Questão 1

a)

$U_A = x_1^{1/2} . x_2^{1/2}$ $\quad w_A (10,0)$

$U_B = x_1 x_2$ $\quad w_B (0,10)$

Maximizando o agente A

Sabendo que $x_1 = \alpha \frac{w_A}{p_1}$ e $x_2 = (1-\alpha) \frac{w_A}{p_2}$

$x_1 = \frac{10p_1 + 0p_2}{2p_1}$ $\quad x_2 = \frac{10p_1 + 0p_2}{2p_2}$

Maximizando B

Sabendo que $x_1 = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \frac{w_B}{p_1}$ $\quad x_2 = \frac{\beta}{\alpha+\beta} \frac{w_B}{p_2}$

$x_1 = \frac{0p_1 + 10p_2}{2p_1}$ $\quad x_2 = \frac{0p_1 + 10p_2}{2p_2}$

Sabendo que

$x_{1A} + x_{1B} = w_{1A} + w_{1B}$ e que $p_2 = 1$:

$\frac{10p_1 + 0p_2}{2p_1} + \frac{0p_1 + 10p_2}{2p_1} = 10 \Rightarrow \frac{10p_1}{2p_1} + \frac{10}{2p_1} = 10$

$5 + \frac{10}{2p_1} = 10 \Rightarrow \frac{10}{2p_1} = 5$ $\quad 10p_1 = 10$ $\quad \boxed{p_1 = 1}$

Se $p_1 = 1$ e $p_2 = 1$

$$x_{1A} = \frac{10p_1 + 0p_2}{2p_1} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_{1B} = \frac{0p_1 + 10p_2}{2p_1} = \frac{10}{2} = 5$$

$10 = w_{1A} + w_{1B}$ ✓

$$x_{2A} = \frac{10p_1 + 0p_2}{2p_2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_{2B} = \frac{0p_1 + 10p_2}{2p_2} = \frac{10}{2} = 5$$

$10 = w_{2A} + w_{2B}$ ✓

O mercado não tem excedentes, sendo assim está limpo!

$We(p_1, p_2, x_{1A}, x_{2A}, x_{1B}, x_{2B}) = \{1, 1, 5, 5, 5, 5\}$

b) Desenhe a curva de contrato

Para desenhar a curva de contrato, deve-se lembrar que:

$TMS_A = TMS_B$

em todos os pontos da curva

$$TMS_A = \frac{\cancel{0,5}\, x_{2A}^{1/2}\, x_{1A}^{-1/2}}{\cancel{0,5}\, x_{1A}^{1/2}\, x_{2A}^{-1/2}} = \frac{x_{2A}}{x_{1A}}$$

$$TMS_B = \frac{x_{2B}}{x_{1B}}$$

tilibra

$$x_{2B} = 10 - x_{2A}$$

$$TMS_A = TMS_B \Rightarrow \frac{x_{2A}}{x_{1A}} = \frac{x_{2B}}{x_{1B}}$$

$$x_{1B} = 10 - x_{1A}$$

$$\frac{x_{2A}}{x_{1A}} = \frac{10 - x_{2A}}{10 - x_{1A}} \qquad 10x_{1A} - x_{2A}x_{1A} = 10x_{2A} - x_{2A}x_{1A}$$

$$10x_{1A} = 10x_{2A}$$

$$x_{1A} = x_{2A}$$

A curva de contrato é uma reta

c)

Bem estar utilitarista

$$\sum u_i = U_A + U_B$$

Se $w_e(p_1, p_2, x_{1A}, x_{2A}, x_{1B}, x_{2B}) = \{1, 1, 5, 5, 5, 5\}$

$U_A = 5^{1/2} \cdot 5^{1/2} = 5$; $U_B = 5 \cdot 5 = 25$

$$\sum u_i = 30$$

Bem estar Rawlsiana

$$\min\{u_i\} = \min\{U_A, U_B\} = \min\{5, 25\} = 5$$

d) Sim, ele é equitativo pelo fato dos dois receberem os mesmos valores, porém nada pode se falar sobre se o equilíbrio é justo ou não

e) $w_A(5,0)$
$w_B(5,10)$
conhecendo as demandas calculadas em (a) e sabendo que $p_1 = p_2 = 1$

$x_{1A} = \frac{5+0}{2} = 2{,}5$ $x_{1B} = \frac{5+10}{2} = 7{,}5$

$x_{2A} = \frac{5+0}{2}$ $2{,}5$ $x_{2B} = \frac{5+10}{2} = 7{,}5$

f)
Utilitarista
$U_A = 2{,}5^{1/2} \cdot 2{,}5^{1/2} = 2{,}5$
$U_B = 7{,}5 \cdot 7{,}5 = 56{,}25$
$\sum u_i = 58{,}75$

Rawsiano
$\min\{U_A; U_B\} = \min\{2{,}5; 56{,}25\} = 2{,}5$

g) Sim, a alocação é preferível por expandir o Bem estar social. Isso ocorre pois é dado maior quantidade de produtos ao agente que mais maximiza a economia.

Questão 2)

a)

$U_A = x^{2/3} y^{1/3}$ $\quad w_A = (4,8)$

$U_B = x^{1/3} y^{2/3}$ $\quad w_B = (8,4)$

Maximizando A

$x_A = \alpha \dfrac{w_A}{p_x}$ $\quad y_A = (1-\alpha) \dfrac{w_A}{p_x}$

$x_A = \dfrac{2}{3} \dfrac{(4p_x + 8p_y)}{p_x}$ $\quad y_A = \dfrac{1}{3} \dfrac{(4p_x + 8p_y)}{p_y}$

Maximizando B

$x_B = \alpha \dfrac{w_B}{p_x}$ $\quad y_B = (1-\alpha) \dfrac{w_B}{p_y}$

$x_B = \dfrac{1}{3} \dfrac{(8p_x + 4p_y)}{p_x}$ $\quad y_B = \dfrac{2}{3} \dfrac{(8p_x + 4p_y)}{p_y}$

No mercado limpo de x

$x_A + x_B = w_{xA} + w_{xB}$ ∴

$\dfrac{8p_x + 16p_y}{3p_x} + \dfrac{8p_x + 4p_y}{3p_x} = 12$

$2{,}6666 + \dfrac{16p_y}{3p_x} + 2{,}6666 + \dfrac{4p_y}{3p_x} = 12$

$\dfrac{20p_y}{3p_x} = 12 - 5{,}\overline{333} = 6{,}\overline{666}$

$\frac{30py}{3px} = 6,666$ $\frac{py}{px} = \frac{6,666 \cdot 3}{20} = \frac{1}{1}$

No mercado limpo de y

$yA + yB = wyA + wyB$

$\frac{4px + 8py}{3py} + \frac{16px + 8py}{3py} = 12$

$\frac{4px}{3py} + 2,666\overline{6} + \frac{16px}{3py} + 2,666 = 12$

$\frac{20px}{3py} = 6,\overline{666}$ $\frac{px}{py} = \frac{6,666 \cdot 3}{20} = \frac{1}{1}$

$px = 1$; $py = 1$

b)

Utilizando as demandas encontradas em (a)

$xA = \frac{8px + 16py}{3px} = \frac{24}{3} = 8$

$xB = \frac{8px + 4py}{3px} = \frac{12}{3} = 4$

$\} 12$

$yA = \frac{4px + 8py}{3py} = \frac{12}{3} = 4$

$yB = \frac{16px + 8py}{3py} = \frac{24}{3} = 8$

$\} 12$

Mercado limpo
Sem excedentes

c)

$U_A = 8^{2/3} \cdot 4^{1/3} \cong 6,35$

$U_B = 4^{1/3} \cdot 8^{2/3} \cong 6,35$

Utilitarista $= U_A + U_B = 12,70$

Rawsiana $= \min\{U_A; U_B\} = 6,35$

d) Não haveria, pois as quantidades demandadas não respeitarão as dotações iniciais

$p_x = 2$; $p_y = 3$

$x_A = 10,666\overline{6}$ $\quad x_B = 4,66\overline{66}$ $\quad x_A + x_B > wx_A + wx_B$

$y_A = 3,\overline{555}$ $\quad y_B = 6,\overline{222}$ $\quad y_A + y_B < wy_A + wy_B$

Haverá excesso de demanda para o bem x.

e) Quando o planejador dita os preços da economia, o mesmo traça a linha de preços da mesma. Caso não haja tangência das funções utilidade dos agentes neste ponto, o segundo teorema do bem estar é quebrado e não há equilíbrio competitivo.

f) Os preços sendo dados pelo agente A

$p_x = 1$ $\quad p_y = 3$

g) As quantidades serão geridas pelo agente B.
As demandas de B são as encontradas em (a).

$$x_B = \frac{8p_x + 4p_y}{3p_x} = 6,\overline{666}$$

$$y_B = \frac{16p_x + 8p_y}{3p_y} = 4,\overline{444}$$

As quantidades de A são os restantes

$$x_A = 12 - 6,\overline{666} = 5,\overline{333}$$

$$y_A = 12 - 4,\overline{444} = 7,\overline{555}$$

$$W_e(p_x, p_y, x_A, y_A, x_B, y_B) = \{1, 3, 5,\overline{333}, 7,\overline{555}, 6,\overline{666}, 4,\overline{444}\}$$

h) O agente A

i)

$$U_A = 5,333 + 3 \cdot 7,555 = 28$$

$$U_B = 6,666^{1/3} \cdot 4,444^{2/3} \cong 5$$

Utilitarista

$$U_A + U_B = 33$$

Rawlsiana

$$\min\{U_A, U_B\} = 5$$

j) A mudança das preferências foi boa para a sociedade, levando em conta a função d. bem-estar social utilitarista.

Questão 3)

a)

$$\left.\begin{array}{l} P = l_P^{0,5} \\ C = l_C^{0,5} \end{array}\right\} \quad l_P + l_C = 200$$

$U = (PC)^{1/2}$ $\qquad$ $l_P + l_C = 200$

$$\begin{array}{l} l_P = P^2 \\ l_C = C^2 \end{array} \rightarrow \underbrace{P^2 + C^2 = 200}_{\text{Fronteira d. Possibilidade d. Produção}}$$

No ponto ótimo, a taxa marginal d. substituição é igual a taxa marginal d. transformação

$$TMS_{P,C} = \frac{\frac{\partial U}{\partial P}}{\frac{\partial U}{\partial C}} = \frac{C}{P} \qquad TMT_{P,C} = \frac{\frac{\partial FPP}{\partial P}}{\frac{\partial FPP}{\partial C}} = \frac{2P}{2C}$$

$$\frac{C}{P} = \frac{\cancel{2}P}{\cancel{2}C} \qquad \underline{P = C}$$

Voltando a FPP

$P^2 + C^2 = 200 \Rightarrow P^2 + P^2 = 200$

$2P^2 = 200 \qquad P = C = 10$

$U = (10 . 10)^{1/2} = 10$

$TMS = TMT = \frac{10}{10} = 1$

b) As trocas podem ser feitas.

$\frac{PP}{PC} = \frac{2}{1}$

A produção é a mesma! $C = P = 10$

Sabendo que $U = \sqrt{PC}$ st $\frac{PP}{PC} = \frac{2}{1}$

$TMS_{P,C} = \frac{PP}{PC} \Rightarrow \frac{C}{F} = \frac{2}{1}$ $\quad \underline{C = 2F}$

Sabendo que a restrição é:

$P_C . C + P_P . P = I$

$C + 2F = I$

$C = F = 10$

$10 + 2.10 = 30$ $\quad C + 2F = \underline{30}$

30 é o valor de produção com as trocas

Maximizando $U = \sqrt{PC}$

st $C + 2F = 30$

$$\frac{Umsp}{Umsc} = \frac{PP}{PC} \Rightarrow \frac{C}{F} = \frac{2}{1} \qquad \boxed{C = 2F}$$

$C + 2F = 30 \qquad 2C = 30 \qquad \boxed{C = 15}$

$\qquad\qquad 4F = 30 \qquad \boxed{F = 7{,}5}$

$U = \sqrt{15 \cdot 7{,}5} \simeq 10{,}61$

Com a abertura comercial, Bobson está melhor

Questão 4)

$P = Kp^{1/2} Lp^{1/2}$

$C = kc^{1/2} Lc^{1/2}$

$U = CP$

$\bar{K} = 200 \qquad \bar{L} = 600$

→ Primeiro Passo: Encontrar a FPP

$P = kp^{1/2} Lp^{1/2} \quad e \quad C = kc^{1/2} Lc^{1/2}$

Dica: A FPP é quando $P = f(C)$ ou $C = f(P)$

Sabe-se que $TMS_p = TMS_c$

$$TMSP_{L,K} = \frac{0{,}5\, Kp^{0,5} Lp^{-0,5}}{0{,}5\, kp^{-0,5} Lp^{0,5}} = \frac{Kp}{Lp}$$

$$TMSC_{L,K} = \frac{0{,}5\, kc^{0,5} Lc^{-0,5}}{0{,}5\, kc^{-0,5} Lc^{0,5}} = \frac{kc}{Lp}$$

$$\boxed{\frac{Kp}{Lp} = \frac{Kc}{Lp}}$$

Sabendo que

$$\frac{K_c}{L_c} = \frac{\bar{K} - K_p}{\bar{L} - L_p} \therefore \frac{K_p}{L_p} = \frac{\bar{K} - K_p}{\bar{L} - L_p}$$

$$L_p\bar{K} - \cancel{L_pK_p} = K_p\bar{L} - \cancel{L_pK_p} \Rightarrow L_p\bar{K} = K_p\bar{L}$$

$$K_p = \frac{\bar{K}}{\bar{L}} \cdot L_p \quad e \quad K_c = \frac{\bar{K}}{\bar{L}} \cdot L_c$$

Usando

A função de produção

$$P = (K_p)^{0,5} (L_p)^{0,5} \Rightarrow \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}} L_p\right)^{0,5} \cdot (L_p)^{0,5} = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^{0,5} \cdot L_p$$

$$P = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^{0,5} L_p$$

$$L_p = \left(\frac{\bar{L}}{\bar{K}}\right)^{0,5} \cdot P$$

Sabendo que $L_p = \bar{L} - L_c$ e que $L_c = \bar{L} - L_p$

Usa a função encontrada anteriormente na função produção de Cocos

$$C = (K_c)^{0,5} (L_c)^{0,5} = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}} L_c\right) \cdot (L_c)^{0,5} = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^{0,5} \cdot L_c$$

$$C = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^{0,5} \cdot \left[\bar{L} - \left(\frac{\bar{L}}{\bar{K}}\right)^{0,5} \cdot P\right]$$

$$C = (\bar{K}\bar{L})^{0,5} - P$$

$TMS_{C,P} = 1$

Sabendo que $\bar{K} = 200$ $\bar{L} = 600$

$C = (200 \cdot 600)^{0,5} - P$

$C = 346,4 - P$

Nesse ponto, inicia-se a maximização da utilidade.

Max CP

st $C = 346,4 - P$

$L = CP + \lambda(C - 346,4 + P)$

$\frac{\partial L}{\partial C} = P + \lambda = 0 \Rightarrow P = -\lambda$ $\quad \lambda = -P$

$\frac{\partial L}{\partial P} = C + \lambda 1 = 0$ $\quad C = -\lambda$ $\quad \lambda = -C$

$C = P$

$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = C - 346,4 + P = 0$

$P - 346,4 + P = 0$

$2P - 346,4 = 0$

$\Rightarrow P = \frac{346,4}{2} = 173,2$

$C = 346,4 - P = 173,2$

Lembrando que $TMST = TMS = 1$

Sendo assim $\frac{PP}{PC} = 1$ ou $\frac{PC}{PP} = 1$

$$K_c = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^{0,5} \cdot C^* = \left(\frac{200}{600}\right)^{0,5} \cdot 173,2 = 100$$

$$L_c = \left(\frac{\bar{L}}{\bar{K}}\right)^{0,5} \cdot C^* = \left(\frac{600}{200}\right)^{0,5} \cdot 173,2 = 300$$

$$K_p = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^{0,5} \cdot P^* = \left(\frac{200}{600}\right)^{0,5} \cdot 173,2 = 100$$

$$L_p = \left(\frac{\bar{L}}{\bar{K}}\right)^{0,5} \cdot P^* = \left(\frac{600}{200}\right)^{0,5} \cdot 173,2 = 300$$

$$L_c + L_p = \bar{L} = 600$$
$$K_c + K_p = \bar{K} = 200$$

para encontrar o preço dos fatores

$$TMS_{C,P} = \frac{K_c}{L_c} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$$

$$TMS_{P,C} = \frac{K_p}{L_p} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{W}{R} = \frac{1}{3}$$

Se $R = 1$

$$W = \frac{1}{3}$$

Caso não use o numerário (mínimo possível)

$W = 1$

$R = 3$

Sabendo que $w = pc . PMg_{Lc}$

$$\frac{1}{3} = pc\left[\frac{1}{2}\left(\frac{100}{300}\right)^{0,5}\right] = 0,2888\,pc$$

$$pc = \frac{1/3}{0,2887} = \underline{1,154}$$

Sabendo que $\frac{pc}{pp} = 1$, então $pp = \underline{1,154}$

Sabendo que a função apresenta retornos constantes de escala

$$w(Lc + LF) + 1(Kc + KF) = \tilde{pc}\,C + \tilde{pF}\,F$$

$$\frac{1}{3}(600) + 200 = (1,154 . 173,2) + (1,154 . 173,2)$$

$$\underline{200 + 200} = \underline{200 + 200}$$

Caso o aluno não use o numerário:

$w = 1$

$R = 3$

$w = pc\,PMg_{Lc}$

$$1 = pc\left[\frac{1}{2}\left(\frac{100}{300}\right)^{0,5}\right] = 3,4616 = \underline{pc = pp}$$

→ Retornos

$$w(Lc + LF) + r(Kc + KF) = \tilde{pc}\,C + pF\,F$$

$$1(600) + 3(200) = (3,4616 . 173,2) + (3,4616 . 173,2)$$

$$600 + 600 = 600 + 600$$

	Com numerador	S/ numerador
a)	1	3
b)	1/3	1
c)	1,154	3,4616
d)	1,154	3,4616

e) 173,2
f) 173,2
g) 100
h) 100
i) 300
j) 300