PSI.3211 – CIRCUITOS ELÉTRICOS I

1ª Prova Semestral – 09/04/18

1ª Questão: (4,0 pontos) GABARITO

(1,0) **a)** A tensão mostrada pelo gráfico da Figura 1 é aplicada ao capacitor mostrado pela Figura 2. Calcule a variação da carga armazenada no capacitor entre os instantes 1s e 3s.

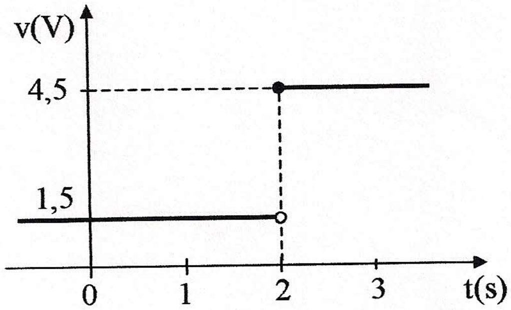


Figura 1

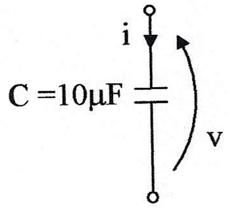


Figura 2

$t = 1s \Rightarrow v = 1{,}5V$ $\quad Q_1 = 1{,}5 \cdot 10^{-5} = 15\mu C$

$t = 3s \Rightarrow v = 4{,}5V$ $\quad Q_2 = 45\mu C$

$\Delta Q = 30\mu C$

(a placa superior acumula cargas positivas)

(1,0) **b)** A corrente mostrada pela Figura 3 é aplicada a um indutor. Desenhe o gráfico da tensão no indutor medida na convenção do receptor e indique o valor de $v(2+)$.
Adote L = 10mH.

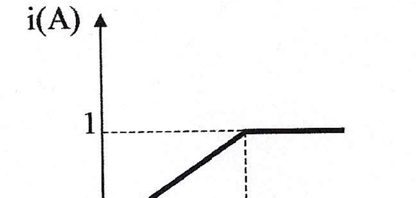
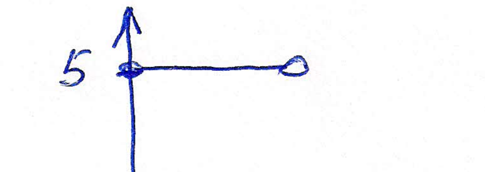


Figura 3



$v = L\dfrac{di}{dt}$

$v(2) = 0$

(1,0) **c)** Dado $i_s(t) = A\cos\omega t$, obtenha a condição a ser atendida pelos valores de L e C para que $v(t)$ seja identicamente nulo em regime permanente.

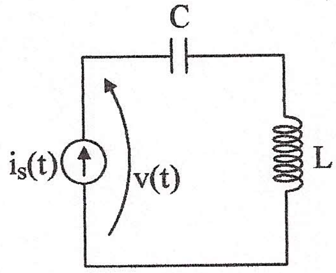


Figura 4

$i_s(t) = A\cos\omega t$

$$\hat{I}_s = A\angle 0$$

$$\hat{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\hat{I}_s = \frac{A}{\omega C}\angle -\pi/2$$

$$\hat{V}_L = j\omega L\hat{I}_s = \omega L A\angle \pi/2$$

$$\hat{V} = \hat{V}_C + \hat{V}_L = \left(\omega L A - \frac{A}{\omega C}\right)\angle \pi/2$$

para $\hat{V} = 0$ $\quad \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

(1,0) **d)** Ao mover uma carga de 2C de um ponto A para um outro ponto B, é liberada uma energia de 30J. Calcule a diferença de potencial V_{BA} isto é, o potencial de B menos o potencial de A (cuidado com o sinal).

$$|V_{BA}| = \frac{\Delta W}{\Delta Q} = 15J$$

O potencial de B é menor que o de A

logo $V_{BA} = -15V$

Atenção: Preencher a folha ótica com seu nome, número USP e opções escolhidas para cada teste.

1 – A carga total que uma bateria consegue entregar é especificada normalmente em ampères-horas (Ah), que é a quantidade de carga correspondente a uma corrente de 1A fluindo durante 1h. Quantos coulombs (C) equivalem a 100Ah?

a) 360000
b) 1800
c) 18000
d) 36000
e) 3600

2 – Considere o circuito da Figura 5 onde os capacitores estavam inicialmente descarregados. Em um determinado instante T sabe-se que $v_1(T) = 20V$. Quanto vale C_X (em μF) ?

a) 30
b) 20
c) 10
d) 40
e) 50

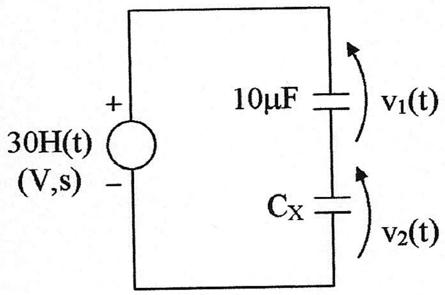


Figura 5

3 – Uma bobina modelada pela associação série de um resistor de 10Ω e um indutor de 0,4H é conectada a um gerador de 50V (contínuo) conforme Figura 6. A taxa de variação da corrente no instante de fechamento da chave (que conecta a bateria à bobina) e o valor final da corrente ($t \to \infty$) são respectivamente (em A/s e A):

Dica: Escreva a 2ª L.K. e use relações constitutivas.

a) 25 ; 5
b) 125 ; 10
c) 125 ; 5
d) 10 ; 5
e) 100 ; 10

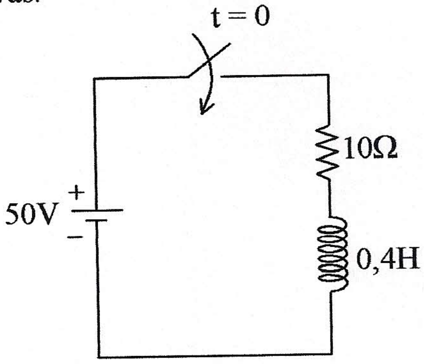


Figura 6

4 – Um capacitor e um indutor são conectados em paralelo conforme a Figura 7. Sabe-se que a energia armazenada no circuito é E_0. Se soubermos que a corrente $i(t_1) = 0$ podemos afirmar que $|v(t_1)|$ vale:

a) $\sqrt{\dfrac{E_0}{C}}$

b) E_0/C

c) $\sqrt{CE_0}$

d) $\sqrt{\dfrac{2E_0}{C}}$

e) $2E_0/C$

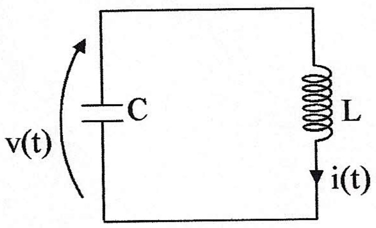


Figura 7

1) $100\,Ah \cdot \dfrac{3600s}{1h} = 360000\,\cancel{As}\,C$

2) $v_2(t) = 30 - 20 = 10V$. Os 2 caps tem a mesma carga pois foram alimentados pela mesma corrente

$Q = 10\mu \cdot 20 = C_x \cdot 10 \rightarrow C_x = 20\mu F$

3) $v_s = L\dfrac{di}{dt} + Ri$. Como a corrente inicial do indutor é nula $\rightarrow \dfrac{di}{dt} = \dfrac{v_s}{L} = \dfrac{50}{0{,}4} = 125\,A/s$

$i_f = \dfrac{v_s}{R} = \dfrac{50}{10} = 5A$ pois em DC cap carregam $(i=0)$ e ind $(v=0)$

4) $E_0 = \dfrac{Cv^2(t_1)}{2} + \cancel{\dfrac{Li^2(t_1)}{2}}^{\,0} \Rightarrow |v(t_1)| = \sqrt{\dfrac{2E_0}{C}}$

Para os **testes de 5 e 6** considere o grafo da Figura 8.

5 – O número de ramos de ligação do grafo é

a) 11

b) 9

c) 7

d) 8

e) 5

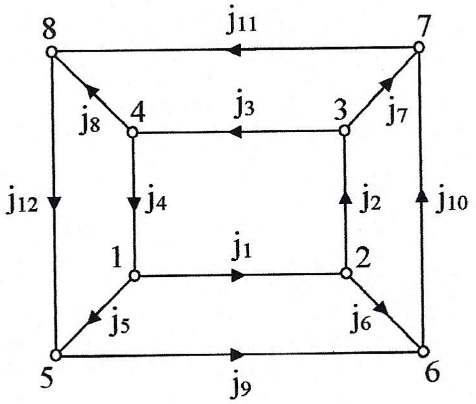


Figura 8

6 – Indique o subgrafo que é uma árvore.

a) $\{ j_1, j_2, j_3, j_4, j_9, j_{10}, j_{11} \}$

b) $\{ j_1, j_3, j_4, j_5, j_6, j_7, j_8 \}$

c) $\{ j_1, j_3, j_5, j_6, j_7, j_8, j_{11} \}$

d) $\{ j_2, j_4, j_6, j_7, j_8, j_{10}, j_{12} \}$

e) $\{ j_2, j_3, j_4, j_5, j_6, j_8, j_9 \}$

Para os **testes de 7 e 8** considere a árvore da Figura 9.

7 – O conjunto de ramos que não é um corte fundamental é:

a) $\{ j_5, j_6, j_7, j_8 \}$

b) $\{ j_1, j_4, j_9, j_{12} \}$

c) $\{ j_3, j_4, j_{11}, j_{12} \}$

d) $\{ j_2, j_4, j_{10}, j_{12} \}$

e) $\{ j_5, j_9, j_{12} \}$

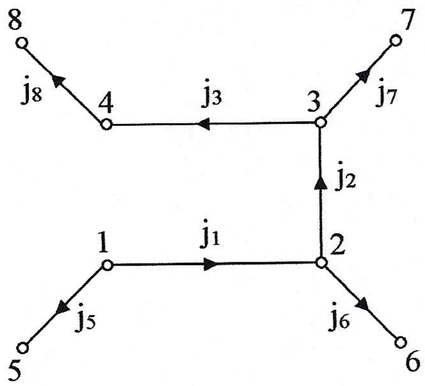


Figura 9

8 – O subgrafo que não é um laço fundamental é:

a) { j_1 , j_6 , j_9 , j_5 }

b) { j_1 , j_2 , j_3 , j_4 }

c) { j_9 , j_{10} , j_{11} , j_{12} }

d) { j_3 , j_8 , j_{11} , j_7 }

e) { j_2 , j_7 , j_{10} , j_6 }

Gabarito

5) O grafo tem

nós: $n_t = 8$ → nº. de ramos de árvore: $n = 7$

ramos: $r = 12$

ramos de ligação: $l = r - n$ → $l = 5$.

6) a) é arvore; passa por todos os nós e não fecha laço.

b) não é árvore porque contém como subgrafo o laço $\{j_1, j_2, j_3, j_4\}$.

c) não é árvore porque contém como subgrafo o laço $\{j_3, j_7, j_{11}, j_8\}$.

d) não é árvore porque contém como subgrafo o laço $\{j_6, j_{10}, j_7, j_2\}$.

e) não é arvore porque não passa pelo nó 7

7) a) é corte, mas não é corte fundamental porque contém 4 ramos de árvore.

b) é corte fundamental com j_1 como único ramo de árvore.

c) é corte fundamental com j_2 como único ramo de árvore.

d) é corte fundamental com j_3 como único ramo de árvore.

e) é corte fundamental com j_5 como único ramo de árvore.

8) a) é laço fundamental com j_9 como única ligação.

b) é laço fundamental com j_4 como único ramo de ligação.

c) é laço fundamental com j_{10} como único ramo de ligação.

d) é laço fundamental com j_{11} como único ramo de ligação.

e) é laço, porém, não é laço fundamental porque todos os seus ramos são ramo de ligação.

Considere o circuito da Figura 10 para os **testes 9 e 10**. Sabe-se que o circuito opera em regime permanente senoidal (RPS) e que $e_s(t) = A\cos(\omega t + \theta)$ com $A > 0$ em volts, ω em rad/s e θ em graus.

9 – A amplitude de v(t) vale:

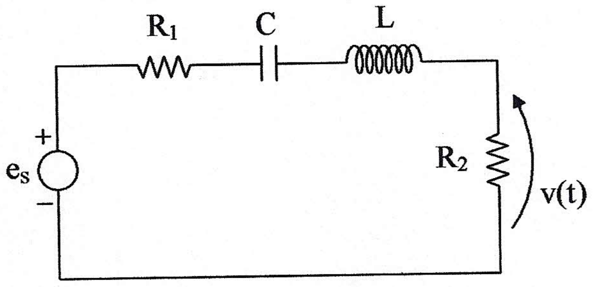


Figura 10

a) $\dfrac{R_1 A}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2 + \omega^2 L^2 + \dfrac{1}{\omega^2 C^2}}}$

b) $\dfrac{R_2 A}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)^2}}$

c) $R_2 A$

d) $\dfrac{R_2 A}{R_1 + R_2}$

e) $\dfrac{R_2 A}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$

10 – A fase de v(t) vale:

a) $\operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{\omega L}{R_2}\right)$

b) θ

c) $\operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{\dfrac{1}{\omega C} - \omega L}{R_1 + R_2}\right)$

d) $\theta - \operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R_1 + R_2}\right)$

e) $\operatorname{arc\,cos}\left(A^2\left(1 + \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\right)$

Considere o circuito da Figura 11 para os **testes 11 e 12**. Sabe-se que o circuito opera em regime permanente senoidal (RPS) e que na frequência $\omega = 1000$ rad/s sua resposta em frequência vale $\frac{\hat{I}_L}{\hat{I}_s} = \frac{\sqrt{2}}{2}\angle{-45^o}$

11 – Sabendo-se que $R = 50\Omega$, o valor de L (em H) é:

a) 1

b) 0,05

c) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$

d) 2×10^{-3}

e) 600×10^{-6}

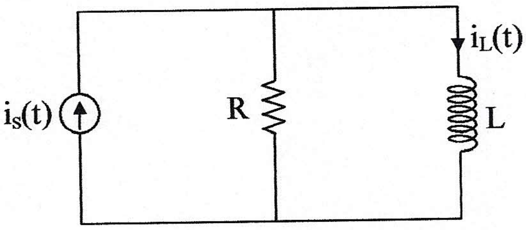


Figura 11

12 – Para $i_s(t) = \frac{5}{\sqrt{2}} \operatorname{sen}(1000t)$, (A, s), a expressão de $i_L(t)$ é:

a) $\frac{5}{2} \cos(1000\,t - 135^o)$

b) $\frac{5}{\sqrt{2}} \operatorname{sen}(1000\,t + 45^o)$

c) $5 \operatorname{sen}(1000\,t + 135^o)$

d) $\sqrt{2} \cos(1000\,t + 45^o)$

e) $5 \cos(1000\,t - 45^o)$

Gabarito dos Testes de 9 a 12

9) A 2ª LK fasorial é dada por

$$\hat{E}_s = \hat{V}_{R_1} + \hat{V}_{R_2} + \hat{V}_L + \hat{V}_c$$

Usando as relações fasoriais nos bipolos, temos

$$\hat{E}_s = \left[R_1 + R_2 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right]\hat{I}$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_s}{R_1 + R_2 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$\hat{V} = \hat{V}_{R_2} = R_2\hat{I} = \frac{R_2\hat{E}_s}{R_1 + R_2 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

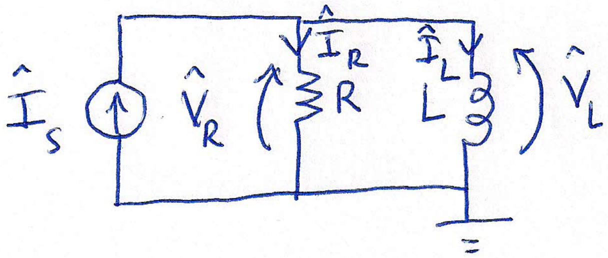
$$\boxed{|\hat{V}| = \frac{R_2 A}{\sqrt{(R_1+R_2)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}}$$

amplitude de $v(t)$

10) $$\boxed{\phi(\omega) = \theta - \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_1 + R_2}\right)}$$

fase de $v(t)$

11) Da 1ª LK fasorial



$$\hat{I}_s = \hat{I}_R + \hat{I}_L$$

$$\hat{V}_R = \hat{V}_L \Rightarrow R\hat{I}_R = j\omega L\,\hat{I}_L \Rightarrow \hat{I}_R = j\frac{\omega L}{R}\hat{I}_L$$

$$\hat{I}_s = \left(1 + j\frac{\omega L}{R}\right)\hat{I}_L$$

$$\frac{\hat{I}_L}{\hat{I}_s} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega L}{R}} = \frac{R}{R + j\omega L}$$

Para $\omega = 1000$ rad/s e $R = 50\Omega$

$$\frac{50}{50 + j1000L} = \frac{\sqrt{2}}{2}\angle{-45^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle{-45^\circ}$$

$$\frac{\cancel{50}}{\cancel{50}\left(1 + j\frac{1000}{50}L\right)} = \frac{1}{\sqrt{2}\angle{45^\circ}}$$

$$\frac{1000}{50}L = 1 \Rightarrow L = \frac{5\cancel{0}}{100\cancel{0}} = 0{,}05\,H$$

$$\boxed{L = 0{,}05H}$$

12) $\dfrac{\hat{I}_L}{\hat{I}_S} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \angle -45°$ para $\omega = 1000\,rad/s$

$\hat{I}_L = \hat{I}_S \dfrac{\sqrt{2}}{2} \angle -45°$, mas $\hat{I}_S = \dfrac{5}{\sqrt{2}} \angle -90°$ A

$= \dfrac{5}{\cancel{\sqrt{2}}} \angle -90° \; \dfrac{\cancel{\sqrt{2}}}{2} \angle -45°$

$= \dfrac{5}{2} \angle -135°$

$$\boxed{i_L(t) = \frac{5}{2} \cos(1000t - 135°), \quad (A, s)}$$