

# Métodos numéricos - TP1

Ricardo Afonso Angélico

September 2018

## Problema

Um cilindro longo de raio  $a$  com temperatura inicial  $T(r, t = 0) = 0$  é imerso em meio com temperatura  $T_\infty$  em  $t = 0$ . O principal mecanismo de transferência de calor entre o cilindro e o meio ao seu redor é a convecção. O coeficiente de transferência de calor por convecção é  $h$ . A temperatura em um ponto localizado a uma distância  $r$  do eixo de axissimetria no instante  $t$  é dada por[1]:

$$T(r, t) = T_\infty \left[ 1 - 2ah \sum_{i=1}^{\infty} \exp(-\beta_i^2 \alpha t / a^2) \frac{J_0(\beta_i r / a)}{(\beta_i^2 + a^2 h^2) J_0(\beta_i)} \right] \quad (1)$$

sendo  $\beta_i$  as raízes da equação:

$$\beta J_1(\beta) - ah J_0(\beta) = 0 \quad (2)$$

e  $J_\alpha$  as funções de Bessel do primeiro tipo.

### Pede-se:

- As primeiras  $n$  raízes da eq. (2). Desenvolva uma função para determiná-las. Apresente as dez primeiras raízes ( $\beta_1, \dots, \beta_{10}$ ) em uma tabela.
- Plote o perfil de temperatura para três instantes distintos.
- Plote o histórico de temperatura dos pontos localizados em  $r = 0$ ,  $a/2$  e  $a$ .
- Determine o tempo mínimo necessário para que a diferença máxima de temperatura entre o corpo e o meio ao redor seja inferior a  $1^\circ\text{C}$ .

### Dados:

- Coeficiente de transferência de calor por convecção:  $h = 10 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$
- Raio do cilindro:  $a = 0.1 \text{ m}$
- Difusividade térmica do meio:  $\alpha = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
- Temperatura do meio:  $50^\circ\text{C}$

### Entrega

A data máxima para entrega do TP1 é 14/09 às 23h50. Devem ser entregues:

- relatório sucinto (máximo de duas páginas) com os itens pedidos. Descreva o procedimento utilizado para a resolução numérica do problema; e
- rotina computacional desenvolvida (um único arquivo).

## Material de apoio

- Funções de Bessel:  
<http://mathworld.wolfram.com/BesselFunctionoftheFirstKind.html>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Bessel\\_function](https://en.wikipedia.org/wiki/Bessel_function)  
<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.special.jv.html#scipy.special.jv>

## Referências

- [1] H.S. Carslaw and J.C. Jaeger. *Conduction of heat in solids*. Oxford science publications. Clarendon Press, 1959.