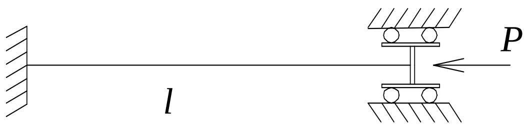
PME-3211 - Mecânica dos Sólidos II

15ª Lista de Exercícios

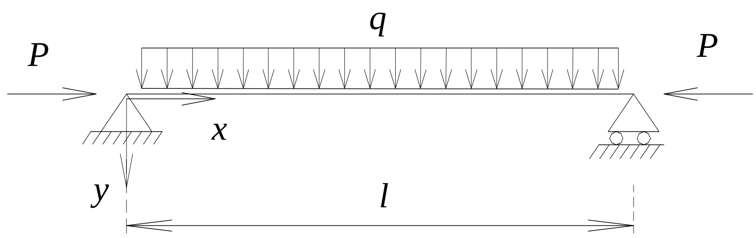
1) Determine as duas primeiras cargas críticas de flambagem (auto-valores) e os respectivos modos de flambagem (auto-vetores) para a barra de comprimento *l* e rigidez flexional *EI* indicada abaixo. Plotar os modos de flambagem obtidos. Dados: *EI*, *l*.



2) Mostre, utilizando a teoria de 2ª ordem, que a expressão da linha elástica da viga-coluna indicada abaixo (comprimento *l* e rigidez flexional *EI*) quando submetida a um carregamento uniformemente distribuído de intensidade *q* e a forças de compressão de intensidade *P* é dada por:

$$v(x) = \frac{q}{k^4.EI}.\left[\tan\left(\frac{k.l}{2}\right).\text{sen}(k.x) + \cos(k.x) + \frac{(k.x)^2}{2} - \left(\frac{k.l}{2}\right).(k.x) - 1\right]$$

onde: $k = \sqrt{\dfrac{P}{EI}}$ (observe o caráter não-linear entre os deslocamentos transversais $v(x)$ e a força P).



3) Utilizando o resultado do problema 2, mostre que o deslocamento transversal em $x = l/2$ é dado por:

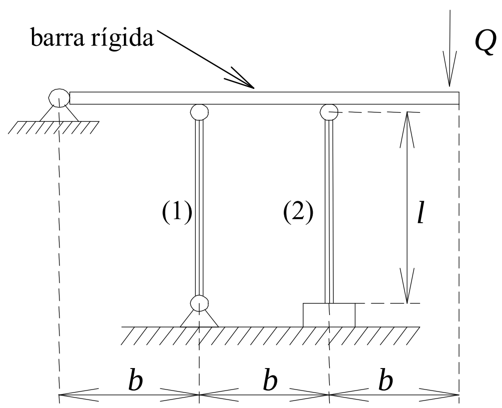
$$\delta = v(l/2) = \frac{q.l^4}{32.EI}.\left[\frac{2.\sec(u) - u^2 - 2}{u^4}\right], \quad \text{onde} \quad u = \frac{k.l}{2}$$

Mostre então que:

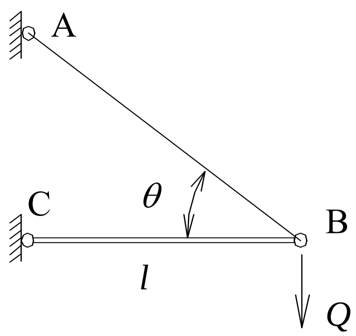
a) a expressão do deslocamento δ dado acima recupera assintoticamente o deslocamento devido apenas ao carregamento uniformemente distribuído no limite para $P \to 0$;

b) é possível determinarmos a carga crítica de flambagem através da análise da expressão acima, notando, por exemplo, que, quando $u \to \dfrac{\pi}{2}$, teremos $\delta \to \infty$, ou seja, o deslocamento torna-se indeterminado a medida em que *P* se aproxima da carga crítica. (Obs: o mesmo resultado seria obtido se analisássemos o deslocamento em outro ponto da viga, a não ser, é claro, nas extremidades).

4) O sistema indicado abaixo é formado por uma viga rígida ("indeformável") conectada a duas colunas: a coluna (1) é biarticulada nas duas extremidades, enquanto a coluna (2) é engastada na base e articulada no topo. As colunas são feitas de aço estrutural cujas propriedades são dadas abaixo. Pretende-se utilizar o mesmo perfil (tubular) para as duas colunas. Considerando que o diâmetro externo das colunas é d = 50 mm, determine qual deve ser a espessura utilizada para que o coeficiente de segurança com relação à estabilidade do sistema (como um todo) seja igual a 2 para o carregamento indicado na figura.
Dados do material: E = 200 GPa, σ_p = 210 MPa, σ_e = 240 MPa
Dados geométricos: l = 2500 mm, b = 1500 mm, d = 50mm (diâmetro externo das colunas)
Dados do carregamento: Q = 50 kN

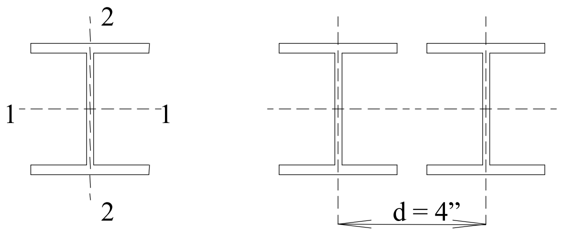


5) A figura abaixo mostra uma barra horizontal BC, de diâmetro D = 50,8 mm e módulo de elasticidade E = 207 GPa. O fio AB tem um diâmetro d = 6,35 mm e pode suportar uma tensão máxima $\sigma_{últ}$ = 345 MPa. Determine o valor máximo que a força Q pode ter para que o sistema (barra + fio) não falhe.
Dados adicionais: l = 4570 mm; $\theta = 45^o$; σ_p = 210 MPa e σ_e = 240 MPa (para a barra BC).



6) Uma coluna é constituída por dois perfis I (ver características do perfil na tabela a seguir) ligados de forma a trabalharem como um único pilar (ver figura). Admitindo que tal pilar seja biarticulado em suas extremidades, determine o comprimento mínimo do mesmo para o qual a fórmula de Euler seria válida (flambagem em regime elástico). Qual seria a carga crítica de flambagem neste caso?
Dados: E = 210 GPa, σ_p = 210 MPa.

Perfil	Área	Altura	*I* (eixo 1-1)	*i* (eixo 1-1)	*I* (eixo 2-2)	*i* (eixo 2-2)
S6 x 12,5	3,67 in^2	6,00 in	22,1 in^4	2,45 in	1,82 in^4	0,705 in



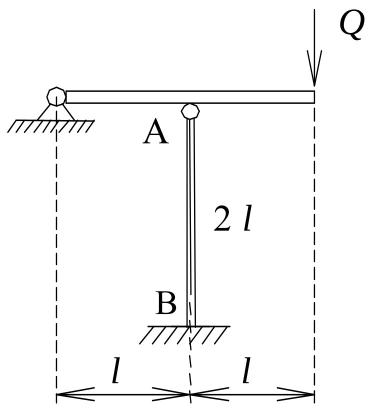
7) Um pilar de aço tem seção transversal retangular de dimensões a x $2a$ e comprimento l =1,5m. Pede-se determinar o valor da dimensão a sabendo que este pilar é biarticulado e que deve suportar uma carga axial compressiva (centrada) de intensidade P = 800 N com um coeficiente de segurança $\eta = 2$.
Dados: E = 210 GPa, σ_e = 240 MPa, σ_p = 210 MPa.

8) A coluna AB possui seção transversal circular cheia (diâmetro d), encontrando-se engastada na base e articulada, no topo, a uma barra horizontal rígida que suporta uma força concentrada Q = 80 kN, conforme a figura. Determine o diâmetro (d) necessário à coluna AB, para que o fator de segurança com respeito à flambagem ou escoamento seja C.S. = 2 (verifique se a fórmula de Euler pode ser utilizada neste caso).
Dado: l = 1,0 m

E = 200 GPa (módulo de elasticidade)

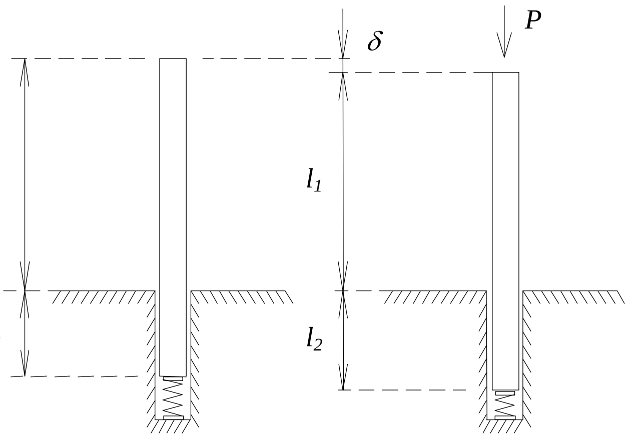
σ_p = 200 MPa (tensão limite de proporcionalidade)

σ_e = 250 MPa (tensão de escoamento)



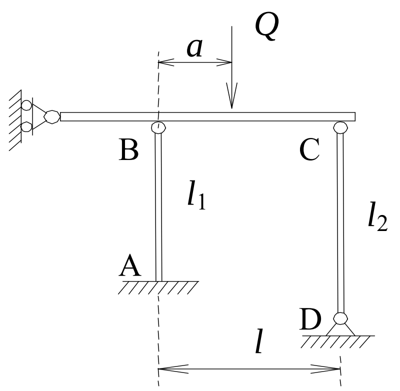
9) A barra vertical de seção circular (diâmetro d) e comprimento total l encontra-se inicialmente descarregada, tendo parte de seu comprimento fora e parte dentro de uma cavidade indeformável. No interior da cavidade há uma mola linear de constante k_m, também inicialmente descarregada (desprezamos o efeito do peso próprio da barra). Uma força de compressão P é então gradativamente aplicada até que a flambagem da barra ocorra. Determine o mínimo valor de P para o qual a flambagem ocorre. Verifique se a fórmula de

Euler é válida nesta situação ou não. Dados: l = 3000 mm; a = 2200 mm; b = 800 mm; d = 60 mm; E = 200 GPa; σ_p = 210 MPa; σ_e = 240 MPa; k_m = 500 N/mm.

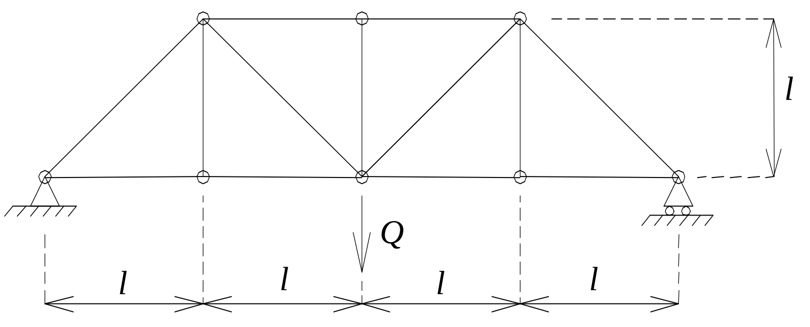


10) A barra horizontal mostrada na figura é simplesmente apoiada pelas colunas AB e CD, as quais são articuladas no topo à barra horizontal, sendo o suporte A fixo e o suporte D articulado. Ambas colunas tem seção transversal quadrada com largura b = 15 mm. Determine a máxima carga Q que pode ser aplicada ao sistema para que nenhuma das colunas flambe.

Dados: $l = l_1$ = 1,0 m, l_2 = 1,2m, a = 0,4 m, E = 200 GPa



11) A estrutura treliçada indicada abaixo é formada por tubos de mesmo material e mesma seção transversal. O carregamento consiste em uma única força Q aplicada conforme indica a figura . Determine qual o valor máximo de Q para que nenhuma barra sofra flambagem. Dados: EI¸l.



Respostas da 14ª Lista de Exercícios

1) A primeira carga crítica de flambagem ocorre para $k.l = 2\pi$, onde $k = \sqrt{\dfrac{P}{EI}}$, resultando:

$$P_{cr} = \frac{4\pi^2.EI}{l^2}$$

e o primeiro modo de flambagem é dado por: $v(x) = A.\left[\cos\left(\dfrac{2\pi x}{l}\right) - 1\right]$

A segunda carga crítica de flambagem ocorre para $k.l \cong 8{,}9868$, resultando:

$$P_{cr} \cong \frac{8{,}183.\pi^2.EI}{l^2}$$

e o segundo modo de flambagem é: $v(x) = A.\left[\operatorname{sen}(k.x) - \dfrac{k.l}{2}.\cos(k.x) - k.x + \dfrac{k.l}{2}\right]$, com $k.l \cong 8{,}9868$.

---

4) $t \cong 5{,}2$ mm

---

5) Carga máxima para que não haja rompimento do fio: $Q_{máx} \cong 7{,}73$ kN

Carga máxima para que não haja flambagem da barra: $Q_{máx} \cong 31{,}98$ kN

Logo: $Q_{máx} \cong 7{,}73$ kN (condição limite: rompimento do fio)

---

6) $l_{mín} = 5{,}35$ m , $P_{cr} = 994{,}4$ kN.

---

7) $a = 10{,}1$ mm.

---

8) $d = 50{,}4$ mm. Vale a fórmula de Euler (flambagem ocorre no regime elástico-linear).

---

9) $P_{cr} \cong 74{,}65$ kN. Vale a fórmula de Euler (flambagem ocorre no regime elástico-linear).

---

10) $Q_{máx} \cong 14{,}46$ kN (caso este valor seja ultrapassado a barra CD irá flambar)

---

11) $Q_{máx} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.\dfrac{\pi^2.EI}{l^2}$