PMT2405 - Mecânica dos Materiais - Exercício 1 - Solução - 19/02/2014

Questões

1 . Um dado estado de tensão é descrito pelo seguinte tensor:

$$\begin{pmatrix} 78 & 26 & 0 \\ 26 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 43 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Desenhe o círculo de Mohr correspondente.

2 . Considere a placa fina representada na Figura 1. Um pesquisador fez um furo nessa placa com uma broca de diâmetro 5 mm (círculo tracejado). Após isso ele mediu as dimensões reais do furo, que estão representadas na figura. Usando esses dados, estime o estado de deformação que existia na placa antes do furo, no referencial da placa e desenhe o círculo de Mohr correspondente.

3 . Um componente sujeito a esforços de cisalhamento puro no plano perpendicular, combinado com tração paralela a uma linha de centro de um certo componente, possui um estado de tensão representado pelo tensor (a direção x_3 corresponde à direção da linha de centro e r é a distância dos pontos materiais a essa linha de centro):

$$\begin{pmatrix} 0 & 47r & 0 \\ 47r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Determine o valor da máxima tensão normal atuante nesse estado de tensão, em função da distância. Como varia o ângulo que a direção da máxima tensão normal faz com a direção da linha de centro?

1 Solução

1. O problema é resolvido em três etapas, primeiro observamos que parte da matriz já está diagonalizada, indicando que σ_3 já é uma tensão principal. A submatriz restante (a parte não diagonalizada) é um estado de tensão biaxial, portanto. Começamos, então, por este estado de tensão. Em seguida (2), adicionamos a terceira tensão o principal e (3) completamos os círculos restantes. O círculo de Mohr solicitado, encontra-se na Figura 2

2. Usando as dimensões dadas no Figura 1 determinamos as duas das deformações principais no plano da chapa, que chamaremos de ε_1 e ε_2, há ainda uma terceira deformação principal, que é perpendicular ao plano da chama, nós a denominaremos ε_3 e a manteremos

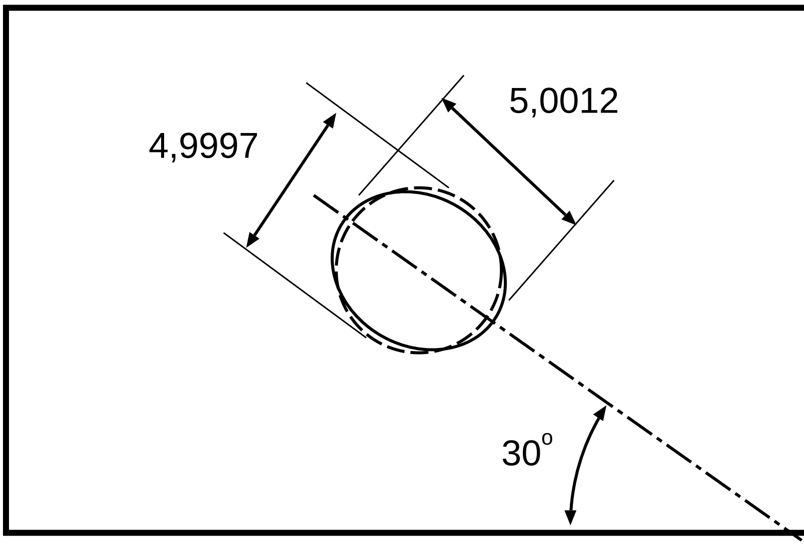

Figura 1: Placa contendo um furo, cujas dimensões reais estão representadas.

como uma incógnita, por enquanto. O estado de deformação da chapa, no referencial das deformações principais será dado por:

$$\begin{pmatrix} 0,00024 & 0 & 0 \\ 0 & -0,00006 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \tag{3}$$

O círculo de Mohr no plano da chapa está representado na Figura 3. Como queremos expressar o estado de deformação no referencial da chapa, notamos que no das deformações principais a máxima deformação normal está rodada de $-30°$ em relação à horizontal (assumimos que a direção horizontal é x_1). Assim devemos desenhar uma linha orientada a $+30°$ partindo da mínima deformação normal. O ponto em que ela cruza o círculo define o estado de tensão buscado. Esse estado será (aproximadamente):

$$\begin{pmatrix} +0,00014 & +0,00012 & 0 \\ +0,00012 & +0,00004 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \tag{4}$$

Note que as deformações normais são todas de tração, mesmo considerando que uma das deformações principais é de compressão. A deformação perpendicular ao plano da chapa será determinada *a posteriori*.

3. O problema deve ser resolvido em quatro etapas, como representado na Figura 4. Quando $r = 0$, temo um carregamento uniaxial de tração, afastando-nos da linha de centro, surgem duas tensões principais de mesmo módulo, mas de sinal oposto, que advém

do carregamento de cisalhamento, inicialmente a tensão máxima continua sendo a do carregamento uniaxial, mas para $4r = 13$ temos uma situação anômala, em que duas tensões principais de mesmo módulo são a máxima tensão de tração, para valores maiores de r, a orientação do plano de máxima tensão normal muda para o plano longitudinal do componente. O recado importante é que nesse carrregamento complexo, temos um plano de máxima tensão normal que muda de orientação conforme a distância da linha de centro aumenta. Supondo-se que trincas se propagem no plano de máxima tensão normal, teremos uma superfície de fratura curva.

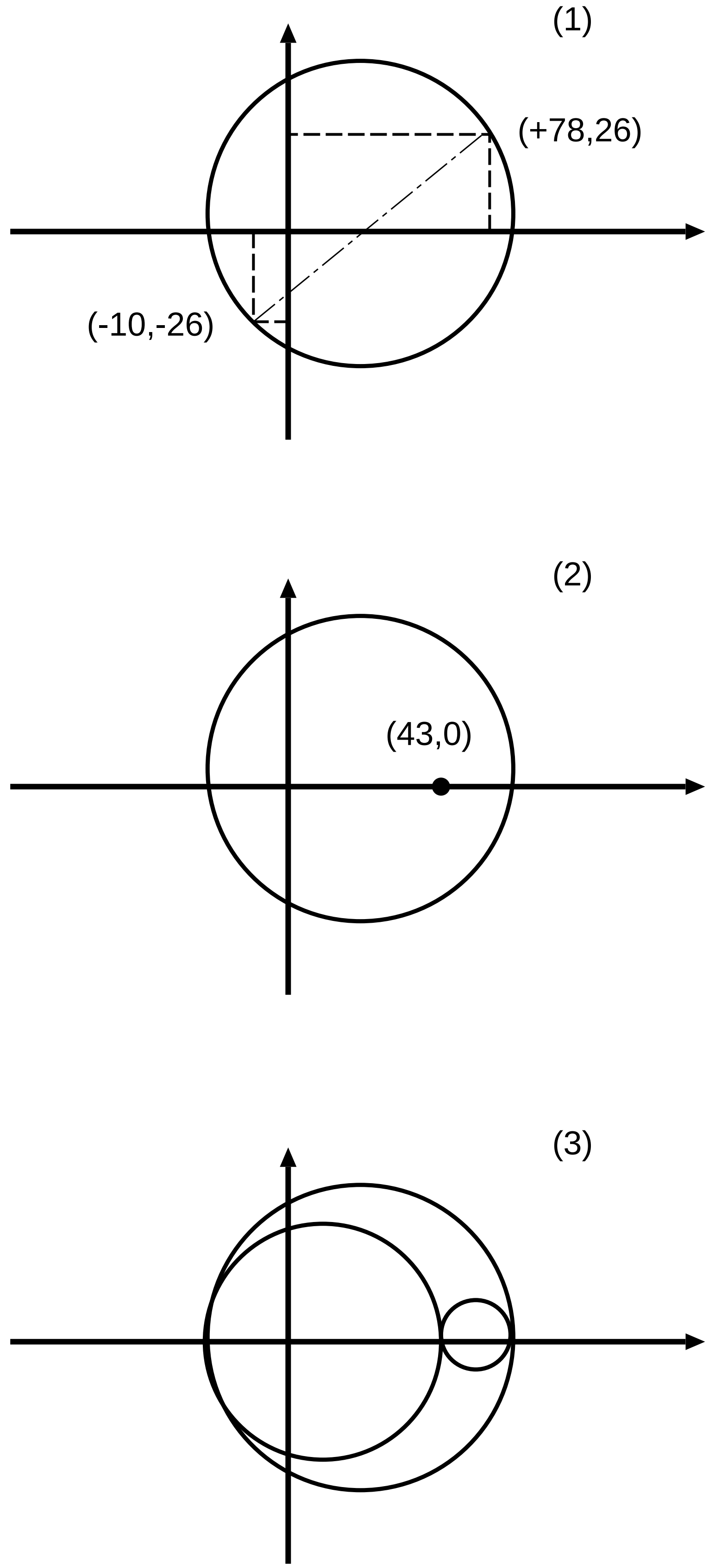

Figura 2: Círculo de Mohr do Exercício 1.

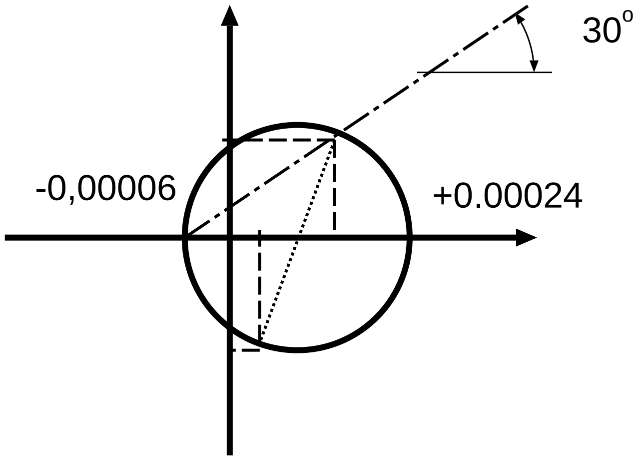

Figura 3: Estado de deformação da chapa representada na Figura 1

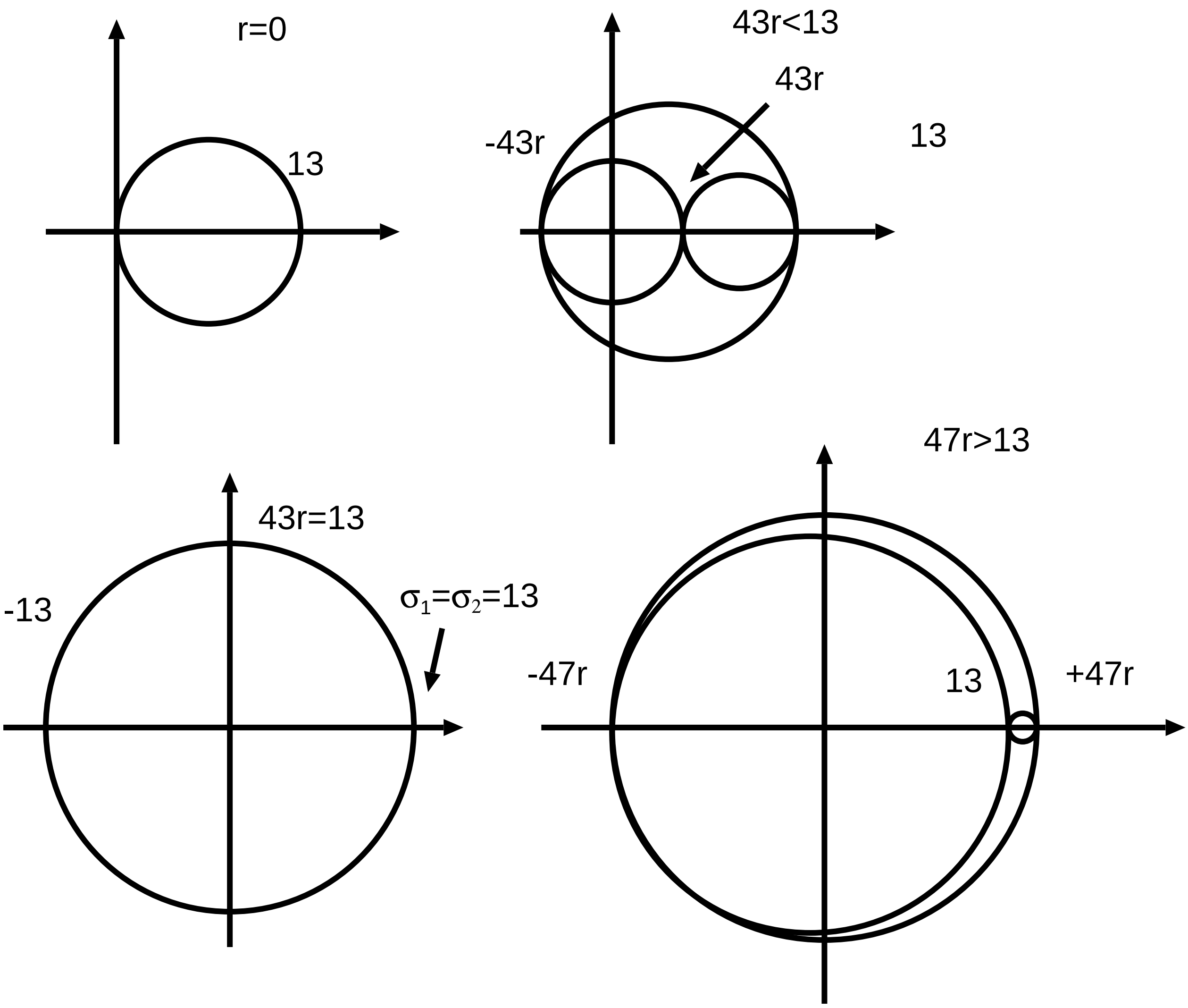

Figura 4: Solução do problema 3.