.
- Determine a velocidade de recuo do átomo, quando ele faz uma transição de $n = 4$ para $n = 1$ com a emissão de um único fóton, supondo que o átomo esteja inicialmente em repouso.

15. P4.22 Um átomo de hidrogênio com energia de ligação igual a 0,85 eV efetua uma transição para um estado com energia de excitação de 10,2 eV.

- Determine a energia do fóton emitido.
- Esquematize um diagrama de níveis de energia para os primeiros estados excitados do H e represente essa transição, identificando os números quânticos que caracterizam os estados envolvidos.

Atenção, o enunciado mistura duas referências de energia; não é a melhor ideia, mas pode acontecer na prática.

Extensões do modelo de Bohr:

16. P4.24 Quando um átomo de massa M em repouso emite um fóton de frequência ν ao efetuar uma transição entre níveis cuja diferença de energia é ΔE , ele precisa recuar no sentido oposto ao da emissão do fóton, uma vez que a quantidade de movimento se conserva. Adote c para a velocidade da luz e n para o número quântico de energia.

- Mostre que o momento de recuo é $\frac{h\nu}{c}$.
- Mostre que a energia do fóton é $h\nu \cong \Delta E \left(1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2}\right)$.
- Compare os valores calculados dos comprimentos de onda da luz emitida por um átomo de Hidrogênio ao efetuar uma transição de $n = 3$ para $n = 1$ com e sem levar em conta o recuo.

17. P4.25 Um átomo muônico tem número atômico $Z = 1$.

Determine o comprimento de onda do fóton de maior energia que pode ser emitido.

18. P4.28 Numa experiência como a de Franck-Hertz, bombardeia-se hidrogênio atômico com elétrons, e obtêm-se os potenciais de excitação em 10,21 e 12,10 V.

- a) Explique a observação de três linhas de frequências diferentes que acompanham essas excitações; trace um diagrama de níveis de energia e identifique essas transições.
- b) Determine as frequências correspondentes a essas três linhas.
- c) Determine os comprimentos de onda correspondentes a essas três linhas.