

DEFORMABILIDADE DOS SOLOS

Estados de tensão e de deformação
no solo

Waldemar Hachich
Edmundo R. Esquivel
Fernando A. M. Marinho

Por que calcular tensões?

- ▣ Para poder garantir segurança contra estados limites últimos (ELU)
 - Estabelecer uma grandeza comum (tensão) para comparar resistências e solicitações
- ▣ Para poder garantir segurança contra estados limites de serviço (ELS)
 - Prever deslocamentos (recalques, em particular)
 - ▣ Ações → tensões → deformações → deslocamentos
 - Ações típicas em obras geotécnicas ≈
≈ carregamentos (ou descarregamentos!)

Carregamentos “infinitos”

- ▣ Tensões verticais crescem na proporção do peso do solo situado acima + sobrecarga “infinita” (q)
- ▣ Já sabemos como calcular: $\sigma_v = q + \gamma z$

Para uso exclusivo da Disciplina de GCS-5858

Carregamentos limitados

- ▣ Tensões se distribuem no maciço e decrescem à medida que aumenta a distância ao carregamento
- ▣ Princípio básico para essa distribuição: EQUILÍBRIO

Para uso exclusivo da Disciplina SGS-5858

Equilíbrio \Rightarrow integral das tensões verticais, em qualquer cota = carregamento vertical aplicado à superfície

distribuição **não** é uniforme

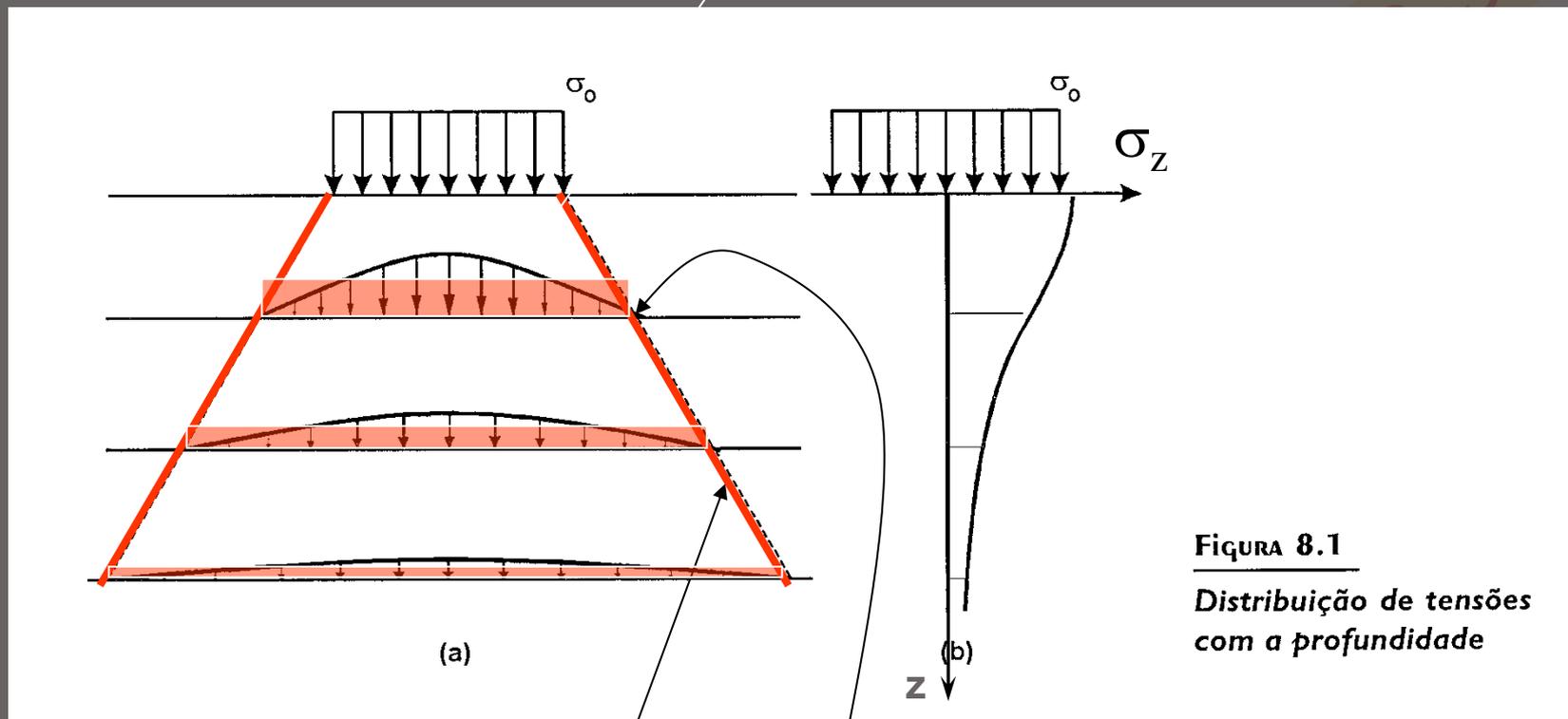


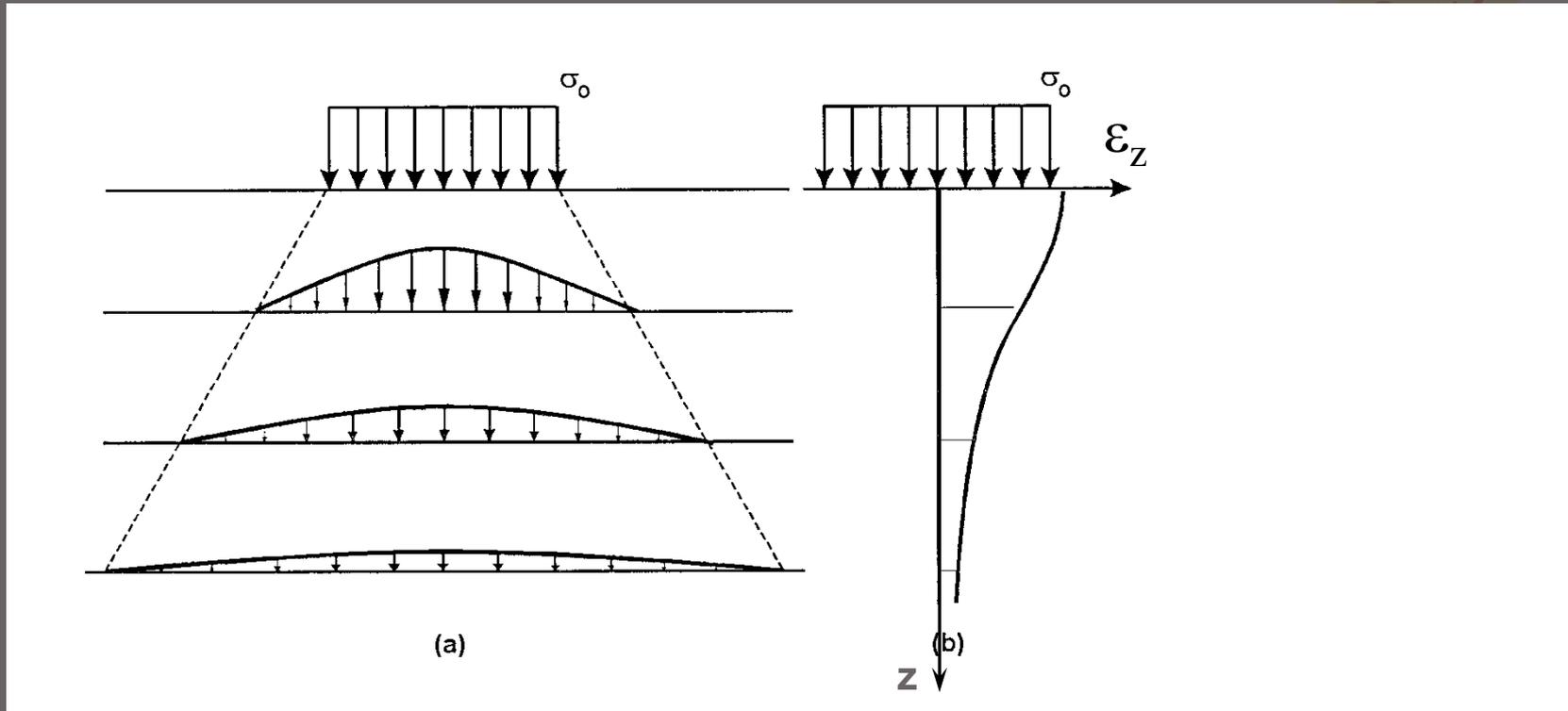
Figura 8.1

Distribuição de tensões com a profundidade

simplificação para
estimativa **grosseira**
das tensões verticais em
profundidade

tensão vertical
não é nula a partir
deste ponto

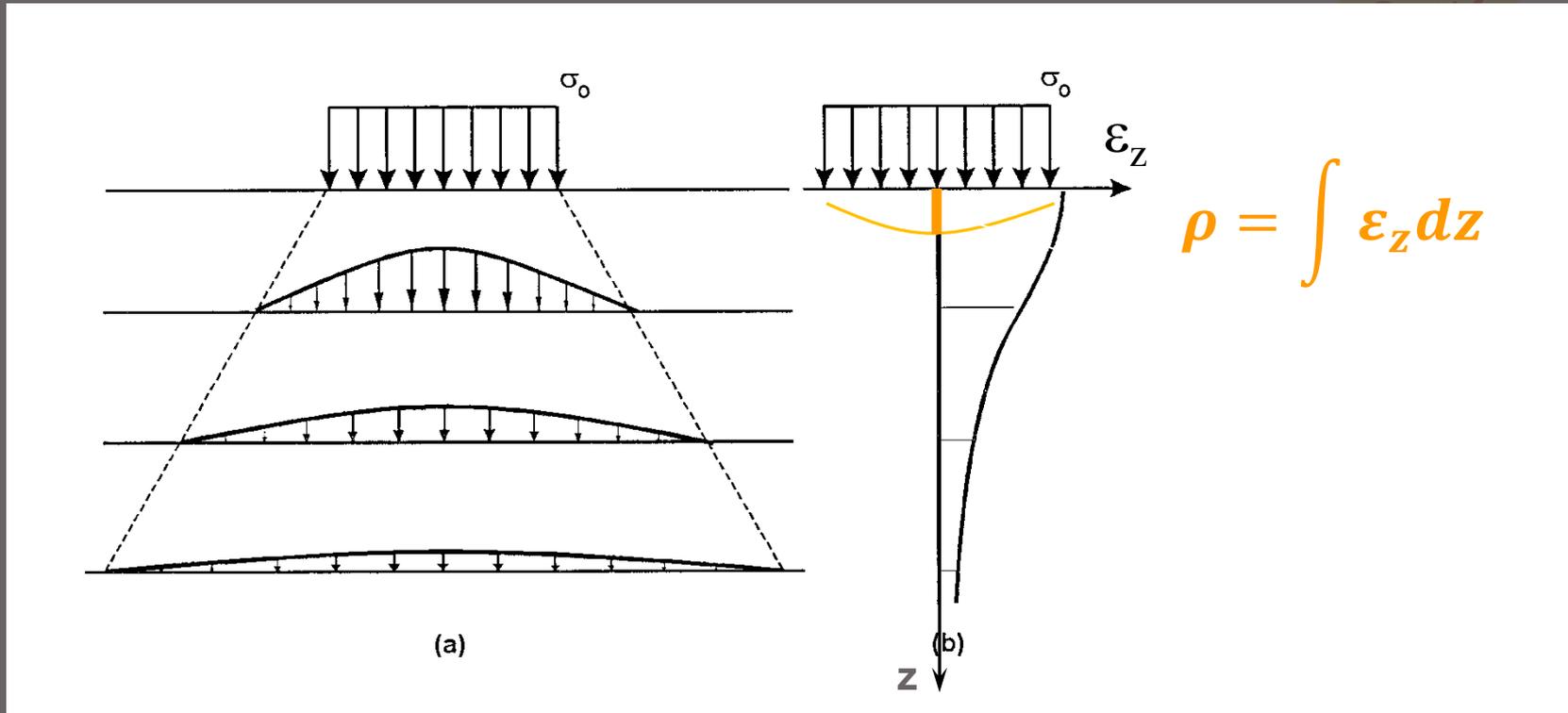
Tensões verticais \Rightarrow deformações verticais (relação linear na Elasticidade linear)



Para uso

Deformações verticais \Rightarrow recalques

5858

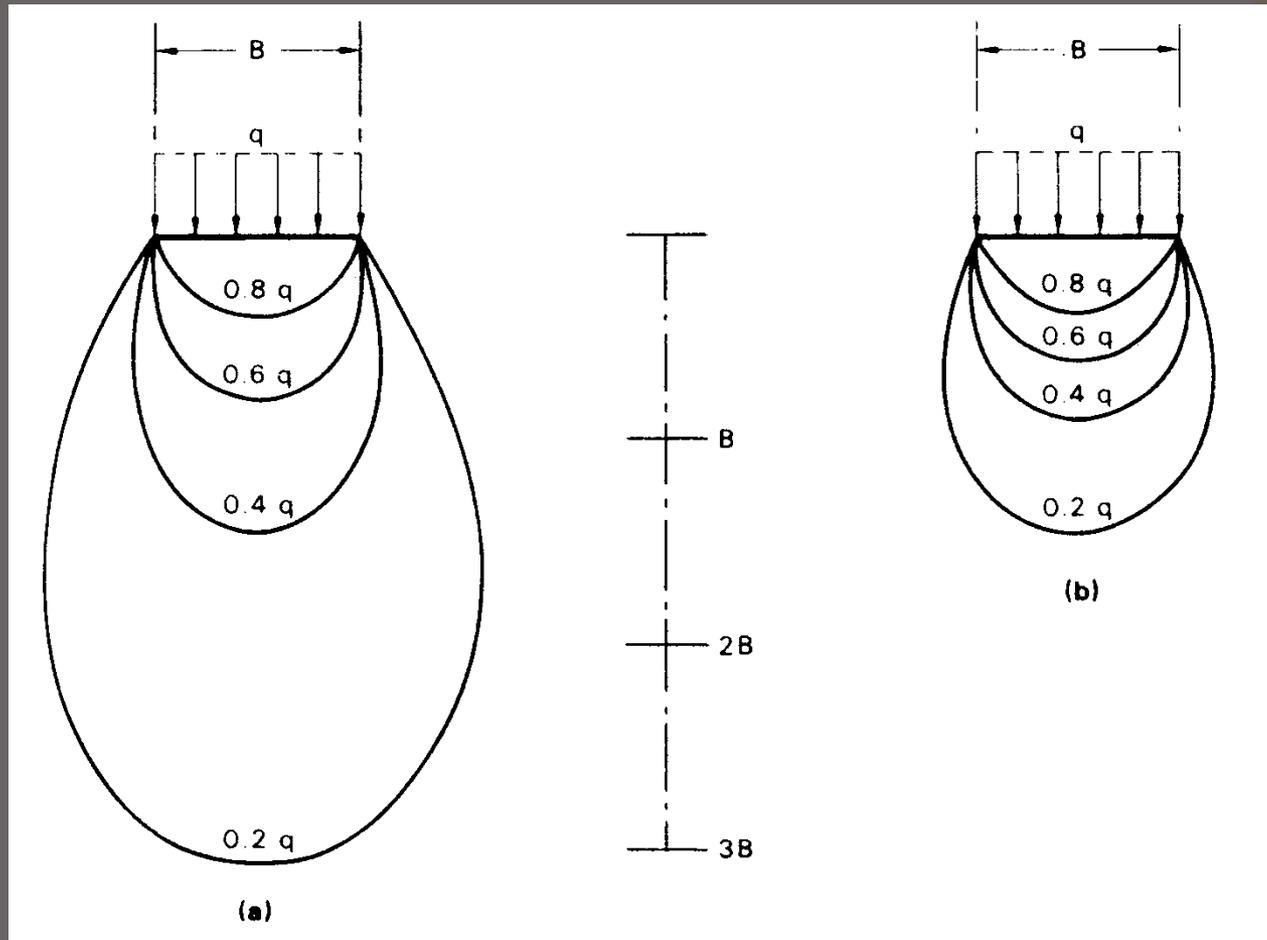


Para uso



Para uso exclusivo de SGS-5858

Distribuição de tensões no maciço: bulbos de tensão

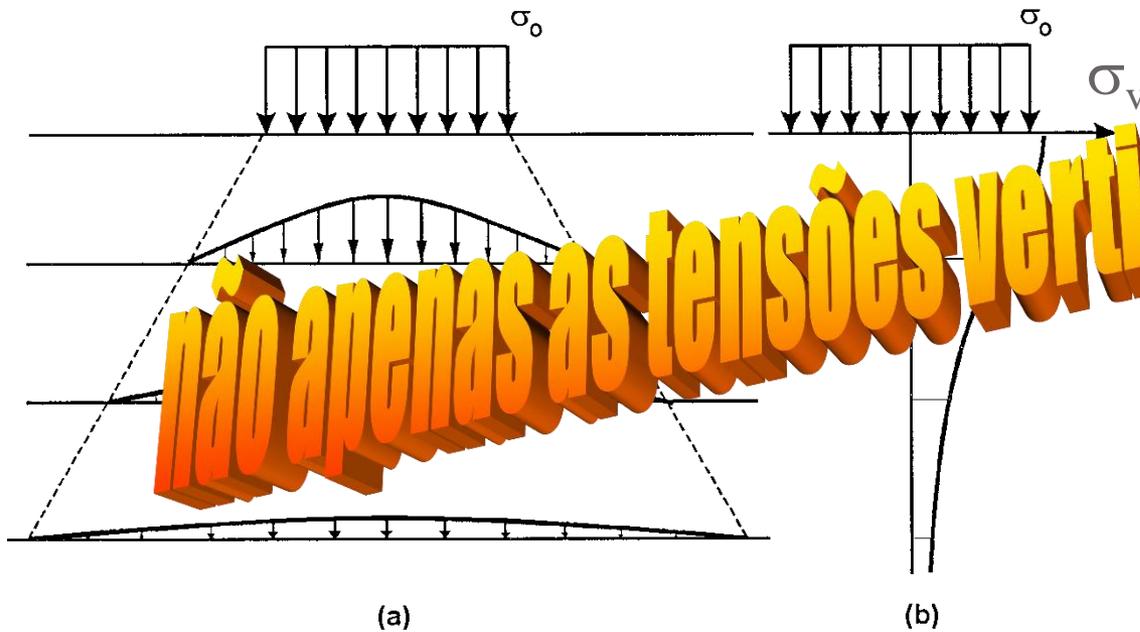


Faixa carregada

Área quadrada carregada

Carregamento \Rightarrow altera **estado de tensão** em cada ponto do maciço

5858



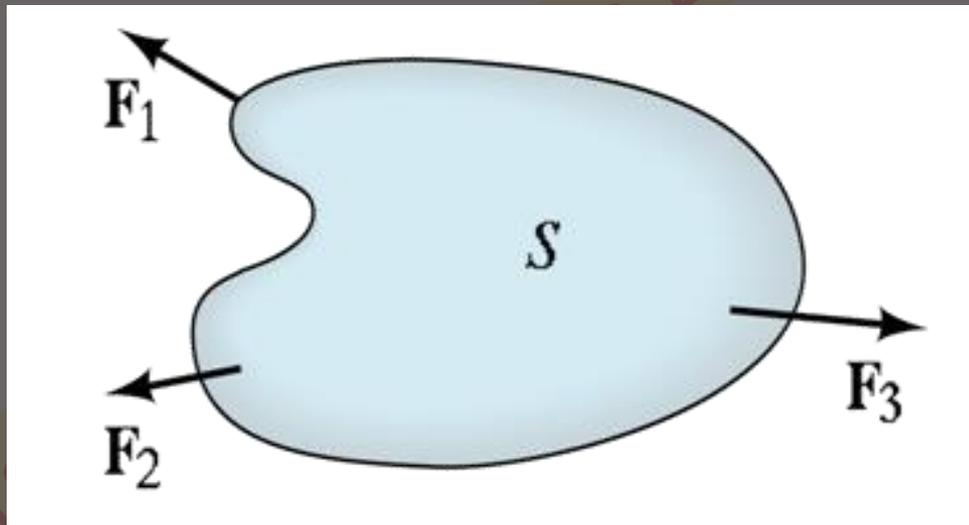
NÃO APENAS AS TENSÕES VERTICAIS!

FIGURA 8.1

Distribuição de tensões com a profundidade

Para uso

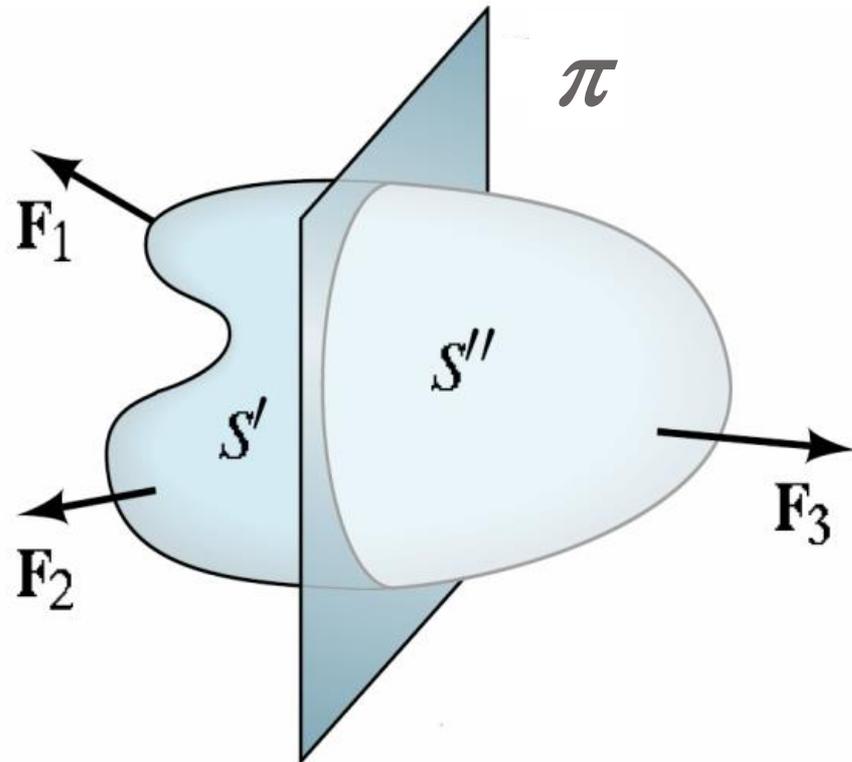
Corpo em equilíbrio



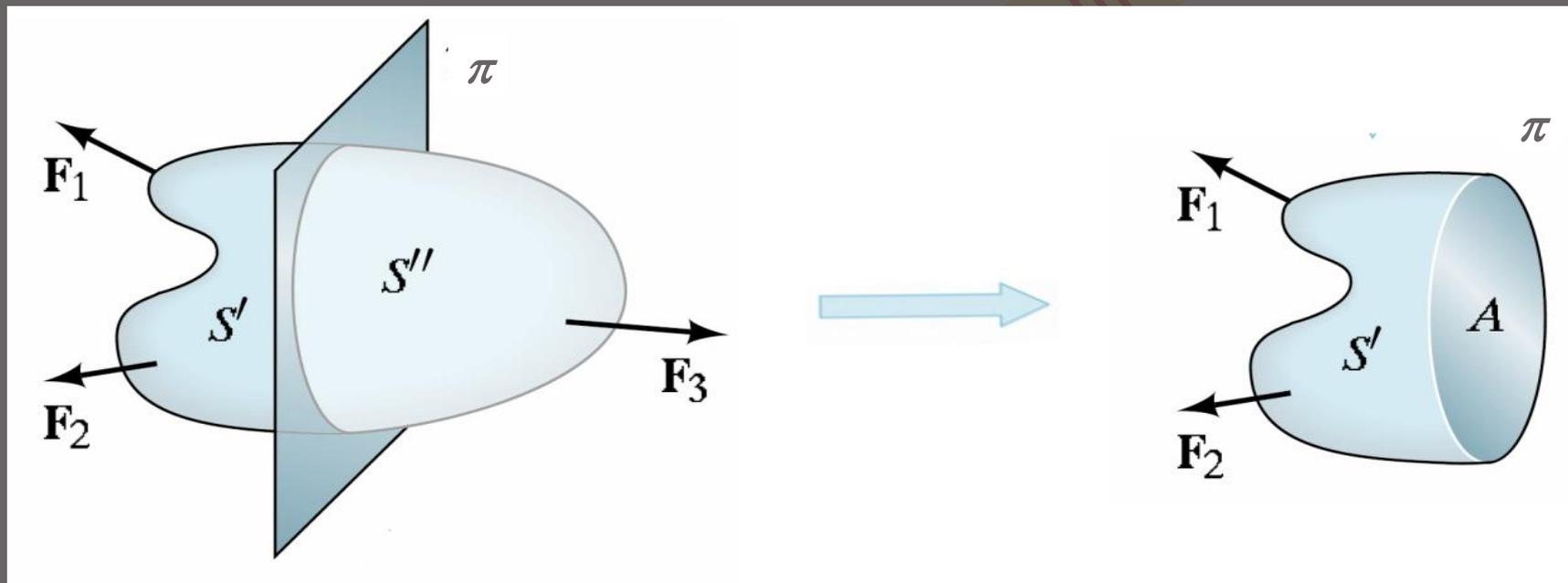
Disciplina SGS-5858

Par

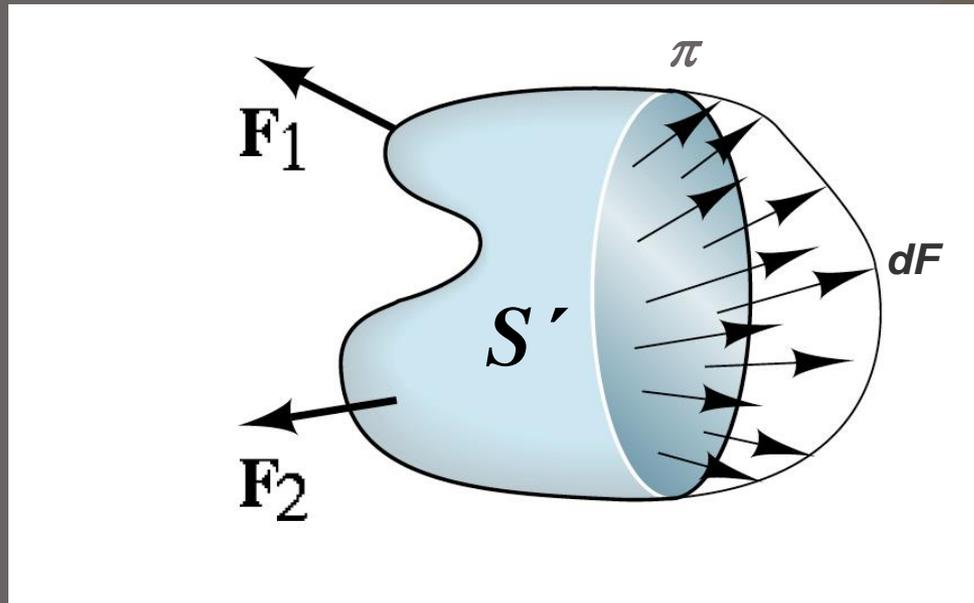
Corte por um plano qualquer π



Isolando e analisando uma parte



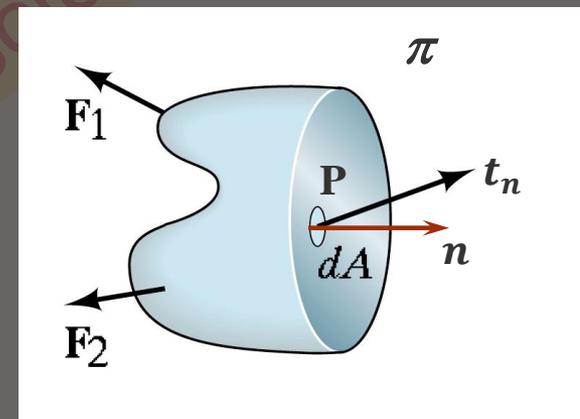
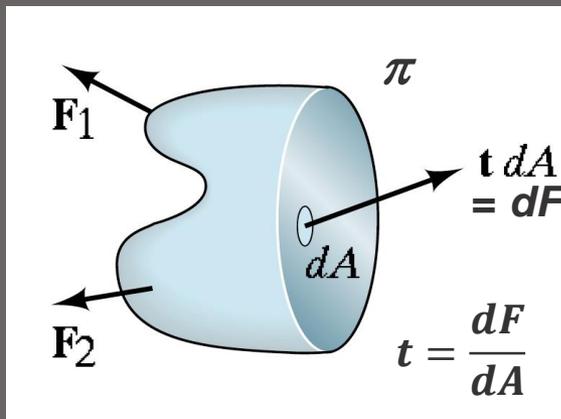
Esforços na seção de corte



- ▣ Uma infinidade de forças dF atuando na seção de corte, as quais garantem o equilíbrio da parte S' .

Vetor tensão, t

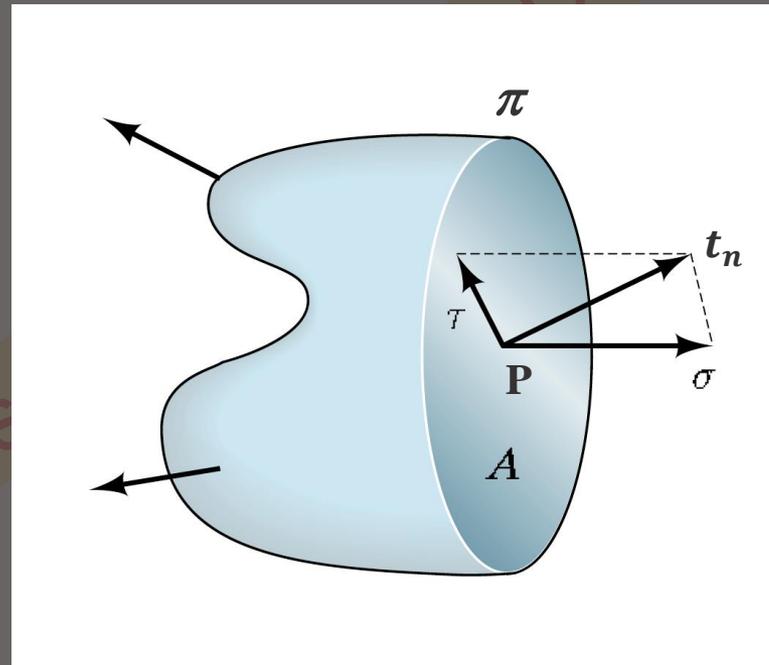
Vetor tensão no ponto P, pelo plano π :



O versor n (vetor de módulo unitário) define univocamente o plano π

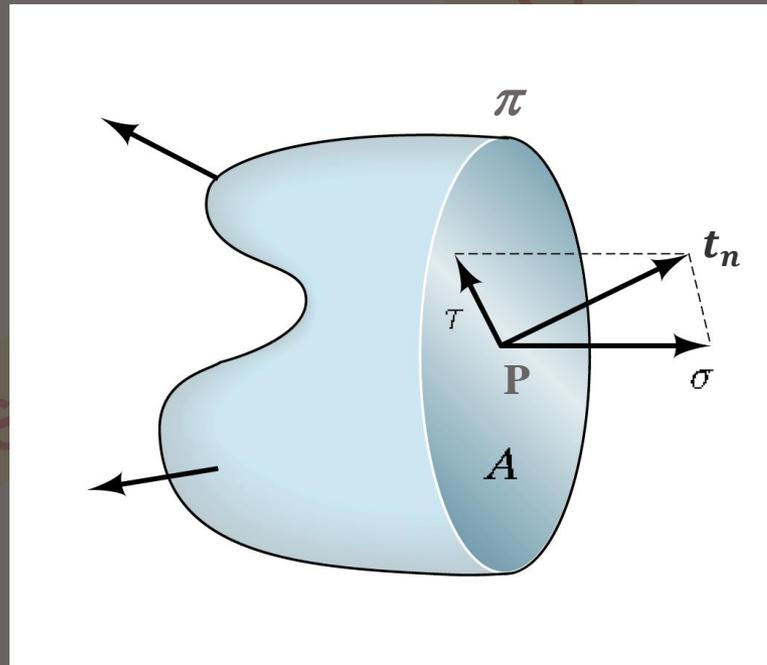
Tensão: componentes σ e τ

- ▣ Duas componentes:
 - Tensão normal (σ)
 - Tensão tangencial ou tensão de cisalhamento (τ)

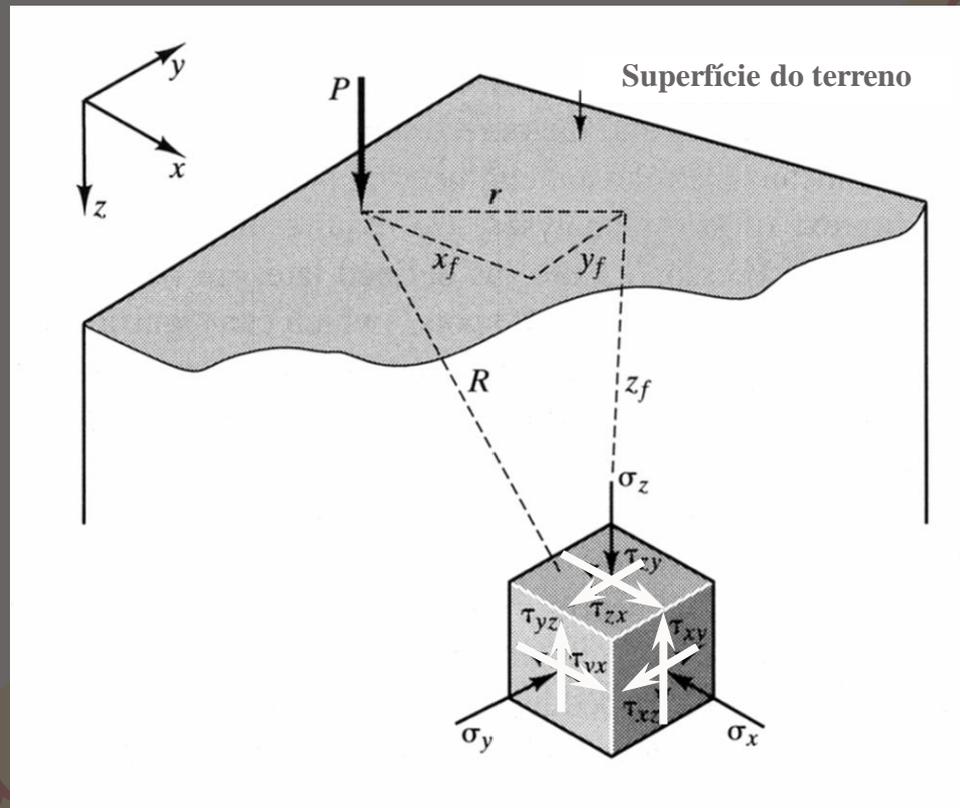


Estado de tensão

- ▣ Variando plano $\pi \Rightarrow$ o vetor tensão t varia
- ▣ Existem infinitas tensões atuando no ponto P: se t varia, σ e τ também variam
- ▣ Diz-se então que no ponto P existe um *estado de tensão*



Componentes do estado de tensão



Estado de tensão (3D)

- ▣ 9 incógnitas (componentes do estado de tensão)
 - apenas 6 incógnitas se levadas em conta as 3 eqs. de equilíbrio de momentos (cisalhamentos iguais: $\tau_{ij} = \tau_{ji}$)

Tensor das tensões
(define o estado de tensão no ponto)

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

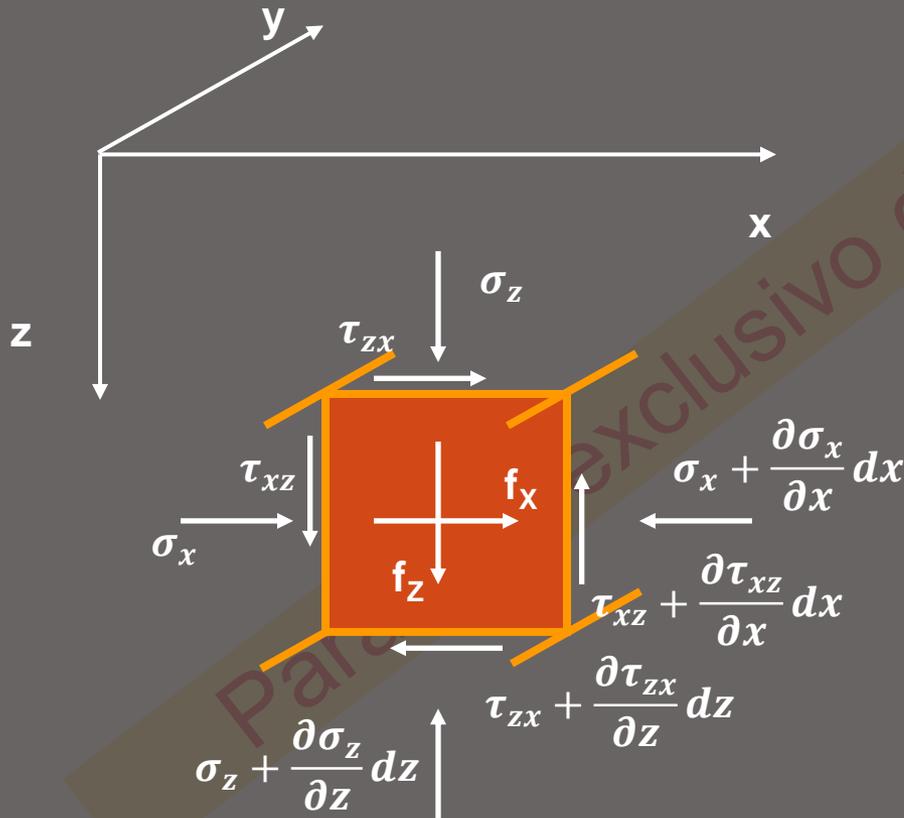
Se for Estado Plano de Tensão (2D - discutir condições)

- ▣ 4 incógnitas (componentes do estado de tensão)
 - apenas 3 incógnitas se levada em conta a eq. de equilíbrio de momentos (cisalhamentos iguais: $\tau_{ij} = \tau_{ji}$)

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{zx} & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Equilíbrio

3 equações de equilíbrio de forças em um elemento de solo



$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = f_x$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = f_y$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = f_z$$

Problema hiperestático

- ▣ ESTADO DE TENSÃO NO PONTO
- ▣ **6 incógnitas** componentes do estado de tensão (já considerando que $\tau_{ij} = \tau_{ji}$)
- ▣ EQUILÍBRIO
- ▣ **3 equações** de equilíbrio

Equações de equilíbrio não bastam para resolver completamente o problema.

Apenas algumas soluções parciais podem ser obtidas.

Exemplo de solução parcial

- ▣ Tensões verticais de peso de terra sob um terrapleno horizontal (já conhecemos o resultado, γz , mas também pode-se deduzir da equação de equilíbrio na vertical)

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = f_z$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma$$

$$\sigma_z = \gamma z + C$$

Condição de contorno:

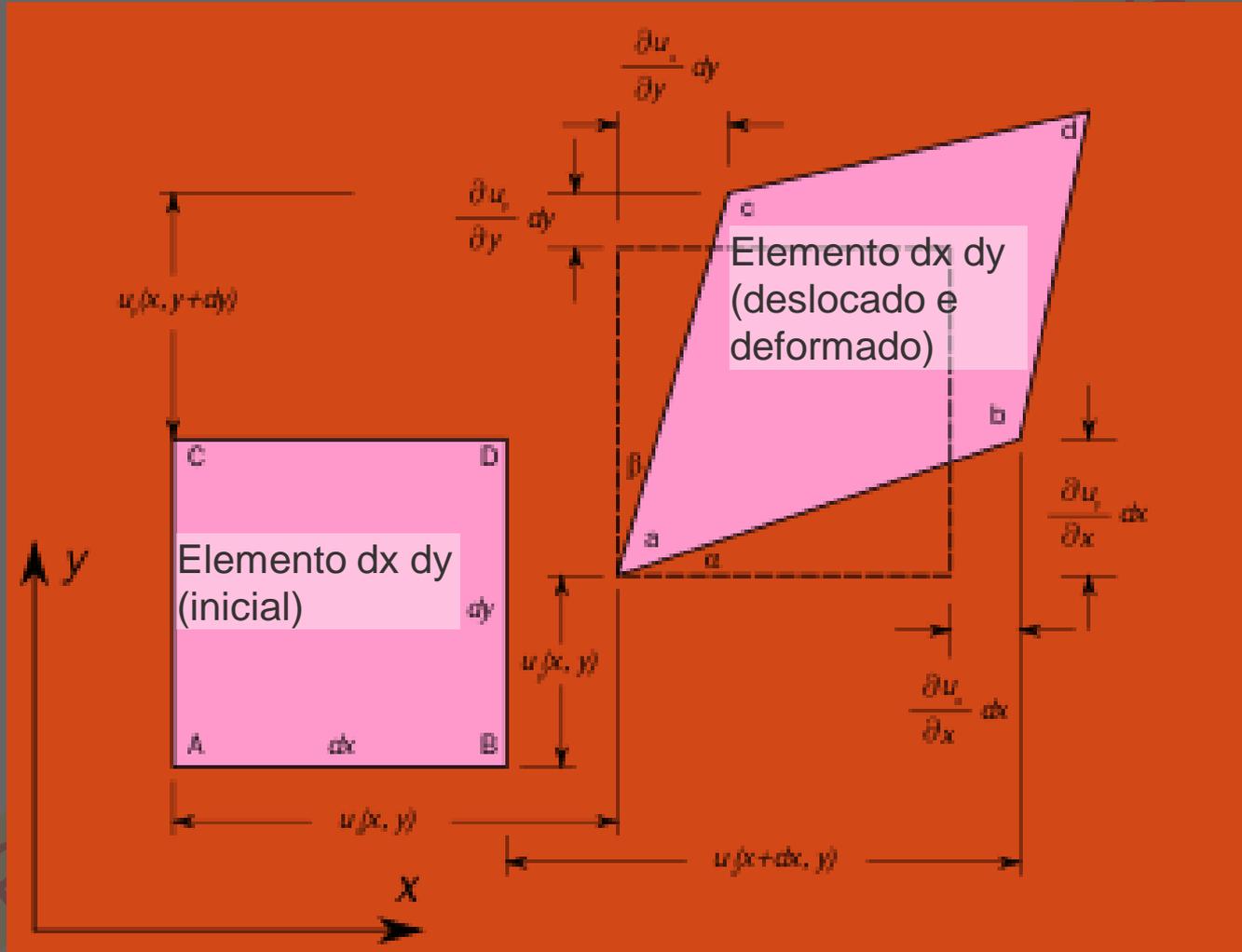
$$\text{para } z = 0, \quad \sigma_z = 0 \Rightarrow C = 0$$

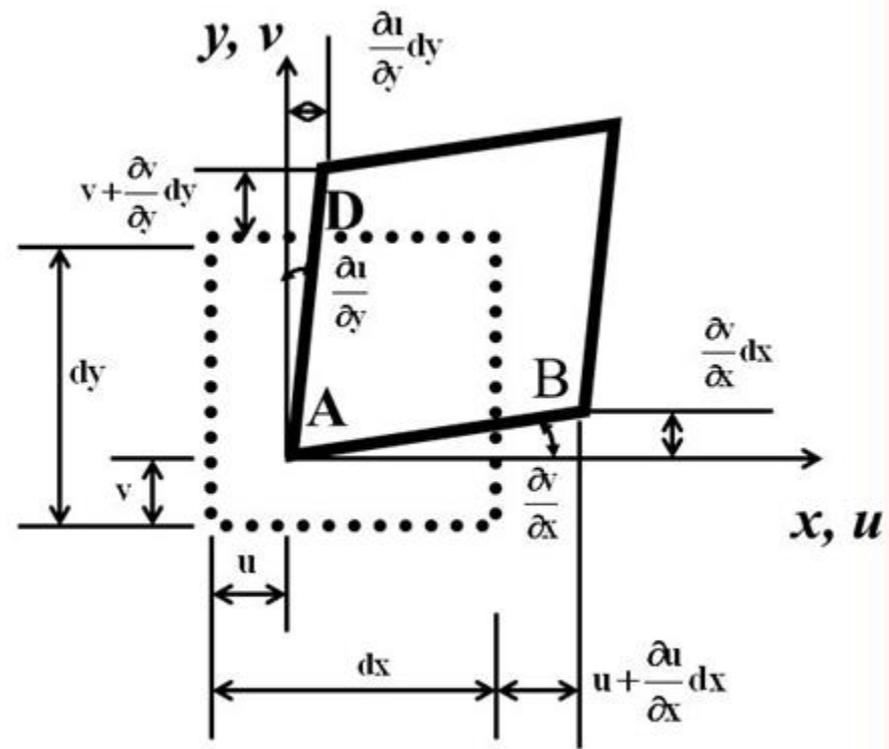
$$\boxed{\sigma_z = \gamma z}$$

3 EQUAÇÕES, 6 INCÓGNITAS PROBLEMA HIPERESTÁTICO NECESSÁRIAS EQUAÇÕES ADICIONAIS

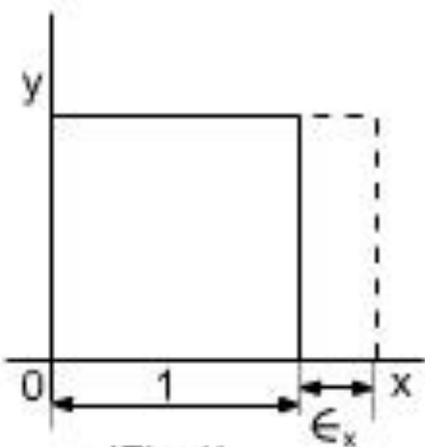
- Equações adicionais:
 1. Deformações
 2. Relações entre tensões e deformações

Deslocamentos \rightarrow deformações

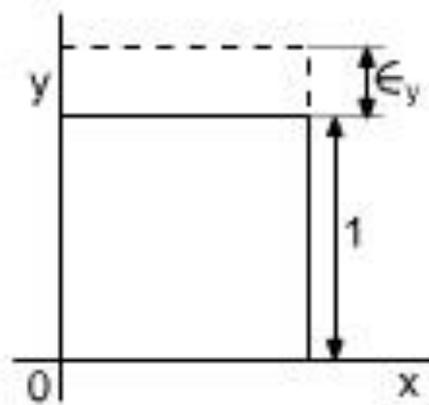




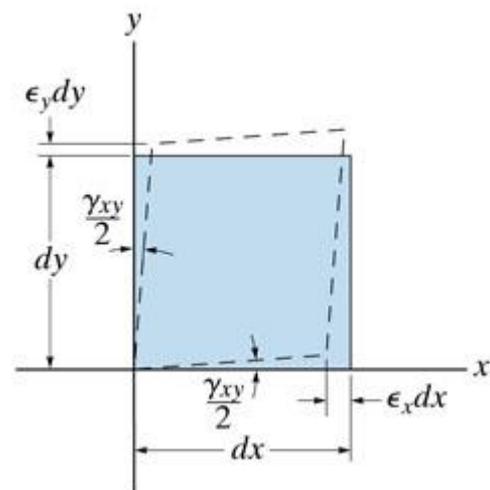
Displacements and rotations of lines of an element in the x - y plane



(Fig.1)



(Fig.2)



Para us

Disciplina SGS-5858

Definição das componentes de deformação

$$\epsilon_x = -\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\epsilon_y = -\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\epsilon_z = -\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \gamma_{yx}$$

$$\gamma_{yz} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \gamma_{zy}$$

$$\gamma_{zx} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \gamma_{xz}$$

Deformação volumétrica

- ▣ Volume inicial de um paralelepípedo:

$$V_0 = \ell_x \ell_y \ell_z$$

- ▣ Volume final (depois das deformações):

$$V_f = \ell_x(1 + \varepsilon_x)\ell_y(1 + \varepsilon_y)\ell_z(1 + \varepsilon_z)$$

$$V_f = \ell_x \ell_y \ell_z (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z)$$

$$V_f = V_0(1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_x \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z)$$

$$V_f = V_0(1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_x \varepsilon_z + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z)$$

$1 \gg \varepsilon_i \gg \varepsilon_i \varepsilon_j \gg \varepsilon_i \varepsilon_j \varepsilon_k$ (hipótese de deformações infinitesimais)

Em consequência...

- ▣ Deformação volumétrica $\frac{\Delta V}{V_0} \cong \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$

Estado de deformação (3D)

- ▣ + 9 incógnitas
(componentes do estado de deformação)

- **6 incógnitas** se levado em conta que

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$$

Tensor das deformações
(define o estado de deformação no ponto)

$$D = \begin{bmatrix} \epsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \epsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \epsilon_z \end{bmatrix}$$

Se for Estado Plano de Deformação (2D - discutir condições)

- ▣ + 4 incógnitas
(componentes do estado de deformação)

- **3 incógnitas** se levado em conta que

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$$

$$D = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x & \mathbf{0} & \boldsymbol{\gamma}_{xz} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\gamma}_{zx} & \mathbf{0} & \boldsymbol{\varepsilon}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x & & \boldsymbol{\gamma}_{xz} \\ & & \\ \boldsymbol{\gamma}_{zx} & & \boldsymbol{\varepsilon}_z \end{bmatrix}$$

Estado de deformação

▣ + **6 incógnitas**
(componentes do estado de deformação, levando em conta que $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$)

▣ + **3 incógnitas**
(deslocamentos nas três direções)

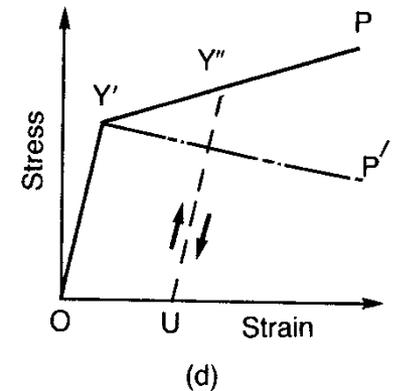
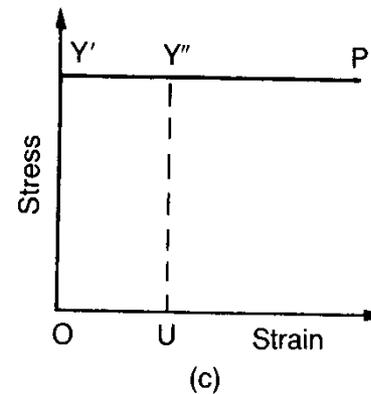
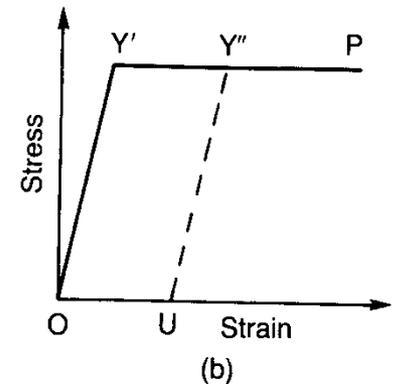
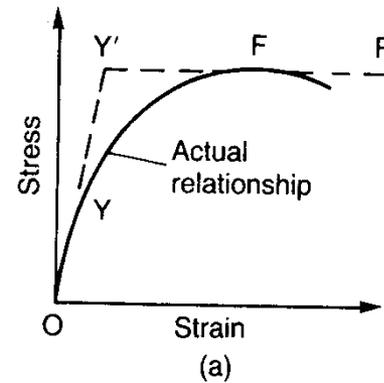
Para uso exclusivo da Disciplina SGS-5858

3 EQUAÇÕES, 15 INCÓGNITAS AINDA HIPERESTÁTICO! FALTAM AS EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS DO MATERIAL

- Equações adicionais:
 1. Deformações
 2. Relações entre tensões e deformações

Relações tensão-deformação

- ▣ Elasticidade linear
- ▣ Outros modelos
- ▣ Aplicabilidade



Para uso exclusivo

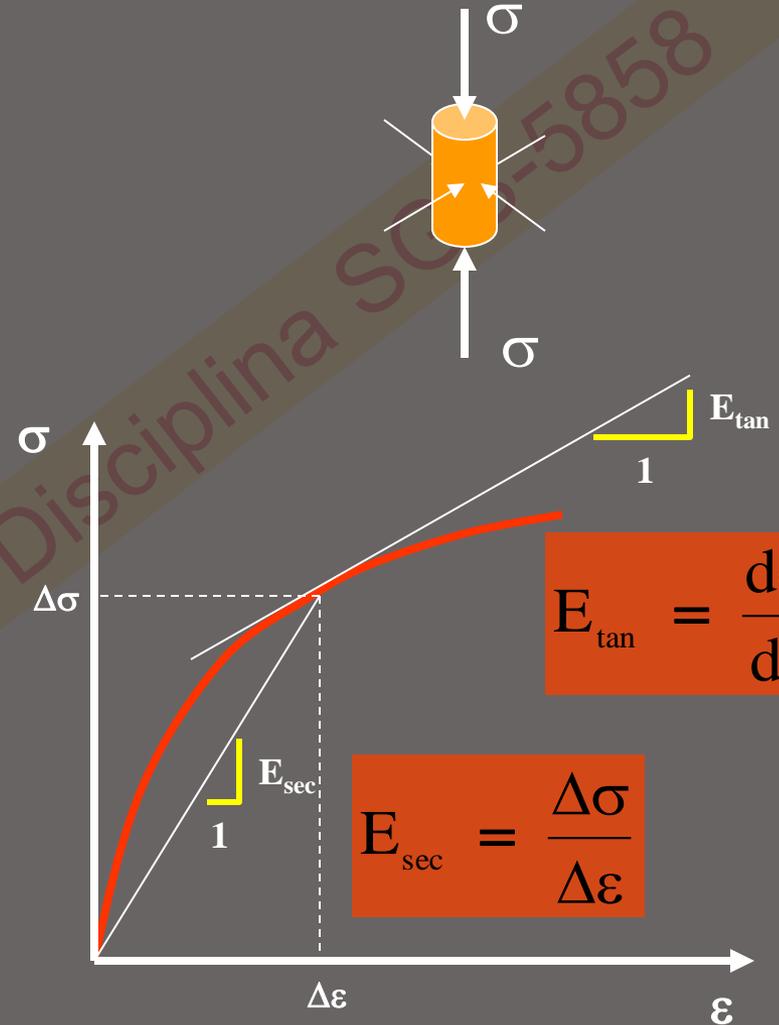
- O aumento das tensões gerará deformações no material, que poderá mudar de volume e de forma.
- Rigidez é a relação entre as variações de tensão e de deformação: módulo de Young (E) poderia ser chamado de módulo de rigidez elástica

Se o material tem um comportamento **ELÁSTICO E LINEAR** a curva vermelha é uma reta e tem-se:

$$E_{\tan} = E_{\sec}$$

Para tensões de trabalho, com os coeficientes de segurança usualmente adotados (entre 1,5 e 3,0), mesmo que a relação completa seja não linear, no trecho inicial da curva tem-se:

$$E_{\tan} \cong E_{\sec}$$



Elasticidade linear

Relações lineares entre deformações e tensões (material isotrópico)

$$\varepsilon_X = \frac{1}{E} (\sigma_X - \nu\sigma_Y - \nu\sigma_Z)$$

$$\varepsilon_Y = \frac{1}{E} (-\nu\sigma_X + \sigma_Y - \nu\sigma_Z)$$

$$\varepsilon_Z = \frac{1}{E} (-\nu\sigma_X - \nu\sigma_Y + \sigma_Z)$$

$$\gamma_{XY} = \frac{\tau_{XY}}{2G} = \frac{\tau_{YX}}{2G} = \gamma_{YX}$$

$$\gamma_{YZ} = \frac{\tau_{YZ}}{2G} = \frac{\tau_{ZY}}{2G} = \gamma_{ZY}$$

$$\gamma_{ZX} = \frac{\tau_{ZX}}{2G} = \frac{\tau_{XZ}}{2G} = \gamma_{XZ}$$

E = módulo de Young

ν = coeficiente de Poisson

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Elasticidade linear

Relações lineares entre tensões e deformações (material isotrópico)

$$\sigma_X = \lambda(\varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z) + 2G\varepsilon_X$$

$$\sigma_Y = \lambda(\varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z) + 2G\varepsilon_Y$$

$$\sigma_Z = \lambda(\varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z) + 2G\varepsilon_Z$$

$$\tau_{XY} = \tau_{YX} = 2G\gamma_{XY} = 2G\gamma_{YX}$$

$$\tau_{YZ} = \tau_{ZY} = 2G\gamma_{YZ} = 2G\gamma_{ZY}$$

$$\tau_{ZX} = \tau_{XZ} = 2G\gamma_{ZX} = 2G\gamma_{XZ}$$

λ = módulo de Lamé

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

G = módulo de cisalhamento

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

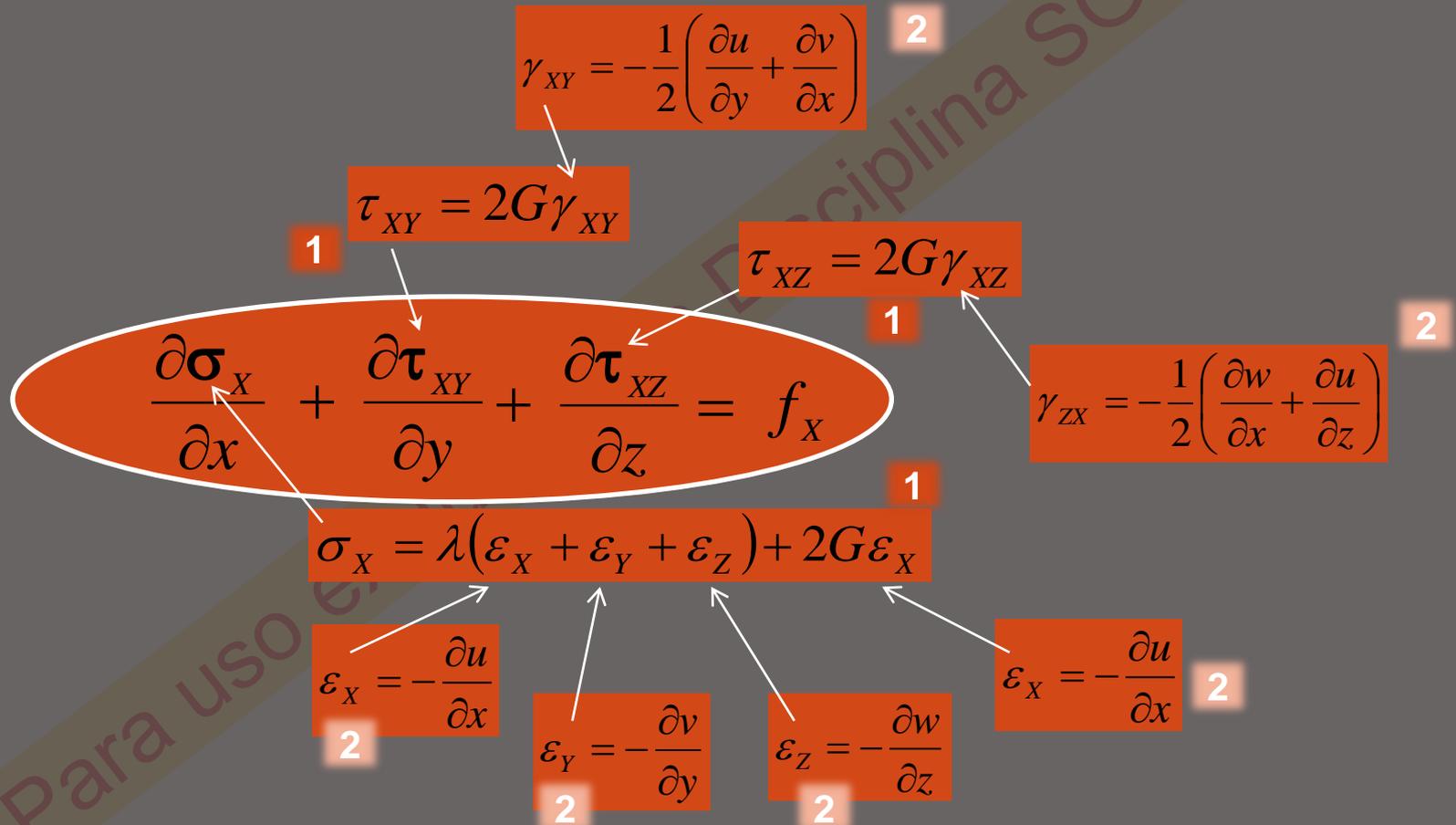
Elasticidade linear para solos

- ▣ Observar, pelas equações anteriores, que na Elasticidade linear:
 - tensões normais só provocam variações de volume (não de forma)
 - tensões de cisalhamento só provocam variações de forma (não de volume)
- ▣ Essa é uma das imprecisões da aplicação da Elasticidade linear a solos: o cisalhamento às vezes provoca variações volumétricas
- ▣ A outra imprecisão é a própria linearidade

Solução pelo processo dos deslocamentos

- 1** equações da Elasticidade, na forma $\text{deformação} = f(\text{tensões})$
são levadas às 3 equações de equilíbrio (originalmente escritas em função das 6 tensões), que ficam então escritas em função das 6 deformações
- 2** definições de deformações, na forma $\text{deformação} = f(\text{deslocamentos})$
são levadas às 3 equações de equilíbrio (no passo anterior escritas em função das 6 deformações); as equações de equilíbrio ficam então escritas em função dos 3 deslocamentos
- 3** resultado: 3 equações diferenciais (equilíbrio em termos de deslocamentos), 3 funções incógnitas (3 deslocamentos)

Exemplo para a 1ª equação de equilíbrio



Sistema de 3 equações diferenciais a 3 funções incógnitas (equações de Navier)

$$\begin{aligned} 3 \quad & -(\lambda + G) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) - G \nabla^2 u = f_x \\ & -(\lambda + G) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) - G \nabla^2 v = f_y \\ & -(\lambda + G) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - G \nabla^2 w = f_z \end{aligned}$$

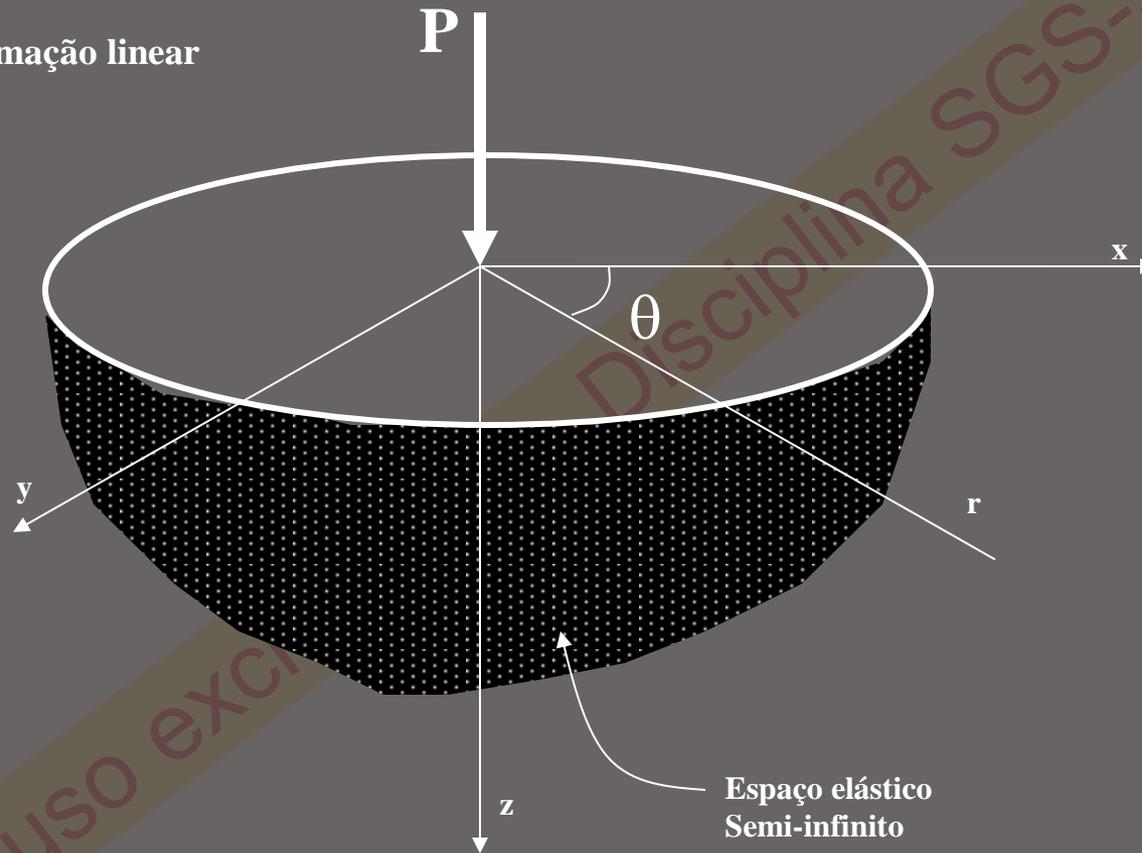
São essas as equações integradas em qualquer solução numérica baseada no processo dos deslocamentos

Solução do sistema de equações diferenciais

- ▣ Soluções exatas
 - analíticas
- ▣ Soluções aproximadas
 - numéricas (mais usualmente com base no processo dos deslocamentos)
 - ▣ MDF
 - ▣ MEF
 - ▣ MEC
 - ▣ MED

O Problema de Boussinesq

- Espaço semi-infinito
- Material homogêneo
- Massa Isotrópica
- Relação tensão deformação linear

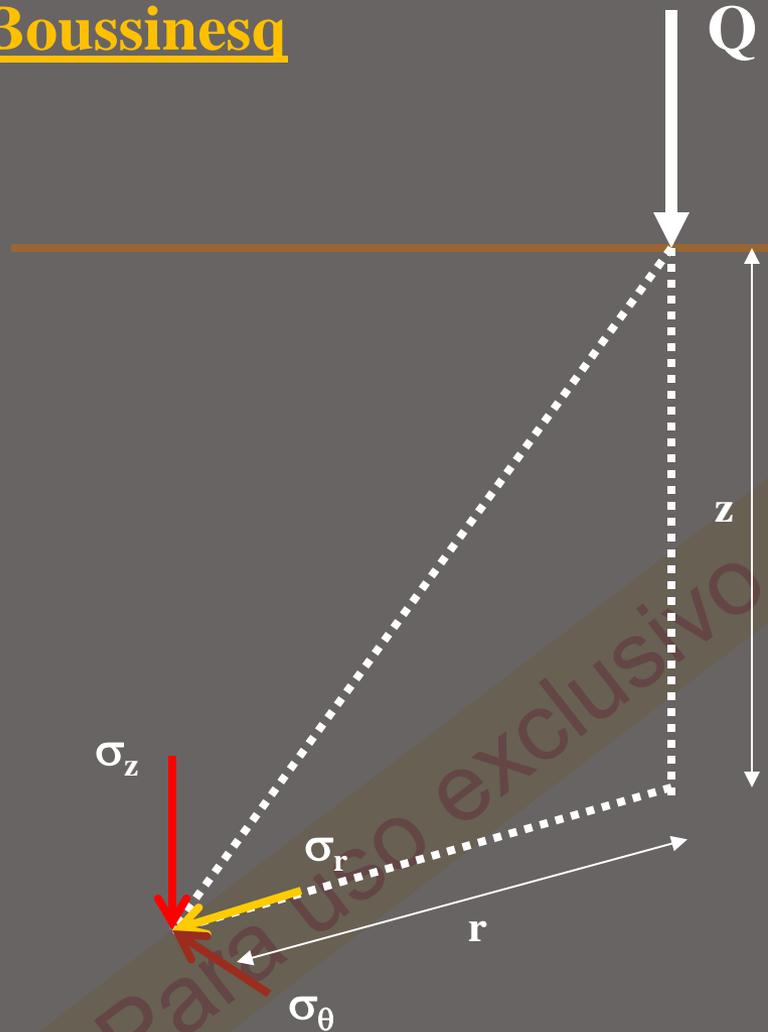


Para uso exclusivo

Disciplina SGS-5858

Tensão devida à carga em um ponto

Boussinesq



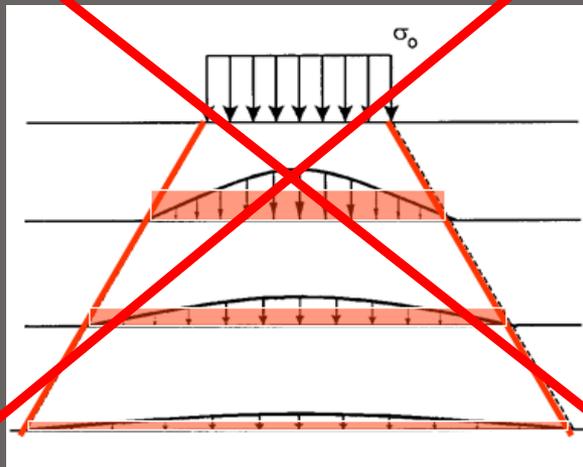
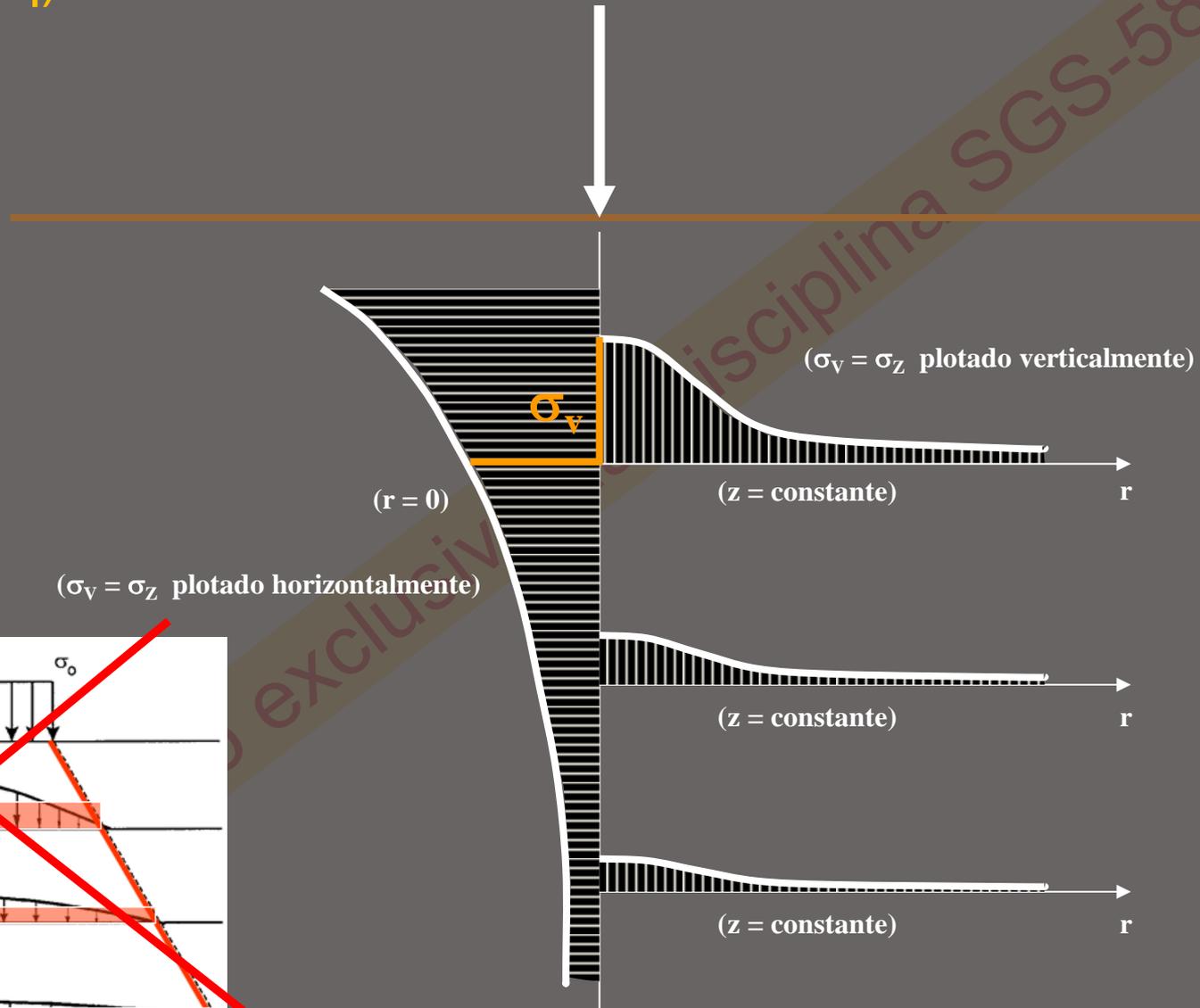
Tensão vertical

Fator de Influência

$$I_p = \frac{3}{2\pi} \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right\}^{5/2}$$

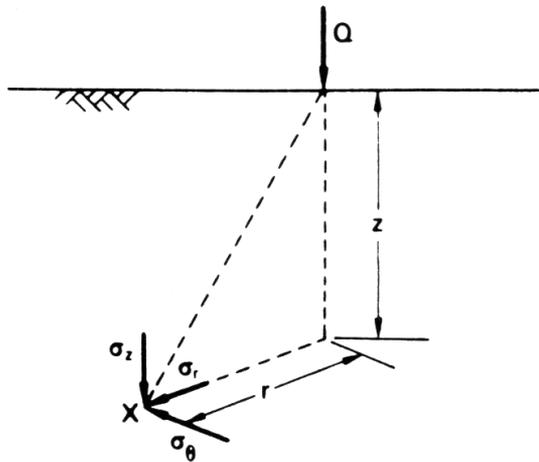
$$\sigma_z = \frac{Q}{z^2} I_p$$

Variação da tensão vertical devida à carga pontual na superfície (Boussinesq)



Distribuição de tensões

Carga concentrada - Solução completa de Boussinesq (1885)

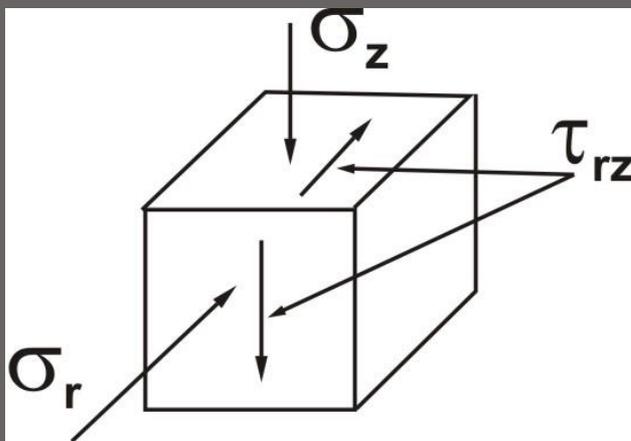


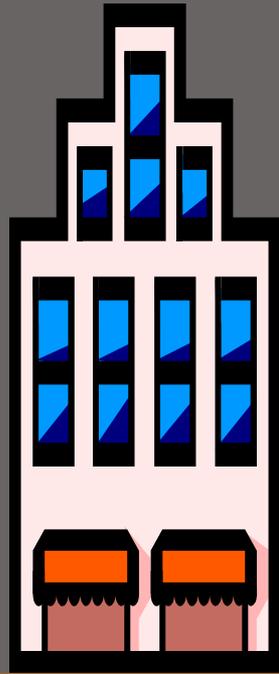
$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi z^2} \left\{ \frac{1}{1 + (r/z)^2} \right\}^{5/2}$$

$$\sigma_r = \frac{Q}{2\pi} \left\{ \frac{3r^2 z}{(r^2 + z^2)^{5/2}} - \frac{1 - 2\nu}{r^2 + z^2 + z(r^2 + z^2)^{1/2}} \right\}$$

$$\sigma_\theta = -\frac{Q}{2\pi} (1 - 2\nu) \left\{ \frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{1}{r^2 + z^2 + z(r^2 + z^2)^{1/2}} \right\}$$

$$\tau_{rz} = \frac{3Q}{2\pi} \left\{ \frac{rz^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \right\}$$

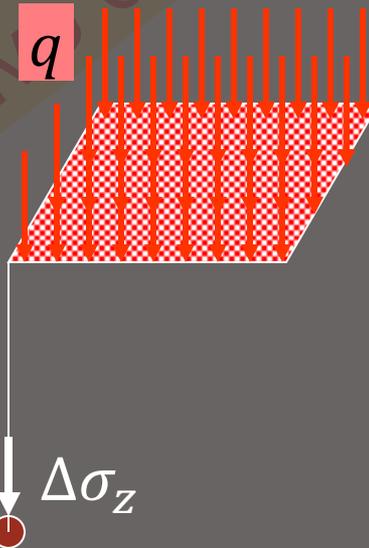
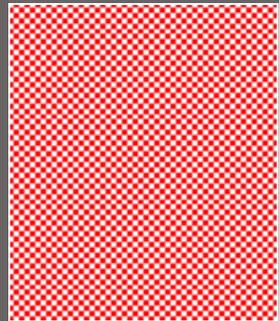




*Tensão vertical no canto
de uma área retangular
uniformemente
carregada*



*Problema linear \leftrightarrow vale
a superposição de efeitos*

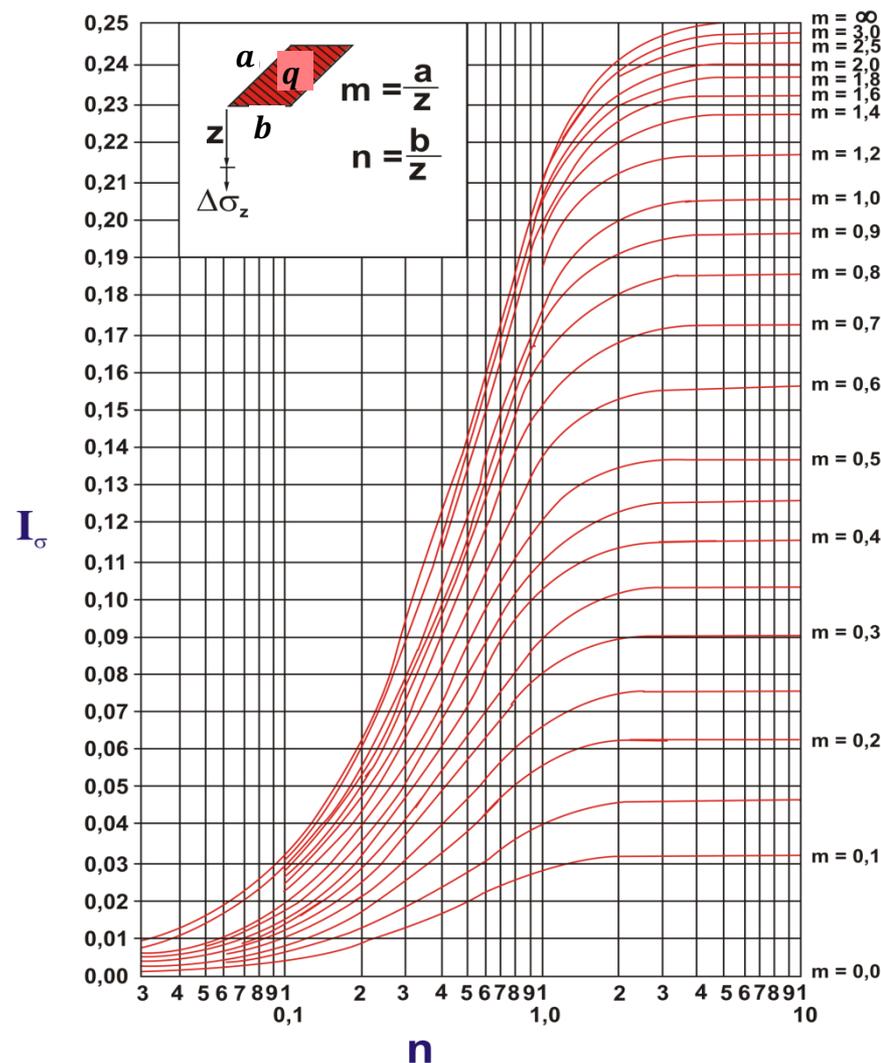


*Efeito da carga
distribuída = somatória
(ou integral) de efeitos de
cargas pontuais
(Boussinesq)*

Para uso exclusivo da Disciplina SGS-5858

Integrando Boussinesq

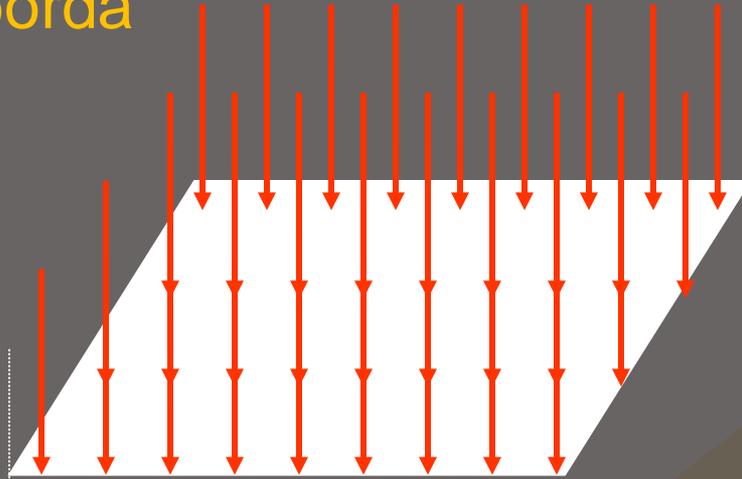
Tensão vertical no canto de uma área retangular uniformemente carregada (integral da equação de Boussinesq para tensão vertical – solução de Newmark/Fadum)



Para uso exclusivo

Superposição de efeitos vale para qualquer vertical (inclusive fora da área carregada)

Na borda

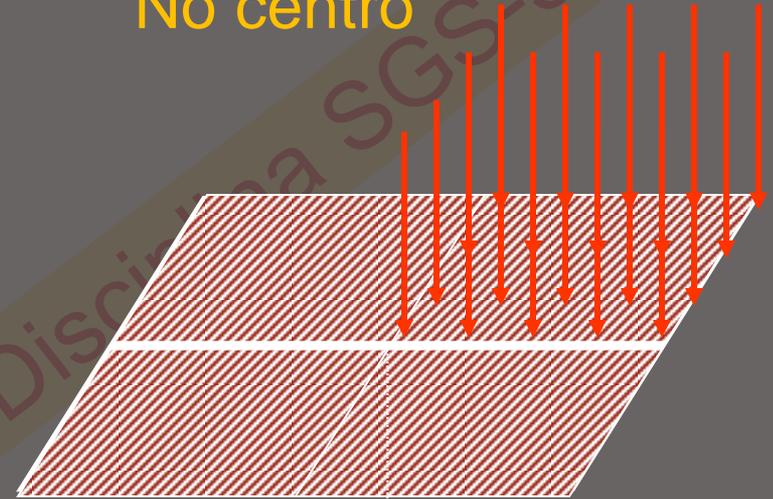


$$\sigma_z = q * I_r$$

$\Delta\sigma_z$



No centro



$$\sigma_z = 4 * q * I_r$$

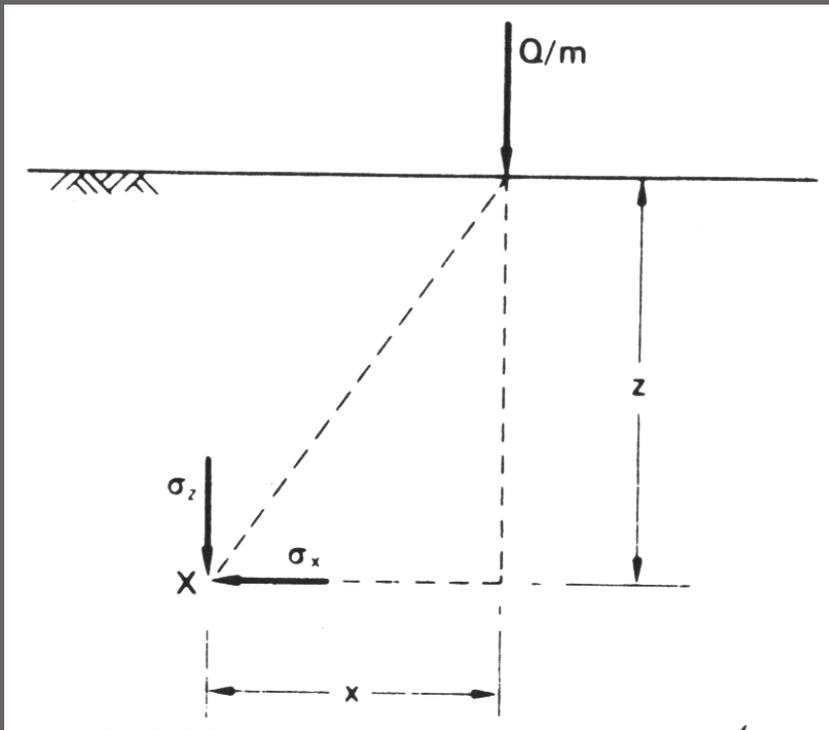
$\Delta\sigma_z$



Superposição de efeitos vale sempre em problemas lineares

Integrando Boussinesq

- ▣ Carga aplicada ao longo de uma linha horizontal na superfície do terreno.



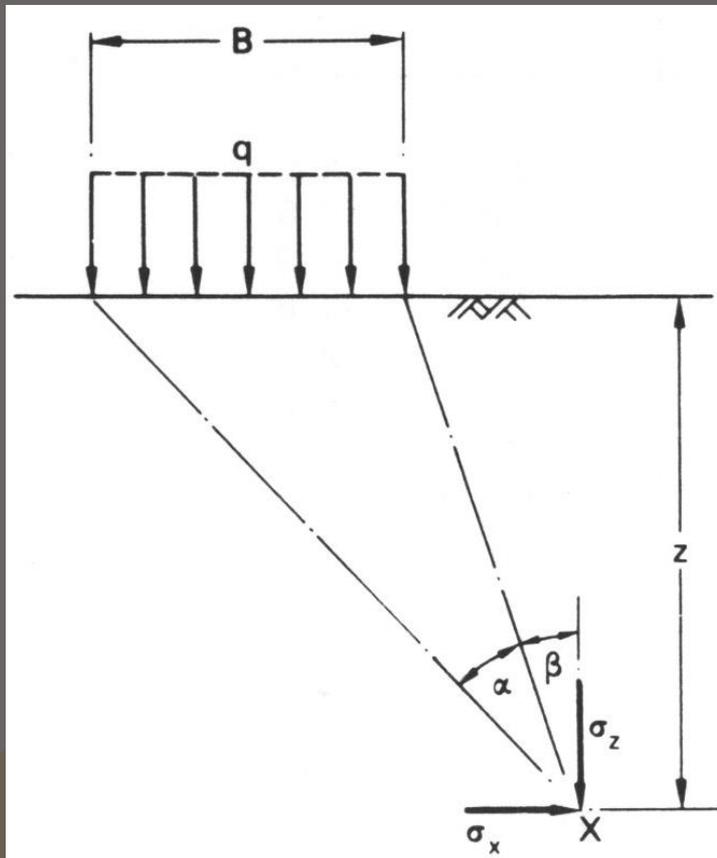
$$\sigma_z = \frac{2Q}{\pi} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_x = \frac{2Q}{\pi} \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2}$$

$$\tau_{xz} = \frac{2Q}{\pi} \frac{xz^2}{(x^2 + z^2)^2}$$

Integrando Boussinesq

Carga uniforme aplicada numa faixa contínua
(como uma sapata corrida)



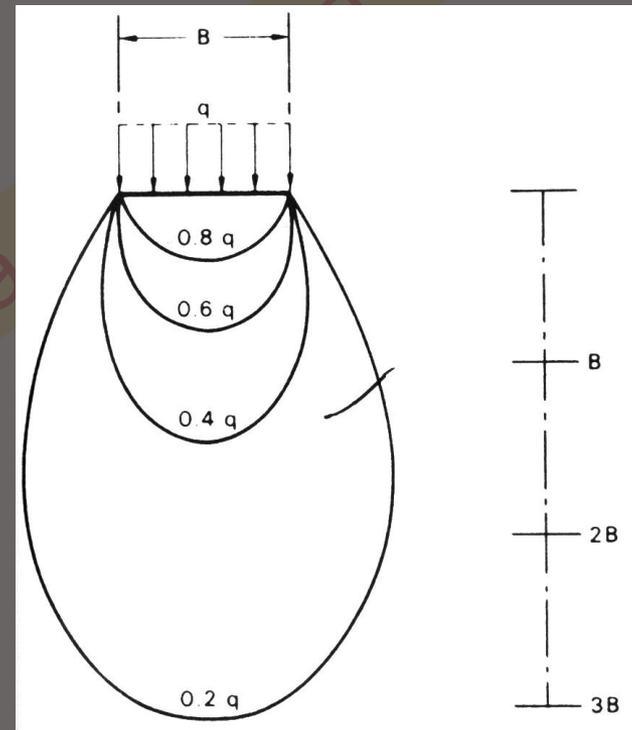
$$\sigma_z = \frac{q}{\pi} \{ \alpha + \sin \alpha \cos (\alpha + 2\beta) \}$$

$$\sigma_x = \frac{q}{\pi} \{ \alpha - \sin \alpha \cos (\alpha + 2\beta) \}$$

$$\tau_{xz} = \frac{q}{\pi} \{ \sin \alpha \sin (\alpha + 2\beta) \}$$

Bulbo de tensões

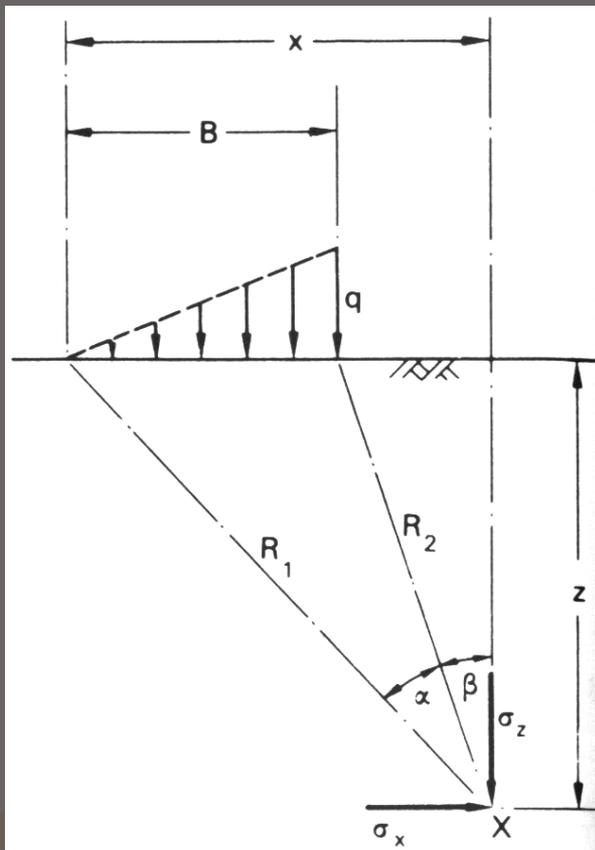
- ▣ A figura abaixo mostra as curvas de isovalores das tensões verticais na vizinhanças da faixa carregada.



A área limitada pela curva de isovalor correspondente a $0.2q$ é usualmente denominada *bulbo de tensões*.

Integrando Boussinesq

- ▣ Carga variando linearmente aplicada numa faixa contínua



$$\sigma_z = \frac{q}{\pi} \left(\frac{x}{B} \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right)$$

$$\sigma_x = \frac{q}{\pi} \left(\frac{x}{B} \alpha - \frac{z}{B} \ln \frac{R_1^2}{R_2^2} + \frac{1}{2} \sin 2\beta \right)$$

$$\tau_{xz} = \frac{q}{2\pi} \left(1 + \cos 2\beta - 2 \frac{z}{B} \alpha \right)$$

Integrando Boussinesq

▣ Carga uniforme atuando numa área circular

- A tensão vertical, numa profundidade z sob o centro de uma área circular de diâmetro $D=2R$, onde atua uma carga uniforme q , é dada por:

$$\sigma_z = q \left[1 - \left\{ \frac{1}{1 + (R/z)^2} \right\}^{3/2} \right] = qI_c$$

- As tensões radial e circunferencial sob o centro da área circular têm o mesmo valor, e são dadas por:

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{q}{2} \left[(1 + 2\nu) - \frac{2(1 + \nu)}{\{1 + (R/z)^2\}^{1/2}} + \frac{1}{\{1 + (R/z)^2\}^{3/2}} \right]$$

Integrando Boussinesq

- ▣ Centenas de integrações para condições de contorno particulares reunidas no já clássico:

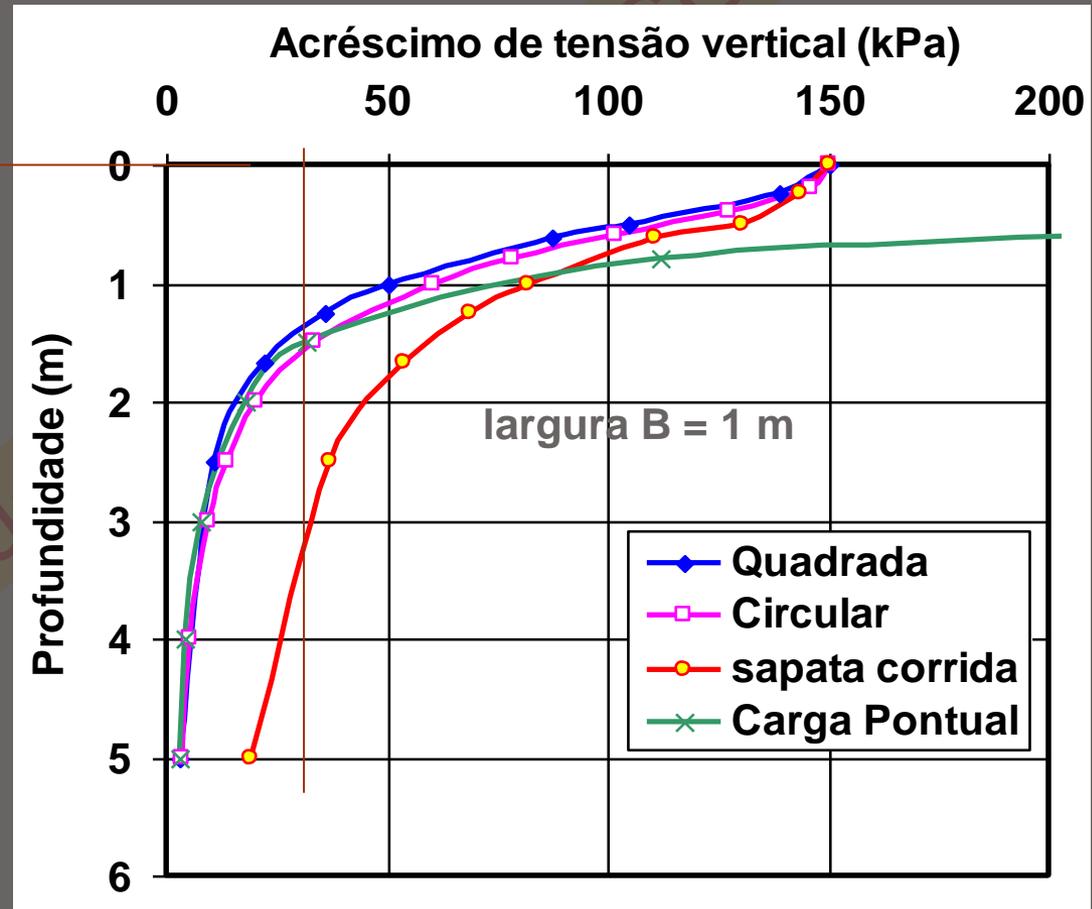
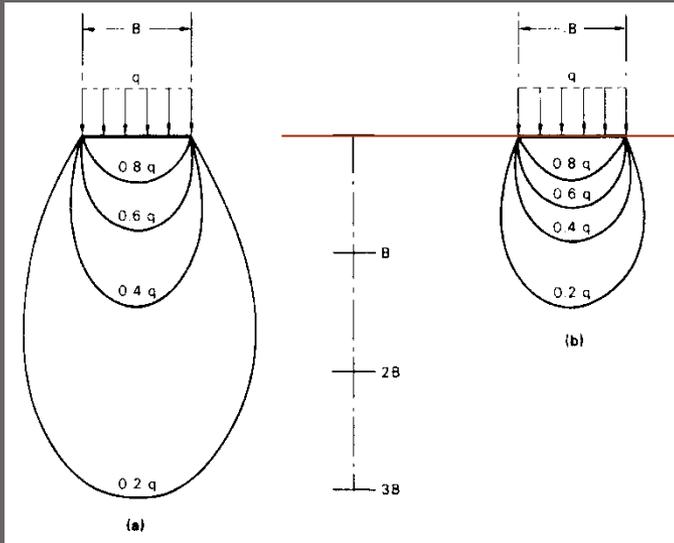
Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics
Poulos, H.G. e Davis, E. (Wiley, 1970)

- ▣ Estão lá disponíveis integrações não apenas da solução de Boussinesq, mas também de outras soluções igualmente fundamentais, tais como a solução de Mindlin (carga pontual aplicada no interior de semi-espaço infinito)

Princípio de Saint-Venant

corrida

quadrada



Para uso exclusivo

GS-5858

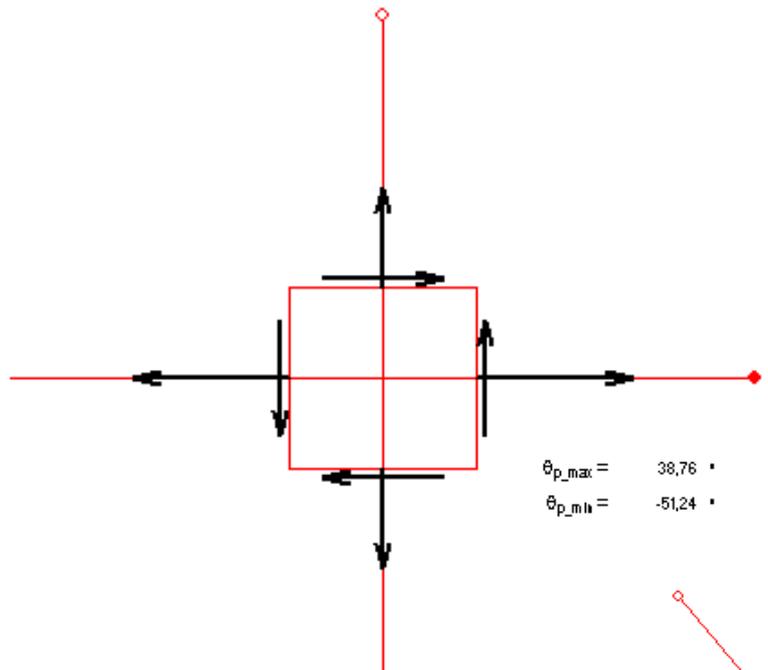
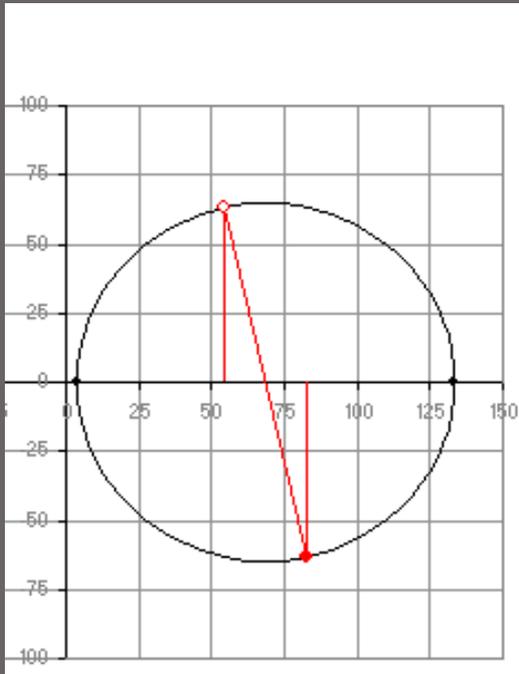
Estados duplos (2D)

- ▣ Estado plano de deformação ($\varepsilon_y = 0$)
 - ▣ Estado plano axissimétrico ($\varepsilon_\theta = 0$)
 - ▣ Estado plano de tensão ($\sigma_y = 0$)
- ▣ Os dois primeiros são os usuais em Engenharia Geotécnica

Para uso exclusivo da Disciplina UGS-5858

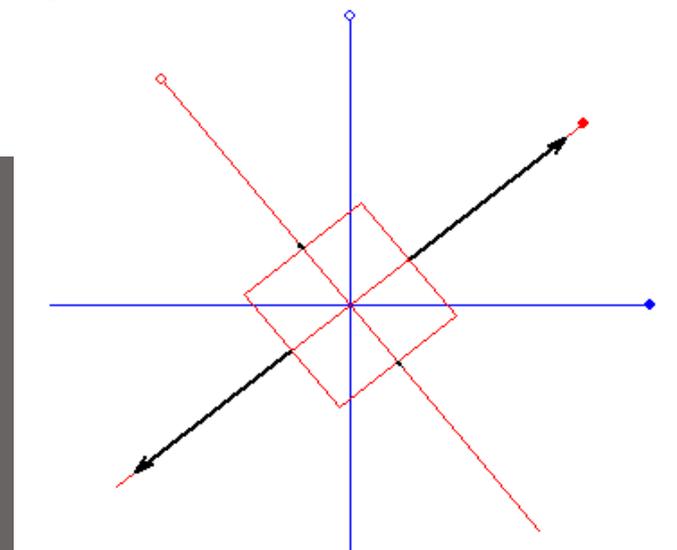
Círculo de Mohr (2D !)

GS-5858



$\theta_{p_{max}} = 38,76^\circ$
 $\theta_{p_{min}} = -51,24^\circ$

$\sigma_x = 133,53 \text{ MPa}$
 $\sigma_y = 3,87 \text{ MPa}$
 $\tau_{xy} = 0,00 \text{ MPa}$



Para uso exclusivo

Alternativa

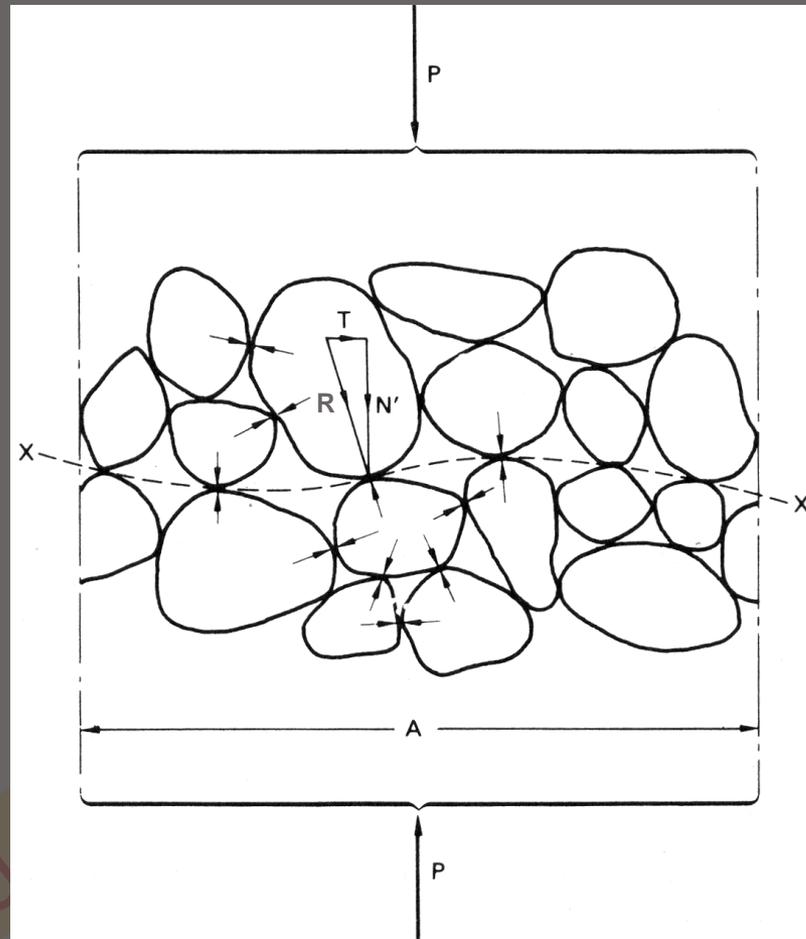
- ▣ Equilíbrio do tetraedro de Cauchy permite demonstrar que:
 - $t_n = T \cdot n$
 - ▣ t_n é o vetor tensão no plano cujo versor normal é n
 - ▣ T é o tensor das tensões que define o estado de tensão no ponto considerado
 - ▣ “.” indica produto escalar
 - $\sigma_n = t_n \cdot n$
 - $\tau_n = t_n - \sigma_n$
- ▣ Tensões principais são os autovalores de T
- ▣ Direções principais são os autovetores de T
- ▣ Rotinas de cálculo de autovalores e autovetores amplamente disponíveis

Princípio das Tensões Efetivas

- ▣ O **Princípio das Tensões Efetivas** se aplica somente a solos totalmente saturados.
 - $S_r = 100\% \Rightarrow V_w = V_v$

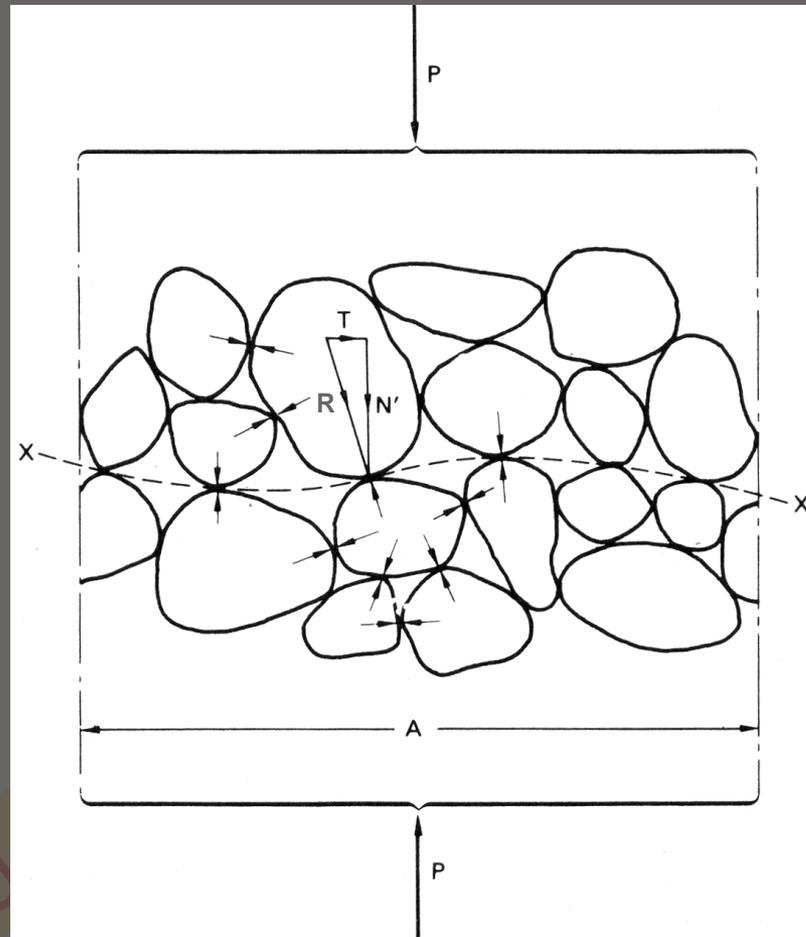
Para uso exclusivo da Disciplina SGS-5833

Princípio das Tensões Efetivas



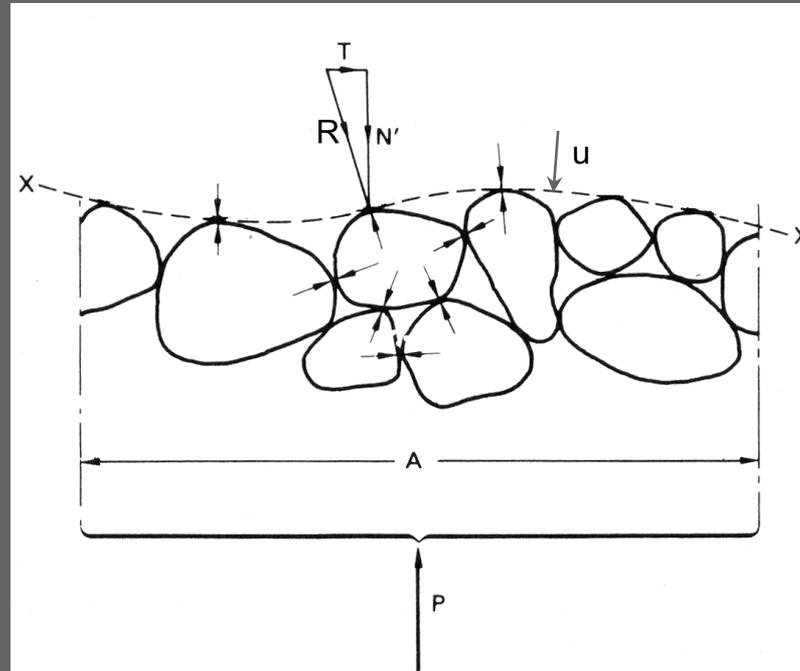
- ▣ Pelos pontos de contato entre os grãos passa um “plano” XX .

Princípio das Tensões Efetivas



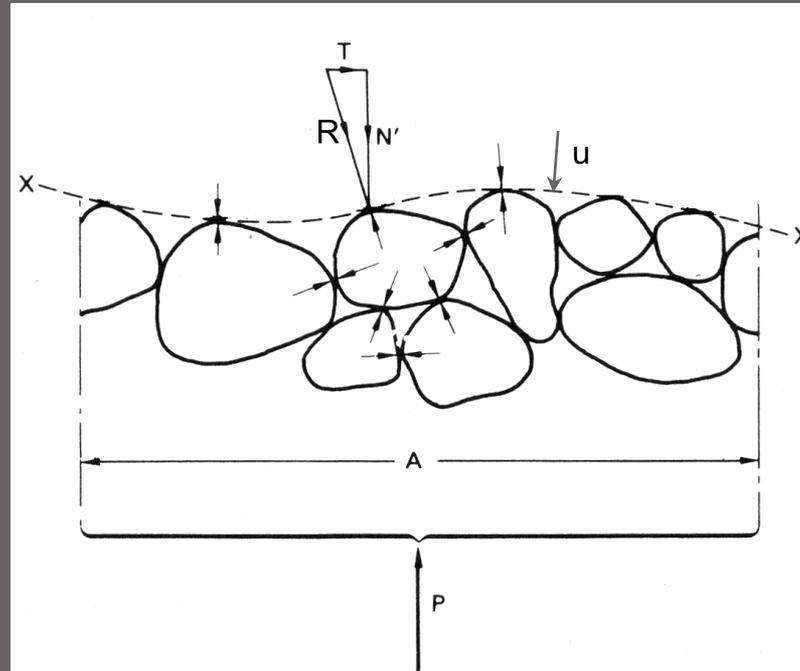
- ▣ Partículas sólidas muito pequenas \Rightarrow
“plano” ondulado **XX** é muito próximo de um plano real

Princípio das Tensões Efetivas



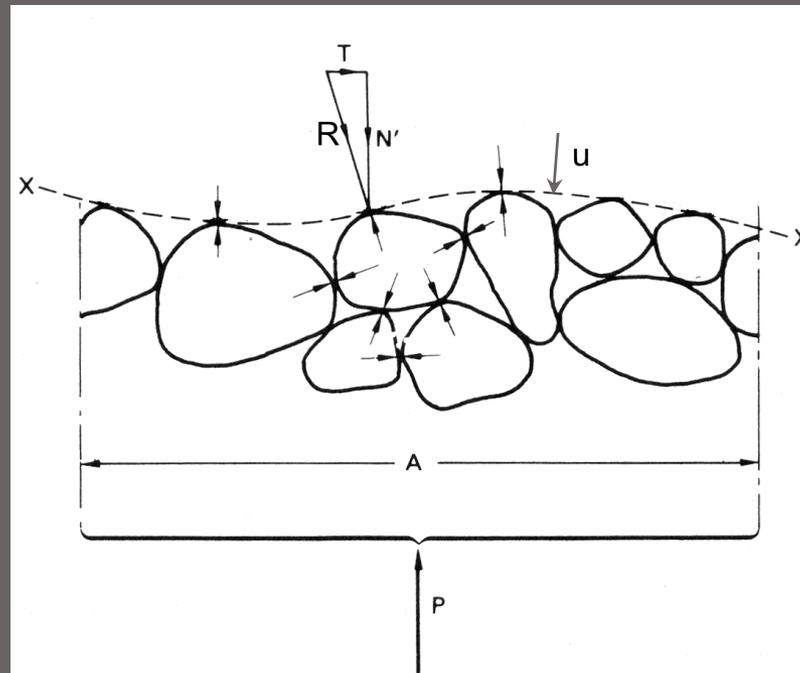
- ▣ A força normal P , aplicada sobre uma área A é resistida parcialmente pelas forças intergranulares (R), e parcialmente pela pressão da água u (*pressão neutra ou poropressão*);

Princípio das Tensões Efetivas



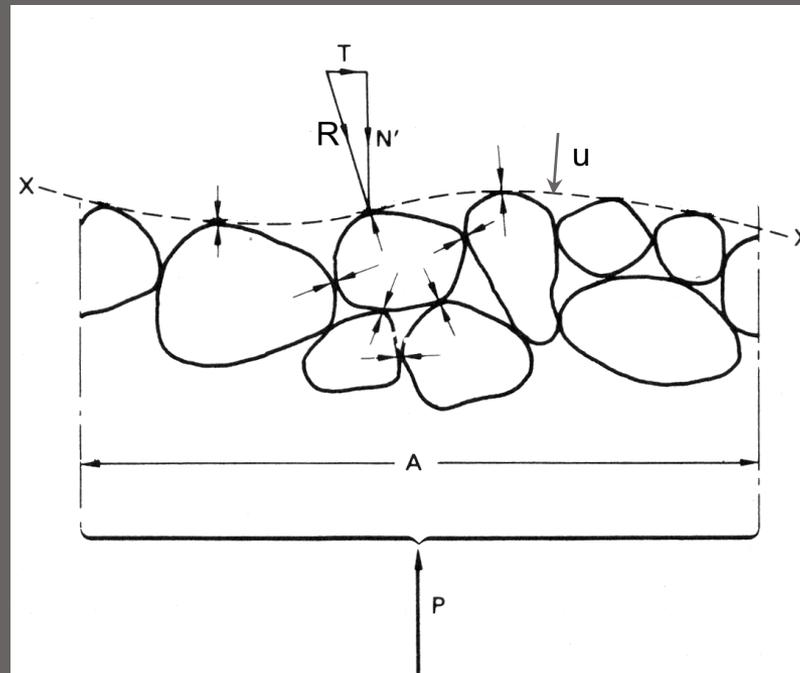
- ▣ Direções e intensidades das forças intergranulares (R) são aleatórias;

Princípio das Tensões Efetivas



- ▣ Força $R \Rightarrow$ componente normal (N') e componente tangencial (T) ao plano que se aproxima do “plano” XX ;

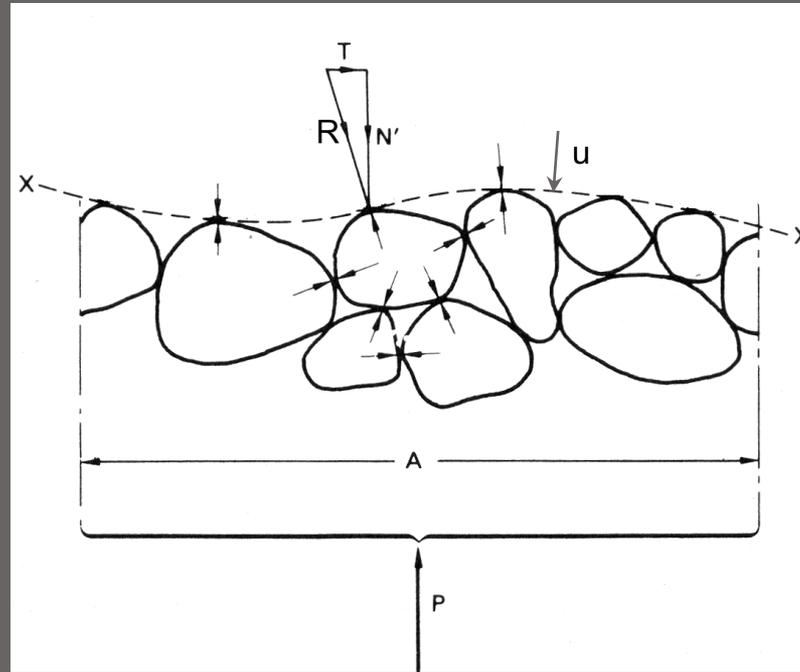
Princípio das Tensões Efetivas



- Por definição, *tensão normal efetiva*:

$$\sigma' = \frac{\sum N'}{A}$$

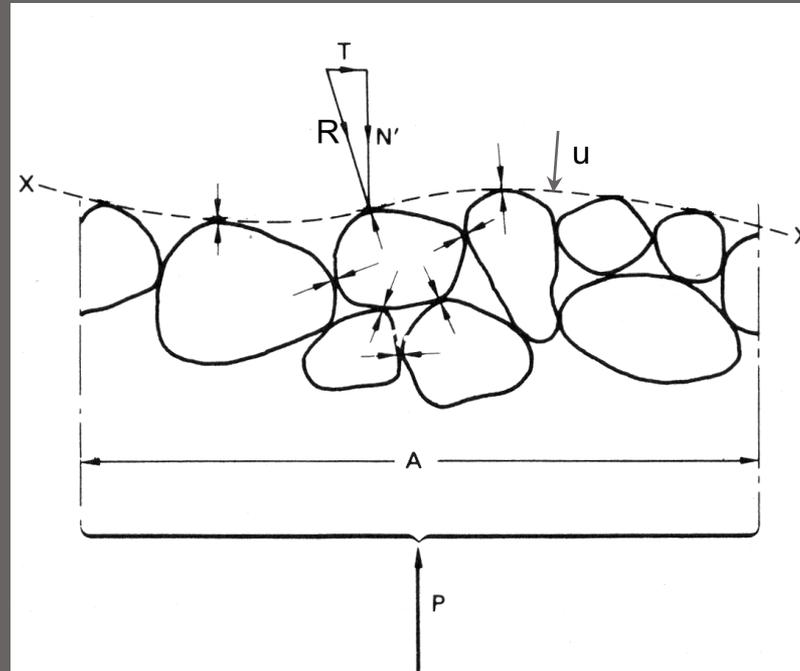
Princípio das Tensões Efetivas



- **A tensão normal total:**

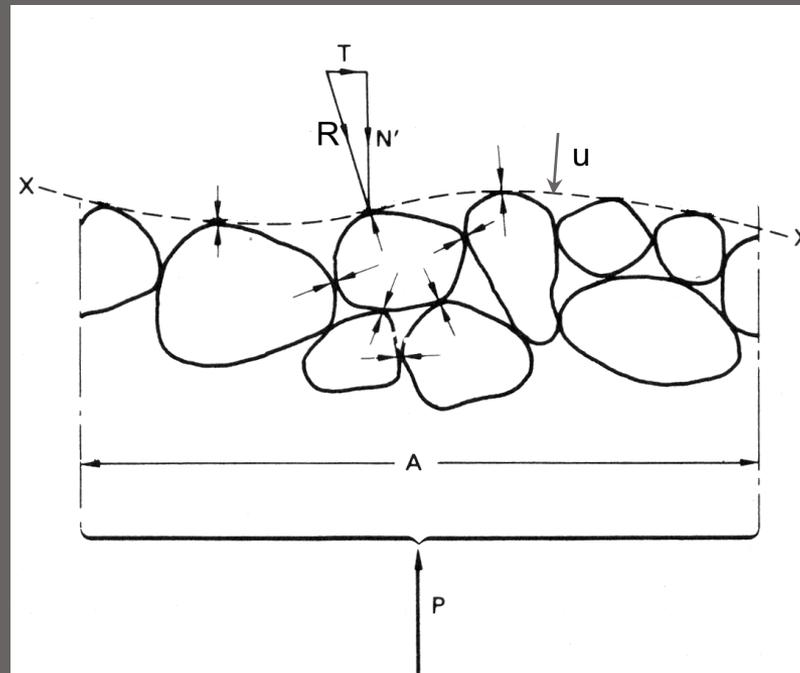
$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Princípio das Tensões Efetivas



- Contato entre as partículas = pontos infinitesimais
- \Rightarrow a pressão de água atua sobre toda área **A**.

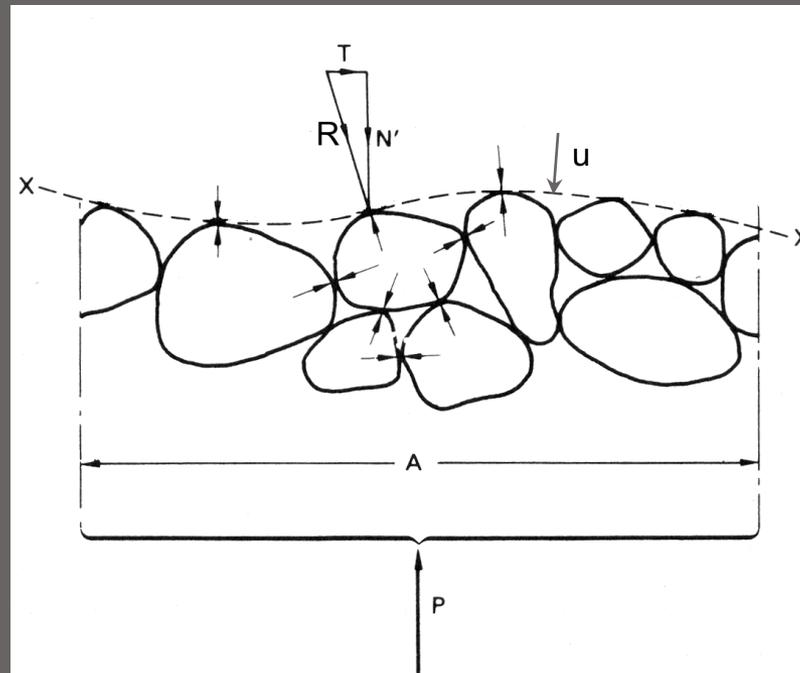
Princípio das Tensões Efetivas



- Por equilíbrio:

$$P = \sum N' + uA \quad \text{ou} \quad \frac{P}{A} = \frac{\sum N'}{A} + u$$

Princípio das Tensões Efetivas



$$\frac{P}{A} = \frac{\sum N'}{A} + u$$

mas

$$\frac{P}{A} = \sigma$$

e

$$\frac{\sum N'}{A} = \sigma'$$

resultando:

$$\sigma = \sigma' + u$$

Princípio das Tensões Efetivas

- ❑ O erro envolvido, quando se admite que o contato entre os grãos se dá através de pontos infinitesimais, é muito pequeno. Na realidade, a soma das áreas de contato entre grãos está situada entre 1 e 3% da área total A .
- ❑ A tensão normal efetiva (σ') não representa as tensões reais de contato entre partículas sólidas.
- ❑ As tensões reais de contato (R/a , onde a representa a área real de contato) são muito mais elevadas do que σ' .

Princípio das Tensões Efetivas

- ▣ No caso de argilas, pode ser que não haja um contato direto entre as partículas minerais, devido às camadas de água adsorvida que envolvem as mesmas.
- ▣ Admite-se que as forças intergranulares sejam transmitidas através da água adsorvida, que apresenta viscosidade extremamente elevada.

Para uso exclusivo da Disciplina SGS-5833