Aula 4 – Demanda

Piracicaba, agosto de 2018

Professora Dra. Andréia Adami

Função Demanda

- Função Demanda
- Matematicamente podemos expressar as *n* funções de demanda como:

✓ $x_1^* = x_1(p_1, p_2, \ldots, p_n, I),$

✓ $x_2^* = x_2(p_1, p_2, \ldots, p_n, I),$

$\vdots$

✓ $x_n^* = x_n(p_1, p_2, \ldots, p_n, I)$

Função Demanda

- Função Demanda

- Considerando apenas dois bens x e y, as funções de demanda ficam:

✓ $x^* = x(p_x, p_y, I)$,

✓ $y^* = y(p_x, p_y, I)$.

- Vamos verificar como alteração nos preços e na renda afetam as quantidades escolhidas da cesta de consumo.

Função Demanda

- Homogeneidade e função Demanda

- A Função de demanda é homogênea de grau 0, o que implica que, multiplicando-se os preços e a renda por alguma constante $t > 0$, a quantidade demanda não sofrerá alteração.

✓ $x_i^* = x_i(p_1, p_2, \ldots, p_n, I) = x_i(tp_1, tp_2, \ldots, tp_n, tI)$

Função Demanda

- Homogeneidade e função Demanda
- Voltando ao caso da função Cobb-Douglas

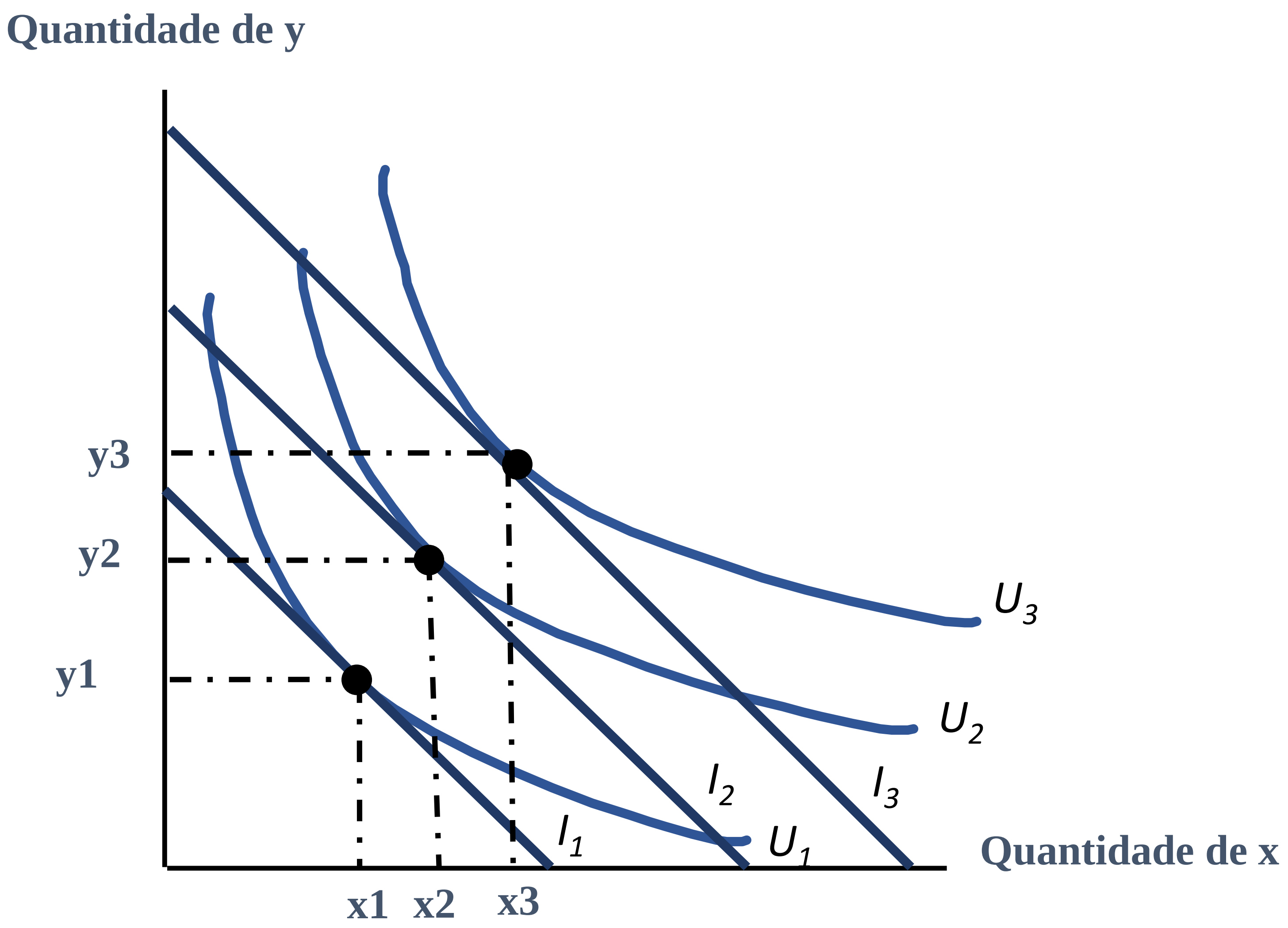
✓ $U(x,y) = x^{0,5}y^{0,5}$

- Resolvendo o problema de maximização condicionada temos:

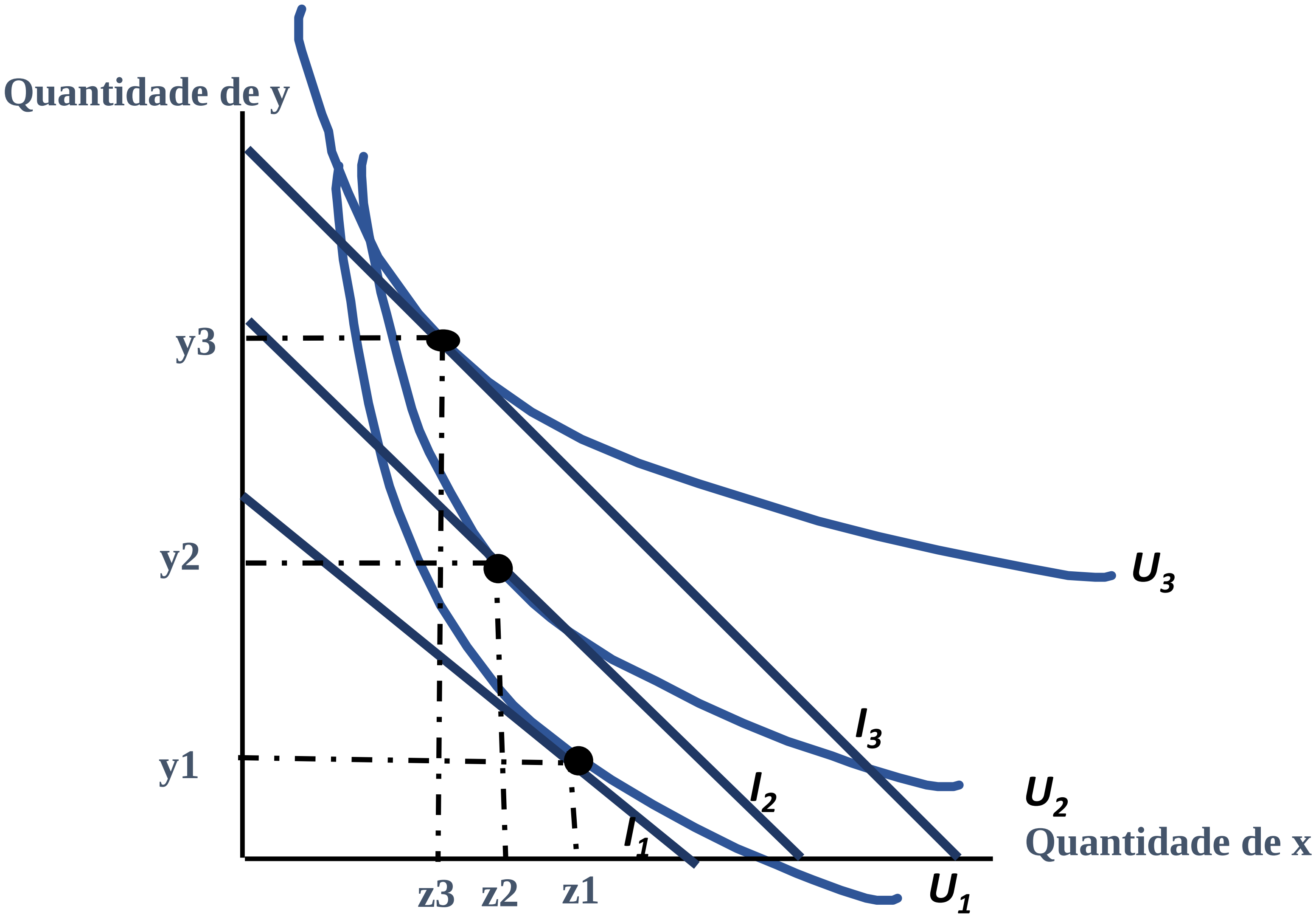
✓ $x^{*} = \frac{0,5I}{p_x}$ e $y^{*} = \frac{0,5I}{p_y}$

O que acontece com o quantidade demandada dos bens x^{*} e y^{*} se dobrarmos preços (p_x, p_y) e renda (I)?

Alterações na renda – Bem normal

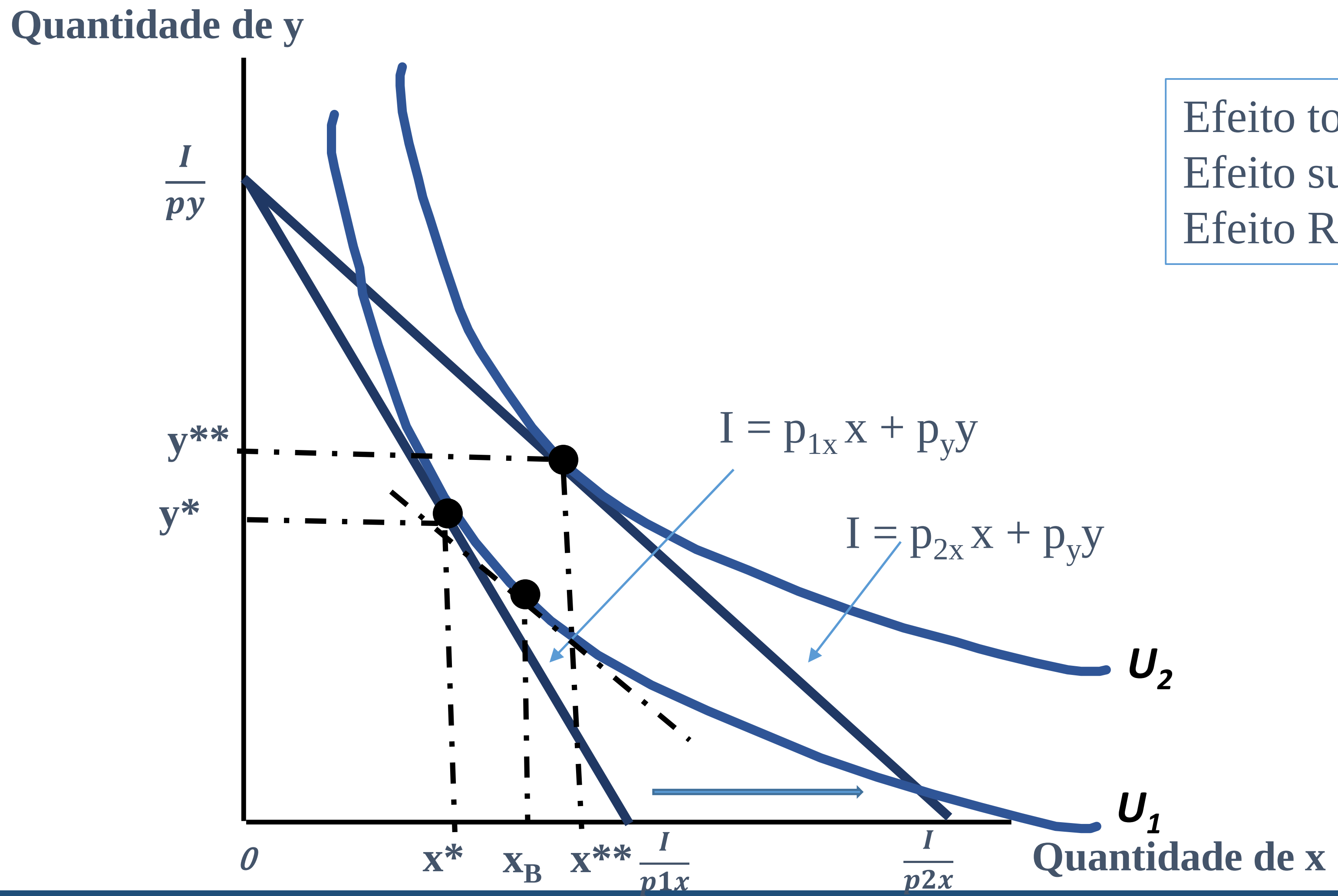


Alterações na renda – Bem inferior



Alterações nos preços

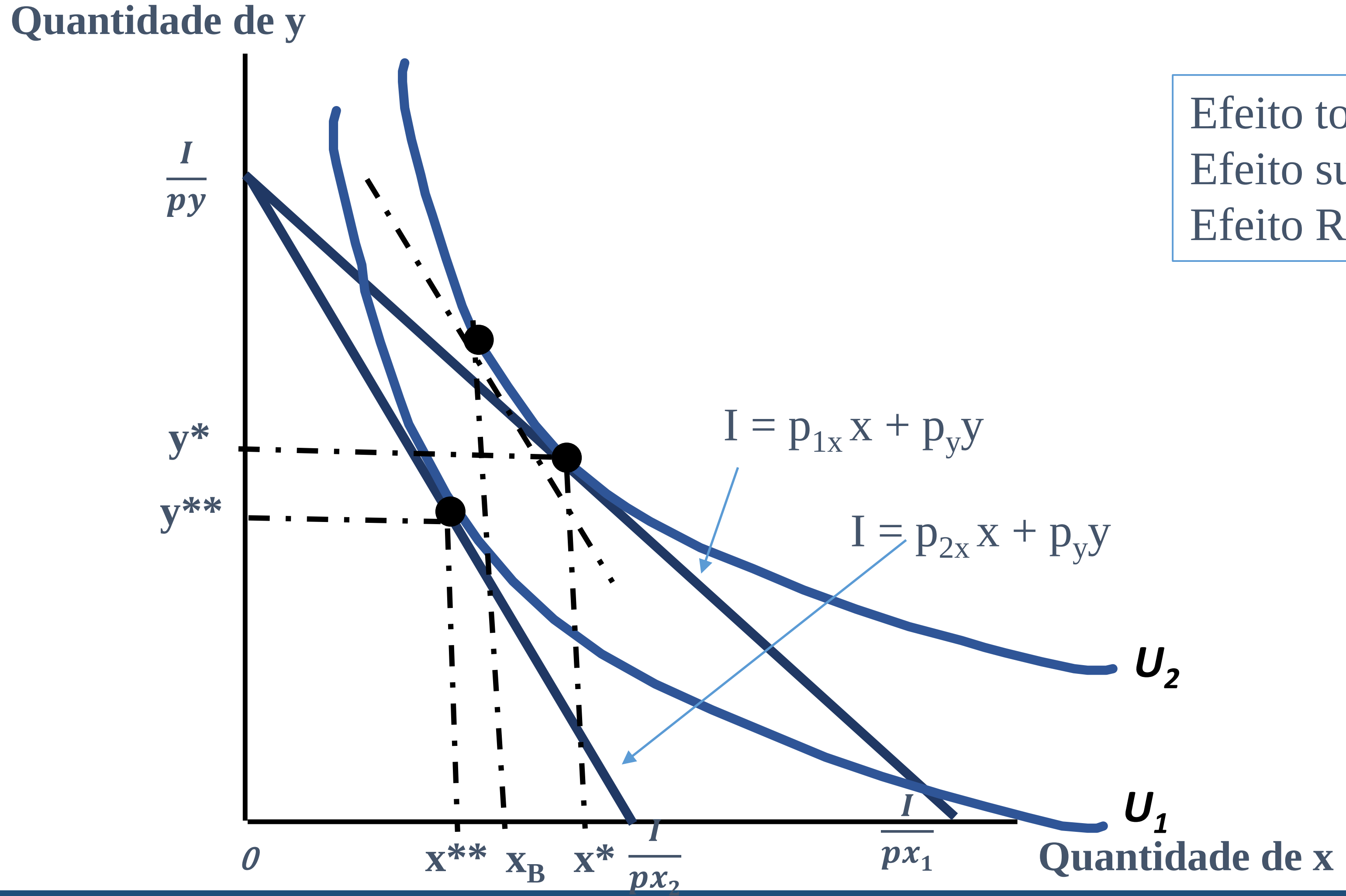
- Se o preço do bem x se reduz de p_{1x} para p_{2x}



Efeito total: de x* até x **
Efeito substituição: de x* até x_B
Efeito Renda: de x_B até x **

Alterações nos preços

- Se o preço do bem *x* aumenta de p_{1x} para p_{2x}

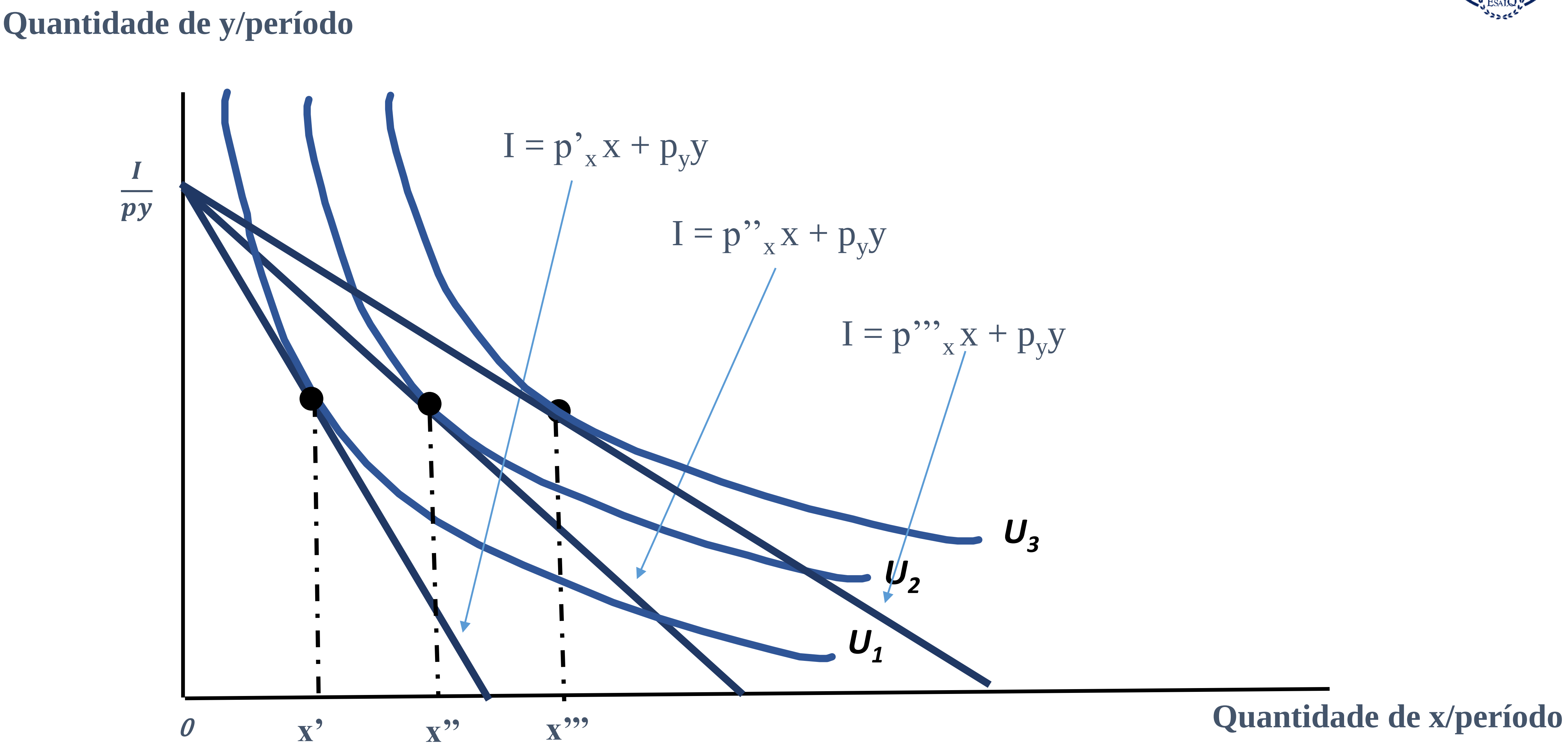


Efeito total: de x* até x **
Efeito substituição: de x* até x_B
Efeito Renda: de x_B até x **

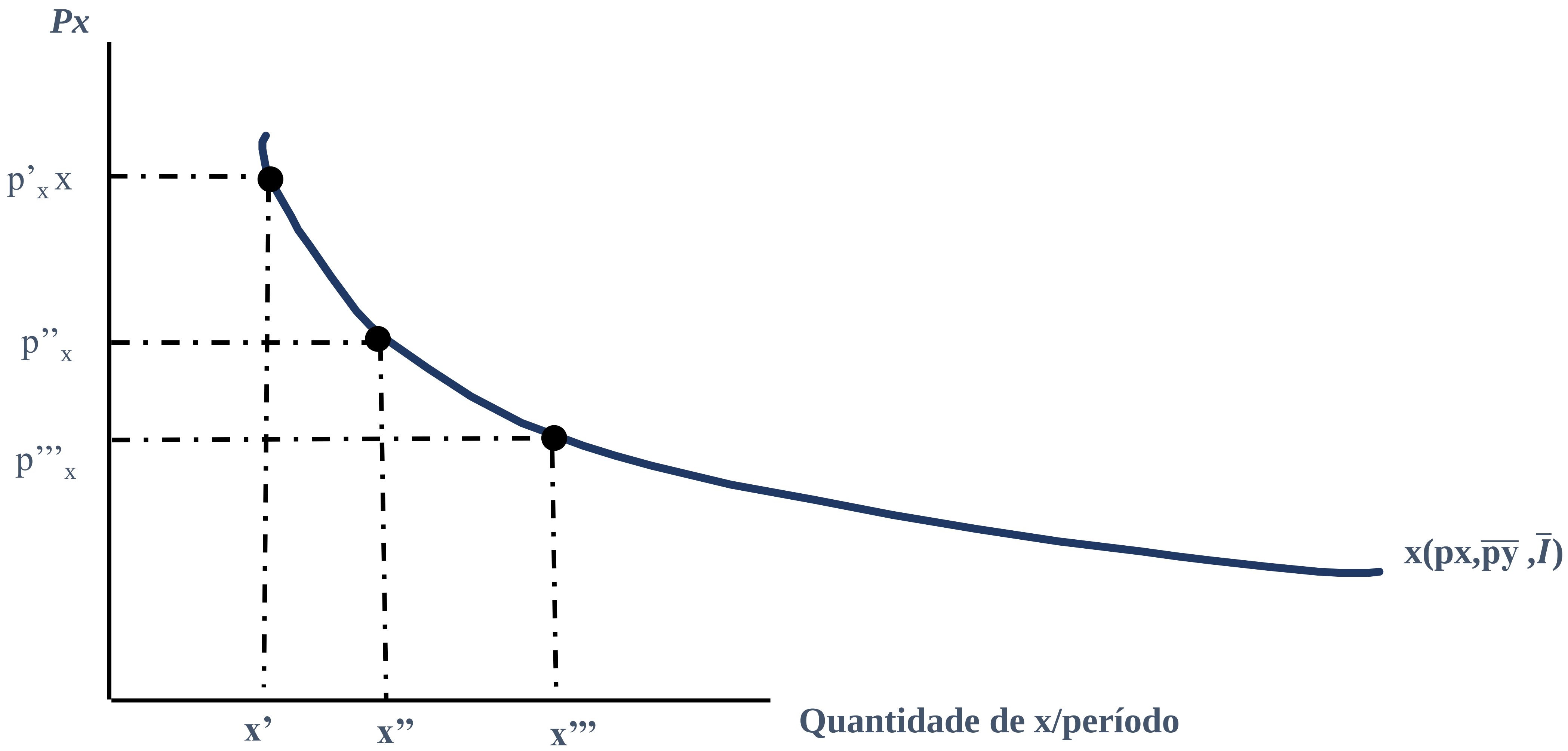
▪Paradoxo de Giffen

- Um bem de Giffen não é apenas um bem inferior, mas ele tem peso significativo na alocação da renda do indivíduo. Assim, um aumento de seu preço reduz substancialmente a renda real do consumidor, levando-o a reduzir o consumo de outros bens e aumentar o consumo do bem de Giffen, cujo preço aumentou.

Curva de Demanda Individual



Curva de Demanda Individual

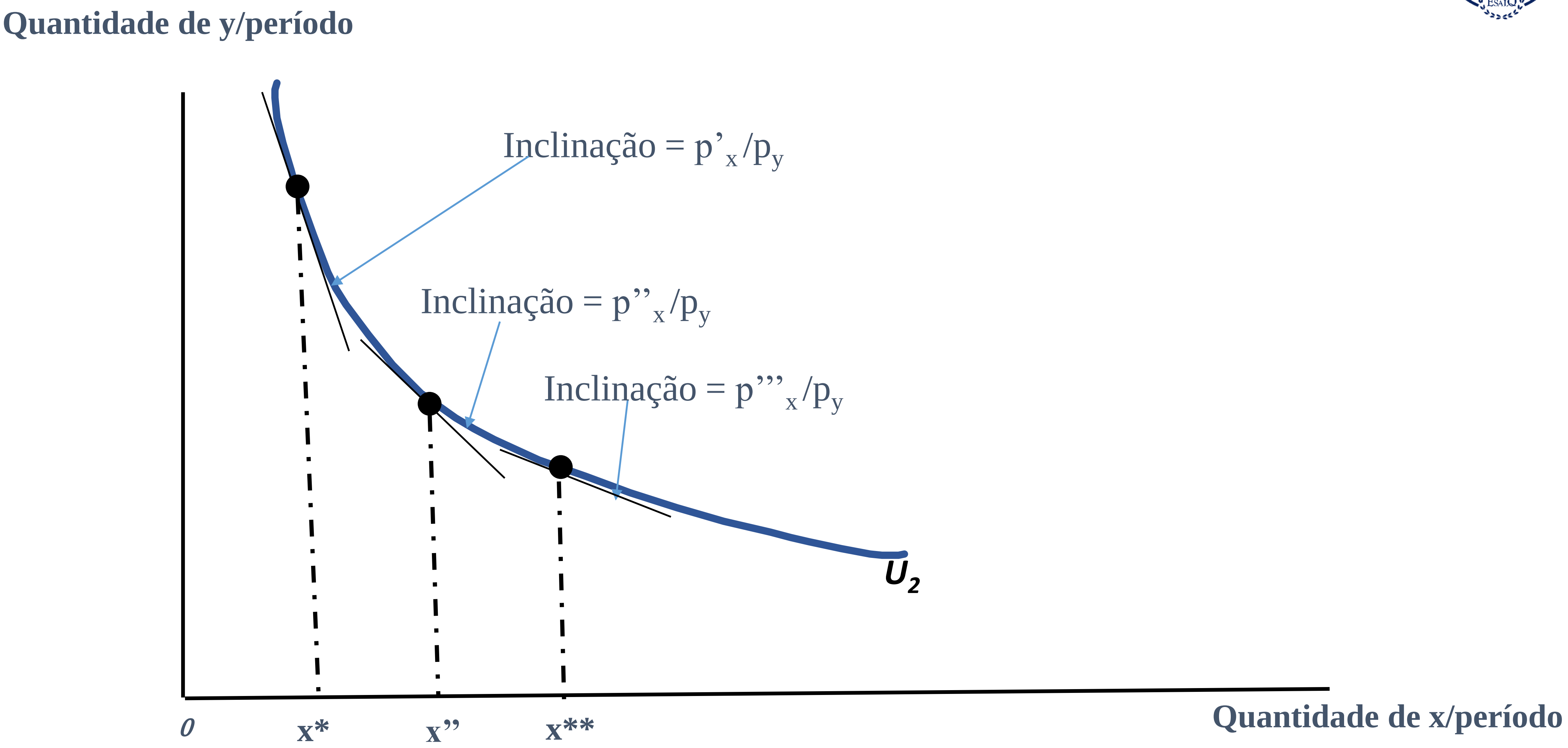


Demanda Compensada - Hicksiana

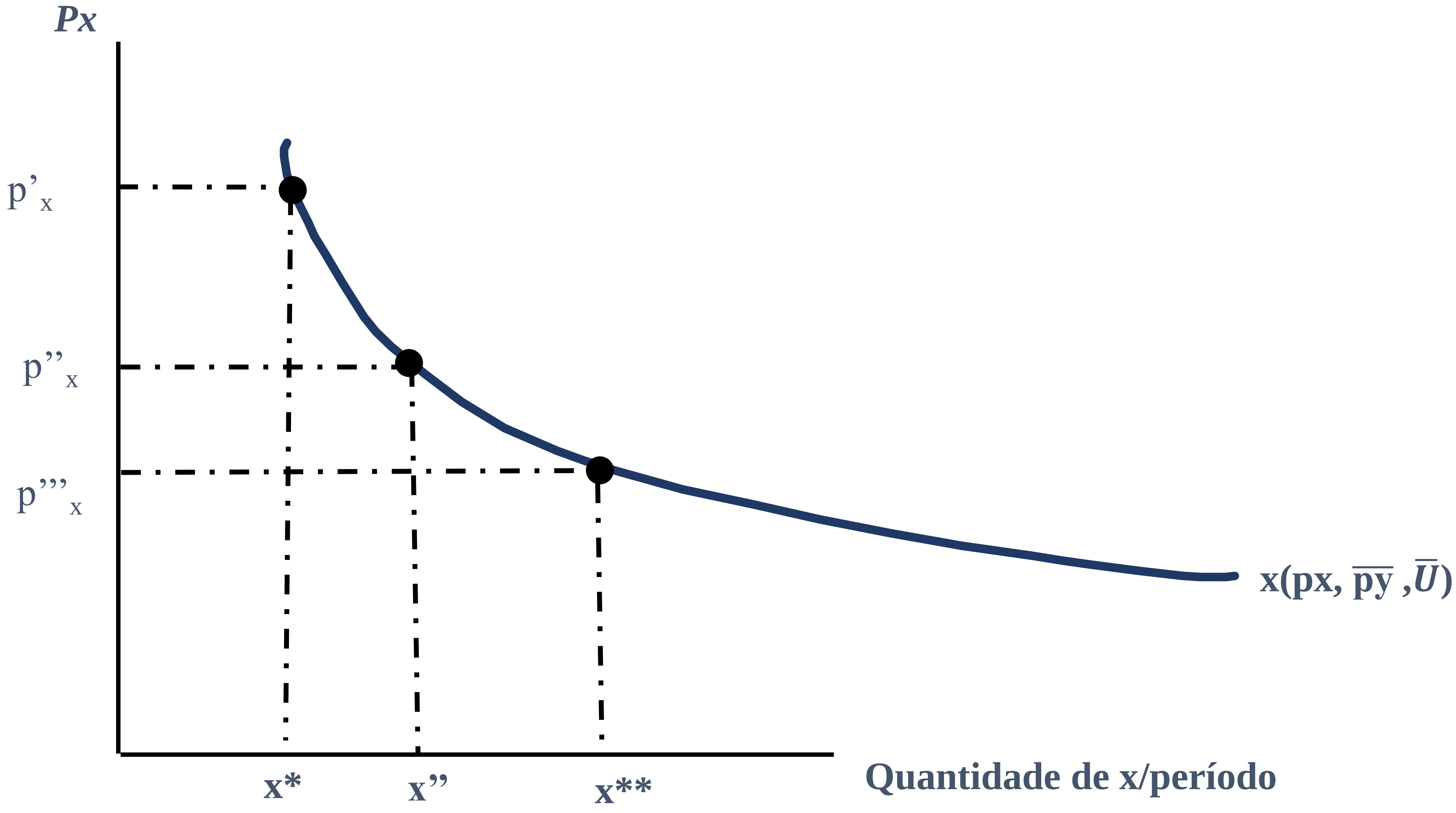
- Demanda Hicksiana – Compensada

- A curva de Demanda apresentada anteriormente foi construída pressupondo-se que a renda nominal e outros preços são mantidos constantes (ceteris paribus). Assim, a medida que o preço do bem se reduz o nível de utilidade do indivíduo varia, ao longo da curva de demanda.
- Uma abordagem alternativa é manter a renda real (utilidade) constante. Nesse caso, a renda do indivíduo é "compensada" para manter a utilidade constante, considera-se então apenas o efeito substituição.

Curva de Demanda Compensada



Curva de Demanda Compensada



Lema de Shephard

- Lema de Shephard (R. W. Shephar) – Teoria da Dualidade
- Considere o problema dual da minimização dos gastos:

✓ $L = p_x x + p_y y + \lambda[U(x,y) - \bar{U}]$

- A solução do problema produz a função gasto $E(p_x, p_y, U)$

✓ Derivando a função gasto em relação a p_x temos:

✓ $\frac{\partial E(p_x,p_y,U)}{\partial p_x} = \frac{\partial L}{\partial p_x} = x^c(p_x, p_y, U)$

Lema de Shephard

- Lema de Shephard (R. W. Shephar) - Teoria da Dualidade
- A solução do problema produz a função gasto $E(p_x, p_y, U)$

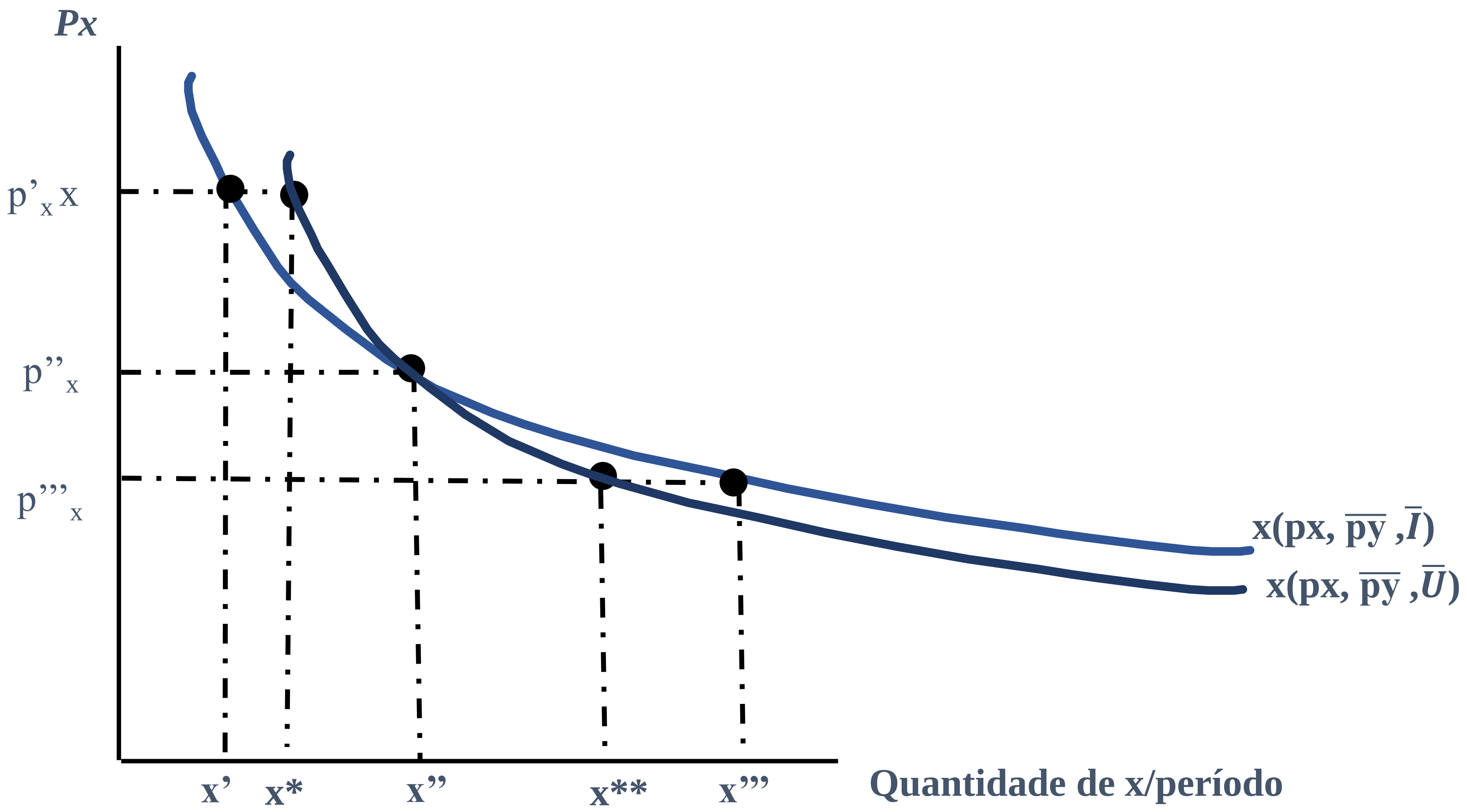
✓Derivando a função gasto em relação a p_x temos:

✓$\frac{\partial E(p_x, p_y, U)}{\partial p_x} = \frac{\partial L}{\partial p_x} = x^c(p_x, p_y, U)$

- Inclinação da Curva de Demanda Compensada

✓$\frac{\partial^2 E(p_x, p_y, V)}{\partial p_x^2} = \frac{\partial [\frac{\partial E(p_x, p_y, V)}{\partial p_x}]}{\partial p_x} = \frac{\partial x^c(p_x, p_y, V)}{\partial p_x} < 0$

Demanda Compensada x não Compensada



Função Demanda Compensada

- Exemplo 5.3
- Voltando ao caso do consumo de hambúrguer (y) e refrigerante (x)

✓ $U(x, y) = x^{0,5}y^{0,5}$

- A solução do problema de maximização condicionada nos dá a função demanda Marshaliana para os bens x e y:

✓ $x(p_x, p_y, I) = \frac{0,5I}{p_x}$ e $y(p_x, p_y, I) = \frac{0,5I}{p_y}$

- Pela Utilidade Indireta temos: $E\left(p_x, p_y, U\right) = 2p_x^{0,5}p_y^{0,5}\mathrm{U}$

Função Demanda Compensada

- Exemplo 5.3
- Pela Utilidade Indireta temos: $E\left(p_x, p_y, U\right) = 2p_x^{0,5}p_y^{0,5}\mathrm{U}$
- Fazendo uso do Lema de Shephard podemos obter a função de demanda compensada diferenciando a função gasto em relação aos preços:
- $\frac{\partial E\left(p_x,p_y,U\right)}{\partial p_x} = x^c(p_x, p_y, U) =$
- $\frac{\partial E\left(p_x,p_y,U\right)}{\partial p_y} = \frac{\partial L}{\partial p_y} = y^c\left(p_x, p_y, U\right) =$

Função Demanda Compensada

- Exemplo 5.3
- Pela Utilidade Indireta temos: $E(p_x, p_y, U) = 2p_x^{0,5}p_y^{0,5}\mathrm{U}$
- Fazendo uso do Lema de Shephard podemos obter a função de demanda compensada diferenciando a função gasto em relação aos preços:
- $\frac{\partial E(p_x,p_y,U)}{\partial p_x} = x^c(p_x, p_y, U) = p_x^{-0,5}p_y^{0,5}\mathrm{U}$
- $\frac{\partial E(p_x,p_y,U)}{\partial p_y} = \frac{\partial L}{\partial p_y} = y^c(p_x, p_y, U) = p_x^{0,5}p_y^{-0,5}\mathrm{U}$

Função Demanda Compensada

- Exemplo 5.3

- Calcular:

1) $p_x = 1;\ p_y = 4; I = 8; U = 2$

✓ $x =$; $y=$; $x^c =$; $y^c =$

- 2) $p_x = 4;\ p_y = 4; I = 8; U = 2$

✓ $x =$; $y=$; $x^c =$; $y^c =$

Função Demanda Compensada

- Exemplo 5.3

- Calcular:

1) $p_x = 1;\ p_y = 4; I = 8; U = 2$

✓ x =4 ; y= 1 ; $x^c = 4$; $y^c = 1$

- 2) $p_x = 4;\ p_y = 4; I = 8; U = 2$

✓ x = 1 ; y= 1 ; $x^c = 2$; $y^c = 2$

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- Seja a função Demanda Hicksiana por dois bens (x e y) é dada por:

✓ $x^c(p_x, p_y, U) = x[p_x, p_y, E(p_x, p_y, U)]$

- Para estudar a reação da demanda compensada em relação à mudanças no preço do bem temos que diferenciar a função de demanda em relação à p_x:

✓ $$\frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} + \frac{\partial x}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x}$$

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- ✓ $\frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} + \frac{\partial x}{\partial E} . \frac{\partial E}{\partial p_x}$

- Reorganizando os termos temos:

- ✓ $\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} - \frac{\partial x}{\partial E} . \frac{\partial E}{\partial p_x}$

- ✓ $\frac{\partial x^c}{\partial p_x} = efeito\ substituição$
- ✓ $\frac{\partial x}{\partial E} . \frac{\partial E}{\partial p_x} =$ efeito renda

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- Efeito substituição:

✓$\frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x}\Big|_{U=constante}$

- Efeito Renda:

✓$= -\frac{\partial x}{\partial E} . \frac{\partial E}{\partial p_x} = -\frac{\partial x}{\partial I} . \frac{\partial E}{\partial p_x}$

- Pelo Lema de Sherpha $\frac{\partial E}{\partial p_x} = x^c$, então, o efeito renda fica:

✓$= -\frac{\partial x}{\partial I} . \frac{\partial E}{\partial p_x} = -x^c \frac{\partial x}{\partial I}$

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- Então, $\frac{\partial x(p_x,y,I)}{\partial p_x} = efeito\ substituição + efeito\ renda =$

✓ $= \left.\frac{\partial x}{\partial p_x}\right|_{U=constante} - x\frac{\partial x}{\partial I}$

- Lembrando que $x(p_x, p_y, I) = x^c\left(p_x, p_y, V\right)$ no ponto ótimo

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- Podemos concluir que:

1) O efeito substituição (inclinação da curva de demanda compensada) é sempre negativo;

2) O sinal do efeito renda $-x\frac{\partial x}{\partial I}$ depende do sinal de $\frac{\partial x}{\partial I}$.

✓Para um bem normal, o efeito renda é positivo, o efeito como um todo será negativo;

✓Para um bem inferior, $\frac{\partial x}{\partial I} < 0$, os dois termos terão sinais diferentes. Daí o impacto da alteração do preço sob o consumo vai depender da intensidade do impacto, fazendo possível que, como no caso do bem inferior, o segundo termo domine o primeiro, como no paradoxo dos bens de Giffen.

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- Exercício 5.4

- Novamente a função Cobb-Douglas: $U(x, y) = x^{0,5}y^{0,5}$

✓A demanda Marshaliana é: $x(p_x, p_y, I) = \frac{0,5I}{p_x}$ e;

✓E a demanda Hicksiana: $x^c\left(p_x, p_y, U\right) = p_x^{-0,5}p_y^{0,5}\mathrm{U}$

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- Exercício 5.4

- A demanda Marshaliana é: $x(p_x, p_y, I) = \frac{0{,}5I}{p_x}$

- O efeito total de alterações do preço sobre a demanda pode ser encontrado diferenciando a função demanda em relação à p_x:

✓ $\frac{\partial x(p_x, y, I)}{\partial p_x} =$

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- Exercício 5.4

- A demanda Marshaliana é: $x(p_x, p_y, I) = \frac{0,5I}{p_x}$

- O efeito total de alterações do preço sobre a demanda pode ser encontrado diferenciando a função demanda em relação à p_x:

✓ $\frac{\partial x(p_x, y, I)}{\partial p_x} = \frac{-0,5I}{p_x^2}$

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- Exercício 5.4

- Estimando os efeitos da função demanda Hicksiana:

✓ $x^c(p_x, p_y, U) = p_x^{-0,5} p_y^{0,5}$U

✓ Efeito Substituição: $\frac{\partial x^c(p_x, p_y, U)}{\partial p_x} = -0,5 p_x^{-1,5} p_y^{0,5} U$

- Substituindo U pela utilidade indireta V$(p_x, p_y, I) = 0,5 I p_x^{-0,5} p_y^{-0,5}$, o efeito substituição fica:

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- Exercício 5.4

- Estimando os efeitos da função demanda Hicksiana:

✓Efeito Substituição: $\frac{\partial x^c(p_x,p_y,U)}{\partial p_x} = -0{,}5p_x^{-1{,}5}0{,}5Ip_x^{-0{,}5} = -0{,}25p_x^{-2}I = \frac{-0{,}25I}{p_x^2}$

✓Efeito Substituição= $\frac{-0{,}25I}{p_x^2}$

✓Efeito Renda: $-x\frac{\partial x}{\partial I} = -\frac{0{,}5I}{p_x} . \frac{0{,}5}{p_x}$ =- $\frac{0{,}25I}{p_x^2}$

✓Somando os dois efeitos temos: $\frac{\partial x^c(p_x,p_y,U)}{\partial p_x} =$

Equação de Slutsky (Eugen Slutsky)

- Exercício 5.4

• Estimando os efeitos da função demanda Hicksiana:

✓Efeito Substituição: $\frac{\partial x^c(p_x,p_y,U)}{\partial p_x} = -0{,}5p_x^{-1{,}5}0{,}5Ip_x^{-0{,}5} =$ $-\ 0{,}25p_x^{-2}\mathrm{I} = \frac{-0{,}25I}{p_x^2}$

✓Efeito Substituição= $\frac{-0{,}25I}{p_x^2}$

✓Efeito Renda: $-x\frac{\partial x}{\partial I} = -\frac{0{,}5I}{p_x}.\frac{0{,}5}{p_x}$ =- $\frac{0{,}25I}{p_x^2}$

✓Somando os dois efeitos temos: $\frac{\partial x^c(p_x,p_y,U)}{\partial p_x}$ =- $\frac{0{,}5I}{p_x^2} = \frac{\partial x(p_x,y,I)}{\partial p_x}$

Elasticidade Preço Cruzada da Demanda

- Exemplo 6.1:
- Usando a equação de Slutsky temos:

✓ $\frac{\partial x(p_x,y,I)}{\partial p_y} = efeito\ substituição + efeito\ renda =$

✓ $= \left.\frac{\partial x}{\partial p_y}\right|_{U=constante} - y\frac{\partial x}{\partial I}$

✓ $x(p_x, p_y, I) = \frac{0{,}5I}{p_x}$ e $x^c(p_x, p_y, U) = p_x^{-0,5} p_y^{0,5} \mathrm{V}$

Elasticidade Preço Cruzada da Demanda

- Usando a equação de Slutsky temos:

✓ $\frac{\partial x(p_x, y, I)}{\partial p_y} = efeito\ substituição + efeito\ renda =$

✓ $= \left.\frac{\partial x}{\partial p_y}\right|_{U=constante} = \frac{\partial xc}{\partial p_y} = 0{,}5V p_x^{-0,5} p_y^{-0,5}$

✓Substituindo V temos: $= \left.\frac{\partial x}{\partial p_y}\right|_{U=constante} = \frac{\partial xc}{\partial p_y} = 0{,}25 I p_x^{-1} p_y^{-1}$

Elasticidade Preço Cruzada da Demanda

- Usando a equação de Slutsky temos:

✓ $\frac{\partial x(p_x, y, I)}{\partial p_y} = efeito\ substituição + efeito\ renda =$

- Da demanda Marshaliana, y $= 0{,}5Ip_y^{-1}$

✓ $= \ -y\frac{\partial x}{\partial I} = 0{,}5Ip_y^{-1}.\,0{,}5p_x^{-1} = -0{,}25Ip_y^{-1}p_x^{-1}$

- Somando os efeitos temos:

✓ $\frac{\partial x(p_x, y, I)}{\partial p_y} = \ 0{,}25Ip_y^{-1}p_x^{-1} - 0{,}25Ip_y^{-1}p_x^{-1} = 0$

Elasticidade da Demanda

- Demanda Marshaliana: $x(p_x, p_y, I)$
- Elasticidade Preço da Demanda:
  - ✓ $e_{x,px} = \dfrac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p_x}{p_x}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta p_x} . \dfrac{p_x}{x} = \dfrac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial p_x} . \dfrac{p_x}{x}$
- Elasticidade Renda da Demanda:
  - ✓ $e_{x,I} = \dfrac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta I}{I}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta I} . \dfrac{I}{x} = \dfrac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial I} . \dfrac{I}{x}$
- Elasticidade preço-cruzada da Demanda:
  - ✓ $e_{x,py} = \dfrac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta y}{p_y}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta p_y} . \dfrac{p_y}{x} = \dfrac{\partial x(p_x,p_y,I)}{\partial p_y} . \dfrac{p_y}{x}$

Substitutos e complementos

- Demanda Marshaliana: $x(p_x, p_y, I)$:

✓Substitutos: $\frac{\partial x_i}{\partial p_j} > 0$

✓Complementares: $\frac{\partial x_i}{\partial p_j} < 0$

Elasticidade da Demanda

- Demanda Hicksiana: $x^c(p_x, p_y, I)$
- Elasticidade Preço da Demanda:

✓ $e_{x^c,px} = \dfrac{\frac{\Delta x^c}{x^c}}{\frac{\Delta p_x}{p_x}} = \dfrac{\Delta x^c}{\Delta p_x} . \dfrac{p_x}{x^c} = \dfrac{\partial x^c(p_x,p_y,U)}{\partial p_x} . \dfrac{p_x}{x^c}$

- Elasticidade preço-cruzada da Demanda:

✓ $e_{x^c,py} = \dfrac{\frac{\Delta x^c}{x^c}}{\frac{\Delta p_y}{p_y}} = \dfrac{\Delta x^c}{\Delta p_y} . \dfrac{p_y}{x^c} = \dfrac{\partial x^c(p_x,p_y,U)}{\partial p_y} . \dfrac{p_y}{x^c}$

Substitutos e complementos

- Demanda Hicksiana: $x^c(p_x, p_y, I)$
- Usando a equação de Slutsky temos:

✓ $\frac{\partial x_i(p_1, p_2, p_n, I)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \quad - x_j \frac{\partial x_j}{\partial I}$

✓ $\frac{p_x}{x} . \frac{\partial x}{\partial p_x} = e_{x,px} = \frac{p_x}{x} . \frac{\partial x^c}{\partial p_x} - x \frac{\partial x}{\partial I} = e_{x^c,px} - s_x e_{x,I}$

- Onde $s_x = \frac{p_x x}{I}$

Substitutos e complementos

- Usando a equação de Slutsky temos:

✓ $$\frac{\partial x_i(p_1, p_2, p_n, I)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \quad - x_j \frac{\partial x_j}{\partial I}$$

- Substitutos: $\left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right|_{\text{U=constante}} > 0$

- Complementares: $\left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j} < 0\right|_{\text{U=constante}}$

Elasticidade da Demanda

- Elasticidade e função Cobb-Douglas

✓ $U(x,y) = x^{0,5}y^{0,5}$, $\alpha + \beta = 1$

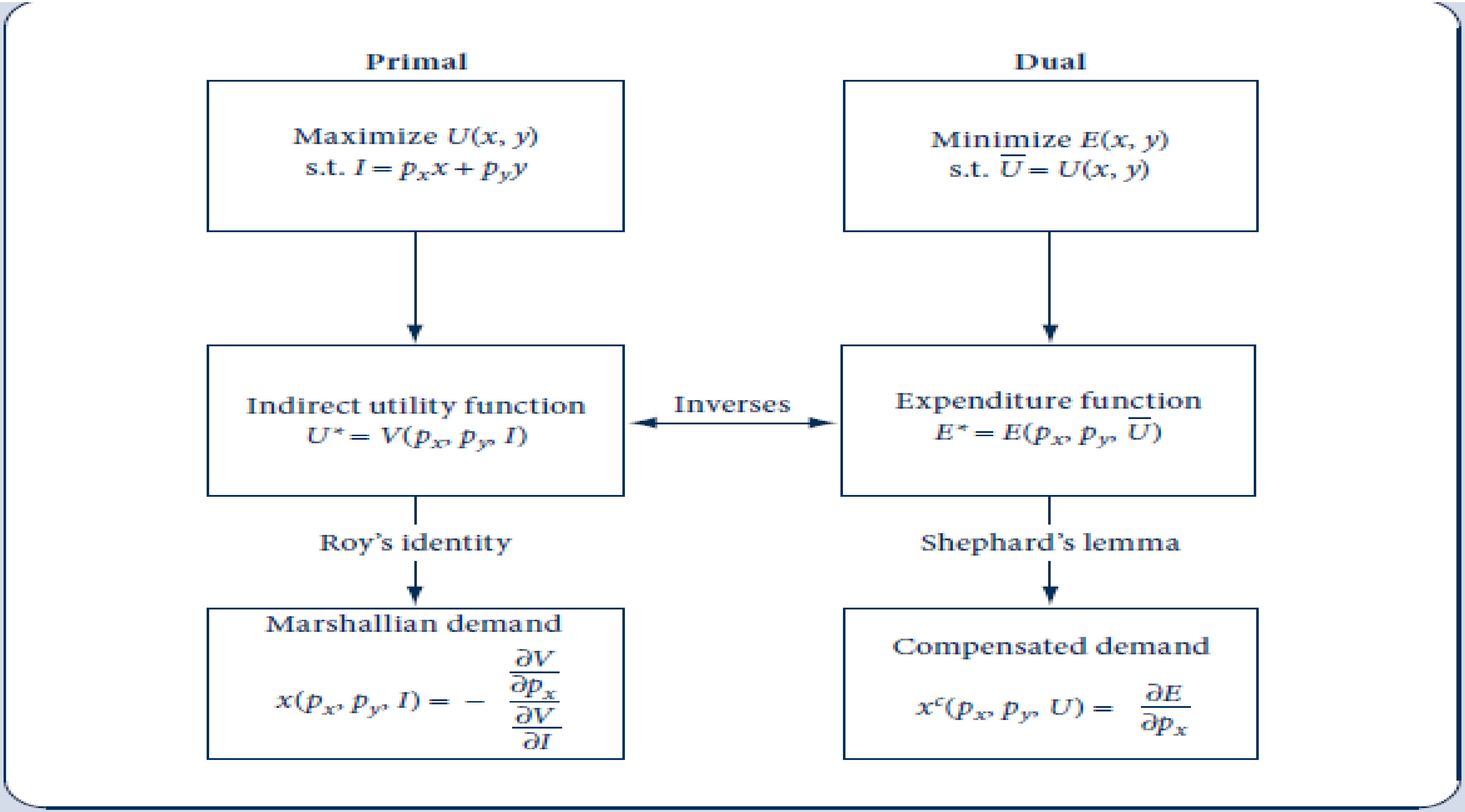
✓ $x^* = \frac{\alpha I}{p_x}$ e $y^* = \frac{\beta I}{p_y}$

✓ $e_{x,px} = \frac{\Delta x}{\Delta p_x} . \frac{p_x}{x} = -\frac{\alpha I}{p_x^2} . \frac{p_x}{\frac{\alpha I}{p_x}}$ = -1

✓ $e_{x,py} = \frac{\Delta x}{\Delta y} . \frac{p_y}{x} = o. \frac{p_y}{x} = 0$

✓ $e_{x,I} = \frac{\Delta x}{\Delta I} . \frac{I}{x} = \frac{\alpha}{p_x} . \frac{I}{\frac{\alpha I}{p_x}}$ =1

Relação entre os conceitos de Demanda



Relação entre os conceitos de Demanda

- Identidade de Roy

✓ $L = U(x, y) + \lambda[I - p_x x - p_y y]$

✓ $\frac{\partial U^*}{\partial p_x} = \frac{\partial L}{\partial p_x} = -\lambda x$

✓ $\frac{\partial U^*}{\partial I} = \frac{\partial L}{\partial I} = \lambda$

✓ Daí a função Demanda Marshaliana pode ser obtida por:

✓ $x(p_x, p_y, I) = -\frac{\frac{\partial U^*}{\partial I}}{\frac{\partial U^*}{\partial I}}$

Referências Bibliográficas

- NICHOLSON, W; SNYDER, C. Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions. 11th Edition (International Edition), 2012 – caps. 5 e 6.