



PME3211 – Mecânica dos Sólidos II – 1ª Prova – 29/08/2018

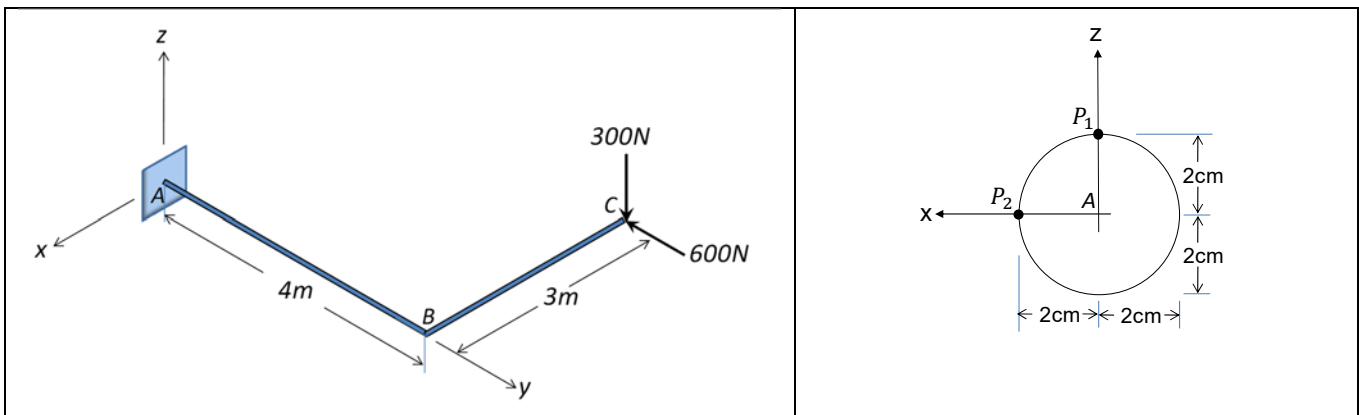
Duração: 120 minutos

Não é permitido o uso de equipamentos eletrônicos durante a prova!

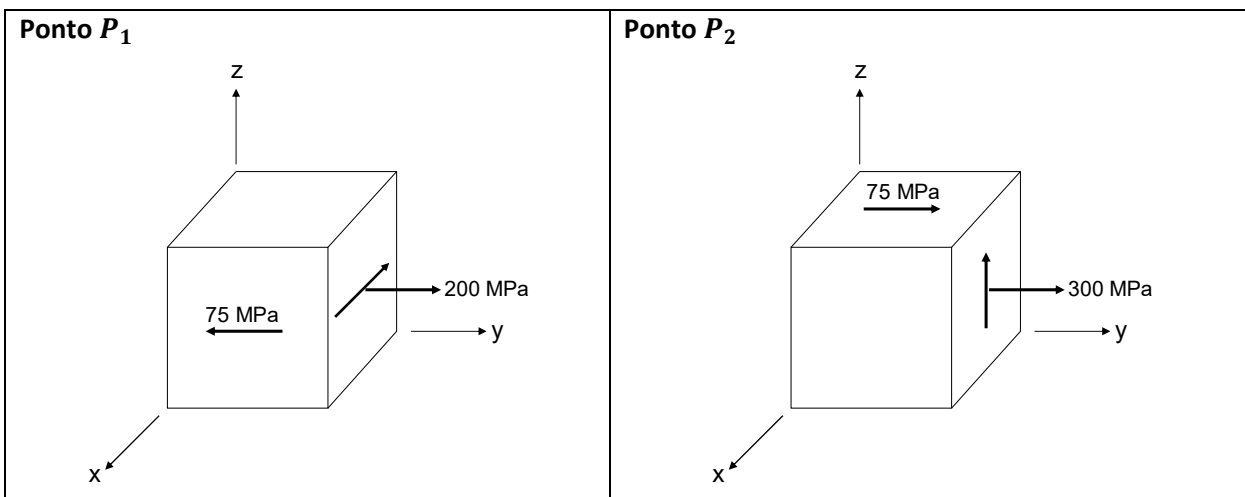
Nome: _____ N.USP: _____ Assinatura: _____

1ª Questão (4,0 pontos)

A viga ABC da figura é horizontal. O trecho BC forma um ângulo de 90° com o trecho AB . A viga é prismática, tem seção circular com 2cm de raio e tem as dimensões indicadas na figura. Na sua extremidade C estão aplicadas duas forças com os sentidos indicados: uma força vertical de magnitude $300N$ e outra, horizontal, paralela ao trecho AB e de magnitude $600N$. Pede-se determinar o estado de tensão nos pontos P_1 e P_2 da seção A cujas posições estão indicadas na figura. As tensões devidas à força normal e à força cortante podem ser desprezadas, por serem pequenas. Adotar a aproximação $\pi = 3$.



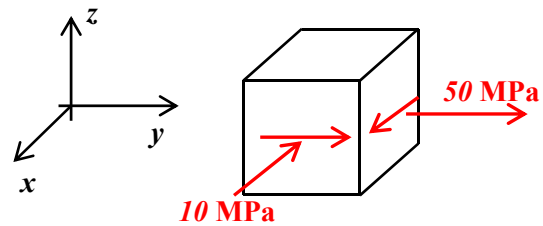
A resposta deve ser obrigatoriamente apresentada nos elementos cúbicos orientados abaixo:





2ª Questão (3,0 pontos)

A figura ao lado ilustra o estado tensional em um ponto de uma estrutura. Considerando que o material possui como tensões admissíveis: $\sigma_{t,adm} = 100$ MPa (tensão admissível à tração), $\sigma_{c,adm} = 70$ MPa (tensão admissível à compressão) e $\tau_{adm} = 50$ MPa (tensão admissível ao cisalhamento), pede-se determinar o intervalo de valores possíveis para a tensão de cisalhamento indicada no elemento para que nenhuma das tensões admissíveis seja ultrapassada (considerando qualquer plano que passe pelo ponto).



Dados:

$\sqrt{28} \cong 5,29$	$\sqrt{34} \cong 5,83$	$\sqrt{55} \cong 7,42$	$\sqrt{72} \cong 8,49$
$\sqrt{90} \cong 9,49$	$\sqrt{135} \cong 11,62$	$\sqrt{153} \cong 12,37$	$\sqrt{200} \cong 14,14$

Solução:

As tensões principais no ponto ficam (em MPa):

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 20 + \sqrt{(30)^2 + (\tau_{xy})^2} \\ \sigma_2 &= 0 \\ \sigma_3 &= 20 - \sqrt{(30)^2 + (\tau_{xy})^2}\end{aligned}$$

A máxima tensão de cisalhamento no ponto fica dada por:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \sqrt{(30)^2 + (\tau_{xy})^2}$$

Devemos ter, portanto:

$$\begin{aligned}\tau_{m\acute{a}x} = \sqrt{(30)^2 + (\tau_{xy})^2} &\leq \tau_{adm} \Leftrightarrow |\tau_{xy}| \leq 40MPa \\ \sigma_1 = 20 + \sqrt{(30)^2 + (\tau_{xy})^2} &\leq \sigma_{t,adm} \Leftrightarrow |\tau_{xy}| \leq 74,2MPa \\ |\sigma_3| = \left| 20 - \sqrt{(30)^2 + (\tau_{xy})^2} \right| &\leq \sigma_{c,adm} \Leftrightarrow |\tau_{xy}| \leq 84,9MPa\end{aligned}$$

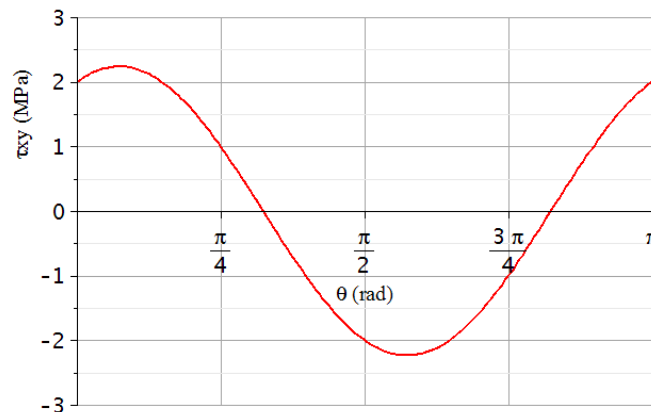
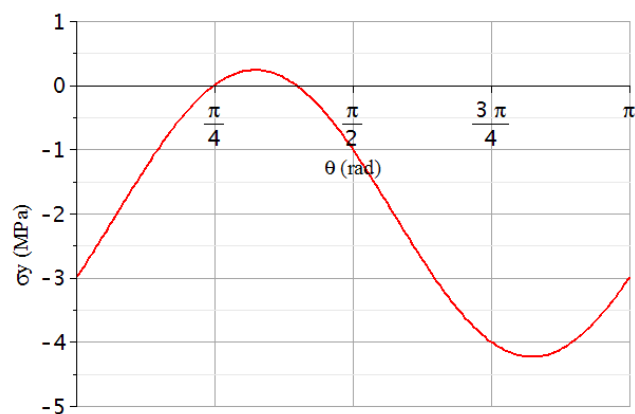
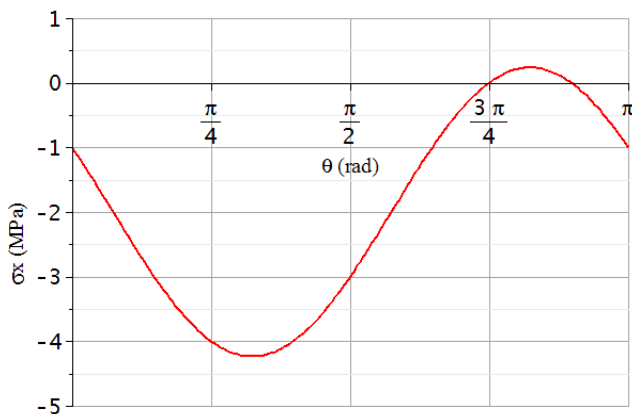
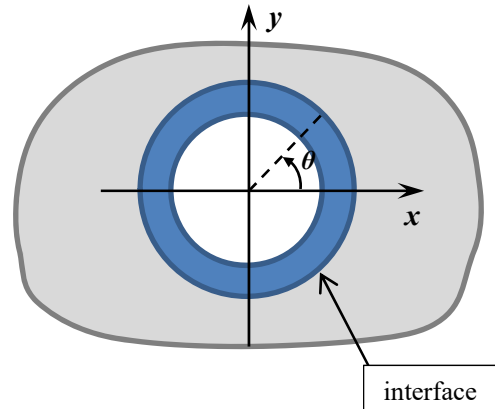
Logo, o intervalo de valores que τ_{xy} pode atender para que nenhuma tensão admissível seja ultrapassada é:

$$|\tau_{xy}| \leq 40MPa \Leftrightarrow -40MPa \leq \tau_{xy} \leq 40MPa$$



3ª Questão (3,0 pontos)

A figura ao lado ilustra a seção transversal de um pino inserido em uma chapa. Com a simulação por elementos finitos desta região, considerando a hipótese de estado plano de tensão (ou seja, admitindo-se que as únicas tensões não nulas são as componentes de tensão no plano), foram determinadas as componentes de tensão σ_x , σ_y e τ_{xy} cujos valores obtidos na interface entre a superfície externa do pino e a chapa estão apresentados na forma de gráficos reproduzidos abaixo (apenas para $0 \leq \theta \leq \pi$). Pede-se determinar a tensão normal atuante sobre a superfície externa do pino e a tensão cisalhante que atua nesta mesma superfície para $\theta = \pi/4$.



Solução:

Dos gráficos apresentados temos as seguintes componentes do tensor das tensões para $\theta = \pi/4$:

$$\sigma_x = -4 \text{ MPa} \quad , \quad \sigma_y = 0 \quad , \quad \tau_{xy} = 1 \text{ MPa}$$

Logo, sendo um estado plano de tensões teremos:

$$[T]_b = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Onde $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y)$



O vetor tensão atuante no plano de normal $\vec{n} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ será:

$$\{\vec{\rho}\} = [T] \cdot \{\vec{n}\} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -3\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{Bmatrix}$$

A componente normal do vetor tensão será:

$$\sigma = \vec{\rho} \cdot \vec{n} = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = -1MPa$$

E a componente cisalhante será, em módulo:

$$|\tau| = \sqrt{\rho^2 - \sigma^2} = \sqrt{5 - 1} = 2MPa$$