



*PME-3211 - Mecânica dos Sólidos II*  
3ª Lista de Exercícios

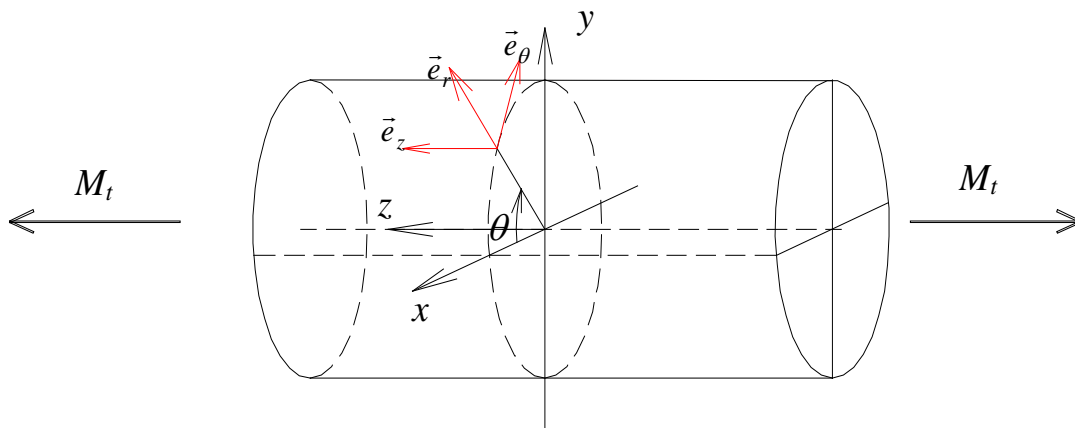
1) Considere novamente os dados do exercício 2 da lista 2 e determine:

- Os esforços solicitantes na seção mais solicitada (seção crítica);
- O estado de tensões no ponto considerado mais crítico desta seção (vale a mesma observação (a) do exercício 2 da lista 2);
- as tensões principais e as direções principais de tensão para o ponto escolhido no item (b). Faça também um desenho indicando a orientação dos planos principais de tensão (com relação aos eixos  $x, y, z$ ) num elemento 3D.

2) O eixo indicado a seguir está submetido à torção pura. Determine:

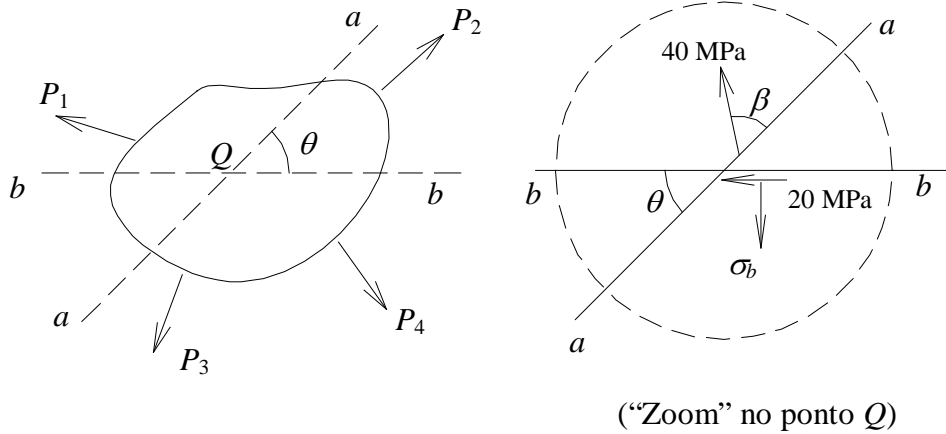
- O estado de tensões em um ponto genérico da superfície do eixo, utilizando a base de versores  $b = (\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  associada ao sistema de coordenadas cilíndricas (indique o estado de tensões através de um elemento 3D);
- O tensor das tensões correspondente ao ponto descrito em (a);
- As tensões principais associadas ao ponto.

Dados:  $M_t$  (momento aplicado),  $d$  (diâmetro do eixo)





3) As tensões atuantes em dois planos ( $a-a$  e  $b-b$ ) que passam por um dado ponto ( $Q$ ) de uma estrutura estão indicadas na figura a seguir. Determine o valor da tensão normal  $\sigma_b$  (que atua no plano  $b-b$ ) bem como os valores das tensões principais no ponto. Dados:  $\theta = 45^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ .



### Exercícios Sugeridos (Livro Texto)

#### Referência:

Gere, J.M. & Goodno, B.J., Mecânica dos Materiais, Cengage Learning, 2010, 858 p.

- Tensão Plana: 7.2.9, 7.3.10



Respostas da 3ª Lista de Exercícios

1) a) A seção mais crítica, neste caso, é a seção transversal próxima ao engaste (seção C). Os esforços nesta seção são:

$$\begin{cases} \vec{V}_y = -8,5 \text{ kN.m } (\vec{e}_y) & \text{(f. cortante)} \\ \vec{M}_f = -20 \text{ kN.m } (\vec{e}_z) & \text{(mom. fletor)} \\ \vec{M}_t = 7,5 \text{ kN.m } (\vec{e}_x) & \text{(mom. torçor)} \end{cases}$$

b) Os pontos mais solicitados desta seção são os pontos mais afastados do eixo neutro, cujas coordenadas são dadas por:  $\left(0, \frac{d_i + 2t}{2}, 0\right)$  e  $\left(0, \frac{-(d_i + 2t)}{2}, 0\right)$

O tensor das tensões, escrito com relação à base indicada, no ponto  $\left(0, \frac{d_i + 2t}{2}, 0\right)$  é:

$$[T]_b = \begin{bmatrix} 13,9 & 0 & 2,61 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2,61 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ (MPa)}$$

E o tensor das tensões para o ponto  $\left(0, \frac{-(d_i + 2t)}{2}, 0\right)$  é dado por:

$$[T]_b = \begin{bmatrix} -13,9 & 0 & -2,61 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2,61 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ (MPa)}$$

c) As tensões principais e direções principais de tensão serão:

i) para o ponto  $\left(0, \frac{d_i + 2t}{2}, 0\right)$ :

$$\begin{cases} \sigma_1 = 14,374 \text{ MPa} & \vec{n}_1 = (0,983911; 0; 0,178657) \\ \sigma_2 = 0 & \vec{n}_2 = (0; 1; 0) \\ \sigma_3 = -0,474 \text{ MPa} & \vec{n}_3 = (-0,178657; 0; 0,983911) \end{cases}$$

ii) para o ponto  $\left(0, \frac{-(d_i + 2t)}{2}, 0\right)$ :

$$\begin{cases} \sigma_1 = 0,474 \text{ MPa} & \vec{n}_1 = (0,178657; 0; -0,983911) \\ \sigma_2 = 0 & \vec{n}_2 = (0; 1; 0) \\ \sigma_3 = -14,374 \text{ MPa} & \vec{n}_3 = (0,983911; 0; 0,178657) \end{cases}$$



2) a) A única tensão que existirá, segundo a base de versores  $b = (\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ , é a tensão de cisalhamento  $\tau_{z\theta}$  (bem como sua complementar,  $\tau_{\theta z}$ ), dada em módulo por:

$$|\tau_{z\theta}| = \frac{M_t}{J} \cdot \frac{d}{2} = \frac{16.M_t}{\pi.d^3}$$

b) O tensor das tensões na base indicada será:

$$[T]_b = \begin{bmatrix} \sigma_r & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{\theta r} & \sigma_\theta & \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} & \tau_{z\theta} & \sigma_z \end{bmatrix} = \frac{16.M_t}{\pi.d^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

c) As tensões principais no ponto serão:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = \frac{16.M_t}{\pi.d^3} \\ \sigma_2 = 0 \\ \sigma_3 = -\frac{16.M_t}{\pi.d^3} \end{array} \right. \Rightarrow \tau_{m\acute{a}x} = \frac{16.M_t}{\pi.d^3}$$

Obs: Tal estado de tensões é chamado estado de cisalhamento puro.

3) a)  $\sigma_b = 74,641$  MPa

b) Tensões principais no ponto:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = 82,925 \\ \sigma_2 = 26,357 \text{ (MPa)} \\ \sigma_3 = 0 \end{array} \right.$$