### IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS DE TEMPO REAL PARA AVALIAÇÃO E VALIDAÇÃO DE SUSPENSÕES VEICULARES ATRAVÉS DE ESTIMATIVA ESPECTRAL E IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

São Carlos 2014

### IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS DE TEMPO REAL PARA AVALIAÇÃO E VALIDAÇÃO DE SUSPENSÕES VEICULARES ATRAVÉS DE ESTIMATIVA ESPECTRAL E IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo.

Curso de Engenharia Elétrica com Ênfase em Eletrônica

ORIENTADOR: Prof. Drº Carlos Dias Maciel

São Carlos 2014 AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Francisco dos Santos, Gabriel
F118i Implementação de um sistema de aquisição de dados de tempo real para avaliação de validação de suspensões veiculares através de estimativa espectral e identificação de sistemas / Gabriel Francisco dos Santos; orientador Carlos Dias Maciel. São Carlos, 2014.
Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com ênfase em Eletrônica) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2014.
1. Suspensões Veiculares. 2. Sistemas Embarcados.
3. Dinâmica Vertical. 4. Conforto. 5. Ride. 6. Identificação de Sistemas. 7. Estimativa Espectral. I. Título.

#### FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Gabriel Francisco dos Santos

Título: "Implementação de um sistema de aquisição de dados de tempo real para avaliação e validação de suspensões veiculares através de estimativa espectral e identificação de sistemas"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em 28 / ^^ / 20 (4,

Prof. Associado Carlos Dias Maciel - (Orientador - SEL/EESC/USP)

Profa. Titular Vilma Alves de Oliveira - (SEL/EESC/USP)

Mestre Douglas Machado Tavares - (Doutorando - SEL/EESC/USP)

Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP: Prof. Associado Homero Schiabel

# Dedicatória

Dedico este trabalho ao meu Avô Vital Francisco e ao meu Tio Vital Francisco Filho (In memoriam).

## Agradecimentos

Agradeço, primeiramente aos meus pais Sandra e Ivan, familiares e minha namorada Jéssica por terem tido compreensão e me dado suporte para que eu pudesse crescer tanto como ser humano bem como profissional.

Agradeço também ao professor Maciel pelas discussões, incentivos e desafios feitos ao longo da orientação deste trabalho.

Agradeço aos meus amigos que me ajudaram na contrução, elaboração e nos testes deste trabalho (Guilherme Ulian, Willian Ciletta e Mauro Fernandes Barbosa). Também agradeço aos meus amigos que, não tiveram participação neste trabalho, mas sim no meu crescimento pessoal (Linkon Louvison e Adriel Fernando).

Agradeço aos integrantes da Equipe EESC USP Baja SAE, mais especificamente ao José Henrique e ao Samuel Hermanson, por terem tido uma paciência e força extrema, sempre me ajudando de forma irrefutável.

Agradeço a professora Vilma por ter acreditado no projeto e ter fornecido os sensores, material e o laboratório InteGrad para os ensaios.

Agradeço o técnico José Cláudio pelas inúmeras ajudas dadas para a execução dos testes no Campus II.

# Sumário

Ι	Lista de Figuras13				
Ι	Lista	le Tabelas			
F	Resur	10			
A	Abstr	act			
1.	23 Introducão				
1	.1	Motivação			
1	.2	Objetivos e Estrutura do Trabalho			
2.	Fui	damentação Teórica			
2	2.1	Suspensão Veicular - Dinâmica Vertical			
2	2.2	Processamento Digital de Sinais em Tempo Real			
	2.2.	1 Caracterização de Sinais			
	2.2.	2 Caracterização de Sistemas			
	2.2.	3 Amostragem			
	2.2.	4 Transformada Rápida de Fourier			
	2.2.	5 Filtros			
2	2.3	Estimação Espectral	61		
2	2.4	Identificação de Sistemas			
3.	Ma	teriais e Métodos			
3	3.1	Sensores			
3	3.2	Sistema de Aquisição de Dados			
	3.2.	1 Sistema de Gerenciamento			
	3.2.	2 Determinação do Algoritmo de FFT			
	3.2.	3 Determinação do Filtro Digital			
	3.2.	4 Determinação do método de estimação da PSD			
	3.2.	5 Determinação do método de Identificação de Sistemas			
3	3.3	Interface Computacional			
3	3.5	Dispositivo de Excitação de Suspensão			
3	3.5	Considerações Finais			
4.	Dis	cussões e Resultados			
4	I.1	ConFiguração da Suspensão e Modelo Matemático			
4	1.2	Excitação do Sistema			
4	1.3	Avaliação em Relação à Norma ISO2631			
4	1.4	Validação em Relação ao Modelo Teórico			
4	1.5	Considerações			
5.	Co	ıclusão			
6.	Ap	ndices			
Bib	Bibliografia147				

### Lista de Figuras

Figura 1.1: Ilustração referente ao modelo quarter car [1]24
Figura 1.2: Figura indicando o modelo half car, onde percebe-se que a complexidade do
modelo aumentou significamente25
Figura 1.3: Figura ilustrando a o modelo <i>full car</i> , onde tem-se mais de 22 parâmetros para
análise25
Figura 2.1.1: Diagrama de blocos do comportamento de um suspensão
Figura 2.1.2: Figura ilustrando as curvas de PSD de um veícula a 50 mph [1]
Figura 2.1.3: Espectro da aceleração da massa suspensa considerando diferentes
frequências naturais de massa suspensa [1]32
Figura 2.1.4: Ilustração do efeito do amortecimento na capacidade de isolação da suspensão
[1]
Figura 2.2.2.1: Ilustração de um sistema básico
Figura 2.2.2.2: Ilustração da amostragem de um sinal $x_c(t)$ limitando em banda ( $\Omega_N$ ) e
amostrado com uma frequência $\Omega_s$ [9]
Figura 2.2.4.1: Ilustração referente a uma aplicação de FFT radix-2, com $N = 8$ , é possível
verificar as ' <i>butterfly</i> 's' e ordem de entrada das amostras
Figura 2.2.4.2: Ilustração do efeito de janelamento. No primeiro caso, como o sinal não foi
amostrado, têm-se o valor do espectro esperado, quando se amostra com uma janela que
limita o tamanho do sinal, então o espectro aparece deformado com frequências 'falsas' em
relação ao sinal original
Figura 2.2.5: Exemplo para ilustração do filtro FIR [7]60
Figura 3.1: Ilustração do sistema proposto75
Figura 3.1.1: <i>Board</i> comprada com o acelerômetro já soldado. Fonte: Analog Device78
Figura 3.1.2: Circuito elétrico do acelerômetro na placa com os capacitores
Figura 3.2.1: LaunchPad modelo Tiva Series
Figura 3.2.2: Imagem do compilador <i>Keil uVision</i> ®81
Figura 3.2.3: Ilustração da bancada de ensaios para validação
Figura 3.2.2.1: Sinal quadrado obtido com o gerador

Figura 3.2.2.2 A: Espectro obtido com janela retangular. É possível observar a fundamento
em 50 Hz ( $f_0$ ) e suas harmônicas em 3 $f_0$ e 5 $f_0$ . Também observa-se o <i>leakage</i>
Figura 3.2.2.2 B: Espectro obtido com janela de Hamming. É possível observar um
diminuição da amplitude do <i>leakage</i> e das harmônicas
Figura 3.2.2.2 C: Espectro com a janela de Hanning. O <i>leakage</i> diminuiu em amplitude de
maneira menos acentuada, em relação a janela de Hamming
Figura 3.2.2.2 D: Espectro com a janela de Blackman. O efeito de <i>leakage</i> também reduziu
em relação a janela retangular
Figura 3.2.2.2 E: Especro obtido com a janela de Bartlett. É possível observar uma
concentração ( <i>roll-off</i> ) em torno de f <sub>0</sub>
Figura 3.2.3.2 A: Imagem obtida após o sinal passar pelo filtro com janela de Hamming90
Figura 3.2.3.2 B: Utilização da janela de Hanning90
Figura 3.2.3.2 C: Utilização da janela de Blackman91
Figura 3.2.4.1: 'Sweep' de 1 Hz até 50 Hz usado para a validação da função de cálculo da
PSD (tanto método de Bartlett quanto método de Welch)
Figura 3.2.4.2: 'Sweep' de 1 Hz até 100 Hz usado para a validação da função de cálculo da
PSD (tanto método de Bartlett quanto método de Welch)
Figura 3.2.4.3 A: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Hamming (sinal quadrado)94
Figura 3.2.4.3 B: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Hamming (' <i>sweep</i> ' até 50 Hz)94
Figura 3.2.4.3 C: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Hamming (' <i>sweep</i> ' até 100 Hz)95
Figura 3.2.4.4 A: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Hanning (sinal quadrado)95
Figura 3.2.4.4 B: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Hanning ('sweep' até 50 Hz)96
Figura 3.2.4.4 C: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Hanning (' <i>sweep</i> ' até 100 Hz)96
Figura 3.2.4.5 A: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Blackman (sinal quadrado)97

Figura 3.2.4.5 B: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Blackman (' <i>sweep</i> ' até 50 Hz)97
Figura 3.2.4.5 C: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Blackman (' <i>sweep</i> ' até 100 Hz)98
Figura 3.2.4.6 A: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Bartlett (sinal quadrado)98
Figura 3.2.4.6 B: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Bartlett ('sweep' até 50 Hz)
Figura 3.2.4.6 C: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos
e janela de Bartlett ('sweep' até 100 Hz)
Figura 3.2.4.7 A: Espectro obtido pelo método de Bartlett, 256 pontos e janela de Bartlett
(sinal quadrado)
Figura 3.2.4.7 A: Espectro obtido pelo método de Bartlett, 256 pontos e janela de Bartlett
(' <i>sweep</i> ' até 50 Hz)
Figura 3.2.4.7 A: Espectro obtido pelo método de Bartlett, 256 pontos e janela de Bartlett
('sweep' até 100 Hz)
Figura 3.2.5.1: Comportamento do sistema dada entrada binária pseudo aletória. Também é
possível observar a convergência dos parâmetros a cada iteração
Figura 3.3.1: Ambiente de programação usado104
Figura 3.3.2: Interface computacional desenvolvida para visualização dos resultados 105
Figura 3.3.3: Segunda página da interface computacional105
Figura 3.4.1: Foto do rolo já com a rugosidade107
Figura 3.5.1: Caixa para alojamento do acelerômetro
Figura 3.5.2: Cabo usado para conexão do acerômetro com o sistema
Figura 3.5.3: Caixa final do sistema de aquisição de dados111
Figura 3.5.4: Foto da placa já com os componentes soldados112
Figura 3.5.5: Foto do módulo bluetooth usado para fazer a comunicação entre as partes. 112
Figura 4.1: Carro do tipo Baja113
Figura 4.1.1: Foto da suspensão dianteira do veículo usado
Figura 4.1.2: Foto da suspensão traseira do veículo usado
Figura 4.1.3: Respostas dinâmicas da suspensão dianteira

Figura 4.1.4: Respostas dinâmicas da suspensão traseira	117
Figura 4.2.1: Foto para mostrar o posicionamento dos acelerômetros para fazer a	validação.
	118
Figura 4.2.2: Ilustração do posicionamento do sistema de aquisição de dados	119
Figura 4.2.3: Disposição espacial do veículo na sala de testes	119
Figura 4.2.4: Foto para mostrar o procedimento de medição da avaliação de confe	orto120
Figura 4.2.5: Perfil obtido com velocidade 'baixa' (menor que a velocidade da Fi	gura
4.2.6)	
Figura 4.2.6: Perfil obtido com velocidade 'alta' (maior que a velocidade da Figu	ra 4.2.5).
Figura 4.3.2: Resultado para a vibração gerada pelo motor	
Figura 4.3.3: Resultado obtido com o veículo a uma velocidade normal de uso, no	o tempo e
na frequência	
Figura 4.3.4: Resultado obtido com o veículo a uma velocidade normal de uso, er	n relação a
norma ISO2631	
Figura 4.3.5: Comparação entre os sinais de aceleração no banco e na roda	
Figura 4.4.1: Modelo estimado pelo algoritmo com o carro em baixa velocidade (	marcha
lenta).	124
Figura 4.4.2: Modelo estimado pelo algoritmo com o carro velocidade superior (a	icelerado).
	124
Figura 4.4.3: Trajeto feito pelo veículo para a execução da validação do sistema.	
Figura 4.4.4: Resultado obtido com o veículo se deslocando em velocidade baixa	126
Figura 4.4.5: Resultado obtido com o veículo se deslocando em velocidade super	ior a
imagem 4.4.4.	

### Lista de Tabelas

Tabela 2.2.1: Relação entre os parâmetros do sinal com o processo ergótico	38
Tabela 2.2.4.1:       Tabela ilustrando o 'bit reverse', para N = 8	54
Tabela 2.2.4.2: Vários tipos de janelas com as suas características e equacionamento	57
Tabela 2.2.5: Resposta ao impulso de filtros ideais [8]	61
Tabela 2.3: Comparação entre os métodos de estimação espectral	67
Tabela 3.1: Relação de acelerômetros disponíveis no mercado.	77
Tabela 3.2.1: Instrumentação usada para executar a validação	83
Tabela 3.5.1: Características do sistema construído	109
Tabela 4.1.1: Dados do veículo usado nos testes	115
Tabela 5.1: Relação de produtos encontrados no mercado e seus custos	129

#### Resumo

Desde o início dos estudos em suspensões veiculares no início do século XX, observam-se grandes interesses nesta área visando aspectos como, por exemplo, o nível de conforto dos passageiros.Este trabalho apresenta uma solução para o auxílio no projeto de suspensões veiculares através da utilização de técnicas e métodos para sua avaliação em relação à norma de vibração ISO2631 e validação em relação ao modelo teórico tipo *quarter car*. Através de técnicas de processamento de sinais, como transformada rápida de Fourier, estimativas de espectro de densidade de potência e métodos de identificação de sistemas foi possível à implementação de um sistema de aquisição de dados que efetuasse todo o tratamento *onboard* e em tempo real.Com o sistema embarcado implementado, o mesmo foi validado em bancada e então foi instalado em um veículo do tipo Baja. Os resultados da validação demonstraram que o algoritmo estava em conformidade com a teoria e os resultados do veículo mostraram a situação do veículo real em comparação com o projeto e com os níveis de vibração contidos na norma ISO2631.

**Palavras-chave**: Suspensões veiculares, dinâmica vertical, validação, avaliação, ISO2631, análise espectral, identificação de sistemas, sistemas embarcados.

#### Abstract

Since the early studies on vehicular suspensions in the early twentieth century, there are large interests in this area aimed aspects such as the level of comfort of passengers. This paper presents a solution to aid in the design of suspensions vehicle through the use of techniques and methods to assess the relative Vibration ISO2631 standard and validation compared to theoretical model type quarter car. Through signal processing techniques such as fast transform Fourier estimated power density spectrum and methods of identifying systems could be the implementation of a data acquisition system which to present treatment and all the onboard in real time. With embedded system implemented, it has been validated and bench was then installed in a vehicle as Baja. The validation results showed the algorithm was in accordance with the theory of the vehicle and the results showed the situation of the actual vehicle compared with the design and vibration levels contained in the standard ISO2631.

**Keywords**: Vehicle suspension, ride, validation, evalution, ISO2631, spectral analysis, identification systems, embedded systems.

# 1. Introdução

### 1.1 Motivação

O automóvel se tornou principal forma de deslocamento do ser humano a um pouco mais de um século e são objetos de intenso estudo, tanto no meio industrial quanto no meio acadêmico. Os estudos sobre dinâmica veicular começaram a ser escritos por volta do ano de 1908, iniciados por Willian Lanchester, sobre observações de *'oversteer'* em suspensões [1]. Outros engenheiros tiveram contribuições significativas, como Maurice Olley, Rieckert e Schunk, Rocard, Segel, Dixon e outros [2].

Um dos principais tópicos estudados durante a primeira metade do século XX, era sobre a dinâmica vertical (*ride*) dos veículos, tanto sob a ótica de conforto bem como sobre a segurança dos automóveis. Dentro deste contexto, significativas mudanças foram feitas, como a introdução de molas helicoidais em detrimento de molas em lâminas a fim de eliminar o excessivo desgaste devido ao atrito seco [3], introdução do amortecedor para a redução da transiente do sistema quando o mesmo é excitado por uma entrada [2] e introdução do pneumático (pneu), a fim de diminuir a transferência da aceleração do pavimento para a carga do veículo. A partir dos anos 80 foram introduzidas técnicas de controle para melhorar a eficiência do sistema [4], através da substituição total (controle ativo) ou parcial (controle semiativo) do conjunto mola-amortecedor.

As suspensões veiculares foram introduzidas com o intuito de melhorar-se o conforto e a estabilidade dos carros [2], e assim iniciou-se a busca por um equilíbrio entre três parâmetros [3]:

- Conforto,
- Estabilidade,

• Dirigibilidade.

Dentre as várias formas de conforto automotivo, a mais utilizada pela literatura é baseada na norma ISO2631, desenvolvida em 1978, com duas adaptações posteriores em 1988 e 1997. Salienta-se, entretanto, que existem outras formas de qualificação de conforme, como por exemplo, o *feeling* de pilotos de prova [3].

Com o decorrer do tempo, foram introduzidas técnicas analíticas de análise de desempenho de suspensões, através de modelos matemáticos, onde os mais conhecidos são os modelos *quarter car*, *half car* e *full car*. Esses modelos são levantados, principalmente, na forma de funções de transferência e em variáveis de estado, onde as análises feitas neste trabalho estão direcionadas nas vibrações (acelerações) em pontos estratégicos do veículo.

A partir dessas considerações, observou-se uma ausência na literatura de sistemas dedicados que permitam fazer avalições e validações em sistemas de suspensão veiculares, do pondo de vista de *ride* (dinâmica vertical), em relação aos modelos teóricos. O modelo teórico que será utilizado para comparação é o *quarter car*, visto que é o modelo mais usado na literatura [1] [3] [2] [5] [6], e também porque é o mais simples. As Figuras 1.1, 1.2 e 1.3 ilustram as diferenças entre os três modelos citados acima.



Figura 1.1: Ilustração referente ao modelo quarter car [1].



Figura 1.2: Figura indicando o modelo *half car*, onde percebe-se que a complexidade do modelo aumentou significamente [5].



Figura 1.3: Figura ilustrando a o modelo *full car*, onde tem-se mais de 22 parâmetros para análise [5].

Este trabalho tem o intuito de prover análises de âmbito quantitativo na comparação entre os modelos teóricos com veículo finalizado e com a norma de conformo mais usada na literatura de suspensões, a ISO2631 [3]. Essas análises serão feitas tanto em comparação de gráficos de densidade de potência quanto em relação à comparação de termos da função de transferência levantadas a partir de um conjunto de amostras obtidas nos ensaios.

### **1.2 Objetivos e Estrutura do Trabalho**

Os objetivos deste trabalho concentram-se em:

- Implementação de um sistema de aquisição de dados que processe em tempo real e *on-board*, todos os parâmetros que são propostos na avaliação e validação,
- Avaliação individual de cada quarto de sistema de suspensão através da comparação das curvas de *Power Density Spectrum* (PSD) com a norma ISO2631,
- Prover a validação do projeto teórico modelado em *quarter car* através de uma estimativa do modelo pelas respostas obtidas com o sistema de aquisição de dados,

Este trabalho está dividido em quatro capítulos, onde o primeiro capítulo visa localizar o leitor do problema a ser resolvido e quais os métodos para resolvê-lo, o segundo capítulo tem o intuito de embasar teoricamente todo o desenvolvimento do trabalho, o terceiro capítulo traz um estudo de caso para validar, testar e analisar o sistema como um todo e, por fim, o quarto capítulo, que tem o intuito de mostrar a validade da solução proposta, além de mostrar novos caminhos e desafios.

## 2. Fundamentação Teórica

Este capítulo tem por objetivo expor toda a teoria dos conceitos usados para se chegar à solução do problema proposto. A divisão dos tópicos abaixo foi dividida na ordem lógica de trabalho, ou seja, primeiro fundamenta-se a suspensão, sob a ótica de dinâmica vertical, que é o problema proposto, logo após adentra-se nas teorias de processamento de sinais, onde se ramifica em três tópicos fundamentais ao entendimento global do sistema de aquisição de dados, logo em sequência é explorado os dois conceitos chaves que permitirão chegar-se no objetivo proposto: a estimativa espectral e a identificação de sistemas.

# 2.1 Suspensão Veicular - Dinâmica Vertical

Automóveis viajam em alta velocidade, e como consequência, experimentam um espectro de vibrações. Essas vibrações são transmitidas aos passageiros e as cargas, e podem ser sentidas na forma táctil, visual e sonora. O termo *'ride'* é usado normalmente para designarem-se as vibrações de origem táctil e visual, enquanto as vibrações que causam som são chamadas de 'ruído'. O espectro de vibrações pode ser dividido por faixas de frequência, onde o *ride está* na faixa de 0 até 25 Hz e o 'ruído' de 25 - 25000 Hz. Usualmente a análise de *'ride'* corresponde até a frequência de 80 Hz [3] [1] [4] [5].

As vibrações de um veículo são um dos critérios mais importantes que as pessoas julgam quando avaliam a 'qualidade' de um carro. Esse julgamento é extremamente subjetivo, e por esta razão torna-se extremamente complexo o desenvolvimento de uma ferramenta objetiva para uma avaliação mais coerente.

A Figura 2.1.1 ilustra as fontes de excitação e a sequência lógica para a análise da dinâmica vertical de um veículo.



Neste trabalho a única fonte de vibração considerada é a rugosidade do pavimento, portanto todas as análises feitas desprezam os harmônicos dos pneus e as vibrações rotacionais tanto da transmissão quanto do motor.

A rugosidade do pavimento pode ser definida como a elevação do perfil da pista enquanto o automóvel se desloca na mesma [1]. Perfis de pista são, geralmente, categorizados como "sinais aleatórios de banda limitada", e, portanto, pode ser representados por operadores e estimadores estatísticos. Uma das representações mais usadas é a *Power Density Spectral* (PSD) [1].

Perfis de pavimento podem ser levantados através de perfilômetros de alta velocidade. A Figura 2.2 mostra um exemplo de curva da PSD de uma pista genérica, observa-se que os outros gráficos ilustram a derivada de ordem um e a derivada de segunda ordem da mesma curva. Nessa Figura, assume-se que a velocidade do veículo está em 50 mph.



Figura 2.1.2: Figura ilustrando as curvas de PSD de um veícula a 50 mph [1].

Na Figura 2.1.2 é possível observar que o espectro de aceleração é constante para baixas frequências, mas começa a aumentar significamente a partir de 10 Hz.

Para a análise da resposta dinâmica do veículo, deve considerar-se a Figura 1.1. Nela, serão equacionadas as relações de entrada e saída do sistema, para a análise da função de transferência da suspensão. Para um entendimento geral da Figura 1.1, tem-se que a Ms, é toda a massa suspensa do veículo dividida por 4, Mu, é a massa da roda, pneu e componentes internos da roda, Kt é o coeficiente elástico do pneu, Ks e Cs são os coeficientes da mola e amortecedor de suspensão.

A massa suspensa repousa sobre o pneu o que torna a capacidade de movimento vertical amortecido primariamente pelo pneu. A rigidez da suspensão em conjunto com o pneu é denominada "*taxa de ride*", que é determinado pela equação 1.1.

$$RR = \frac{K_S K_T}{K_S + K_T} \tag{1.1}$$

Onde:

$$RR = taxa de ride$$

K<sub>S</sub> = rigidez da suspensão

 $K_T = Rigidez do pneu$ 

Na ausência de amortecimento, a frequência natural de cada vértice do modelo *quarter car* é determinado pela equação 1.2.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{RR}{M}} ou f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{RR}{\frac{W}{g}}}$$
(1.2)

Onde:

M = Massa suspensa

W = M g = Peso da massa suspensa

g = aceleração da gravidade

Quando o amortecimento é considerado, a ressonância ocorre na "frequência natural de amortecimento",  $\omega_d$ , dado pela equação 1.3.

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi_s^2} \tag{1.3}$$

Onde:

$$\zeta_{\rm S} = {\rm Taxa} \ {\rm de} \ {\rm amortecimento} = \frac{C_{\rm S}}{\sqrt{4 \ K_{\rm S} M}}$$

 $C_S$  = Coeficiente de amortecimento da Suspensão

Para um bom '*ride*' a taxa de amortecimento permanece usualmente entre 0.2 e 0.5 [5] [1].

Para a modelagem do sistema quarter car na forma de função de transferência, é necessário apenas à aplicação da Segunda Lei de Newton, como segue nas equações 2.1 e 2.2.

$$M\frac{d^{2}Z}{dt^{2}} + C_{S}\frac{dZ}{dt} + K_{S}Z = C_{S}\frac{dZ_{U}}{dt} + K_{S}Z_{U}$$
(2.1)

$$m\frac{d^{2}Z_{U}}{dt^{2}} + C_{S}\frac{dZ_{U}}{dt} + (K_{S} + K_{T})Z_{U} = C_{S}\frac{dZ}{dt} + K_{S}Z_{U} + K_{T}Z_{R}$$
(2.2)

A partir das equações 2.1 e 2.2, é possível chegar a algumas funções de transferência (FT's) entre as diversas entradas e saídas, bem como é possível obter o modelo em espaço de estados, com isso obtêm-se todas as respostas dinâmicas de interesse [6].

Outros dois pontos de interesse em um projeto de suspensão de veículos, são a influência da rigidez da suspensão e a influência do amortecimento da suspensão [1] [3] [6]. Com relação à rigidez da suspensão, o projeto é feito buscando uma constante elástica da mola em função da frequência natural não amortecida da massa suspensa, de forma que a mesma permaneça em torno de 1 Hz. Sobre o amortecimento da suspenção, é preciso considerar que o valor da frequência natural amortecida é praticamente a mesma da não amortecida para valores de amortecimento  $\zeta_{\rm S}$  entre 0,2 e 0,4, porém o valor máximo da relação de amplitude no pico é muito sensível ao nível de amortecimento e pode variar de 1,5 até 3,0 em veículos de passageiro.

A isolação característica da suspensão, fornecida pelo modelo simplificado (ou clássico) de ¼ de veículo, combinada com o espectro típico da rugosidade, resulta no espectro da aceleração da massa-suspensa (saída), a qual pode ser calculada através da equação 3.1.

$$G_{SS}(f) = |H_V(f)|^2 G_{SR}$$
(3.1)

Onde:

 $G_{SS}(f)$ : Densidade espectral média quadrada da aceleração da massa suspensa.

 $H_V(f)$ : Ganho, resposta do sistema (veículo).

G<sub>SR</sub>: Densidade espectral média quadrática da aceleração da entrada (pista).

Da equação 3.1 é possível determinar o espectro resultante, calculando a aceleração transmitida para a massa suspensa para várias frequências naturais da massa suspensa. Percebe-se o aumento significativo do espectro da aceleração da massa suspensa (Figura 2.1.3).



Figura 2.1.3: Espectro da aceleração da massa suspensa considerando diferentes frequências naturais de massa suspensa [1].

Agora, fazendo a análise sobre o amortecimento do sistema, define-se que a função do amortecedor nos sistemas de suspensão é dissipar energia armazenada no sistema devido à passagem por um obstáculo. Na literatura [1] [6], a relação de amortecimento da suspensão apresenta um valor ótimo por volta de 40% para a maior parte dos veículos. Valores diferentes deterioram o desempenho do sistema, aumentando a sua transmissibilidade como por ser visto na Figura 2.1.4.



Figura 2.1.4: Ilustração do efeito do amortecimento na capacidade de isolação da suspensão [1].

Como definido em [4] [3] [2] e [6], a característica de amortecimento em veículos não é linear, de forma que uma modelagem analítica só tem efeito ilustrativo, não representando a realidade. Veículos modernos tem seu amortecimento baseado não só em conforto, mas também visa-se a estabilidade, o "*handling*", e a segurança, baseada na manutenção "pneu-solo". Tipicamente os amortecedores usados nos veículos atuais são bilineares, ou seja, tem características de amortecimento na compressão e outra diferente na tração. Por fim, é necessário tratar os amortecedores seguindo modelos não lineares.

Para a modelagem, foi considerado o sistema *quarter car*, Figura 1.1, e também as equações 2.1 e 2.2, onde serão obtidas três funções de transferência:

$$\frac{\ddot{z}}{\ddot{z}_r} = Transmissibilidade entre pista e massa suspensa,$$
  
 $\frac{\ddot{z}_U}{\ddot{z}_r} = Transmissibilidade entre pista e massa não suspensa, e$   
 $\frac{\ddot{z}}{\ddot{z}_U} = Transmissibilidade entre massa não suspensa e massa suspensa.$ 

Trabalhando em cima das equações 2.1 e 2.2, chega-se nas equações 4.1 e 4.2, que podem ser encontradas também em [6].

$$M\ddot{Z} + K_S(Z - Z_U) + C_S(\dot{Z} - \dot{Z}_U) = 0$$
(4.1)

$$M_U \ddot{Z_U} + K_S (Z_U - Z) + C_S (\dot{Z}_U - \dot{Z}) + K_t (Z_U - Z_r) = 0$$
(4.2)

Escrevendo as equações 4.1 e 4.2 em função das acelerações, por conveniência, obtêm-se as equações 5.1 e 5.2.

$$M\ddot{Z} + \iint K_{S}(\ddot{Z} - \ddot{Z}_{U}) dt^{2} + \int C_{S}(\ddot{Z} - \ddot{Z}_{U}) dt = 0$$

$$M_{U}\ddot{Z}_{U} + \iint K_{S}(\ddot{Z}_{U} - \ddot{Z}) dt^{2} + \int C_{S}(\ddot{Z}_{U} - \ddot{Z}) dt + \iint K_{t}(\ddot{Z}_{U} - \ddot{Z}_{r}) dt^{2} = 0$$
(5.1)

Aplicando a transformada de Laplace nas equações 5.1 e 5.2, chega-se nas equações 6.1 e 6.2.

$$M\ddot{Z} + K_S \left(\frac{\ddot{Z} - \ddot{Z}_U}{s^2}\right) + C_S \left(\frac{\ddot{Z} - \ddot{Z}_U}{S}\right) = 0$$
(6.1)

$$M_{U}\ddot{Z}_{U} + K_{S}\left(\frac{\ddot{Z}_{U} - \ddot{Z}}{s^{2}}\right) + C_{S}\left(\frac{\ddot{Z}_{U} - \ddot{Z}}{s}\right) + K_{t}\left(\frac{\ddot{Z}_{U} - \ddot{Z}_{r}}{s^{2}}\right) = 0$$
(6.2)

Continuando o desenvolvimento das equações 6.1 e 6.2, chega-se nas equações 6.3 e 6.4.

$$(Ms^{2} + C_{S}s + K_{S})\ddot{Z}(s) - (C_{S}s + K_{S})\ddot{Z}_{U}(s) = 0$$
(6.3)

$$\left[\frac{(C_s s + K_s)}{K_t}\right] \ddot{Z}(s) + \left[\frac{(M_U s^2 + C_s s + (K_t + K_s))}{K_t}\right] \ddot{Z}_U(s) = \ddot{Z}_r(s)$$
(6.4)

Com as equações 6.3 e 6.4 torna-se possível obter as funções de transferência desejadas acima, e as três podem ter definidas através das equações 7.1, 7.2 e 7.3, logo abaixo.

$$\frac{\ddot{Z}}{\ddot{Z}_{U}} = \frac{C_{S}s + K_{S}}{Ms^{2} + C_{S}s + K_{S}}$$
(7.1)

$$\frac{\ddot{Z}}{\ddot{Z}_{r}} = \frac{C_{S}s + K_{S}}{MC_{S}s^{4} + \left(M\frac{C_{S}}{K_{t}} + C_{S}\frac{M_{U}}{K_{t}}\right)s^{3} + \left(M\frac{K_{t} + K_{S}}{K_{t}} + K_{S}\frac{M_{U}}{K_{t}}\right)s^{2} + C_{S}\left(\frac{K_{t} + K_{S}}{K_{t}} - \frac{K_{S}}{K_{t}}\right)s + K_{S}\left(\frac{K_{t} + K_{S}}{K_{t}} - \frac{K_{S}}{K_{t}}\right)}$$
(7.2)

$$\frac{\ddot{Z}_{U}}{\ddot{Z}_{r}} = \frac{Ms^{2} + C_{S}s + K_{S}}{MC_{S}s^{4} + \left(M\frac{C_{S}}{K_{t}} + C_{S}\frac{M_{U}}{K_{t}}\right)s^{3} + \left(M\frac{K_{t} + K_{S}}{K_{t}} + K_{S}\frac{M_{U}}{K_{t}}\right)s^{2} + C_{S}\left(\frac{K_{t} + K_{S}}{K_{t}} - \frac{K_{S}}{K_{t}}\right)s + K_{S}\left(\frac{K_{t} + K_{S}}{K_{t}} -$$

As funções de transferência 7.1, 7.2 e 7.3 modelam um veículo *quarter car*, com dois graus de liberdade, analítico e linear [6]. Após esse equacionamento, finaliza-se a fundamentação teórica de suspensões veiculares sob a ótica de dinâmica vertical.

# 2.2 Processamento Digital de Sinais em Tempo Real

Para que seja possível obter os resultados com os dados reais, são necessárias a utilização de técnicas para a aquisição de dados, tratamento e análise dos mesmos. Para isso utilizam-se conceitos de processamento digital de sinais, tais como: amostragem, filtros (analógicos e digitais) e, por fim, transformada de Fourier. Para que seja compreendida de forma plena, inicialmente será feita uma definição (conceituação) de sinais e sistemas.

#### 2.2.1 Caracterização de Sinais

Um sinal pode ser definido como uma quantidade física, variante no tempo e que transporta informação a respeito do comportamento de um sistema [7]. De acordo com [8] e com [9], é possível fazer uma definição de sinais em duas classes: sinais determinísticos e sinais aleatórios.

Sinais determinísticos são ditos aqueles que possuem seus valores de amplitude, frequência e fase conhecidos em todo instante de tempo. Em geral assume-se que tais sinais possuem energia finita. Estes sinais são usados comumente para a execução de testes ou caracterização de sistemas, alguns exemplos de sinais determinísticos são: sinais senoidais, onda quadrada, triangular, função degrau e impulso.

Sinais aleatórios ou processos estocásticos são, de fato, os sinais encontrados na natureza e não possuem uma função analítica temporal [8]. Eles são descritos em termos estatísticos e probabilísticos. As formas clássicas de classificação destes sinais são em termos de médias, médias de segunda ordem (*root mean square*), função de autocorrelação, espectro de densidade de potência e função de densidade de probabilidade (f.d.p).
Dentro de escopo de sinais aleatórios, ainda existe a classificação quanto à "estacionariedade" do sinal [10]. Um processo aleatório é estacionário no sentido estrito se a sua f.d.p conjunta não variar com o deslocamento no tempo. Para um processo estacionário todas as suas estatísticas são invariantes ao deslocamento do tempo, portanto ele é caracterizado por uma única f.d.p. Para um processo estacionário no sentido amplo, as condições abaixo devem ser satisfeitas.

 $m_x = E[X]$ ; constante para todo t

$$\gamma_x(t_1,t_1) = \gamma_x(\tau)$$

Onde  $m_x$  é o valor esperado,  $\gamma_x$  é a função de autocorrelação de X. Um processo ergótico pode ser definido como sendo um processo onde apenas uma função amostra é suficiente para caracterizar todo o processo, ou seja, todas as estatísticas são determinadas a partir de uma função amostra. Outra característica de processos ergóticos está no fato de que as médias temporais são iguais às médias estatísticas, de forma que:

 $m_x = E[X] = \langle x(t) \rangle$  $\gamma_x(t_1, t_2) = \gamma_x(\tau) = r_x(\tau)$ 

A Tabela 2.1.1 mostra a relação entre os conceitos de valor *DC*, valor *RMS*, potência média e potência *AC* com a função amostra obtida.

Relação entre o processo ergótico e características do sinal			
$\overline{x} = \langle x(t) \rangle$	Nível <i>DC</i> do sinal		
$[\overline{x}]^2 = \langle x(t) \rangle^2$	Potência da componente DC		
$\gamma_x(0) = \langle x^2(t) \rangle$	Potência total		
$\sigma_x^2 = < x^2(t) > - < x(t) > 2$	Potência AC		
$\sigma_x$	Valor <i>RMS</i>		

Tabela 2.2.1: Relação entre os parâmetros do sinal com o processo ergótico.

Tomando agora sinais discretizados no tempo, aplicam-se todos os conceitos anteriores para a caracterização dos mesmos. Formalmente, um processo estocástico de tempo discreto é uma família  $\{X_I\}$  de sequências aleatórias  $x_i(n)$ . As expressões para a caracterização de sinais aleatórios de tempo discreto são vistas abaixo e seguem a ordem: valor médio, função autocorrelação e variância.

$$E[\widehat{m_x}] = E\left[\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\right] = m_x$$
(8.1)

$$\widehat{r_x}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-|k|} x^*(n) x(n+k)$$
(8.2)

$$\widehat{r_{x}}(k) = \frac{1}{N - |k|} \sum_{n=0}^{N-1-|k|} x^{*}(n)x(n+k)$$
(8.3)

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} [x(n) - \widehat{m_x}]^2$$
(8.4)

Analisando as equações acima, é possível perceber a existência de duas formas de estimar a função de autocorrelação. Isto se deve ao fato de existir polarização entre os estimadores. Esta polarização está diretamente ligada a "qualidade" do estimador. Porém no caso das equações  $8.2 \ e \ 8.3$ , tem-se que a segundo equação é não polarizada, porém a equação  $8.2 \ possui baixa variância quando$ *N* $tende ao infinito. Então conjectura-se que a estimativa <math>8.2 \ é$  melhor [8].

### 2.2.2 Caracterização de Sistemas

Sistemas podem ser definidos como uma entidade que manipula um ou mais sinais para realizar uma determinada função, de forma a gerar novos sinais [11]. A Figura 2.2.2.1 mostra uma representação genérica de sistemas dinâmicos.



Figura 2.2.2.1: Ilustração de um sistema básico.

A relação entrada-saída de um sistema qualquer é definida como:

$$y(t) = H[x(t)]$$

Onde x(t) é à entrada do sistema, y(t) é saída e H[.] é a transformação efetuada pelo sistema em x(t) e gerando y(t) [8].

O sistema será considerado linear, se, e somente se:

$$H[a_1x_1(t) + a_2x_2(t)] = a_1H[x_1(t)] + a_2H[x_2(t)]$$
(9.1)

Onde a<sub>1</sub> e a<sub>2</sub> são constantes arbitrárias. O sistema será considerado invariante no tempo se, e somente se:

$$y(t - t_0) = H[x(t - t_0)]$$
(9.2)

Onde  $t_0$  é um número real. Outra interpretação para a invariância do sistema é que seus coeficientes deverão ser constantes em qualquer instante de tempo.

Supondo um sistema linear e invariante no tempo H, quando excitado por um impulso  $\delta(t)$ , na saída é produzida: y(t) = h(t), onde h(t) é conhecida como resposta impulsiva do sistema. A partir de um sinal de energia finita, x(t) pode ser representado pela superposição de impulso e pode ser visto na equação 9.3.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(x-\tau)d\tau$$
(9.3)

Para uma subclasse de sistemas lineares e invariantes no tempo, existe uma alternativa equivalente entre a entrada e saída, que pode ser dada por uma equação diferencial com coeficientes constantes, como mostra a equação 9.4.

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}, a_0 = 1$$
(9.4)

Os coeficientes  $\{a_k\}$  e  $\{b_k\}$  caracterizam o sistema. A relação entre os parâmetros do sistema e a resposta ao impulso pode ser estabelecidas pela aplicação da transformada de Laplace. A transformada de Laplace é obtida da convolução 9.3 e resulta na equação 9.5.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = H(s) \tag{9.5}$$

Onde Y(s), X(s) e H(s) são as transformações bilaterais laplacianas de y(t), x(t) e h(t), respectivamente.

$$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-st}dt$$
(9.6)

Similarmente a equação 9.4, a transformada de Laplace do sistema pode ser representada por uma somatória de coeficientes no plano 's', conforme a equação 9.7 mostra.

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k s^k}{\sum_{k=0}^{N} a_k s^k}$$
(9.7)

A função H(s) é chamada de função do sistema, que é uma função racional entre x(t) e y(t) relacionadas através de uma equação diferencial. Os coeficientes  $\{b_k\}$  determinam os zeros deste sistema, enquanto os coeficientes  $\{a_k\}$  determinam os polos do sistema. A resposta impulsiva h(t) é determinada através da transformada inversa laplaciana de H(s).

Para sistemas de tempo discreto a caracterização é parecida. A definição de linearidade é dada pela equação 9.10 e a relação de invariância no tempo é dada pela equação 9.11.

$$H[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] = a_1H[x_1(n)] + a_2H[x_2(n)]$$
(9.10)

$$y(n - n_0) = H[x(n - n_0)]$$
(9.11)

Aonde  $a_1$  e  $a_2$  são constantes arbitrárias e n e  $n_0$  são inteiros arbitrários.

Agora, supondo que a resposta do sistema linear e invariante no tempo para uma única sequencia de amostras impulsivas  $\delta(n)$  é y(t) = H[ $\delta(n)$ ] = h(n). Então, para qualquer sequência arbitrária x(n) pode ser representada por uma superposição linear de impulsos, que pode ser representada pela expressão 9.12.

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(n)h(n-k)$$
(9.12)

Este soma de convolução expressa à saída y(n) do sistema como função da sequência de entrada x(n) e a resposta impulsiva de h(n).

Para uma subclasse de sistemas lineares e invariantes no tempo, a relação entradasaída do sistema pode ser representada por uma equação de diferença, conforme é mostrada na equação 9.13.

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k), a_0 = 1$$
(9.13)

Onde os coeficientes  $\{a_k\}$  e  $\{b_k\}$  caracterizam o sistema.

Para sistemas discretos, a transformada Z provém um significado para a relação de uma sequência de amostras do sistema para com os coeficientes  $\{a_k\}$  e  $\{b_k\}$  na equação de diferenças. Primeiramente, o resultado da transformada Z bilateral com a equação 9.12, produz como resultado a equação 9.14.

$$Y(z) = X(z)H(z)$$
(9.14)

Onde Y(z), X(z) e H(z) são y(n), x(n) e h(n) depois da aplicação da transformada Z. De modo análogo, a equação 9.15 é obtida.

$$H(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(n) z^{-n}$$
(9.15)

H(z) é chamado de função do sistema para sistemas de tempo discreto. Similarmente, a equação 9.16 mostra a função do sistema através da aplicação da transformada Z na equação 9.13.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}}$$
(9.16)

A transformada inversa Z aplicada a H(z) permite voltar à resposta temporal h(n), esta relação é dada pela equação 9.17.

$$h(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint H(z) z^{n-1} dz$$
(9.17)

Onde a integral é a integral de contorno ao longo do caminho fechado que circunda a origem e encontra-se dentre da região de convergência de H(z).

Agora a caracterização será feita no domínio da frequência, para isso, considera-se o sinal x(t) sendo um sinal exponencial na forma como se demonstra abaixo.

$$x(t) = e^{j\Omega t} = e^{j2\pi ft}$$

Onde  $\Omega$  é a frequência em radianos por segundo e f é a frequência em Hz. Para a integral de convolução da equação 9.3, determina-se a resposta a exponencial como se mostra na equação 9.18.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi f\tau} h(t-\tau) d\tau = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j2\pi \tau} d\tau \right] e^{j2\pi t}$$
(9.18)

Nota-se que a saída do sistema é também um sinal exponencial de mesma frequência que o sinal de entrada, ponderado pelo termo em colchetes, que é um número complexo que tem dependência das características do sistema linear e invariante no tempo. Este termo, denotado por H( $2\pi$ f) é dado pela equação 9.19.

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j2\pi\tau} d\tau$$
(9.19)

A equação 9.19 é a transformada de Fourier da função impulso h(t). A função H(f) é chamada de resposta em frequência do sistema. A função H(f) do sistema é formada por um número complexo e pode ser expressa pela equação 9.20.

$$H(f) = H_r(f) + jH_c(f)$$
(9.20)

Normalmente a representação da resposta em frequência de um sistema linear e invariante no tempo é dada por sua magnitude e fase, que podem ser calculadas pelas equações 9.21 e 9.22.

$$|H(f)| = \sqrt{H_r^2(f) + H_c^2(f)}$$
(9.21)

$$\Theta(f) = \tan^{-1} \frac{H_c(f)}{H_r(f)}$$
(9.22)

Para sistemas discretos, o raciocínio é o mesmo, alterando somente a frequência e o tempo, que agora são discretos. Por fim, a caracterização de sistemas necessita de classificação quanto a causalidade e a estabilidade.

Um sistema é dito causal se a sua saída depende apenas do instante de tempo atual ou passado. Matematicamente, a saída de um sistema causal de tempo discreto satisfaz a equação 9.23.

$$y(n) = G[x(n), x(n-1), \dots]$$
(9.23)

Onde G[.] é uma função arbitrária. Caso o sistema não satisfaça a equação acima, então é dito que o mesmo é não causal.

Em relação a estabilidade, um sistema de entrada limitada saída limitada (BIBO, do inglês "*Bounded Input Bounded Output*") é dito estável se, e somente se toda entrada limitada produzir um saída limitada. Assim, se a entrada x(t) é limitada, então existe uma constante  $M_x$  tal que  $|x(t)| < M_x < \infty$ . O mesmo raciocínio vale para a interpretação da saída.

No caso de um sistema linear e invariante no tempo, a condição de acima implica na equação 9.24.

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| < \infty$$
(9.24)

A equação 9.24 necessária e suficiente para se concluir a respeito da estabilidade do sistema.

De outra maneira, um sistema linear e invariante no tempo que é descrito por equações diferenciais é dito estável se os pólos da sua função estão alocados dentro do semi-plano esquerdo do domínio 's'. Em um sistema de mesma característica, porém discretizado é dito estável se os seus pólos estão dentro do círculo unitário [9].

#### 2.2.3 Amostragem

Sinais de tempo discreto podem surgir de várias maneiras, mas a representação mais comum ocorre como representações de amostras de sinais de tempo contínuo [9].

Embora existam outras possibilidades, o método mais típico para a obtenção de representação discreta de sinais contínuos no tempo é de acordo com a equação 10.1.

$$x[n] = x_c(nT), -\infty < n < \infty$$
(10.1)

Onde T é o tempo de amostragem, e a recíproca é a frequência de amostragem  $(f_s)$  em Hertz.

Para uma análise mais profunda, é necessário o trabalho no domínio da frequência. Para derivar a relação no domínio da frequência entre a entrada e saída de um conversor ideal de domínio contínuo para o domínio discreto, considera-se a modulação entre o sinal  $x_c(t)$  e s(t) que é um trem de impulsos, como mostra a equação 10.2.

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$
(10.2)

Onde  $\delta(t-nT)$  é uma sequência infinita de impulsos unitários espaçados segundo o tempo de amostragem. O sinal resultando da modulação entre os impulsos e o sinal  $x_c(t)$  resulta na equação 10.3.

$$x_{s}(t) = x_{c}(t)s(t) = x_{c}(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$$
 (10.3)

Outra representação de  $x_s(t)$  pode ser vista na equação 10.4, que é obtida através da propriedade de '*shifting*'.

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\delta(t - nT)$$
(10.4)

Aplicando a transformada de Fourier em s(t), chega-se na equação 10.5.

$$S(\Omega) = \Omega_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s)$$
(10.5)

Onde  $\Omega_s = 2\pi/T$ . Aplicando o mesmo procedimento a  $x_s(t)$ , obtém-se a equação 10.6.

$$X_{s}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} X_{C}(\Omega) * S(\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_{c}(j(\Omega - k\Omega_{s}))$$
(10.6)

Através da equação 10.6 é possível observar que a transformada de Fourier de  $X_s(\Omega)$  consiste de cópias espaçadas periodicamente de  $X_c(\Omega)$ . Estas cópias estão deslocadas por múltiplos inteiros da frequência de amostragem e então são superpostos para produzir um espectro periódico dado pela modulação  $x_c(t)$  com s(t). A Figura 2.2.2.2 (a) mostra um exemplo de espectro de um sinal  $x_c(t)$  limitado em banda ( $\Omega_N$ ), em (b) é possível verificar o trem de impulsos espaçado em  $\Omega_s$ .



Figura 2.2.2.2: Ilustração da amostragem de um sinal  $x_c(t)$  limitando em banda ( $\Omega_N$ ) e amostrado com uma frequência  $\Omega_s$  [9].

A partir da Figura 2.2.2.2-c é possível concluir a equação 10.7, logo abaixo.

$$\Omega_s - \Omega_N > \Omega_N \text{ ou } \Omega_s > 2\Omega_N \tag{10.7}$$

A condição é também conhecida como frequência de *Nyquist* ou teorema de *Shannon*. Isto permite que haja uma reconstrução perfeita do sinal, de forma a não haver

sobreposição espectral. De uma forma mais genérica é possível obter o sinal original sem distorções. Na prática costuma-se usar frequências de amostragem superiores a cinco vezes a banda do sinal que se quer analisar. A Figura 2.2.2.2-d mostra um sinal amostrado com frequência menor que duas vezes o sinal original, pode-se verificar o efeito de *aliasing*, ou seja, existe uma sobreposição espectral, o que, na realidade impede que o sinal original seja recuperado ou analisado [9].

## 2.2.4 Transformada Rápida de Fourier

A transformada rápida de Fourier tem inúmeras aplicações em engenharia e, neste trabalho, está essencialmente ligada à avaliação de suspensões automotivas quanto à questão da estimativa espectral não paramétrica dos sinais de interesse.

Inicialmente, toma-se um sinal contínuo x(t) determinístico e não periódico. O seu espectro é dada pela equação 11.1. A sua relação inversa pode ser vista na equação 11.2.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft}dt$$
(11.1)

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{-2\pi f t} df$$
(11.2)

Agora, considerando que o mesmo sinal x(t) foi amostrado seguindo as relações do capítulo 2.2.3, então seu espectro em frequência discreto é vista pela equação 11.3. A relação inversa pode ser observada na equação 11.4.

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$
(11.3)

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega_d}) e^{j\omega_d} d\omega_d$$
(11.4)

Em que  $\omega = \Omega T_a$  é a frequência digital normalizada, e  $T_a$  é o tempo de amostragem [7].

O problema da representação acima é que ela não permite uma aplicação real, em processamento digital de sinais usando microcontroladores, DSP's etc, devido ao fato da frequência ainda ser contínua (real) no intervalo considerado.

Para que seja possível a análise de sequências amostrais de sinais, é preciso que haja a discretização da frequência  $\omega$  que foi amostrada com N elementos de forma que  $\omega_k = 2\pi k/N$ , para k = 0, 1, 2, ..., N-1 dentro do círculo unitário. A forma da transformada de Fourier para sinais amostrados pode ser vista na equação 11.5.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi k n/N} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk}, k = 0, 1, ..., N-1$$
(11.5)

Em que  $W_N$  é chamado de "*twiddle factor*" ou em uma tradução literal de *fatores de giro*. Estes fatores de giro podem ser representados conforme se mostra na equação 11.6.

$$W_N^{nk} = e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) - j\,sen\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \tag{11.6}$$

A transformada discreta de Fourier (TDF) baseia-se na hipótese de que x(n) é periódico. Porém, X(k) pode ser apenas uma sequência finita de um sinal periódico por um período N.

Agora, decompondo a equação 11.5, chega-se nas expressões abaixo, com N equações para k = 0, 1, ..., N-1.

$$X(0) = x(0)W_N^0 + x(1)W_N^0 + \dots + x(N-1)W_N^0$$
$$X(1) = x(0)W_N^0 + x(1)W_N^1 + \dots + x(N-1)W_N^{N-1}$$
$$X(N-1) = x(0)W_N^0 + x(1)W_N^{N-1} + \dots + x(N-1)W_N^{(N-1)^2}$$

Estas N equações podem ser representadas na forma matricial, como pode ser vista na equação 11.7.

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{X} \tag{11.7}$$

Em que **x** é um vetor no domínio do tempo unidimensional que contém as amostras, de forma  $x = [x(0) \ x(1) \ ... \ x(N-1)]$ , **X** corresponde a um vetor no domínio da frequência unidimensional, na forma  $X = [X(0), \ X(1), \ ... \ X(N-1)]$  e **W** é composto pelos fatores girantes, na forma bidimensional quadrada, como pode ser vista pela equação 11.8.

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} W_N^0 & \cdots & W_N^0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^0 & \cdots & W_N^{(N-1)^2} \end{bmatrix}$$
(11.8)

A partir deste equacionamento, é fácil verificar que para a aplicação de uma DFT são necessárias N multiplicações complexas e (N-1) adições complexas por coluna. De forma mais simples: são N x N multiplicações complexas e N x (N-1) adições complexas, o que resulta em uma complexidade de  $O(N^2)$  operações [12].

Agora, analisando os fatores girantes com mais rigor, é possível observar que: são variáveis complexas de mesma amplitude, mas com diferentes ângulos de fase. Com isso, observam-se duas propriedades fundamentais de tais ângulos, que são:

 Os fatores girantes são sempre repetidos a cada múltiplo inteiro de N, ou seja, existe periodicidade.  Dado que os fatores girantes possuem magnitudes idênticas, então a única diferença está na fase Em particular, existe um deslocamento de fase dos fatores girantes de 180º que estão em posição oposta, ou seja, existe simetria.

A partir destas propriedades é possível chegar a métodos mais eficientes, do ponto de vista computacional, para o cálculo da transformada de Fourier discreta, estes métodos são ditos *Fast Fourier Transform (FFT)*.

Dentre os vários tipos de métodos, este trabalho foca apenas em algoritmos do tipo *radix-2* com decimação no tempo (DIT). A escolha foi baseada no grande uso deste tipo de algoritmo tanto na literatura acadêmica quanto nas aplicações de engenharia. Outros métodos utilização decimação em frequência e diferentes '*radix*' (4, 8 ou '*mixed*').

O princípio básico dos algoritmos de FFT baseia-se na decomposição de uma TDF de tamanho N em TDF's progressivamente menores, de forma a diminuir o custo computacional do cálculo.

Na DIT FFT, uma sequência com N pontos {x(n), n = 0, 1, ..., N-1} é dividida em conjuntos de dados segundo a paridade dos índices. Para os índices pares, utiliza-se a equação 11.9 e para índices ímpares utiliza-se a equação 11.10.

$$x_p(n) = x(2m), m = 0, 1, ..., \left(\frac{N}{2}\right) - 1$$
 (11.9)

$$x_i(n) = x(2m+1), m = 0, 1, \dots, \left(\frac{N}{2}\right) - 1$$
 (11.10)

Entretanto, a comprimento da sequência da FFT radix-2 é restringida pela potência de dois (N =  $2^{M}$ , onde M é um inteiro positivo).

A TDF definida pela equação 11.5, pode ser reescrita segundos os termos definidos acima (eq. 11.9 e 11.10) e então chega-se na equação 11.11.

$$X(k) = \sum_{m=0}^{\left(\frac{N}{2}\right)-1} x(2m) W_N^{2mk} + \sum_{m=0}^{\left(\frac{N}{2}\right)-1} x(2m+1) W_N^{(2m+1)k}$$
(11.11)

Visto que  $W_N^{mk} = W_{N/2}^{mk}$  então reescreve-se a equação 11.12 e obtém-se a equação 11.12.

$$X(k) = \sum_{m=0}^{\left(\frac{N}{2}\right)-1} x(2m) W_{N/2}^{mk} + W_N^K \sum_{m=0}^{\left(\frac{N}{2}\right)-1} x(2m+1) W_{N/2}^{mk}$$
(11.12)

Através do uso da propriedade da linearidade, visto acima, reduz-se a equação 11.12 para a equação final 11.13.

$$X(k) = \begin{cases} X_p + W_N^K X_i, & k = 0, 1, \dots, \left(\frac{N}{2}\right) - 1\\ X_p - W_N^K X_i, & k = 0, 1, \dots, N - 1 \end{cases}$$
(11.13)

De forma geral, o algoritmo FFT radix-2 pode ser decomposto em M estágios, onde  $M = \log_2 N$ , já que  $2^M = N$ . Em cada estágio, são feitas N/2 multiplicações complexas pelos fatores girantes e N somas complexas. Entretanto, o esforço computacional é de O(Nlog<sub>2</sub>N) quando combinadas as multiplicações e adições.

A Figura 2.2.4.1 mostra a um exemplo de FFT radix-2. É possível perceber que a entrada das amostras não é feita de maneira sequencial, olhando com mais cautela, é possível observar que a entrada é feita de modo que os *bits* do índice estejam invertidos, ou seja, *"bit reverse"*. A Tabela 2.2.4.1 ilustra esta reversão dos *bits*.



Figura 2.2.4.1: Ilustração referente a uma aplicação de FFT radix-2, com N = 8, é possível verificar as '*butterfly*'s' e ordem de entrada das amostras.

Índice na forma decimal	Representação Binária	Representação em forma ' <i>bit reverse</i> '	Índice na forma ' <i>bit</i> <i>reverse</i> '
0	000	000	0
1	001	100	4
2	010	010	2
3	011	110	6
4	100	001	1
5	101	101	5
6	110	001	3
7	111	111	7

Tabela 2.2.4.1: Tabela ilustrando o '*bit reverse*', para N = 8.

As propriedades da FFT são a linearidade, a simetria, deslocamento circular, e convolução circular [12].

Um dos principais usos da FFT está em obter o conteúdo de frequências de um sinal. Sabe-se que para a obtenção de destas frequências é preciso fazer a análise em um trecho finito do sinal original, de forma que este trecho seja representativo o suficiente para que haja um resultado coerente. Porém, o fato de se ter apenas um trecho do sinal, a FFT (também se enquadra a TDF) faz uma aproximação do espectro, o que gera alguns inconvenientes que serão explorados nos próximos parágrafos.

Admitindo x(n) uma sequência a ser analisada, o calculo da TDF de N pontos é equivalente ao cálculo da transformada de Fourier de x(n) multiplicada por uma função w(n) que vale dentro do intervalo análise e zero fora deste intervalo. Ou seja, a equação 11.14 mostra este sinal.

$$\widetilde{x(n)} = x(n)w(n) \tag{11.14}$$

Onde w(n) é uma janela retangular, conforme pode ser vista pela equação 11.15.

$$w(n) = \begin{cases} 1, n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0, cc \end{cases}$$
(11.15)

Deste modo, o espectro do sinal resultado é dado pela convolução X(f) pela função janela, W(f), conforme pode ser visto pela equação 11.16.

$$\tilde{X}(f) = X(f) * W(f) \tag{11.16}$$

$$W(f) = \frac{sen(2\pi fN/2)}{sen(2\pi f/2)}e^{-j2\pi f(N-1)/2}$$
(11.17)

Através da equação 11.17, é possível observar que a janela, na frequência, é uma função *sinc* modulada por uma exponencial complexa.

Na prática isto significa que, quando sobrepostos à janela e o sinal, haverá lóbulos adjacentes formando um espalhamento espectral (do inglês, *Spectral Leakage*). Este espalhamento espectral ocorre devido à transição abrupta da janela no tempo o que, na frequência, acontece este fenômeno de lóbulos laterais que se estendem até o infinito. A Figura 2.2.4.2 mostra um exemplo para facilitar a visualização deste fenômeno.



Figura 2.2.4.2: Ilustração do efeito de janelamento. No primeiro caso, como o sinal não foi amostrado, têm-se o valor do espectro esperado, quando se amostra com uma janela que limita o tamanho do sinal, então o espectro aparece deformado com frequências 'falsas' em relação ao sinal original.

Para reduzir o efeito da janela no espectro, foram desenvolvidos outros tipos que, quando aplicados ao sinal original, o modificarão no tempo, porém será possível obter uma melhor visualização de seu espectro. A Tabela 2.2.4.2 mostra uma Tabela citando as janelas mais utilizadas [7] [12]. Estas janelas são mais 'suavizadas' do que a janela retangular, o que resulta em menores lóbulos devido à convolução do sinal com a janela, ou seja, o sinal é mais bem condicionado em frequência.

Janela	Largura da Transição	Pico do Lóbulo Lateral (dB)	Atenuação da Banda de Parada	Equação da Janela
Retangular	0.9/N	-13	21	1
Hanning	3.1/N	-31	44	$0.5 - 0.5\cos(2\pi n/(N-1))$
Hamming	3.3/N	-41	53	$0.54 - 0.46\cos(2\pi n/(N-1))$
Blackman	5.5/N	-57	74	$0.42 - 0.5\cos(2\pi n/(N-1)) + 0.08\cos(4\pi n/(N-1))$

Tabela 2.2.4.2: Vários tipos de janelas com as suas características e equacionamento.

## 2.2.5 Filtros

Filtros são definidos como um sistema que tem como função selecionar determinadas componentes de frequências através da atenuação de faixas indesejadas, de modo que a saída contenha apenas a banda de interesse.

Dentre os vários tipos de filtros, pode-se dividi-los em duas classes: os analógicos e os digitais. Os filtros analógicos podem ser divididos em duas subclasses, sendo passivos, que constituem apenas de elementos passivos básicos (resistores, capacitor e indutores) e os ativos, que possuem além dos componentes passivos, componentes ativos como transistores ou amplificadores operacionais. Os filtros digitais também são divididos em duas subclasses, os filtros tipo IIR (*Infinite Impulse Response*), que são tipicamente sintetizados

através de análogos passivos e dependem da saída (recursivos), e os filtros tipo FIR (*Finite Impulse Response*), que são dependentes apenas das amostras de entrada, porém possuem ordem elevada se comparados aos filtros IIR. Este trabalho considerará apenas os filtros FIR devido às características que serão exploradas a seguir.

Os filtros do tipo FIR apresentam características interessantes, como fase linear, sempre estáveis (não possuem pólos, apenas zeros), como desvantagem, apresentam ordem elevada, algo que, atualmente pode ser desprezada com o uso de plataformas que possuem ponto flutuante. O projeto destes filtros pode ser feito através do uso de janelas [7].

Um filtro FIR pode ser descrito, matematicamente, segundo a equação 12.1, que segue abaixo.

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \dots + b_{M-1} x(n-M+1) = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x(n-k)$$
(12.1)

Em que os coeficientes  $b_k$  são o filtro, x(n) são as amostras de entrada e y(n) são as amostras já filtradas (saída).

Ainda seguindo a linha de raciocínio de [7], agora expressa-se a sequência de saída como a soma de convolução da resposta ao impulso com o sinal de entrada e obtêm-se a equação 12.2.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)x(n-k)$$
(12.2)

Através da observação entre as equações 12.2 e 12.1, é possível concluir que  $h(n) = b_k$ , ou seja, para a implementação do filtro basta que os coeficientes representem a resposta impulsiva do sistema. O limite inferior da soma do filtro reflete a propriedade de causalidade e o limite superior destaca a resposta finita do mesmo. A função de transferência do filtro pode ser vista na equação 12.3.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{k=0}^{M-1} h(k) z^{-1}$$
(12.3)

Com a função de transferência acima torna-se claro a estabilidade do filtro, com todos os pólos localizados na origem.

Conforme dito acima o filtros FIR possuem fase finita, portanto, matematicamente, possuem o equacionamento conforme 12.4.

$$\Phi(f) = \beta - \alpha f \tag{12.4}$$

Em que  $\alpha$  é um atraso de fase constante e  $\beta \in [-\pi;\pi]$ .

Observa-se que filtros FIR possuem simetria par em torno do ponto (M-1)/2, conforme é mostrada na equação 12.5. Neste documento não é feita a demonstração desta propriedade e a mesma pode ser encontrada em [7].

$$h(n) = h(M - 1 - n), n = 0, 1, \dots, M - 1$$
(12.5)

Agora, considerando o projeto destes filtros, observa-se que o mesmo é baseado na aproximação de uma resposta em frequência desejada, sempre mantendo a fase linear. Em geral, a resposta é escolhida baseando-se nos filtros seletivos em frequências ideias, porém estes são não causais e com resposta ao impulso não finita.

Inicialmente o projeto começa com a especificação da resposta em frequência que se deseja, conforme observa-se em 12.6.

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j2\pi f}) e^{j2\pi f} df$$
(12.6)

Como  $h_d(n)$  tem duração infinita, ela deve ser truncada de acordo com a ordem que se deseja obter. Considerando uma janela retangular (ver equação 11.15), obtêm-se a equação 12.7.

$$h(n) = h_d(n)w(n) = \begin{cases} h_d(n), & n = 0, 1, ..., M - 1\\ 0, & |n| > M \end{cases}$$
(12.7)

A resposta em frequência da equação 12.7 pode ser visualizada na equação 12.8.

$$H(e^{j\omega}) = H_d(e^{j\omega}) * W(e^{j\omega})$$
(12.8)

O efeito é compreendido de maneira mais fácil com o auxílio da Figura 2.2.5, onde é possível verificar a resposta em frequência da janela, do filtro ideal passa baixa e o do filtro FIR obtido.



Figura 2.2.5: Exemplo para ilustração do filtro FIR [7].

As respostas ao impulso de filtros ideais podem ser vistas na Tabela 2.2.5.

Filtro de Ordem M-1	h <sub>d</sub> (n)
Passa-Baixas	$\frac{sen(\omega_c \left(n - \frac{M-1}{2}\right))}{\pi(n - \frac{M-1}{2})}$
Passa-Altas	$\frac{\operatorname{sen}(\left(n-\frac{M-1}{2}\right))}{\pi(n-\frac{M-1}{2})} - \frac{\operatorname{sen}(\omega_c\left(n-\frac{M-1}{2}\right))}{\pi(n-\frac{M-1}{2})}$
Passa-Banda	$\frac{\operatorname{sen}(\omega_{c2}\left(n-\frac{M-1}{2}\right))}{\pi(n-\frac{M-1}{2})} - \frac{\operatorname{sen}(\omega_c\left(n-\frac{M-1}{2}\right))}{\pi(n-\frac{M-1}{2})}$
Rejeita-Faixa	$\frac{sen(\omega_{c1}\left(n-\frac{M-1}{2}\right))}{\pi(n-\frac{M-1}{2})} - \frac{sen(\omega_{c2}\left(n-\frac{M-1}{2}\right))}{\pi(n-\frac{M-1}{2})}$

Tabela 2.2.5: Resposta ao impulso de filtros ideais [7].

# 2.3 Estimação Espectral

Este capítulo visa o estudo de técnicas para a estimação do espectro de potência de um sinal aleatório para a sua caracterização. Dentre os métodos para a estimação de espectro, cita-se os paramétricos e os não paramétricos. Os métodos não paramétricos são obtidos via FFT, necessitam de algumas considerações sobre o comportamento do sinal, por isso são chamados de não paramétricos. Dentre os diversos métodos existentes, este trabalho destacará os métodos não paramétricos desenvolvidos por Bartlett (1948), Blackman e Tukey (1958) e Welch (1967). A principal característica deste tipo de método reside no fato de que todas as técnicas reduzem a resolução em frequência a fim de obter uma menor variância do espectro gerado [8] [13].

O método de Bartlett é constituído de três passos. Inicialmente, a sequência de dados com N pontos é subdividida em outras K sequência menores e não sobrepostas com comprimento M, o que resulta na equação 13.1.

$$x_i(n) = x(n+iM) \begin{cases} i = 0, 1, \dots, K-1\\ n = 0, 1, \dots, M-1 \end{cases}$$
(13.1)

Então, em cada segmento, de tamanho M, calcula-se o peridiogramas, conforme ilustra a equação 13.2.

$$P_{xx}^{(i)}(f) = \frac{1}{M} \left| \sum_{n=0}^{M-1} x_i(n) e^{-j2\pi f n} \right|^2, i = 0, 1 \dots, K-1$$
(13.2)

Por fim, executa-se a média dos peridiogramas calculados de forma a obter apenas um, conforme observa-se na equação (13.3).

$$P_{xx}^{B}(f) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} P_{xx}^{(i)}(f)$$
(13.3)

As propriedades estatísticas (média e variância) do estimador de Bartlett podem ser vistas nas equações 13.4 e 13.5.

$$E[P_{xx}^{B}(f)] = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} E[P_{xx}^{(i)}(f)] = E[P_{xx}^{(i)}(f)]$$
(13.4)

$$var[P_{xx}^B(f)] = \frac{1}{K} \Gamma_{xx}^2(f) \left[ 1 + \left( \frac{sen(2\pi fM)}{Msen(2\pi f)} \right)^2 \right]$$
(13.5)

O fator entre colchetes advém do efeito da janela de Bartlett, que é dada pela equação 13.6.

$$w_B(m) = \begin{cases} 1 - \frac{|m|}{M}, & |m| < M - 1 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$
(13.6)

Para uma medição da qualidade de cada estimador, utiliza-se a equação 13.7, que relaciona à média e a variância do método para concluir sobre seu desempenho.

$$Q_A = \frac{\{E[P_{xx}^A(f)]\}^2}{var[P_{xx}^A(f)]}$$
(13.7)

Manipulando as equações 13.4 e 13.5, conclui-se que o fator de qualidade do estimado de Bartlett é dado pela expressão 13.8 e a resolução em frequência pela equação 13.9. Destaca-se que a resolução em frequência foi obtida pela medição em 3 dB do comprimento do lóbulo principal da janela retangular [8].

$$Q_B = K = \frac{N}{M} = \frac{N}{0.9/\Delta f} = 1.11N\Delta f$$
(13.8)

$$\Delta f = \frac{0.9}{M} \tag{13.9}$$

O método de *Welch* tem, basicamente, duas mudanças em relação ao método de Bartlett. A primeira mudança que é este tipo de estimação permite uma sobreposição de segmentos dos dados, que pode ser verificada pela expressão 13.10.

$$x_i(n) = x(n+iD), \begin{cases} n = 0, 1, \dots, M-1\\ i = 0, 1, \dots, L-1 \end{cases}$$
(13.10)

Aonde de iD é o ponto de início da sequência i. Se D=M/2, então verifica-se que existe uma sobreposição de 50% dos dados e serão obtidas sequência de comprimento L=2K.

A segunda modificação em relação ao método de *Bartlett* é a janela de dados em cada segmento, que faz uma modificação no peridiogramas resultante. Conforme pode ser vista na equação 13.11.

$$\tilde{P}_{xx}^{(i)}(f) = \frac{1}{MU} \left| \sum_{n=0}^{M-1} x_i(n) w(n) e^{-2\pi f n} \right|^2, i = 0, 1, \dots L - 1$$
(13.11)

U é um fator de normalização da potência da função de janelamento e é dada pela equação 13.12.

$$U = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} w^2(n)$$
(13.12)

A estimação do espectro de densidade de potência pelo método de *Welch*, é dado pela média destes peridiogramas modificados, que pode ser visto na equação 13.13.

$$P_{xx}^{W}(f) = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} \tilde{P}_{xx}^{(i)}(f)$$
(13.13)

As propriedades estatísticas do estimador de Welch são dadas pelas expressões 13.14 e 13.15. As expressões foram feitas baseadas em 50% de sobreposição.

$$E[P_{xx}^{W}(f)] = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} E[\tilde{P}_{xx}^{(i)}(f)] = E\Big[\tilde{P}_{xx}^{(i)}(f)\Big]$$
(13.14)

$$var[P_{xx}^{W}(f)] \sim \frac{9}{8L} \Gamma_{xx}^{2}(f)$$
 (13.15)

O fator de qualidade e a resolução em frequência são dados pelas expressões 13.16 e 13.17, logo abaixo. Também é ressaltado que as expressões foram obtidas para uma sobreposição de 50% e janela de Bartlett.

$$Q_W = 1.39N\Delta f \tag{13.16}$$

$$\Delta f = \frac{1.28}{M} \tag{13.17}$$

Por fim, o método de Blackman e Tukey baseia-se na estimação da função de autocorreção da sequência com a função de janelamento e a FFT dos mesmos para estimação do espectro de potência. A razão de multiplicar a janela pela função de autocorreção estimada é que a sequencia  $r_{xx}(m)$ , para grandes atrasos, possui baixa confiabilidade devido ao pequeno número de pontos disponíveis (*N-m*). Para valores de *m* próximos de *N*, a variância é muito alta e, portanto, o efeito de janelamento busca um peso menor na formação do espectro de potência do sinal [8]. A equação da estimação pelo método de Blackman Tukey pode ser vista logo abaixo (13.18).

$$P_{xx}^{BT}(f) = \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} r_{xx}(m) w(m) e^{-j2\pi fm}$$
(13.18)

Aonde a função de janelamento tem comprimento de 2M-1 e é zero para |m| > M. Com esta definição, o limite da soma da equação 13.18 pode ser expresso entre  $(-\infty;\infty)$ . Portanto, no domínio da frequência a expressão equivalente para 13.18 é a convolução da equação 13.19.

$$P_{xx}^{BT}(f) = \int_{-1/2}^{1/2} P_{xx}(\alpha) W(f - \alpha) d\alpha$$
(13.19)

Onde  $P_{xx}(f)$  é o peridiograma. É possível perceber que a janela suaviza o peridiograma estimado e então diminui a variância da estimativa através da redução da resolução em frequência.

Através de manipulações algébricas, as propriedades estatísticas podem ser descritas de acordo com as equações 13.20 e 13.21.

$$E[P_{xx}^{BT}] = \int_{-1/2}^{1/2} E[P_{xx}(\alpha)]W(f-\alpha)d\alpha$$
(13.20)

$$var[P_{xx}^{BT}(f)] \sim \Gamma_{xx}^{2}(f) \left[ \frac{1}{N} \sum_{m=-M+1}^{M-1} w^{2}(n) \right]$$
(13.21)

O fator de qualidade da estimação de Blackman e Tukey é dado pela equação 13.22 e a resolução em frequência é dada pela equação 13.23.

$$Q_{BT} = 2.34N\Delta f \tag{13.22}$$

$$\Delta f = \frac{0.64}{M} \tag{13.23}$$

Por fim, a Tabela 2.3 mostra um comparativo entre os três métodos explicados em termos de: fator de qualidade, resolução em frequência e número de cálculos do algoritmo.

Método	Fator de Qualidade	Resolução em Frequência	Quantidade de Cálculos
Bartlett	1.11N∆f	0.9/M	$\frac{1}{N}\log_2\frac{0.9}{\Delta f}$
Welch (50% sobreposição)	1.39N∆f	1.28/M	$\frac{1}{N}\log_2\frac{5.12}{\Delta f}$
Blackman e Tukey	2.34N∆f	0.64/M	$\frac{1}{N}\log_2\frac{1.28}{\Delta f}$

Tabela 2.3: Comparação entre os métodos de estimação espectral.

# 2.4 Identificação de Sistemas

Define-se identificação de sistema como a determinação do modelo matemático de um sistema representando os seus aspectos essenciais de forma adequada para uma utilização particular, como supervisão, otimização e controle [14].

Os procedimentos para a caracterização de um sistema buscam encontrar um modelo matemático específico para a área de interesse, ou seja, a identificação de sistema não um modelo exato e completo de modo geral.

De um modo geral, a identificação de sistemas toma amostras na entrada e saída do sistema, de forma manipula-las de maneira convenientes e então estimar uma função de descrição do sistema. Os modelos mais comuns são a metodologia ARX, ARMAX, ARIMA e Box&Jekins. Este trabalho foca apenas em modelos ARX, que são descritos de acordo com a equação 14.1. É possível observar que o ruído de medida é considerado constante.

$$y(z) = \frac{B(z)}{A(z)}u(z) + e(z)$$
(14.1)

Segundo [15] e [14], a qualidade do modelo estimado depende, em grande parte, ao sinal de excitação. Outros fatores são a natureza do ruído e a estrutura do modelo. O principal método para a estimação de modelos é o método dos mínimos quadrados, que serve como base para outros métodos.

Para a demonstração do método, é considerado um sistema vista na equação 14.2 explorada por [14], ele utiliza uma estrutura ARX, ou seja, o ruído é considerado constante.

$$A(z^{-1})y(n) = z^{-d}B(z^{-1})u(n) + e(n)$$
(14.2)

Onde  $A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + ... + a_{na} z^{-na} e B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + ... + b_{nb} z^{-nb}$ . Representando a equação 14.2 em forma de equação de diferenças obtém uma nova equação, a 14.3.

$$y(n) = -a_1 y(n-1) - \dots - a_{na} y(n-na) + b_0 u(n-d) + \dots + b_{nb} u(n-d-nb) + e(n)$$
(14.3)

É possível observar que se tem (na + nb + 1) parâmetros para estimar. O termo e(n) está associado ao erro de medida (ou ruído), que pode ter características estocásticas, determinísticas ou *offset* (nível médio).

Escrevendo de outro modo, define-se o vetor medidas,  $\varphi(n)$ , que pode ser visto na equação 14.4 e o vetor parâmetros,  $\theta(n)$ , que é mostrado na equação 14.5. Ambos os vetores possuem dimensão (na + nb + 1) x 1.

$$\varphi^{T}(n) = \left[-y(n-1) - y(n-2) \dots - y(n-na) u(n-d) \dots u(n-d-nb)\right]$$
(14.4)

$$\theta^{T}(n) = [a_{1} a_{2} \dots a_{na} b_{0} b_{1} \dots b_{nb}]$$
(14.5)

Reescrevendo a equação 14.2, através de 14.4 e 14.5, é possível obter a equação 14.6, que é chamado de modelo de regressão linear.

$$y(n) = \varphi^T(n)\theta(n) + e(n) \tag{14.6}$$

A representação matricial da equação 14.6 é vista na equação 14.7.

$$Y^T = \phi \theta + E \tag{14.7}$$

Neste ponto, algumas considerações são feitas. A matriz  $\Phi$  não é quadrada, ela possui mais linhas do que colunas. O vetor  $\hat{\phi}$  pode ser obtido através do estimador de mínimos quadrados. A melhor previsão de saída do sistema,  $\hat{Y}$ , é calculada pela equação 14.8.

$$\hat{Y} = \phi \hat{\theta} \tag{14.8}$$

O erro de previsão é dado pela equação 14.9.

$$\varepsilon = Y - \hat{Y} = Y - \phi \hat{\theta} \tag{14.9}$$

O estimador dos mínimos quadrados, também conhecido como estimador de *Markov*, é obtido através da minimização da função custo J ( [15]), que é definida pela equação 14.10.

$$J = min_{\hat{\theta}}||Y - \phi\hat{\theta}||_{W}^{2} = \left[Y - \phi\hat{\theta}\right]^{T}W\left[Y - \phi\hat{\theta}\right]$$
(14.10)

Em que W é uma matriz quadrada simétrica, positiva e com elementos somente a diagonal principal. O modo para se obter o vetor  $\hat{\theta}$  é através da derivação de J em relação a  $\hat{\theta}$ . Com isso, chega-se na expressão 14.11, que permite encontrar os parâmetros do sistema.

$$\hat{\theta} = [\phi^T W \phi]^{-1} \phi^T W Y \tag{14.11}$$

Conforme dito acima, admitindo um ruído constante reduz-se a equação acima para a equação 14.12.

$$\hat{\theta} = [\phi^T \phi]^{-1} \phi^T Y \tag{14.12}$$

A partir da equação 14.12 é possível fazer algumas considerações. É claro observar que é necessário se fazer uma inversão matricial, algo que é, computacionalmente, custoso. Porém esta inversão só é possível se a matriz  $[\phi^T \phi]$  possuir determinante nulo, que é conseguido com um sinal de excitação suficiente variável (rico espectralmente). Outro ponto relevante é que dimensão da matriz acima depende do número de parâmetros que se deseja estimar. A solução da equação 14.12 é chamada de estimação *off-line*, pois depende de ter todas as amostras disponíveis, tanto de entrada como de saída, para que se execute o cálculo dos parâmetros.

O estimador acima é não polarizado se, e somente se, a perturbação e(n) for um ruído branco, então os parâmetros estimados convergem para os parâmetros reais quando o número de amostras tenderem ao infinito.

Para uma abordagem em tempo real (também chamado de *online*), onde os parâmetros são atualizados a cada nova amostra, foi desenvolvida uma nova abordagem em relação ao método *offline*. O algoritmo de tempo real possui uma vantagem significativa quando se pensa em aplicações embarcadas, que é o fato de possuir uma menor quantidade de dados a serem armazenados.

Para o desenvolvimento do método dos mínimos quadrados *online*, toma-se a equação 14.12 como referência. Atualizando-a para a amostra mais recente, obter-se-á como resultado a equação 14.13.

$$\hat{\theta}(n+1) = [\phi^T(n+1)\phi(n+1)]^{-1}\phi^T(n+1)Y(n+1)$$
(14.13)

Onde a matriz  $\phi^T(n+1)\phi(n+1)$ , é dada pela equação 14.14.

$$\phi^{T}(n+1)\phi(n+1) = [\phi^{T}(n) \ \varphi(n+1)] \begin{bmatrix} \phi(n) \\ \varphi^{T}(n+1) \end{bmatrix}$$
(14.14)

A grande questão agora está no calcula da matriz inversa que, neste caso, teria de ser calculada a cada nova amostra. Para isso, definem-se duas matrizes,  $P(n) \in R(n)$ , conforme é possível observar nas equações 14.15 e 14.16.

$$P(n) = [\phi^T(n+1)\phi(n+1)]^{-1}$$
(14.15)

$$R(n) = \theta^{T}(n)Y(n) \tag{14.16}$$

Das equações 14.14 e 14.13, chega-se nas equações 14.17 e 14.18.

$$P^{-1}(n+1) = P^{-1}(n) + \varphi(n+1)\varphi^{T}(n+1)$$
(14.17)

$$R(n+1) = R(n) + \varphi(t+1)Y(n+1)$$
(14.18)

É possível observar que a equação 14.18 mostra uma atualização direta de R(n) para R(n+1). Para que seja possível a obtenção de P(t) para P(t+1), é preciso à aplicação do 'lema da matriz inversa', que é obtida com a identidade vista pela equação 14.19.

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$$
(14.19)

Através de alguma manipulação algébrica, chega-se na equação 14.20, que permite menos operações para a atualização da matriz P(n) para P(n+1).

$$P(n+1) = P(n) - \frac{P(n)\varphi(n+1)\varphi^{T}(n+1)P(n)}{1+\varphi^{T}(n+1)P(n)\varphi(n+1)}$$
(14.20)

Tornando a equação de atualização de R(n) para R(n+1) em termos do erro de previsão, a mesma pode ser vista na equação 14.21.

$$R(n+1) = R(n) + \varphi(n+1)\varepsilon(n+1) + \varphi(n+1)\varphi^{T}(n+1)\hat{\theta}(n)$$
(14.21)

Define-se um vetor chamado ganho, que é dado pelo produto entre P(n+1) e  $\varphi(n+1)$  e pode ser observado na equação 14.22.

$$K(n+1) = P(n+1)\varphi(n+1) = \frac{P(n)\varphi(n+1)}{1 + \varphi^T(n+1)P(n)\varphi(n+1)}$$
(14.22)

Por fim, o vetor dos parâmetros estimados é dado pela equação 14.23. Assim, encerra-se o equacionamento do método dos mínimos quadrados recursivo e também é possível verificar que não há nenhuma inversão matricial, com isso há redução no número de operações em relação ao método *offline*. A sequência para a estimativa é feita inicialmente com o cálculo de K(n+1), depois se aplica a equação do cálculo do vetor dos parâmetros e por fim atualiza-se matriz de covariância P(n+1).

$$\hat{\theta}(n+1) = \hat{\theta}(n) + K(n+1) \{ y(n+1) - \varphi^T(n+1)\hat{\theta}(n) \}$$
(14.23)

Conforme diz [14], a magnitude dos coeficientes da matriz de covariância está relacionado com a variabilidade dos parâmetros estimados, ou seja, se a magnitude dos elementos da diagonal principal for suficientemente pequenos, então afirma-se que a estimativa é adequada (baixa variância). Para a inicialização do algoritmo, deve-se atribuir valores a P(0) e  $\hat{\theta}(0)$ , comumente associa-se valores entre 10 e 1000, dependendo do conhecimento do sistema.

Para que seja possível qualificar a estimativa, são conhecidas técnicas de validação de modelos, que utilizam índices de desempenho. Neste trabalho é citado apenas o coeficiente de correlação múltipla, conhecido como R<sup>2</sup>. Um modelo é dito adequado conforme R<sup>2</sup> tende a um. Usualmente a faixa entre 0,9 e 1 é satisfatória [15]. A expressão para o cálculo de R<sup>2</sup> pode ser vista pela equação 14.24.

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{k=0}^{N-1} [y(k) - \hat{y}(k)]^{2}}{\sum_{k=0}^{N-1} [y(k) - \bar{y}]^{2}}$$
(14.24)
Outros métodos são citados na literatura, como o a adição de um fator de esquecimento ( $\lambda$ ) na matriz de covariância, quando de tem variabilidade paramétrica do sistema (não linearidades), modificação do método dos mínimos quadrados recursivo que se quer reduzir a quantidade de operações (método da aproximação estocástica); quando o ruído é colorido, então se utiliza o método da variável instrumental, que pode ser implementado tanto na forma recursiva como na forma não recursiva e por fim existe o método da matriz estendida, que permite a estimação dado um ruído colorido na saída da planta.

# 3. Materiais e Métodos

Este capítulo visa mostrar como foi desenvolvido o projeto prático para a obtenção dos resultados. O primeiro subcapítulo tem o intuito de mostrar e justificar a escolha do sensor, de modo a mostrar suas características principais. O segundo subcapítulo visa mostrar os algoritmos usados, a programação, o dispositivo escolhido para o processamento, o interfaceamento entre sensores e computador e, por fim, o circuito proposto. O terceiro subcapítulo tem o intuito de mostrar o *software* desenvolvido para a análise de dados, com os gráficos, *knobs*, botões e telas que contém a interface. Também é comentada a programação, a linguagem escolhida e os *drivers* utilizados. Por fim, o dispositivo projetado para excitar a suspensão é mostrado e comentado.

Como uma visão geral do sistema, pode-se observar a Figura 3.1, que ilustra a organização do sistema, tanto no quesito de *hardware* quanto de *software*.



Figura 3.1: Ilustração do sistema proposto.

### **3.1 Sensores**

Para a escolha do tipo de sensor a ser utilizado, foi considerada várias hipóteses como: a forma como a função de transferência da suspensão é descrita, a norma ISSO 2631 e a literatura existente. Conforme é possível ver na equação 7.1, a função de transferência da suspensa está descrita em termos de aceleração. Através da norma ISSO 2631 também é possível observar que a descrição de "conforto" é feito em termos de aceleração. A literatura cita como aceleração como a melhor forma para análise de '*ride*' de um veículo, no qual inclui assunto de conforto e controle de suspensões [4] [16].

Dentre os vários tipos de acelerômetros disponíveis no mercado, podem-se citar ao menos quatros tipos: piezoelétricos, piezoresistivos, capacitivos e os magnetoresistivo. Como uma subcategoria de acelerômetros capacitivos, destacam-se os acelerômetros de tecnologia MEMS (do inglês, *Micro ElectroMechanical Systems*). Este tipo de sensor possui um alto grau de miniaturização além de alta sensibilidade, baixa de corrente de consumo, baixa tensão de alimentação e variados intervalos de medição de aceleração.

Segundo [16], para a escolha do acelerômetro a principal característica é o *range* de acelerações. Para aplicações de '*ride*', ou dinâmica vertical, é dito que o intervalo de medida aceitável é entre -2g e 2g.

Com as informações acima foi buscado opções de acelerômetros disponíveis no mercado e com isso foram obtidas algumas sugestões. A Tabela 3.1 mostra os sensores cogitados para a aplicação e algumas de suas características.

Acelerômetro	Fabricante	Intervalo de Medida	Sensibilidade	Custo (\$)
ADXL 335	Analog Devices	+/- 3g	300 mV/g	6,33
MMA 1250	Freescale	+/- 5g	400 mV/g	6,74
SCA 1000	Murata	+/- 1,7g	1,2 V/g	49,73

Tabela 3.1: Relação de acelerômetros disponíveis no mercado.

Através da análise da Tabela, observa-se que o sensor da *Analog Devices*, ADXL 335, é o melhor sensor para esta aplicação em termos de intervalo de medida, sensibilidade e custo. Através da análise de todas as suas características (apêndice A1) observa-se outras qualidade do mesmo, onde cita-se consumo baixo (ordem de centenas de microamperes), alto intervalo de temperatura (-40°C/85°C) e baixa sensibilidade ao ruído (centenas de u<sup>2</sup>g<sup>2</sup>/Hz [rms]) [17].

Com isso, foi comprado uma '*standard board*' que contém o sensor já soldado na placa, conforme mostra a Figura 3.1.1.



Figura 3.1.1: Board comprada com o acelerômetro já soldado. Fonte: Analog Device.

Como é possível observar na imagem acima, existem alguns componentes além do acelerômetro. Estes componentes formam um filtro passa-baixa de primeira ordem e já servem como filtros '*antialiasing*', conforme foi explicado no capítulo dois. O circuito elétrico pode ser visto na Figura 3.1.2.



Figura 3.1.2: Circuito elétrico do acelerômetro na placa com os capacitores.

Os capacitores foram calculados de modo a possuírem uma frequência de corte de, aproximadamente 100 Hz. O capacitor  $C_{DC}$  é para filtragem de *ripple* na tensão de alimentação do sensor. A calibração é sugerida no *datasheet* (apêndice A1) e foi feita com o auxílio de um multímetro.

## 3.2 Sistema de Aquisição de Dados

Para o projeto do sistema de aquisição de dados foi considerado, inicialmente, o *hardware* para o processamento. Neste quesito, foram buscados os seguintes critérios:

- Tamanho da memória de programa,
- Tamanho da memória de dados,
- Tempo de instrução (associado ao *clock* do dispositivo),
- Número de canais de conversão analógica-digital,
- Unidade de ponto flutuante (FPU),
- Taxa máxima de amostragem.

Dentre os tipos de dispositivos atuais que podem cumprir com estes requisitos propostos, pode-se citar FPGA's, DSP's e microcontroladores de 32 bits ( $\mu$ C). Após a análise dos dispositivos disponíveis no mercado considerando também os custos e literatura disponível, foi escolhido o microcontrolador TM4C123GH6PM, da fabricante *Texas Instruments* da linha *Tiva*, pertencente à família ARM Cortex M4.

Este microcontrolador possui 32 KB de memória *RAM*, 256 KB de memória *flash*, 12 (doze) canais de conversão analógica-digital, amostragem de 1 (um) MSPS, possui unidade FPU e também possui um *clock* máximo de 80 MHz [18].

Para o desenvolvimento do *firmware*, foi adquirida uma placa, chamada *LaunchPad*, que possui o microcontrolador já soldado com seus componentes básicos (cristal de *clock*, capacitores de filtro e etc) além de um *debugger* com comunicação serial UART (do inglês, *Universal Asynchronous Receiver Transmiter*). A placa pode ser vista na Figura 3.2.1 e com ela é possível acelerar o processo de desenvolvimento do projeto, evitando atrasos como desenvolvimento e soldagem dos componentes de uma placa.



Figura 3.2.1: LaunchPad modelo Tiva Series.

Toda a programação deste microcontrolador foi feita usando o ambiente  $\mu VISION$  V4.72.0.0, com o *Toolchain*: MDK-ARM Basics (256K), produzido pela *Keil*®. Com este compilador, usando o ambiente sugerido, é possível fazer a gravação na placa e o *debug* através de um cabo USB tipo miniatura, que é colocado entre o computador e placa *LaunchPad*. A Figura 3.2.2 mostra uma imagem da IDE utilizada. A programação utilizada foi C, algumas funções foram escritas em assembly afim de evitar gastar ciclos de máquina desnecessários.



Figura 3.2.2: Imagem da IDE Keil uVision®.

Após a definição de microcontrolador e do compilador a ser usado, iniciou-se a escrita do *firmware*. Para isto, inicialmente, foram definidas algumas regras para os arquivos de programação, de forma a organizar o código e evitar conflitos que gerassem erros.

Para tanto, definiu-se alguns tipos de arquivos, conforme sugere [19] [20], *hearder file* (ou cabeçalhos), *c files* (ou arquivos c), *main file* (função *main*), *startup files* (arquivos de definições e vetores), *assembly files* (arquivos em linguagem assembly) e *threads files* (arquivos com *threads*). O conteúdo de cada tipo de arquivo é explicado logo abaixo, conforme segue:

> Arquivos .h: Contém structures, tipos de variáveis e funções globais (visíveis ao usuário). Usado tipicamente para declarar funções de driver (*GPIO*, *Timer´s*, *ADC´s* e etc) e também funções gerais, como cálculos de FFT, PSD, média e etc.

- Arquivos .c: Contém *defines, includes*, funções invisíveis ao usuário e funções visíveis (declaradas nos arquivos de cabeçalho).
- Arquivos .s: Contém instruções em assembly afim de acelerar a execução de algum trecho de código. Também possui ponteiros para os vetores de interrupção.
- Arquivo main: Contém a função main, é um arquivo em .c, não possui cabeçalho .h e contém definições gerais, *includes*, funções de *start driver* e funções para *startup* do microcontrolador
- Arquivos *Threads:* Contém as funções para o funcionamento do sistema em forma de threads (compartilhamento de tempo e pinos de I/O).

Para que fosse possível efetuar a validação das rotinas, foram utilizados equipamentos para geração de sinais, osciloscópio, multímetro e fonte de alimentação. A Figura 3.2.3 ilustra a bancada usada para a verificação de funcionamento das funções implementadas e a Tabela 3.2.1 mostra a relação de equipamentos usados para os testes.



Figura 3.2.3: Ilustração da bancada de ensaios para validação.

Equipamento	Modelo	
Osciloscópio	Agilent MSO-X 2014A	
Gerador de Sinais	Tektronix AFG3021C	
Multímetro	Minipa ET-2033B	
Fonte de alimentação	Minipa MPL-3305M	

Tabela 3.2.1: Instrumentação usada para executar a validação.

A seguir serão explicados de maneira mais detalhada os procedimentos usados para a determinação do firmware de aquisição de dados, das funções de filtro, PSD e identificação de sistemas.

#### **3.2.1** Sistema de Gerenciamento

Para que fosse possível fazer a leitura dos sensores, tratamento dos dados, sincronização entre o sistema de aquisição e o computador, foi pensado em um sistema que pudesse executar o gerenciamento de tudo. Para isso foi desenvolvido um sistema de gerenciamento para a aquisição de dados, processamento e envio, onde o desenvolvimento foi baseado na literatura de [20] [21].

Inicialmente, foram desenvolvidos os "*devices drivers*" do sistema. Isto significa que foram conFiguradas as funções que gerenciam os periféricos do microcontrolador em questão. Para esta aplicação, foram usados os seguintes periféricos:

- Conversor Analógico-Digital (ADC),
- Comunicação Serial UART e,
- Temporizadores (*SysTick* e *timers*).

Após o desenvolvimento dos '*devices drivers*' passou-se a implementação do sistema de aquisição e processamento. O sistema foi dividido em dois tipos de função, que aqui são chamadas de *background threads* e *foreground threads*. Os backgrounds *threads* são subprogramas chamados por interrupções, neste caso têm-se duas funções com estas características, a função de leitura do ADC e a função de comunicação UART. *Threads* do tipo *foreground* são chamadas periodicamente cada estouro do *SysTick* e possuem uma pilha de dados independente. Este tipo de função permite a execução do processamento dos dados provenientes do ADC e também permite a sincronização entre o sistema e o computador.

Para que seja possível efetuar a leitura dos dados, o ADC foi conFigurado de modo a gerar interrupções periódicas, a fim de garantir um tempo de amostragem fixo. Para isso, o ADC foi atrelado a um timer com alta prioridade de interrupção. Em relação a sincronização entre o sistema físico e o computador, a comunicação do tipo UART foi implementada de modo a que a cada dado recebido uma interrupção seja gerada.

Para que seja possível estabelecer um modo de comunicação entre os *threads*, um padrão de troca de dados foi criado, baseado em [21], chamado de FIFO (do inglês, *First In First Out*). Este modo de troca de informações se baseia no conceito de empilhamento de dados e quando se chega ao limite deste empilhamento, uma *flag* é sinalizada. De outro modo, este tipo de comunicação permite uma independência entre os *threads*.

Por fim, os dados provenientes do ADC são coletados através da FIFO por um thread foreground, são processados e então enviados. A forma de envio se dá através de um formato que seja possível efetuar a sincronização com o *software* do computador. Este formato é "<[Dois Dígitos de Indicação]>:<Canal>:<Dado>:<Fator

Multiplicativo>:<CheckSum>". Onde os dois primeiros dígitos referenciam qual é o tipo de dado, como amostra de tempo, frequência, coeficiente de identificação, valor da média e etc, o dado é valor da amostra a ser enviada em forma inteira. O segundo campo visa indicar qual é o canal do ADC que está sendo enviado. O terceiro campo envia o dado em forma inteira. O quarto campo é um fator multiplicativo, que permite saber qual é realmente o valor da amostra enviada. Por fim, é efetuado uma soma exclusiva com os valores para saber se os dados estão consistentes quando chegam ao computador.

#### 3.2.2 Determinação do Algoritmo de FFT

De modo a obter o espectro dos sinais para a confrontação com a norma, foi necessária a utilização da Transformada Rápida de *Fourier*, que possibilita, posteriormente, a sua utilização na estimação da PSD.

Para a estimativa da FFT de um sinal foi utilizada a função contida em [22], porém as funções lá implementadas foram desenvolvidas para um hardware diferente (DSP), que possui uma estrutura modificada, bem como a aplicação para o qual foi desenvolvida. Com algumas modificações no software original, chegou-se no algoritmo contido no apêndice A3.

Para a validação da função de FFT, utilizou-se apenas um sinal quadrado com frequência de 50 Hz. A utilização do sinal quadrado é explicada pelo fato do mesmo possuir harmônicas ímpares e isto permite avaliar o funcionamento do algoritmo tanto em termos de frequência bem como de amplitude. O sinal gerado pelo gerador de funções pode ser visto na Figura 3.2.2.1.



Figura 3.2.2.1: Sinal quadrado obtido com o gerador.

Através da observação da Figura 3.2.2.1 que o eixo das abcissas são dado em número de amostras e o eixo das ordenadas são dadas pela aceleração em mG, onde G é a aceleração da gravidade. Isto se explica já que o sistema foi feito para ser possível observar acelerações e não tensões elétricas. É possível observar também que o espectro é espelhado em torno de 256 Hz. Isto de deve ao fato de que a FFT possui 512 pontos e dados foram amostrados em 512 Hz, o que está de acordo com as considerações do capítulo 2.

Com o sinal acima citado, foram feitas aquisições com cinco tipos diferentes de janelas, sendo elas: retangular, Hanning, Hamming, Blackman e Bartlett. As características provenientes da utilização de cada tipo de janela podem ser visto em [23] e [24]. As Figuras 3.2.2.2 a, b, c, d e e mostram o espectro resultante segundo cada janela, respectivamente.



Figura 3.2.2.2 A: Espectro obtido com janela retangular. É possível observar a fundamento em 50 Hz ( $f_0$ ) e suas harmônicas em 3 $f_0$  e 5 $f_0$ . Também observa-se o *leakage*.



Figura 3.2.2.2 B: Espectro obtido com janela de Hamming. É possível observar um diminuição da amplitude do *leakage* e das harmônicas.



Figura 3.2.2.2 C: Espectro com a janela de Hanning. O *leakage* diminuiu em amplitude de maneira menos acentuada, em relação a janela de Hamming.



Figura 3.2.2.2 D: Espectro com a janela de Blackman. O efeito de *leakage* também reduziu em relação a janela retangular.



Figura 3.2.2.2 E: Especro obtido com a janela de Bartlett. É possível observar uma concentração (*roll-off*) em torno de  $f_0$ .

Com base nas imagens acima, na literatura disponível e os conceitos explorados no capítulo dois, observar-se que os dados obtidos estão de acordo. Salienta-se também que a escolha da janela, para esta aplicação, não é crítica, dado o número de pontos da FFT e as frequências envolvidas, contudo a janela retangular é a menos indicada.

#### 3.2.3 Determinação do Filtro Digital

Uma filtragem digital foi introduzida para que fosse possível eliminar as frequências fora da faixa de interesse de modo mais eficaz, já que o filtro antialiasing não consegue alcançar uma grande atenuação nas frequências próximas à frequência de corte proposta.

Através da aplicação direta do equacionamento proposto no capítulo dois, foi possível construir o filtro FIR de ordem 50 (cinquenta) e com frequência de corte de 80 Hz. Esta frequência foi definida baseada na norma ISO2631, que diz ser necessária a

observação até a frequência de 80 Hz (ver A2). A implementação do filtro, em linguagem C pode ser vista no apêndice A4, esta implementação foi baseada na literatura de [20] e [12]

Para a validação do filtro, foi utilizado o mesmo sinal da validação da FFT. As Figuras 3.2.3.2 a, b e c mostram os resultados obtidos através da análise no domínio da frequência, com as janelas de Hamming, Hanning e Blackman, respectivamente.



Figura 3.2.3.2 A: Imagem obtida após o sinal passar pelo filtro com janela de Hamming.



Figura 3.2.3.2 B: Utilização da janela de Hanning.



Figura 3.2.3.2 C: Utilização da janela de Blackman.

É possível verificar que o filtro está de acordo com a caracterização teórica feita no capítulo dois. Também destaca-se que a janela a ser usada não implicará em consequências significativas no desempenho do filtro. A escolha usada foi a de Blackman, baseada nos resultados e também no fato de que, na banda de atenuação, o sinal apresenta maior queda em relação as outras janelas, conforme cita [7].

#### 3.2.4 Determinação do método de estimação da PSD

Para que a avaliação do sistema de suspensão (conforto) seja viável, foi necessário a implementação de um função que efetuasse a estimação das frequências que constituem o sinal de aceleração no assento do condutor. Conforme as afirmações de [3] [25] e [1], os sinais são de característica aleatória, portanto são descritos usando métodos de estimação de densidade de espectro de potência (PSD).

Para isso, foram implementados de Bartlett e o Welch, de modo que as avaliações dos mesmos foram feitos em termos de memória requerida, tempo de execução (quantidade

de operações) e qualidade final do espectro obtido tanto em termos de frequência bem como amplitude.

A melhor maneira de executar a validação das implementações feitas, era a aplicação de um sinal aleatório (tipicamente com distribuição gaussiana) somado a componentes senoidais, conforme sugere [26] [27]. Porém a instrumentação utilizada não permitia a geração de sinais aleatórios, então, utilizou-se um sinal determinístico periódico e quadrado, idêntico ao usado para a validação do filtro FIR e FFT, conforme a Figura 3.1.2.1 mostra. Mais dois sinais foram usados para se fazer à validação da PSD e ambos são um '*sweep*'. Este tipo de sinal tem como característica gerar um seno, onde a frequência fundamental é aumentada linearmente a cada período passado. Neste caso foram usados um '*sweep*' de 1 Hz até 50 Hz e outro de 1 Hz até 100 Hz, ambos com o filtro FIR implementado. A Figura 3.2.4.1 mostra o '*sweep*' de 1 Hz até 50 Hz e a Figura 3.2.4.2 mostra o '*sweep*' de 1 Hz até 100 Hz.



Figura 3.2.4.1: '*Sweep*' de 1 Hz até 50 Hz usado para a validação da função de cálculo da PSD (tanto método de Bartlett quanto método de Welch).



Figura 3.2.4.2: '*Sweep*' de 1 Hz até 100 Hz usado para a validação da função de cálculo da PSD (tanto método de Bartlett quanto método de Welch).

Para aplicação dos sinais acima, foram considerados o método de Bartlett com 256 pontos, com um total de 1024 amostras. Para o método de Welch foi considerado 50 % de sobreposição com um total de 256 pontos. Para o método de Bartlett foi usada apenas à janela de Bartlett, conforme é recomendado por [8] e [22]. Já para o método de Welch foram usadas as janelas de Hamming, Hanning, Blackman e Bartlett.

As Figuras de 3.2.4.3 a, b e c até 3.2.4.6 a, b e c foram obtidas para o método de Welch com sobreposição de 50% e com os três sinais propostos, respectivamente, onda quadrada, '*sweep*' de 1 Hz até 50 Hz e '*sweep*' de 1 Hz até 100 Hz. Já a Figuras 3.2.4.7 a, b e c mostra o resultado para o método de Bartlett com a janela de Bartlett e os três sinais propostos, respectivamente: onda quadrada, '*sweep*' de 1 Hz até 50 Hz e '*sweep*' de 1 Hz até 50 Hz e '*sweep*' de 1 Hz até 100 Hz.



Figura 3.2.4.3 A: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Hamming (sinal quadrado).



Figura 3.2.4.3 B: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Hamming ('*sweep*' até 50 Hz).



Figura 3.2.4.3 C: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Hamming (*'sweep'* até 100 Hz).



Figura 3.2.4.4 A: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Hanning (sinal quadrado).



Figura 3.2.4.4 B: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Hanning (*'sweep*' até 50 Hz).



Figura 3.2.4.4 C: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Hanning (*'sweep*' até 100 Hz).



Figura 3.2.4.5 A: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Blackman (sinal quadrado).



Figura 3.2.4.5 B: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Blackman (*'sweep'* até 50 Hz).



Figura 3.2.4.5 C: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Blackman (*'sweep*' até 100 Hz).



Figura 3.2.4.6 A: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Bartlett (sinal quadrado).



Figura 3.2.4.6 B: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Bartlett (*'sweep*' até 50 Hz).



Figura 3.2.4.6 C: Espectro obtido pelo método de Welch, 50% de sobreposição, 256 pontos e janela de Bartlett (*'sweep*' até 100 Hz).



Figura 3.2.4.7 A: Espectro obtido pelo método de Bartlett, 256 pontos e janela de Bartlett (sinal quadrado).



Figura 3.2.4.7 A: Espectro obtido pelo método de Bartlett, 256 pontos e janela de Bartlett ('*sweep*' até 50 Hz).



Figura 3.2.4.7 A: Espectro obtido pelo método de Bartlett, 256 pontos e janela de Bartlett ('*sweep*' até 100 Hz).

É possível verificar algo intuitivo em todos os gráficos apresentados: todos apresentam uma diminuição de amplitude conforme se aumenta a quantidade de frequências contidas no sinal de excitação, dado que a amplitude do sinal de excitação manteve-se constante. Em particular, é nítido concluir que, em escala linear, o método de Welch possui variações de amplitude na banda do sinal, porém estas variações podem ser atenuadas através da escala logarítmica. Neste caso é mais adequado o uso de escala linear, pois a norma ISO2631 está neste tipo de escala. No caso do método de Bartlett verifica-se uma maior uniformidade na PSD com o '*sweep*'.

Por fim, sabendo que o método de Welch com 50% de sobreposição é o mais indicado pela literatura ([27] e [8]), decidiu-se pelo uso do método de Bartlett devido aos resultados obtidos e em relação ao custo computacional requerido, tanto em termos de processamento quanto a em termos de memória de dados.

## 3.2.5 Determinação do método de Identificação de Sistemas

A identificação de sistemas é fundamental para executar a validação do sistema de suspensão. Para isso, foi utilizado o método dos mínimos quadrados para sistemas dinâmicos, o que permite encontrar os parâmetros de um sistema descrito por equações diferenciais ordinárias, dado que se sabe o número de pólos e zeros da função de transferência.

Com as informações teóricas e considerações de implementação retiradas de [14] e [15], foi possível implementar a rotina em linguagem C para modelagem tipo ARX que pode ser vista no apêndice A5. Esta função foi implementada de forma recursiva, ou seja, a cada nova amostra o modelo calculado é atualizado. Conforme destacado no capítulo dois, este método não permite modelar o ruído atribuído às medidas (que não necessariamente está relacionado a transdutor) como uma função tipo AR nem MA, apenas considera o ruído uma variância constante.

Para a validação deste método foi definida uma função de transferência discreta, descrita em equações de diferenças, que pode ser visualizada abaixo, na equação 15.1.

$$y(n) = 1,5144y(n-1) - 0,5506y(n-2) + 0,599u(n) + 0,163u(n-1) + e(n)(15.1)$$

Como função de entrada, foi gerado um vetor de dados com uma sequência pseudo aleatória, de modo a se obter um sinal rico em frequência. Com esta sequência foi possível verificar-se a saída, de modo que a cada nova amostra de entrada, foi gerada uma amostra de saída com a adição de um ruído constante e de variância 0,01. Isto permitirá verificar a robustez do método, mesmo sendo o método de modelagem mais simples, conforme destaca [14].

A Figura 3.2.5.1 mostra os sinais de entrada e saída (já com a adição do ruído), respectivamente. Ainda nesta Figura é possível observar o comportamento do dos parâmetros a cada nova iteração.



Figura 3.2.5.1: Comportamento do sistema dada entrada binária pseudo aletória. Também é possível observar a convergência dos parâmetros a cada iteração.

A equação 15.2 mostra como ficou a equação de diferença com os parâmetros estimados após 1024 amostras.

$$\tilde{y}(n) = 1,5139\tilde{y}(n-1) - 0.5502\tilde{y}(n-2) + 0.5992u(n) + 0,1638u(n-1) + e(n)$$
(15.2)

Para a verificação de conformidade entre o modelo estimado e as amostras de entrada e saída foi usado o teste de R<sup>2</sup>. O resultado do teste R<sup>2</sup> foi igual a 0,999729, o que demonstra coerência entre as amostras obtidas e o modelo estimado.

Portanto, este técnica de modelagem em conjunto com o algoritmo construído se mostra adequada para a proposta de validação do projeto da suspensão.

## **3.3 Interface Computacional**

Para que fosse possível a visualização do processamento dos dados feito na placa de aquisição proposta, uma interface computacional foi desenvolvida.

Todo o desenvolvimento foi feito usando o ambiente de programação *Microsoft Visual Studio*® versão 10.0.40219.1 SP1Rel, usando linguagem C#. Para que fosse possível o uso de recursos gráficos mais bem elaborados, também foi utilizado o *plug-in* da *National Instruments*, chamado de *Measurement Studio*® versão 12.0.0.318. A Figura 3.3.1 mostra uma imagem ilustrativa da interface de programação. Para a programação foi utilizado à referência [28] e a [29], com o auxílio do próprio software.



Figura 3.3.1: Ambiente de programação usado.

Os objetivos desta interface são mostrar os gráficos de aceleração no tempo, aceleração no domínio da frequência (PSD), comparação com a norma ISO2631, visualização da função de transferência obtida bem como os gráficos de resposta temporal e

em frequência. Outras informações menos relevantes também estão contidas, como tempo de amostragem usado, quantidade de memória utilizada, médias e valor RMS dos sinais.

Através de todos os requisitos citados, foi construída a interface que pode ser vista na Figura 3.3.2 e 3.3.3. Na primeira imagem são mostradas os gráficos relativos a interpretação dos sinais contidos e a segunda imagem foi obtida para interpretação do sistema.



Figura 3.3.2: Interface computacional desenvolvida para visualização dos resultados.



Figura 3.3.3: Segunda página da interface computacional.

Observando a Figura 3.3.2 no sentido da esquerda para direita e de cima para baixo, é possível verificar que o primeiro conjunto tem a intenção de estabelecer a comunicação entre o computador e o sistema de aquisição. Neste conjunto é permitido conFigurar a velocidade de comunicação e a porta. Destaca-se o uso de comunicação *Bluetooth*, pois a mesma não necessita de fios. Seguindo, o segundo conjunto permite a visualização de estatísticas dos sinais, como valores RMS e média. Os próximos conjuntos são *knobs* e botões, que são usados para se fazer ajustes dos gráficos de PSD e da norma e para ativa-los ou desativa-los (salienta-se que não é possível alterar as escalas temporais). O conjunto que contém um botão com um *led* vermelho liga ou desliga o sistema de aquisição de dados, enquanto os *leds* ao lado permitem verificar se o sistema está sendo executado ou não (*led* verde significa que o sistema está rodando e o *led* vermelho significa que o sistema está suspenso). O botão 'modelo' permite abrir a segunda página.

Com a Figura 3.3.3, observam-se os dois gráficos para interpretação do sistema (resposta temporal e resposta em frequência), quatro *knobs* para ajustes das escalas dos gráficos, um conjunto que contém informações a respeito dos parâmetros teóricos da suspensão e rótulos para os dados estimados pelo sistema.

A resposta ao degrau foi escolhida para interpretação do sistema no domínio do tempo devido a este ser o sinal mais simples de ser implementado, segundo [30], e também por pertencer à classe de sinais mais utilizados em testes de sistemas, conforme diz [31].

A inicialização do software foi pensada para o que mesmo seja feita de uma maneira simplificada. Inicialmente abre-se o aplicativo, após isso é necessário abrir a porta e então deve-se pressionar o botão 'liga'. Abaixo a sequência é comentada.

- I. Abre-se o aplicativo,
- II. Abre-se a porta, através da observação do *baudrate* e número da porta,
- III. Por fim, clica-se em 'ligar' e o sistema torna-se ativo.

## 3.5 Dispositivo de Excitação de Suspensão

Para que a suspensão do veiculo pudesse trabalhar de modo estático, ou seja, sem que houvesse deslocamento longitudinal e lateral do veículo, foi projetado um dispositivo que permite que somente a dinâmica vertical do carro seja excitada.

A ideia básica é gerar um sinal com distribuição gaussiana, de modo que simule um pavimento comum (asfalto ou *off-road*). A afirmação de que um pavimento pode ser modelado segundo uma gaussiana é citado por vários autores da área de suspensão automotiva como [3], [4], [6] e [25].

Com as informações acima foi desenhado um sistema constituído de oito cilindros não sólidos e lisos de 50 cm de comprimento e diâmetro de 10 cm. Nas extremidades foram soldados eixos para serem encaixados em rolamentos, a fim de tornar possível o movimento angular dos rolos.

Para que a suspensão seja excitada é necessária à adição de algum tipo de rugosidade aos rolos. Esta rugosidade é constituída de fita *silvertape* enrolada nos rolos de forma não organizada. Os testes foram feitos com a distribuição de fita conforme se observa na Figura 3.4.1.



Figura 3.4.1: Foto do rolo já com a rugosidade.

As distâncias entre os conjuntos de rolos não são definitivas, elas são ajustadas de acordo com as medidas de cada veículo. Já a distância entre os rolos presos na base são determinados de acordo com o perfil de rugosidade construído.

## 3.5 Considerações Finais

A Tabela 3.5.1 mostra as características que o sistema possui. Os acelerômetros foram alojados em caixas pretas, da marca *Patola*® modelo CP-018, com um conector do tipo 'Mike' de seis vias, conforme se observa pela Figura 3.5.1. O cabo usado foi um cabo manda de cinco vias e blindado, em cada extremidade possui conectores '*Mike*' fêmea também de seis vias, ele pode ser visualizado na Figura 3.5.2. A caixa usada para a alocação da placa desenvolvida para a aquisição de dados é da marca *Patola*®, modelo PB-108, esta caixa possui conectores macho tipo 'Mike' de seis vias, leds indicativos e um interruptor para ligação de energia do sistema, a Figura 3.5.3 mostra uma imagem com o dispositivo montado.
Características do Sistema					
Acelerômetro	ADXL 335				
Ordem do Filtro Antialiasing	1				
Frequência de Corte do Filtro Antialiasing	100 Hz				
Frequência de Amostragem	512 Hz				
Ordem do Filtro Digital	50				
Frequência de Corte do Filtro Digital	80 Hz				
Método de Estimação da PSD	Bartlett, 256 pontos, Janela de Bartlett.				
Método de Identificação de Sistemas	ARX, Método de Mínimos Quadrados Recursivo.				
Método de Transmissão de Dados	Bluetooth, UART, 115200 bps.				

Tabela 3.5.1: Características do sistema construído.



Figura 3.5.1: Caixa para alojamento do acelerômetro.



Figura 3.5.2: Cabo usado para conexão do acerômetro com o sistema.



Figura 3.5.3: Caixa final do sistema de aquisição de dados.

A placa construída foi baseada no *hardware* da *LaunchPad Tiva*, que pode ser visto em [32]. Todo o desenvolvimento foi feito usando o *software EAGLE*®, versão 6.5.0. O esquemático e a placa de circuito impresso podem ser vistas no apêndice A6. Nesta placa foi colocado apenas o essencial para seu funcionamento e interfaceamento com componentes externos, como acelerômetro, interface JTAG, reset e comunicação serial. Um foto da placa pode ser vista na Figura 3.5.4.

Para que fosse possível a troca de informações entre o dispositivo de aquisição de dados e a interface, foi usado um módulo *bluetooth* modelo HC-06, com alimentação de cinco volts e que pode ser usado como uma porta serial comum. A foto do mesmo pode ser vista na Figura 3.5.5.



Figura 3.5.4: Foto da placa já com os componentes soldados.



Figura 3.5.5: Foto do módulo bluetooth usado para fazer a comunicação entre as partes.

# 4. Discussões e Resultados

Este capítulo tem o intuito tanto de mostrar os resultados bem como discuti-los de maneira técnica. Inicialmente explica-se sobre qual o dispositivo que será estudado, bem como suas características básicas relacionando geometrias, equacionamento e valores práticos. Após isto passa-se a mostrar as formas que o sistema foi excitado e então os resultados são mostrados e discutidos. Por fim, algumas considerações são feitas.

Como estudo de caso, foi utilizado um veículo do tipo Baja, conforme mostra a Figura 4.1. Este tipo de veículo foi desenvolvido por alunos da Universidade de São Paulo e são usados em competição *off-road* organizadas pela SAE (do inglês, *Society of Automotive Engineers*). A competição tem como objetivo avaliar o desempenho do carro tanto dinamicamente quanto ao rigor no desenvolvimento teórico do mesmo. A competição é constituída de provas dinâmicas (enduro, provas de aceleração, de suspensão e tração, frenagem) e estáticas (provas de segurança e apresentações de projeto).



Figura 4.1: Carro do tipo Baja. 113

# 4.1 ConFiguração da Suspensão e Modelo Matemático

O veículo usado para os testes possui algumas características de suspensão que diferem de um veículo comercial de passeio que é encontrado no mercado brasileiro. Tipicamente, um veículo de passeio possui a mesma geometria de suspensão tanto na traseira quanto na dianteira, segundo [4], [6] e [2], normalmente uma geometria '*McPherson*'. Veículos do tipo Baja utilizam variantes desta geometria devido, principalmente, as características do tipo de pavimento no qual trafegam.

A conFiguração da suspensão dianteira do veículo usado é do tipo duplo 'A', e na traseira é do tipo *semitrainling arm*. A Figura 4.1.1 mostra uma foto da suspensão dianteira e a Figura 4.1.2 mostra uma foto da suspensão traseira. As características dos outros componentes da suspensão podem ser vistos na Tabela 4.1.1, como rigidez das molas, coeficientes de amortecimento e massas suspensa e não suspensa. Estes dados foram fornecidos pela equipe.



Figura 4.1.1: Foto da suspensão dianteira do veículo usado.



Figura 4.1.2: Foto da suspensão traseira do veículo usado.

Tabela 4.1.1: Dados do v	eículo usado nos testes.
--------------------------	--------------------------

Componente	Valor	Unidade
Rigidez da Mola Dianteira	15/33	N/m
Rigidez da Mola Traseira	15/24	N/m
Coef. Amortecimento dos amort. Dianteiro	13,50	Ns/m
Coef. Amortecimento dos	13,26	Ns/m

amort. Traseiro		
Massa Suspensa Total	107	Kg
Massa não Suspensa Dianteira	12	Kg
Massa não Suspensa Traseira	13	Kg

Com os dados foi possível obter o modelo teórico na forma de função de transferência, conforme explicado no capítulo dois. Substituindo os valores da Tabela 4.1.1 na equação 7.1, chega-se na equação 16.1 para a dianteira e 16.2 para a traseira, que pode ser vista abaixo.

$$G_D(s) = \frac{16,77s + 897,2}{s^2 + 16,77s + 897,2} \tag{16.1}$$

$$G_H(s) = \frac{19,67s + 1234}{s^2 + 19,67s + 1234}$$
(16.2)

Com os modelos paramétricos acima, é possível obter as curvas de respostas das suspensões traseira e dianteira, tanto na frequência como no tempo. A Figura 4.1.3 mostra, na parte superior, a resposta ao degrau unitário e, na parte inferior, a resposta em frequência da suspensão traseira e a Figura 4.1.4 mostra, na parte superior, a resposta ao degrau unitário e, na parte inferior, a resposta ao degrau unitário e, na parte superior, a resposta ao degrau unitário e, na parte superior, a resposta ao degrau unitário e, na parte superior, a resposta ao degrau unitário e, na parte inferior, a resposta em frequência da suspensão dianteira.



Figura 4.1.3: Respostas dinâmicas da suspensão dianteira.



Figura 4.1.4: Respostas dinâmicas da suspensão traseira.

Observa-se que as dinâmicas são muito parecidas em termos de respostas, a traseira possui uma ressonância menor que a dianteira e o tempo de acomodação da dianteira é mais lento que a traseira.

# 4.2 Excitação do Sistema

Para a excitação do sistema foi usado o dispositivo citado no Capítulo três. As Figuras 4.2.1 até 4.2.3 mostra fotos destacando o modo foi foram colocados os sensores, o posicionamento do veículo e a condição espacial no qual foram feito os testes. Estas fotos ilustram como feito o procedimento de validação.



Figura 4.2.1: Foto para mostrar o posicionamento dos acelerômetros para fazer a validação.



Figura 4.2.2: Ilustração do posicionamento do sistema de aquisição de dados.



Figura 4.2.3: Disposição espacial do veículo na sala de testes.

Para que fosse possível efetuar a avaliação do veículo, o posicionamento dos acelerômetros diverge ligeiramente. Em primeiro lugar, é necessário apenas um acelerômetro para fazerem-se as medições de avaliação, o segundo passo é aloca-lo

embaixo do assento do condutor, de modo que o mesmo fique entre o banco e o assoalho, isto pode ser visto na Figura 4.2.4.



Figura 4.2.4: Foto para mostrar o procedimento de medição da avaliação de conforto.

Por fim, o motor do veículo foi ligado e os dados foram obtidos para duas velocidades, sendo elas não conhecidas devido à falta de um elemento que efetuasse a medidas. As Figuras 4.2.5 e 4.2.6 mostram os resultados obtidos no domínio do tempo das acelerações geradas com os acelerômetros posicionados nos pontos de validação para duas velocidades, apenas.







Figura 4.2.6: Perfil obtido com velocidade 'alta' (maior que a velocidade da Figura 4.2.5) (curva em amarelo pertence a roda e em verde corresponde a massa suspensa).

# 4.3 Avaliação em Relação à Norma ISO2631

Através da observação dos dados acima, é possível executar uma avaliação em relação à norma ISO2631. É possível verificar que os sinais apresentam alguma periodicidade, o que permite concluir sobre a sua estacionariedade permitindo, portanto, estimar a sua PSD. Destaca-se também que a aceleração não é apenas da rugosidade do dispositivo, também existe vibrações geradas pelo motor em funcionamento. Assume-se também como sendo um processo ergótico, ou seja, apenas uma sequência é suficiente para ter-se representatividade de todo o espaço amostral (estatísticas locais convergem para as estatísticas globais).

As Figuras 4.3.2, 4.3.3 e 4.3.4 mostram os resultados obtidos, sendo analisados em três aspectos: domínio do tempo, domínio da frequência em g<sup>2</sup>/Hz e domínio da frequência em *RMS* sobrepostos às curvas da norma ISO2631.



Figura 4.3.2: Resultado para a vibração gerada pelo motor.



Figura 4.3.3: Resultado obtido com o veículo a uma velocidade normal de uso, no tempo e na frequência.



Figura 4.3.4: Resultado obtido com o veículo a uma velocidade normal de uso, em relação a norma ISO2631 (desconsiderar a curva em amarelo).

Através da análise dos resultados obtidos, é possível concluir que o carro pode permanecer sendo conduzido entre 2,5 horas e 4 horas, o que o torna um veículo fora das diretrizes para o qual criado. Esta afirmação advém do fato da competição no qual carro participa, possui como prova mais longa um enduro de quatro horas. Destaca-se que apenas a curva na cor verde (Figura 4.3.4) interessa para a determinação do nível de conforto, já que a curva na cor amarela representa a entrada na roda. A Figura 4.3.5 mostra as curvas de aceleração na roda e no banco do piloto, tanto no tempo como na frequência.



Figura 4.3.5: Comparação entre os sinais de aceleração no banco e na roda.

# 4.4 Validação em Relação ao Modelo Teórico

Para a realização da validação da dinâmica vertical do veículo em relação ao projeto segundo o modelo teórico foi considerada mesma condição de ensaio anterior. Como único adendo, foram feitas várias aquisições, de modo a verificar a repetitividade dos modelos estimados. Este tipo de técnica foi citado por [15].

As Figuras 4.4.1 e 4.4.2 mostram os resultados obtidos para o carro na marcha lenta e acelerado. Ambas foram feitas após ter sido observado que os modelos apresentavam certa coerência entre si através de suas respostas não paramétricas (resposta ao degrau unitário e resposta em frequência) e também pela análise do coeficiente R<sup>2</sup>.



Figura 4.4.1: Modelo estimado pelo algoritmo com o carro em baixa velocidade (marcha lenta).



Figura 4.4.2: Modelo estimado pelo algoritmo com o carro velocidade superior (acelerado).

Com os dados acima foi possível verificar que o modelo estimado é inadequado, ou seja, possui resposta temporal mais rápida que o modelo teórico e também se observa que a frequência de ressonância é, por volta, de três vezes superior a do modelo projetado. A isso não se pode associar a inadequações da execução do projeto de suspensão, mas sim ao fato de que o sinal gerado pelo dispositivo ser pobre em frequência. A periodicidade do sinal afeta a qualidade do modelo estimado e, como destaca [15] e [14], a qualidade do modelo depende, em grande parte, ao sinal de excitação.

Com o intuito de tornar a validação do sistema viável, o veículo foi retirado do dispositivo e então colocado no pavimento com irregularidades a fim de que o carro não se deslocasse de modo periódico dentro de intervalo de interesse (dois segundos de aquisição de dados). O pavimento no qual o carro foi colocado pode ser visto na Figura 4.4.3. O resultado gerado por esta nova condição de ensaio pode ser visto na Figura 4.4.4 com velocidade menor em relação à Figura 4.4.5.



Figura 4.4.3: Trajeto feito pelo veículo para a execução da validação do sistema.



Figura 4.4.4: Resultado obtido com o veículo se deslocando em velocidade baixa.



Figura 4.4.5: Resultado obtido com o veículo se deslocando em velocidade superior a imagem 4.4.4.

Os resultados acima apresentam conformidade com o modelo teórico e isto de deve a qualidade do novo sinal de excitação. Percebe-se que, com altas velocidades, a região de amortecimento é alterada, e isto é visível quando se observa que a região de ressonância no gráfico de resposta em frequência é aumentada e deslocada e as oscilações no gráfico de resposta temporal são mais acentuadas e em maior quantidade. Já no gráfico em mais baixa velocidade percebe-se que o modelo real é próximo ao modelo teórico, o que justifica a região escolhida pelo projetista e é confirmada pelo algoritmo de identificação de sistema.

## 4.5 Considerações

Os dados foram colhidos apenas para a traseira do veículo, isto aconteceu porque o dispositivo não ficou completamente pronto conforme a ideia inicial do projeto e, considerando que o veículo em questão possui apenas tração nas rodas traseiras, os resultados obtidos não retratam toda a dinâmica do carro usado.

Em relação à avaliação de conforto sob a ótica da norma ISO2631, fica exposto que o resultado obtido não pode ser considerado como um resultado pleno, ou seja, não se pode usá-lo para concluir-se sobre a qualidade de conforto já que a dianteira do veículo não foi excitada, permanecendo estática. Porém, ainda assim, é possível ter uma noção de conforto que o veículo possui, já que dois dos três principais geradores de ruído estavam presentes (suspensão traseira e motor ligado).

Já em relação à validação do sistema real comparado ao modelo teórico, foi possível concluir também apenas em relação à traseira. Porém, neste caso, existe a possibilidade de se validar a dianteira, já que não é preciso nenhum dispositivo de excitação, é necessário apenas que o veículo trafegue em um pavimento adequado. Outro ponto de destaque em relação à validação, é que na entrada do algoritmo de identificação de sistemas, é preciso filtrar as amostras digitalmente, pois o ruído do motor concentra-se na faixa entre 12 Hz e 20 Hz e o mesmo é aditivo tanto na massa suspensa quanto na massa não suspensa e, considerando que as frequências da suspensão não ultrapassam 10 Hz, é possível aplicar um filtro FIR de ordem 50 e frequência de corte de 10 Hz tanto nas

amostras de entrada como nas amostras de saída. Outros métodos de identificação de sistemas podem ser investigados para se modelar o ruído do motor, como por exemplo, o método da variável instrumental que permite a modelagem de um ruído colorido [15]. Já para a identificação da região de amortecimento, é possível a adaptação no método dos mínimos quadrados a fim de se ponderar a estimativa com um fator de esquecimento  $\lambda$  [14], no qual as amostras menos atuais são desconsideradas e assim verifica-se a região no qual o amortecedor está operando.

Por fim, observa-se que a suspensão usada possui angulações em relação ao plano horizontal, algo que não é modelado pelo *quarter car* e atua na identificação do sistema para se fazer a validação. Para que o sistema fosse identificado mais adequadamente, seria necessário tomar as acelerações nos três eixos (x, y e z) e então calcular o módulo da aceleração resultante tanto na massa suspensa como na massa não suspensa. Porém, considerou-se que a aceleração de predominante é a contido no eixo z, já que, para as condições de ensaio utilizadas, não haveria grandes taxas de deslocamentos angulares na suspensão em relação a horizontal, de forma a sempre mantar constante as acelerações contidas nos eixos x e y.

# 5. Conclusão

Através da comparação entre a proposta inicial descrita na introdução com os resultados obtidos, conclui-se que o sistema cumpriu com os objetivos. Com o decorrer do projeto foram necessárias algumas adaptações tanto em *software* quanto em *hardware*, dado que a descoberta de alguns pontos que inicialmente não foram considerados, a saber: o ruído do motor quando ligado e o espectro curto gerado pelo dispositivo de excitação.

Para que seja possível uma análise de custo, comparou-se o sistema construído com dispositivos similares encontrados no mercado, produzidos pela *National Instruments* e *dSPACE*. Salienta-se que estes produtos possuem características superiores ao sistema aqui desenvolvido, porém possuem o mesmo campo de aplicação. A Tabela 5.1 mostra uma relação de custo destes produtos, sem contar com o custo do acelerômetro, em relação ao custo do protótipo desenvolvido neste trabalho.

Fabricante	Equipamento	Característica	Custo (\$)
National Instruments	NI PXIe-4492 + 2 cabos BNC + LabView Professional + Advanced Signal Processing	Aquisição e Processamento	22495,00
dSPACE Advanced Control Education kit DS1006		Aquisição e Processamento	43012,44

O custo do sistema desenvolvido, contanto com o custo dos softwares usados, pode ser visto no apêndice A7. Percebe-se que o protótipo construído tem um custo 16 vezes menor que o produto mais em conta da Tabela 5.1, que é fabricado pela National Instruments®. Obviamente esta é uma analise simplista, porém é possível obter uma noção dos custos envolvidos.

Este trabalho permite o desenvolvimento tanto de assuntos relacionados a suspensões automotivas bem como outros tipos, conforme é enumerado logo abaixo:

- 1. Desenvolvimento de um controle adaptativo para suspensões semiativas através do uso de amortecedores magneto-reológicos.
- 2. Construção de um dispositivo que permita interagir com o condutor, de modo a avisá-lo sobre o tempo que ele pode permanecer exposto a determinada vibração dado a velocidade de deslocamento. Útil principalmente em veículos fora de estrada e caminhões.
- Aplicação em outros campos, como avaliação de vibrações em máquinas, por exemplo.
- 4. Expansão para coletar dados dos quatro conjuntos de suspensão e permitir que se valide o sistema de uma só vez.
- 5. Mudança no modelo usado (*half car* ou *full car*), de modo a considerar outras dinâmicas, como a longitudinal e lateral, permitindo uma maior abrangência e confiabilidade dos resultados obtidos.

Por fim, seria interessante verificar a validação e a avaliação de veículos de passeio comerciais, tanto por possuírem geometria mais próxima da considerada pelo modelo *quarter car*, bem como para prover uma avaliação em relação à norma ISO2631 com o intuito de ter-se uma noção geral de qual a ordem de grandeza de conforto os carros comerciais possuem.

### **6.** Apêndices

### A1- ADXL 335

### Especificações

#### ADXL335

#### **SPECIFICATIONS**

 $T_{A} = 25^{\circ}C_{v} V_{S} = 3 V_{v} C_{x} = C_{v} = C_{z} = 0.1 \ \mu\text{E}, acceleration = 0 \ g, unless otherwise noted. All minimum and maximum specifications are guaranteed. Typical specifications are not guaranteed.$ 

l'able 1.	
-----------	--

Parameter	Conditions	Min	Тур	Max	Unit
SENSOR INPUT Each axis					
Measurement Range		±3	±3.6		9
Nonlinearity % of full scale			±0.3		%
Package Alignment Error	e Alignment Error		±1		Degrees
Interaxis Alignment Error			±0.1		Degrees
Cross-Axis Sensitivity <sup>1</sup>			±1		%
SENSITIVITY (RATIOMETRIC) <sup>2</sup>	Each axis				
Sensitivity at Xour, Your, Zour	$V_s = 3 V$	270	300	330	mV/g
Sensitivity Change Due to Temperature <sup>3</sup>	$V_5 = 3 V$		±0.01		%/°C
ZERO g BIAS LEVEL (RATIOMETRIC)					
0 g Voltage at Xour, Your	$V_5 = 3 V$	1.35	1.5	1.65	V
0 g Voltage at Zour	$V_5 = 3 V$	1.2	1.5	1.8	V
0 g Offset vs. Temperature			±1		mg/°C
NOISE PERFORMANCE					
Noise Density Xour, Your			150		µg/√Hz rms
Noise Density Zour			300		µg/√Hz rms
FREQUENCY RESPONSE <sup>4</sup>					
Bandwidth Xout, Yout <sup>5</sup>	No external filter		1600		Hz
Bandwidth Zour <sup>5</sup>	No external filter		550		Hz
R <sub>FILT</sub> Tolerance			$32 \pm 15\%$		kΩ
Sensor Resonant Frequency			5.5		kHz
SELF-TEST <sup>6</sup>					
Logic Input Low			+0.6		V
Logic Input High			+2.4		V
ST Actuation Current			+60		μΑ
Output Change at Xout	Self-Test 0 to Self-Test 1	-150	-325	-600	mV
Output Change at Your	Self-Test 0 to Self-Test 1	+150	+325	+600	mV
Output Change at Zout Self-Test 0 to Self-Test 1		+150	+550	+1000	mV
OUTPUT AMPLIFIER					
Output Swing Low No load			0.1		v
Output Swing High No load			2.8		V
POWER SUPPLY					
Operating Voltage Range		1.8		3.6	V
Supply Current	V <sub>5</sub> = 3 V		350		μА
Turn-On Time <sup>7</sup>	No external filter		1		ms
TEMPERATURE					
Operating Temperature Range		-40		+85	°C

<sup>1</sup> Defined as coupling between any two axes.
<sup>2</sup> Sensitivity is essentially ratiometric to V<sub>s</sub>.
<sup>3</sup> Defined as the output change from ambient-to-maximum temperature or ambient-to-minimum temperature.
<sup>4</sup> Actual frequency response controlled by user-supplied external filter capacitors (C<sub>s</sub>, C<sub>s</sub>, C<sub>s</sub>).
<sup>4</sup> Bandwidth with external capacitors = 1/(2 × n × 32 kΩ × C). For C<sub>s</sub>, C = 0.003 µF, bandwidth = 1.6 kHz. For C<sub>z</sub> = 0.01 µF, bandwidth = 500 Hz. For C<sub>s</sub>, C<sub>s</sub>, C<sub>z</sub> = 10 µF, bandwidth = 0.5 Hz.
<sup>5</sup> Self-test response changes cubically with V<sub>s</sub>.
<sup>7</sup> Turn-on time is dependent on C<sub>s</sub>, C<sub>s</sub>, c<sub>a</sub> and is approximately 160 × C<sub>x</sub> or C or C c + 1 ms, where C<sub>s</sub>, C<sub>s</sub>, C<sub>z</sub> are in microfarads (µF).

Rev. B | Page 3 of 16

### Calibração

#### ADXL335

#### USE WITH OPERATING VOLTAGES OTHER THAN 3 V

The ADXL335 is tested and specified at  $V_{\rm S}$  = 3 V; however, it can be powered with  $V_{\rm S}$  as low as 1.8 V or as high as 3.6 V. Note that some performance parameters change as the supply voltage is varied.

The ADXL335 output is ratiometric, therefore, the output sensitivity (or scale factor) varies proportionally to the supply voltage. At  $V_s = 3.6$  V, the output sensitivity is typically 360 mV/g. At  $V_s = 2$  V, the output sensitivity is typically 195 mV/g.

The zero g bias output is also ratiometric, thus the zero g output is nominally equal to  $V_S/2$  at all supply voltages.

The output noise is not ratiometric but is absolute in volts; therefore, the noise density decreases as the supply voltage increases makes the solution of the noise voltage remains constant. At Vs = 3.6 V, the X-axis and Y-axis noise density is typically 120  $\mu g/\sqrt{Hz}$ , whereas at Vs = 2 V, the X-axis and Y-axis noise density is typically 270  $\mu g/\sqrt{Hz}$ .

Self-test response in g is roughly proportional to the square of the supply voltage. However, when ratiometricity of sensitivity is factored in with supply voltage, the self-test response in volts is roughly proportional to the cube of the supply voltage. For example, at Vs = 3.6 V, the self-test response for the ADXL335 is approximately –560 mV for the X-axis, +560 mV for the Y-axis, and +950 mV for the Z-axis.

At Vs = 2 V, the self-test response is approximately –96 mV for the X-axis, +96 mV for the Y-axis, and –163 mV for the Z-axis. The supply current decreases as the supply voltage decreases.

Typical current consumption at  $V_s = 3.6$  V is 375  $\mu$ A, and typical current consumption at  $V_s = 2$  V is 200  $\mu$ A.

#### AXES OF ACCELERATION SENSITIVITY



Figure 23. Axes of Acceleration Sensitivity; Corresponding Output Voltage Increases When Accelerated Along the Sensitive Axis.



Rev. B | Page 12 of 16

### A2 – NORMA ISO2361

#### NORMA INTERNACIONAL - ISO 2631 - 1978 (E)

#### GUIA PARA A AVALIAÇÃO DA EXPOSIÇÃO HUMANA ÀS VIBRAÇÕES DE CORPO INTEIRO

#### INTRODUÇÃO

Veículos aéreos, terrestres e aquáticos, bem como maquinarias (da indústria ou agricultura) expõem o homem à vibração mecânica, interferindo no seu conforto, na eficiência do seu trabalho e, em algumas situações, na saúde e segurança.

Foram desenvolvidos no passado vários métodos para classificar a gravidade da exposição e definir os limites de exposição para aplicações específicas. Nenhum desses métodos, no entanto, pode ser considerado aplicável a todas as situações e, consequentemente, nenhum foi aceito universalmente.

Esta Norma Internacional foi preparada tendo em vista os complexos fatores que determinam a resposta humana à vibração e a escassez de dados consistentes sobre a percepção e reações dos indivíduos à vibração. Tem como obietivos facilitar a avaliação e comparação de dados nesta área e proporcionar um guia provisório sobre os níveis aceitáveis de exposição à vibração de corpo inteiro. Os limites propostos nesta Norma Internacional devem se constituir num meio-termo entre os dados disponíveis e os que deveriam satisfazer as necessidades de aplicações gerais. Estes limites são definidos explicitamente em termos numéricos para evitar ambigüidade e possibilitar, na prática, a sua medição precisa. Entretanto, ao usar estes critérios-limites, é importante ter em mente as restrições colocadas à sua aplicação.

Devido a ampla variedade de possíveis condições e efeitos da exposição humana às vibrações e, devido à escassez de dados seguros, é difícil – atualmente – garantir um guia mais detalhado. Entretanto, espera-se que esta Norma Internacional não apenas prove sua utilidade na avaliação de ambiente vibratórios existentes ou preditos, mas também estimule a avaliação crítica e continuada de novas descobertas sobre os efeitos da vibração sobre o homem.

Há, basicamente, três tipos de exposição humana à vibração:

 Vibrações transmitidas simultaneamente à superficie total do corpo e/ou a partes substanciais dele. Isto acontece quando o corpo está imerso em um meio vibratório. Há circunstâncias em que isto é de interesse prático, por exemplo, quando ruídos de alta intensidade no ar ou na água excitam vibrações no corpo.

2

- b) Vibrações transmitidas ao corpo como um todo através de superficies de sustentação, como os pés de um homem em pé, ou as nádegas de um homem sentado, ou a área de sustentação de um homem recostado. Este tipo de vibração é comum em veículos, em construções em movimento vibratório e nas proximidades de maquinário de trabalho.
  - c) Vibrações aplicadas a partes específicas do corpo, como cabeça e membros. Exemplos destas vibrações ocorrem por meio de cabos, pedais ou suportes de cabeça, ou por grande variedade de ferramentas e instrumentos manuais.

É também possível reconhecer condições em que o incômodo da vibração indireta seja causado pela vibração de objetos externos (como um painel de instrumentos).

Esta Norma Internacional aplica-se principalmente à circunstância b, particularmente onde a vibração é aplicada através da principal superfície de sustentação do homem sentado ou em pé. No caso de vibrações aplicadas diretamente a indivíduo recostado ou em repouso, há dados insuficientes para fazer-se recomendação segura; isto é particularmente verdadeiro em relação à vibração transmitida diretamente à cabeça, onde a tolerância em geral é reduzida. A tolerância pode também ser reduzida quando coexistem as condições b e c. Eventualmente, entretanto, os limites para um homem sentado ou em pé podem também ser usados para o indivíduo recostado ou em repouso. Deve-se ponderar que surgirão circunstância em que a aplicação rigorosa desses limites será inapropriada.

#### 1. OBJETIVO E CAMPO DE APLICAÇÃO (1)

Esta Norma Internacional define e dá valores numéricos a limites de exposição a vibrações transmitidas ao corpo humano, por superfícies sólidas, na amplitude de freqüência de 1 a 80 Hz. Pode ser aplicada, dentro da amplitude de freqüência especificada para vibrações periódicas e não periódicas ou esporádicas com um espectro difuso de freqüência. Eventualmente, pode também ser aplicada á excitação de impacto, desde que a energia em questão esteja contida na banda entre 1 e 80 Hz.

Estes limites (definidos em detalhes no parágrafo 4) são fornecidas para uso de acordo com os três critérios geralmente reconhecíveis de preservação do conforto, eficiência de trabalho e segurança ou saúde. Os limites estabelecidos segundo tais critérios são denominados, respectivamente, nesta Norma Internacional como: "nível de conforto reduzido", "nível de eficiência reduzida (fadiga)", "limite de exposição".

Por exemplo, onde a preocupação primordial é manter a eficiência de trabalho de um motorista de veículo ou operador de máquina trabalhando em vibração, o "nível de eficiência reduzida (fadiga)" deve ser usado como ponto de referência para especificar a vibração ou efetuar medidas de controle vibratório, enquanto que, num projeto de banco para passageiros, deveria ser levado em consideração o "nível de conforto reduzido".

De acordo com os critérios mencionados, estes limites estão especificados em termos de freqüência vibratória, grandeza de aceleração, tempo de exposição e a direção da vibração em relação ao tronco. Esta direção é definida de acordo com os conhecidos eixos anatômicos do corpo humano.

Esta Norma Internacional é aplicável apenas a situações onde os indivíduos gozam de condições normais de saúde, isto é, considerados capazes de executarem os afazeres normais da vida, incluindo viagens, e suportarem a tensão de um típico dia de trabalho.

Nenhuma parte dessa Norma Internacional deverá ser extrapolada para freqüências fora da banda 1 a 80 Hz (ver as Notas abaixo).

#### NOTAS

 Os limites especificados nos anexos basearam-se em dados disponíveis, provenientes tanto da experiência prática como de experimentos de laboratórios, no campo da resposta humana à vibração mecânica. Até hoje, observações úteis foram feitas principalmente na amplitude de freqüência entre aproximadamente 1 e 100 Hz. A amplitude de freqüência, suas subdivisões e as freqüências de ângulo definidas nesta Norma Internacional têm sido selecionadas de acordo com a ISO 266 e com normas nacionais em vários países.

2) Vibrações em bandas de freqüência inferiores a 1 Hz, constituem um problema especial, sendo indisposições associadas a causadas por movimentos lentos (vômito, tontura), que têm caráter distinto dos efeitos de vibrações de freqüência mais altas. O aparecimento de tais sintomas depende de fatores individuais complexos, diretamente relacionados à intensidade, freqüência ou duração do movimento provocador. Vibrações mecânicas aplicadas aos pés ou nádegas, acima da amplitude de freqüência considerada nesta Norma Internacional, produzem progressivamente sensações e efeitos altamente dependentes de fatores locais, como a direção precisa, local e área de aplicação no corpo e, da presença de materiais úmidos (por exemplo, vestuário ou calçado), que podem controlar a resposta vibratória da pele e das camadas superficiais do corpo. Por essas razões, portanto, não é possível, com base nos dados presentes, formular recomendações geralmente válidas para freqüências fora da banda 1 a 80 Hz.

#### 2. REFERÉNCIAS

Norma ISO – 266 - Acústica - Freqüências preferenciais para medições.

**Norma IEC – 184** - Métodos para especificar as características de transdutores eletromecânicos para medições de choque e vibração.

**IEC 222** - Método para especificar as características de equipamento auxiliar para medição de choque e vibração.

IEC 225 - Filtros de banda de oitava, meia oitava um terço de oitava, destinados a análise de som e vibrações.

#### CARACTERIZAÇÃO DA EXPOSIÇÃO VIBRA-TÓRIA

#### 3.1 - Direção da vibração

3.1.1 Vibrações retilíneas transmitidas ao homem deveriam ser medidas nas direções apropriadas de um sistema coordenado ortogonal tendo sua origem na localização do coração (ver Figura 1).

#### NOTA

A terminologia comumente usada em biodinâmica, relaciona o sistema coordenado ao esqueleto humano em posição anatômica normal. Acelerações (movimento) no eixo do pé (ou nádega) cabeça (ou longitudinal) são

3

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Podem ser publicados complementos a esta Norma Internacional, fornecendo roteiros modificados para aplicações específicas.

designadas  $\pm a_{z^{\dagger}}$  aceleração no eixo frente e atrás eixo lateral (lado (anteroposterior ou peito/costas),  $\pm a_{z^{\dagger}}$  e no - Estes eixos estão

eixo lateral (lado direito para o esquerdo),  $\pm a_y^{}.$  Estes eixos estão mostrados na Figura 1.



Figura 1- Direções do sistema de coordenadas para vibrações mecânicas em seres humanos.

3.1.2 Vibrações angulares (ou de rotação) em torno de um centro de rotação são frequentemente parte importante de um ambiente vibratório. Por exemplo, em tratores indo sobre terreno acidentado ou em aviões voando através de turbulência, os movimentos inclinados ou oscilantes dos assentos podem causar mais perturbações que a vibração retilínea ascendente e descendente. Entretanto, ainda há pouca informação disponível sobre os efeitos de vibração angular (ou de rotação). Na prática, supõe-se na maioria das vezes que o centro de rotação vibratória situa-se suficientemente distante do ponto de aplicação de vibração no corpo, para o movimento resultante ser representado exclusivamente por vibrações de translação. Entretanto, sempre que for praticável, vibração de rotação em balanceio, cabeceio e (como relacionadas aos quinada eixos anatómicos), deveriam ser medidas e relacionadas, para aumentar nosso conhecimento sobre a resposta humana a tal excitação.

**3.1.3** Nesta Norma Internacional, limites separados estão especificados conforme a vibração esteja na direção (anatomicamente) longitudinal ( $\pm a_z$ ) ou plano transverso ( $\pm a_x$  ou  $\pm a_y$ ).

#### 3.2 Local de medição

Devido ao fato de que os limites dados nesta Norma Internacional aplicam-se à vibração no ponto de entrada do próprio corpo humano (isto é, na superfície do corpo, mas não, por exemplo, à subestrutura de um assento elástico, a qual pode transportar a vibração em direção ao homem), as medições de vibração deverão ser feitas tão perto quanto possível do ponto ou área da qual a vibração é transmitida ao corpo. Por exemplo, se o homem estiver em pé no chão ou sentado em uma plataforma sem qualquer material elástico entre o corpo e a estrutura de sustentação, o transdutor de medida ou "pick-up" deverá ser fixado àquela estrutura. Quando existir qualquer elemento elástico, como almofada de assento, é lícito interpor alguma forma de suporte transdutor rígido (por exemplo: fina chapa metálica convenientemente modelada) entre o sujeito e a almofada; deve-se, porém, tomar cuidado para certificar-se de que tal dispositivo não afetará a transferência de vibração ao homem através da almofada ou introduzirá movimentos rotatórios que, do contrário, estariam ausentes. Desta forma, se não for possível medir a vibração no homem, no ponto de absorção, então as características de transmissão da almofada do assento ou outro elemento elástico devem ser determinadas e levadas em consideração ao calcular-se a vibração real transmitida ao corpo. Em tais casos as características do sistema de amortecimento

#### devem ser relatadas.

#### NOTA

Para fins de pesquisa, requerendo a definição precisa da absorção vibratória a seres humanos, tomou-se costume em estudos de laboratório sobre respostas fisiológicas e biodinámicas, substituir almofadas de assento por pacotes rígidos ou plataformas, porque variação das condições de medida por diferentes sistemas arbitrários de assento pode afetar significativamente os resultados experimentais. Alguma variação dos resultados publicados em pesquisas neste campo, provêm de diferenças entre as condições axperimentais adotadas nos diversos laboratórios.

#### 3.3 Intensidade de Vibração

A quantidade primária usada para descrever a intensidade de um ambiente vibratório, independente do tipo de transdutor ou "pick-up" usado nas medições reais, deverá ser a aceleração. A aceleração deveria normalmente ser expressa em metros por segundo ao quadrado (m/s<sup>2</sup>)

#### NOTA

Em trabalho fisiológico costuma-se frequentemente expressar aceleração em unidades não dimensionais g, onde 1 g é o valor da aceleração normal devido à gravidade atuando na superficie da Terra. Esta prática é lícita dentro do contexto de trabalho experimental à disposição, desde que, quando for feita referência aos limites dados nesta Norma Internacional, o valor normal internacional de  $g_n$  seja usado para conversão a valores de aceleração expressos em metros por segundo quadrado.

A grandeza de uma vibração, isto é, a aceleração (ou, se mencionados, a velocidade ou deslocamento), deveria ser expressa como um valor médio quadrático - RMS (valor eficaz = raiz quadrada da média dos quadrados). Quando os valores máximos são medidos, estes devem ser convertidos adequadamente a valores eficazes, antes da referência aos limites dados nesta Norma Internacional. Para a descrição adequada de vibração, a qual é marcadamente não senoidal, irregular ou de banda larga, o fator de pico (razão de pico máximo para o valor eficaz) da função tempo deve ser determinado ou calculado: os limites dados nesta Norma Internacional deveriam ser considerados muito experimentais no caso de vibrações, tendo altos valores de pico (isto é, superiores a 3; veja abaixo).

#### NOTA

Medições de vibrações rotatórias, sempre que feitas, deveriam ser apresentadas em unidades de valor eficaz da aceleração angular (rad/s).

5

#### 3.4- Equipamento de Medição

O equipamento de medida de vibração, geralmente consiste nas seguintes partes: um transdutor ou "pick-up", um dispositivo amplificador (elétrico, mecânico ou óptico) e um indicador de nível ou registrador. Onde for praticável (como em instrumentação eletrônica) e apropriado, podem ser incluídas circuitos para limitar a amplitude de freqüência do equipamento e aplicar a avaliação de freqüência recomendada ao sinal de absorção. Para muitas aplicações, quando não for essencial contar exclusivamente com determinações imediatas, o uso de um sistema conveniente de gravação em fita, para obter-se registros representativos para análise subsequente será o método a ser escolhido. Um dispositivo retificador quadrático pode também ser incluído por conveniência, de forma que os valores eficazes possam ser registrados diretamente.

Todo equipamento de medida de vibração deve ser convenientemente calibrado: normas ou recomendações existentes devem controlar a calibração. A base de operação e as características de qualquer equipamento de medida usado, devem ser apresentadas juntamente com os resultados obtidos com ele. É importante mencionar características tais como: sensibilidade à freqüência, propriedades dinâmicas (por exemplo, a constante de tempo), amplitude dinâmica e resolução do equipamento; e, quando apropriado, a precisão do retificador de valor eficaz, a avaliação de freqüência, gravação com fita, análise de freqüência ou outras operações, conforme possam ser efetuadas após o sinal.

#### NOTAS:

- É recomendado que a Publicação IEC 184 seja usada para especificar os transdutores de vibração e a Publicação IEC 222, para especificar o equipamento auxiliar, incluindo amplificadores, equipamento seletor de freqüência e sistema condutor.
- 2) Com referência ao julgamento subjetivo da intensidade vibratória, parece que o tempo de integração para a percepção de vibração humana diminui de 2 a 0,8s, sobre a banda de freqüência de 2 a 90 Hz.

#### 3.5 Análise de vibração de banda larga ou aleatória.

Na medição de vibração aleatória ou distribuída, da qual a análise de banda estreita não excedendo um terço de oitava, é o método apropriado de descrição, os filtros de banda de um terço de oitava usados em qualquer rede analítica ou de gravação estarão de acordo com a Publicação IEC 225. A amplitude de freqüência dada na Publicação IEC 225 deve,

consequentemente, ser extrapolada para freqüências mais baixas correspondentes.

Para algumas aplicações será apropriado equipar a aparelhagem eletrônica de medida de vibração com uma rede de avaliação de freqüência, definida como correspondente aos limites para vibração vertical (a<sub>2</sub>) e horizontal (a<sub>x</sub> e a<sub>y</sub>) dados, respectivamente, no parágrafo 4, tabelas 1 e 2 e figuras 2a e 3a (ver a Nota 2 de 4.2.4). Uma rede assim definida não se desviará de  $\pm$  1 dB dos valores recomendados, para mais de duas freqüências fixas; 6.3 Hz e 31,5 Hz para medições a<sub>z</sub> e 1,25 Hz para medições a<sub>z</sub> e a<sub>y</sub>.

#### 3.6 - Tempo de exposição

Esta Norma Internacional inclui um procedimento de computação (veja o parágrafo 4.4) para avaliar exposição diária efetiva à Isto é feito levando-se em vibração. consideração, o quanto for possível, as variações intensidade de vibração e qualquer na intermitência ou interrupção de exposição à vibração, que possa ocorrer durante o período. Sempre que forem feitas medições de exposição humana à vibração, que varie em intensidade ou que for descontínua, o registro do tempo desta exposição deverá ser anotado em detalhe.

#### 4. GUIA DE AVALIAÇÃO DE VIBRAÇÃO

#### 4.1 - Consideração gerais

Há quatro fatores físicos de importância primordial para determinar a resposta humana à vibração, a saber:

- ← intensidade,
- ← freqüência,
- ← direção e
- ← duração (tempo de exposição) da vibração.

Na avaliação prática de qualquer vibração, cuja descrição física pode ser dada em termos destes fatores, três critérios humanos principais podem ser distinguidos. São eles:

- a) A preservação da eficiência de trabalho ("Nível de eficiência reduzido (fadiga)");
- b) A preservação da saúde ou segurança ("Limite de exposição");
- C) A preservação do conforto ("nível de conforto reduzido").

Os limites de exposição recomendados, estabelecidos de acordo com estes três critérios, são definidos nos parágrafos 4.1.1. a 4.1.3. Cada um desses limites é definido graficamente para a direção longitudinal (a<sub>z</sub>) - (figuras 2a e 2b) e

6



# A3 – Algoritmo de FFT

- 1. Gerar os *M twiddle factors* na forma de senos e cossenos;
- 2. Armazenar N amostras do sinal de interesse;
- 3. Chamar a função de Bit Reversal para otimizar o calculo da FFT;
- 4. Chamar a função de FFT;
  - 1.1. Define-se o número de butterflies;
  - 1.2. Define-se o tamanho da sub DFT;
  - 1.3.Executa as *buffertlies*;
- 5. Fim do algoritmo.

### A4 – Algoritmo do filtro FIR

- Calcular os coeficientes do filtro de acordo com o seu tipo, ordem (N), frequência de corte superior, inferior, tipo de janela e frequência de amostragem. Os coeficientes do filtro são dados pela expressão contida na Tabela 2.2.5.
- 2. Chamar função de filtro a cada nova amostra, onde o returno é o dado filtrado. A função de filtragem é feita através de multiplicação de um vetor de comprimento da ordem do filtro por outro vetor que são os coeficientes do filtro. Portanto, a cada novo dado o vetor 'amostras' é atualizado.

$$y(n) = x(0)h(0) + x(1)h(1) + \dots + x(n)h(n); 0 < n < N$$

3. Aguarda nova amostra.

### A5 – Algoritmo de Identificação de Sistemas

- 1. Medir a saída e a entrada do sistema;
- 2. Atualizar o vetor medidas, conforme segue abaixo:

$$\varphi^{T}(n+1) = [-y(n) - y(n-1) \dots u(n-d)u(n-d-1) \dots];$$

3. Calcular o erro de previsão, conforme segue:

$$\varepsilon(n+1) = y(n+1) - \varphi^T(n+1)\widehat{\theta}(n);$$

4. Calcular o ganho do estimador, conforme segue:

$$K(n+1) = \frac{P(n)\varphi(n+1)}{1 + \varphi^T(n+1)P(n)\varphi(n+1)};$$

5. Calcular a matriz de covariância, conforme segue abaixo:

$$P(n+1) = P(n) - \frac{P(n)\varphi(n+1)\varphi^{T}(n+1)P(n)}{1+\varphi^{T}(n+1)P(n)\varphi(n+1)};$$

6. Fim do algoritmo. Aguarda chegada de nova amostra, voltando em 1.

# A6- Esquemático e Placa de Circuito Impresso



# Esquemático

Placa



## A7 – Custo do Sistema Total

### Custo do Hardware

Part	Valor	Device	Encapsulamento	Descrição	Custo Newark (\$)
BUUETOOTU	0		100000474	Rádio	ćr. 70
BLUEIUUIH	0	HC-06	TOXOPINITA	Bluetooth	\$5.76
C1	10 pF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C2	10 pF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C3	24pF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C4	24 pF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C5	0.1 uF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C6	0.01 uF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C7	0.1 uF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C8	0.01uF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C9	1 uF			CAPACITOR	\$0.01
C10	0.01 uF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C11	0.1 uF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C12	0.1 uF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
C13	1 uF			CAPACITOR	\$0.01
C14	2.2 uF			CAPACITOR	\$0.01
C15	0.1 uF	C2.5/6	C2.5-6	CAPACITOR	\$0.06
DDMS	0	MTA05-100	10X05MTA	AMP connector	\$0.87
DDMU	0	MTA05-100	10X05MTA	AMP connector	\$0.87
DTMS	0	MTA05-100	10X05MTA	AMP connector	\$0.87
DTMU	0	MTA05-100	10X05MTA	AMP connector	\$0.87
EDMS	0	MTA05-100	10X05MTA	AMP connector	\$0.87
EDMU	0	MTA05-100	10X05MTA	AMP connector	\$0.87
ETMS	0	MTA05-100	10X05MTA	AMP connector	\$0.87
ETMU	0	MTA05-100	10X05MTA	AMP connector	\$0.87
IC1	REG1117 - 3.3V	REG1117	SOT223	800mA and 1A Low Dropout	\$1.07
IC2	REG1117 - 5V	REG1117	SOT223	800mA and 1A Low Dropout (LDO) Positive Regulator	\$1.07
J10	0	MTA06-100	10X06MTA	AMP connector	\$0.87
LED1	0	LED5MM	LED5MM	LED	\$0.12
LED2	0	LED5MM	LED5MM	LED	\$0.12
LED3	0	LED5MM	LED5MM	LED	\$0.12
LED4	0	LED5MM	LED5MM	LED	\$0.12
POWER	0	MTA02-156	1X2MTA	AMP connector	\$0.87
Q1	BC548	BC548	TO92-EBC	NPN Transistor	\$0.35

Q2	BC548	BC548	TO92-EBC	NPN Transistor	\$0.35
Q3	BC548	BC548	TO92-EBC	NPN Transistor	\$0.35
Q4	16 MHz	XTAL/S	QS	CRYSTAL	\$0.31
Q5	32 KHz	CRYSTALTC26	TC26H	CRYSTAL	\$0.31
				RESISTOR,	
R1	1000k	R-EU_0204/7	0204/7	European	\$0.02
				symbol	
				RESISTOR,	
R2	1000k	R-EU_0204/7	0204/7	European	\$0.02
				symbol	
				RESISTOR,	
R3	1000k	R-EU_0204/7	0204/7	European	\$0.02
				symbol	
				RESISTOR,	
R4	330	R-EU_0204/7	0204/7	European	\$0.02
				symbol	
				RESISTOR,	
R5	330	R-EU_0204/7	0204/7	European	\$0.02
				symbol	
				RESISTOR,	
R6	330	R-EU_0204/7	0204/7	European	\$0.02
				symbol	
				RESISTOR,	
R7	560	R-EU_0204/7	0204/7	European	\$0.02
				symbol	
				RESISTOR,	
R9	10 K	R-EU_0204/7	0204/7	European	\$0.02
		inter con a dise		symbol	
				RESISTOR,	
R10	1 M	R-EU_0204/7	0204/7	European	\$0.02
1				symbol	
RESET	0	MTA02-156	1221/174	AMP connector	\$0.87
INESET	0	WITA02-150	INZIVITA	Aivir connector	J0.87
SERIAL-UARTO	0	MTA05-100	10X05MTA	AMP connector	\$0.87
	-				
				TM4C123GH6P	
	TM4C123GH	TM4C123GH		M Cortex-M4F	
01	6PM	6PM	LQFP64	from the	\$11.94
				LM4F120	
				Series.	
Clip Bateria				Cabo para	\$0.22
				Alimentação	- •
Cabo 5 vias				Cabo para	
mais malha 10				ligação dos	\$27.50
metros				sensores com a	,
				placa	
2 caixas patola		PB-046		Caixa para os	\$4.10
_ canno parola		9.0	- Hans to	acelerômetros	+
1 caixas patola	 PB-112	 Caixa para o Sistema de Aquisição de Dados	\$15.80		
-----------------	---	---	----------		
4 conectores	 Circular LS 3007 7 Vias Macho	 Conector para ligação acelerôemetro /sistema	\$16.80		
4 conectores	 Circular LS 3007 7 Vias Fêmea	 Conector para ligação acelerôemetro /sistema	\$16.80		
Custo Total			\$114.58		

## Custo de Licença dos Softwares

Fabricante	Software	Custo	Fonte
Microsoft	Microsoft Visual Studio Pro 2010	\$733,97	Amazon.com
National Instruments	Measurement Studio Standard Edition	\$544,00	NI.com
Custo Total		\$1277,97	

## Bibliografia

- [1] T. D. Gillespie, Fundamentals Of Vehicles Dynamics, Warrendale: Society Of Automotive Engineers, Inc., 1994.
- [2] O. T. Perseguim, "Dinâmica Veicular Relativa ao Ride de Veículos e Métricas para sua Avaliação," USP, São Carlos, 2005.
- [3] F. Ganzarolli, "Influência das Frequências de Ride no Conforto e Dirigibilidade Veiculares na Faixa Linear de Uso do Veículo," USP, São Carlos, 2012.
- [4] C. Crivellaro, "Controle Robusto de Suspensão Semi-Ativa para Caminhonetes Utilizando Amortecedores Magneto-Reológicos, v1," USP, São Paulo, 2008.
- [5] W. F. M. a. D. L. Milliken, Race Car Vehicle Dynamics, Warrendale: Society Of Automotive Engineers, 1995.
- [6] L. M. d. P. F. Jr., "Estudo da Dinâmica Vertical de uma Suspensão Veicular do Tipo MacPherson," USP, São Carlos, 2006.
- [7] M. B. Joaquim, "Processamento Digital de Sinais," USP, São Carlos, 2010.
- [8] J. G. Proakis, C. M. Rader, F. Ling, C. L. Nikias, M. Moonen e I. K. Proudler, Algorithms for Statistical Signal Processing, New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [9] R. W. S. w. J. R. B. Alan V. Oppenheim, Discrete-time Signal Processing, New Jersey: Prentice Hall, 1998.
- [10] M. H. C. Dias, "Estimação Espectral," em Estimação das Respostas do Canal Real de Propagação Rádio-Movél nos Domínios Espacial e Temporal, Rio de Janeiro, PUC-Rio, 2003, p. 283.
- [11] S. Haykin, Sinais e Sistemas, 3<sup>a</sup> ed., Bookman, 2001.
- [12] S. M. Kuo e W.-S. Gan, Digital Signal Processor Architectures, Implementations and Applications, New Jerseu: Pearson, 2005.
- [13] National Semiconductor, "AN-255 Powe Spectrum Estimation," National Semiconductor, Arlington, 1980.
- [14] A. A. R. Coelho e L. d. S. Coelho, Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares, Florianópolis: Editora da UFSC, 2004.
- [15] L. A. Aguirre, Introdução à Identificação de Sistemas Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais, Belo Horizonte: Editora UFMG, 2004.
- [16] C. O. Nwagboso, "Aumotive Sensory Systems," Chaman Hall, London, 1993.
- [17] Analog Devices, "Data sheet ADXL335," Analog Devices, Norwood, 2009.
- [18] Texas Instruments, *Tiva TM4C123GH6PM Microcontroleer*, Austin: Texas Instruments, 2013.
- [19] J. W. Valvano, Embedded System: Real-Time Interfacing to ARM Cortex-M Microcontrollers, V1, USA: Jonathan W. Valvano, 2012.
- [20] J. W. Valvano, Embedded Systems: Real-Time Interfacing to ARM Cortex-M Microcontrolers, V2., USA: Jonathan W. Valvano, 2012.

- [21] J. W. Valvano, Embedded Systems: Real-Time Interfacing to ARM Cortex-M Microcontrollers, V3, USA: Jonathan W. Valvano, 2012.
- [22] B. H. L. Sen M. Kuo, Real Time Digital Signal Processing, Implementations, Applications, and Experiments with the TMS320C55X, West Sussex: John Wiley & Sons, LTD, 2001.
- [23] L. C. d. Oliveira, "FFT Realização Eficiênte da DFT," Instituto Superior Técnico, Coimbra.
- [24] LDS-Group, "AN014 Understanding FFT Windows," LDS, 2003.
- [25] A. L. V. Soares, "Análise de Conforto e Elastocinmática das Suspensões de Duplo Estágio de um Veículo de Competição Off-Road em Ambiente Multicorpos," USP, São Carlos, 2005.
- [26] M. B. Joaquim, "Estimação Espectral Paramétrica," em Notas de Aula, São Carlos, p. 10.
- [27] M. B. Joaquim, "Estimação Espectral Clássica," em Notas de Aula, São Carlos, p. 10.
- [28] C. E. S. Luz, Criação de Sistemas Supervisórios em Microsoft Visual C# 2010 Express
  Conceitos Básicos, Visualização e Controles, São Paulo: Editora Érica, 2012.
- [29] National Instruments, "Creating a Custom Plot for the Measurement Studio Windows Form Scatter and Waveforms Graphs," *Application Note*, p. 4, 12 Outubro 2009.
- [30] R. C. Dorf e R. H. Bishop, Sistemas de Controle Modernos, Rio de Janeiro: LTC, 2001.
- [31] K. Ogata, Engenharia de Controle Moderno, Pearson, 2011.
- [32] Texas Instruments, "Stellaris TM4C123GH6PM LaunchPad Evalution Board User Manual," p. 27, Dezembro 2012.
- [33] R. Chassaing, Digital Signal Processing and Applications whith the TMS320C6713 and TMS320C6416 DS, USA: John Wiley and Sons, 2008.
- [34] A. V. Oppenheim e R. W. Shafer, Discrete-Time Signal Processing, New Jersey: Prentice-Hall, 1999.