FCN0404 - Introdução à Física Nuclear
Resolução de exercícios

27 de setembro de 2012

Capítulo 6

6.3 Na Figura 1 são dadas as energias de decaimento alfa do ^{238}Pu, assim como as energias dos estados excitados do ^{234}U. Calcule a energia cinética do grupo de de partículas alfa que leva ao estado excitado de energia 0.499 MeV do ^{234}U. Dados: $m_\alpha = 3727\, MeV$; $m_r = 2.18 \times 10^5\, MeV$.

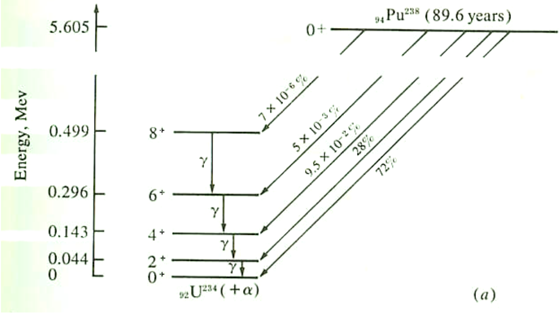


Figura: Decaimento alfa do ^{238}Pu.

Solução:

Energia da desintegração alfa: $E_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 + \frac{1}{2} m_r v_r^2$.
Da conservação de momento, temos: $m_\alpha v_\alpha = m_r v_r$. Logo,

$$E_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_r}\right) \tag{1}$$

Como, pela figura, $E_\alpha = 5.106\, MeV$, a energia cinética do grupo de partículas alfa que leva ao estado excitado de energia 0.499 MeV é $E_c = 5.022\, MeV$.

- No decaimento por emissão de pósitrons do ^{14}O, mais de 99% das desintegrações correspondem a uma energia máxima de $1.84\,MeV$. raios γ de $2.30\,MeV$ também são observados. Em cerca de 0.6% das desintegrações verifica-se uma energia máxima de $4.1\,MeV$. Qual o esquema de desintegração?

Solução:

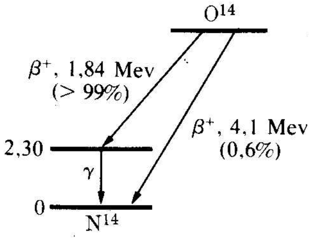
$$(Z, A) \to (Z-1, A) + e^{+} + \nu_e \tag{2}$$

Balanço de energia:

$$Q = M_n(Z, A) - M_n(Z-1, A) - m \tag{3}$$

$$M_a(Z, A) = M_n(Z, A) + Zm \tag{4}$$

$$\begin{aligned} Q &= M_n(Z, A) - M_n(Z-1, A) - m \\ Q &= M_a(Z, A) - Zm - M_a(Z-1, A) + (Z-1)m - m \\ Q &= M_a(Z, A) - M_a(Z-1, A) - 2m \end{aligned} \tag{5}$$

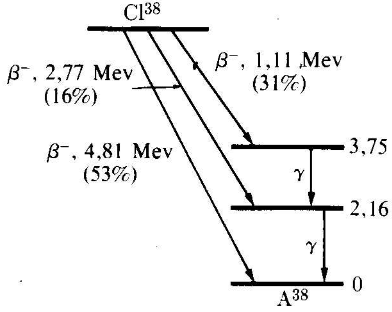


$$1.84\,MeV + 2.30\,MeV + 1.02\,MeV = 5.16\,MeV \tag{6}$$

- O decaimento por emissão de elétrons do ^{38}Cl tem três grupos de elétrons com energias $2.77\,MeV$, $4.81\,MeV$ e $1.11\,MeV$. Dois raios γ são observados, com energias $2.16\,MeV$ e $1.59\,MeV$. Qual o esquema de desintegração?

Solução:

$$(Z, A) \rightarrow (Z+1, A) + e^- + \bar{\nu}_e \tag{7}$$



6.6 A altura U da barreira de Coulomb em torno de um núcleo de carga $Z_1 e$ e raio r para uma partícula de carga positiva $Z_2 e$ pode ser obtida em primeira aproximação calculando-se a energia da repulsão de Coulomb a uma distância igual ao raio do núcleo.

$$U = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \tag{8}$$

Suponha que o raio do núcleo é dado pela fórmula $r = 1.5 \times 10^{-13} A^{1/3}$ cm, onde A é o número de massa do núcleo. Calcule a altura da barreira para partículas alfa e para os núcleos ^{20}Ne, ^{40}Ca, ^{66}Zn, ^{112}Sn, ^{174}Yb e ^{232}Th. Repita o cálculo para prótons e dêuterons.

Solução:

Usando as unidades naturais:

$$\begin{aligned} e &= 0.0854 \\ 1fm &= 0.5076 \times 10^{-2} MeV^{-1} \end{aligned} \tag{9}$$

Temos (energias em MeV):

Núcleo	alfa	próton
$^{10}_{20}Ne$	7.05759	3.52879
$^{20}_{40}Ca$	11.2032	5.60161
$^{30}_{66}Zn$	14.2213	7.11065
$^{50}_{112}Sn$	19.8715	9.93574
$^{70}_{174}Yb$	24.0205	12.0102
$^{90}_{232}Th$	28.0595	14.0297

- Mostrou-se que a emissão alfa de um isótopo do Th pode ser descrita pela relação

$$log\lambda = 56.13 - \frac{105.07}{v_\alpha} \tag{10}$$

Sendo v_α a velocidade da partícula alfa com respeito ao núcleo. A energia de desintegração alfa para o ^{224}Th é 7.33 MeV. Qual a sua meia-vida como estimada a partir da relação acima?

Energia da desintegração alfa: $E_\alpha = \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 + \frac{1}{2} M_r v_r^2$

Da conservação de momento, temos: $M_\alpha v_\alpha = M_r v_r$. Logo,

$$E_\alpha = \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_r}\right) \tag{11}$$

Para v_α, devemos ter então,

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{2E_\alpha}{M_\alpha \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_r}\right)}} \tag{12}$$

Os dados são:

$$\begin{aligned} M &= 6.6443 \times 10^{-27} Kg \\ M_r &= 3.7188 \times 10^{-25} Kg \\ E &= 1.1728 \times 10^{-12} J \end{aligned} \tag{13}$$

Portanto,

$$v_\alpha = 1.86233 \times 10^9 cm/s \tag{14}$$

Substituindo na relação para λ, temos $\lambda = 0.5145$.

Da lei do decaimento radioativo, temos,

$$\begin{aligned} log \frac{N(t)}{N_0} &= -0.4343\lambda t \\ log 2 &= 0.4343\lambda T \\ T_{1/2} &= \frac{0.693}{\lambda} \end{aligned} \tag{15}$$

Portanto a meia-vida é 1.35 s. A meia vida conhecida atualmente é 1.05 ± 0.02 s (Audi, G., et al. "The NUBASE Evaluation of Nuclear and Decay Properties." Nuclear Physics A 729 (2003): 3–128.).

6.18 Obter $\vec{E}(\vec{r}, t)$ e $\vec{H}(\vec{r}, t)$ a partir do potencial vetor (6.77). Calcular o vetor de Poynting.

$$\vec{P} = \frac{c}{4\pi}\vec{E} \times \vec{H} \tag{16}$$

correspondete a estes campos, e mostrar que o valor médio no período de oscilação é

$$\bar{P} = \frac{\omega^2}{8\pi c}\left(|\vec{A_0}|^2 + |\vec{B_0}|^2\right) \tag{17}$$

Solução:

Usando (6.76) e (6.77), temos que

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r},t) &= \frac{i\omega}{c}\left[\vec{A_0}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} - \vec{B_0}e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right] \\ \vec{H}(\vec{r},t) &= i\vec{k}\times\vec{A_0}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} - i\vec{k}\times\vec{B_0}e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\end{aligned} \tag{18}$$

A determinação do vetor de Poynting requer o cálculo das partes reais dos campos $\vec{E}$ e $\vec{H}$, de modo que

$$\vec{P} = \frac{c}{4\pi}Re(\vec{E})\times Re(\vec{H}) = \frac{c}{4\pi}\left[\frac{\vec{E}+\vec{E^*}}{2}\right]\times\left[\frac{\vec{H}+\vec{H^*}}{2}\right] \tag{19}$$

Logo,

$$
\begin{aligned}
\vec{P} =& \frac{\omega}{8\pi}\Big\{\vec{A_0}\times(\vec{k}\times\vec{A_0})\left[1-e^{2i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right] \\
&+\vec{B_0}\times(\vec{k}\times\vec{B_0})\left[1-e^{-2i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right] \\
&+\vec{B_0}\times(\vec{k}\times\vec{A_0})\left[e^{2i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}-e^{-2i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\right]\Big\}
\end{aligned} \tag{20}
$$

No cálculo da média do vetor de Poynting no período de oscilação, todas as exponenciais $e^{\pm 2i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ se anulam devido às médias calculadas sobre as funções trigonométricas. Assim, usando a identidade vetorial $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) = (\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B}-(\vec{A}\cdot\vec{B})\vec{C}$, temos

$$
\begin{aligned}
\bar{P} &= \frac{\omega}{8\pi}\left[\vec{A_0}\times(\vec{k}\times\vec{A_0})+\vec{B_0}\times(\vec{k}\times\vec{B_0})\right] \\
&= \frac{\omega}{8\pi}\left[|\vec{A_0}|^2\vec{k}-(\vec{A_0}\cdot\vec{k})\vec{A_0}+|\vec{B_0}|^2\vec{k}-(\vec{B_0}\cdot\vec{k})\vec{B_0}\right] \\
\bar{P} &= \frac{\omega^2}{8\pi c}\left(|\vec{A_0}|^2+|\vec{B_0}|^2\right)
\end{aligned} \tag{21}
$$