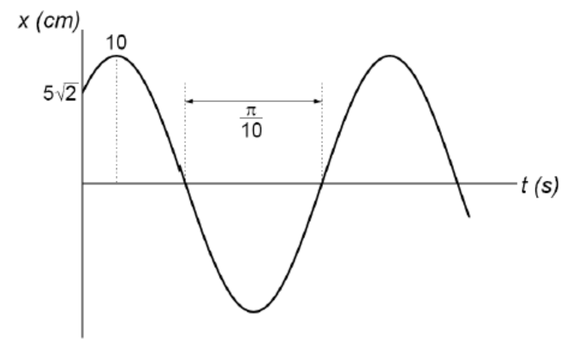
LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Esta lista trata de vários conceitos associados ao movimento harmônico simples (MHS). Tais conceitos são abordados no capítulo 3 do livro-texto:

- Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, vol. 2. - Fluidos, Oscilações e Ondas e Calor.

Sistemas massa-mola

1. (Poli 2007) A figura mostra a oscilação de um corpo com massa 0,5 kg preso a uma mola.



   (a) Quanto vale a constante elástica da mola?

   (b) Escreva a equação que descreve $x(t)$.

   (c) Obtenha expressões para as energias potencial, cinética e mecânica total do oscilador em função do tempo.

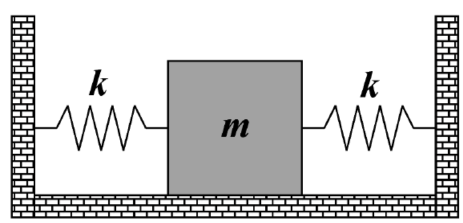
   R: (a) $k = 50\,\text{kg/s}^2$=50 N/m; (b) $x(t) = 10\cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$ cm; (c) $U(t) = \frac{1}{4}\cos^2\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$ J, $K(t) = \frac{1}{4}\sin^2\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$ J, $E(t) = \frac{1}{4}$ J.

2. Uma massa de 0,500 kg oscilando presa a uma mola tem a velocidade como função do tempo dada por:

$$v(t) = 3,60\sin\left[(4,71\ \text{s}^{-1})t - \frac{\pi}{2}\right]\ \text{m/s}$$

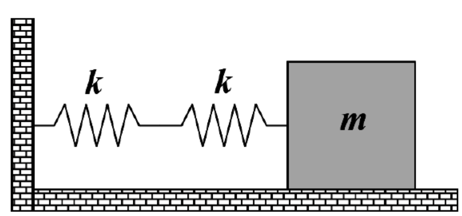
   Qual é (a) o período; (b) a amplitude; (c) a aceleração máxima da massa; (d) a constante da mola?

3. Na figura ao lado, mostramos duas molas idênticas (de constante k) ligadas a um mesmo bloco de massa m, sendo que as outras extremidades das molas estão fixas em suportes rígidos. Mostre que a frequência de oscilação do bloco sobre a superfície horizontal sem atrito é dada por:



$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}$$

   Suponha agora que as duas molas sejam conectadas ao bloco de massa m, conforme é indicado na figura ao lado. Mostre que a frequência de oscilação é dada por:



$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m}}$$

4. Uma mola de massa desprezível e comprimento 20 cm encontra-se suspensa na vertical, presa por uma extremidade a partir do teto. Uma massa m é agora acoplada à extremidade inferior da mola. Se você segura a massa de forma que a mola continua em seu estado relaxado e então retira sua mão rapidamente, o sistema massa-mola passa a realizar um MHS na direção vertical. Observa-se que a posição mais baixa atingida pela mola está 10 cm abaixo do local em que ela foi liberada.

   (a) Qual a frequência de oscilação? (**R:** 2,2 Hz)

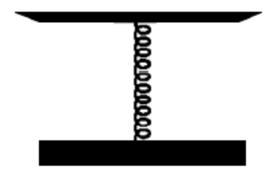
   (b) Qual a velocidade da massa quando ela está a 5 cm abaixo da posição inicial? (**R:** 70 cm/s).

   Uma segunda massa de M =300 g é adicionada à primeira, tornando a massa total igual a $M + m$. Quando esse sistema oscila, ele o faz com metade da frequência do sistema de massa m.

   (c) Determine m. (**R:** 100 g)

   (d) Determine a nova posição de equilíbrio. (**R:** 15 cm abaixo da posição de equilíbrio antiga)

5. Uma balança de açougueiro funciona com uma mola de massa desprezível. A mola está fixada verticalmente numa extremidade ao fundo da balança e na outra extremidade a um prato de massa m = 100 g. Com o prato vazio, a mola se encontra comprimida de 0,25 cm.



   (a) Determine a constante elástica equivalente da mola. (**R:** 392 N/m)

   O açougueiro deixa cair uma posta de carne de massa $M = 1,5$ kg de uma altura $h = 5$ cm acima do prato. O choque com o prato é completamente inelástico. Determine:

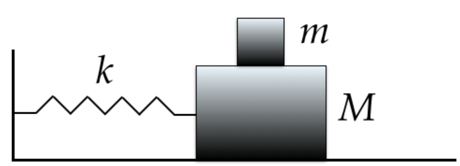
   (b) a velocidade do conjunto prato + carne, logo após a colisão; (**R:** $\simeq$ 0,93 m/s)

   (c) a amplitude da oscilação subsequente; (**R:** $\simeq$ 7 cm)

   (d) o período da oscilação. (**R:** $\simeq$ 0,40 s)

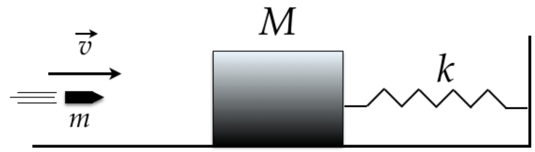
   (e) Tomando a posição inicial do prato como origem do eixo vertical y e o instante da colisão como $t = 0$, escreva $y(t)$, a função que descreve a posição vertical do prato.

6. Dois blocos ($m = 1,22$ kg e $M = 8,73$) kg e uma determinada mola (k = 344 N/m) estão arranjados em uma superfície horizontal, sem atrito, conforme mostrado na figura. O coeficiente de atrito estático entre os blocos é de 0,42.



   Determine a amplitude máxima possível do movimento harmônico simples para que não haja deslizamento entre os blocos. (**R:** 0,119 m)

7. Um bloco de massa M, em repouso sobre uma mesa horizontal sem atrito, é fixado a um suporte rígido através de uma mola, cuja constante elástica é k e inicialmente relaxada. Um projétil de massa m e velocidade v atinge o bloco e nele se fixa.



Escreva as funções $x(t)$, $\dot{x}(t)$ e $\ddot{x}(t)$ que descrevem o movimento posterior do bloco. Deixe seu resultado em função de M, v e k.

Pêndulo simples

8. Um prédio em São Francisco tem enfeites luminosos que consistem em pequenos bulbos de 2,35 kg com quebra-luzes pendendo do teto na extremidade de cordas leves e finas de 1,50 m de comprimento. Se um terremoto de fraca intensidade ocorrer, quantas oscilações por segundo farão esses enfeites? (**R:** 0,41 Hz)

9. Depois de pousar em um planeta desconhecido, uma exploradora do espaço constrói um pêndulo simples de 50,0 cm de comprimento. Ela verifica que o pêndulo simples executa 100 oscilações completas em 136 s. Qual o valor de g nesse planeta? (**R:** 10,7 m/s^2).

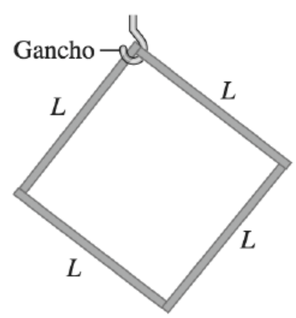
Pêndulo físico

10. Um macaco mecânico de 1,80 kg é suspenso por um pivô localizado a uma distância de 0,250 m de seu centro de massa e começa a oscilar como um pêndulo físico. O período da oscilação com ângulo pequeno é igual a 0,940 s.

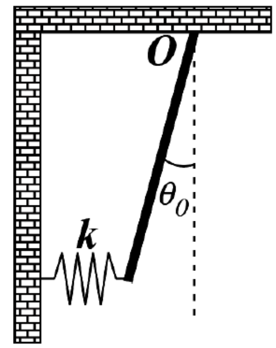
    (a) Qual o momento de inércia do macaco em relação a um eixo passando pelo pivô?

    (b) Quando ele é deslocado 0,400 rad da sua posição de equilíbrio, qual é sua velocidade angular quando ele passa pela posição de equilíbrio? (**R:** (a) 0,1007 kg m^2; (b) 2,656 rad/s)

11. Um objeto quadrado de massa m é formado de quatro varetas finas idênticas, todas de comprimento L, amarradas juntas. Esse objeto é pendurado em um gancho pelo seu canto superior. Se ele for girado levemente para a esquerda e depois solto, em que frequência ele irá oscilar para a frente e para trás? (**R:** $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{5}}\sqrt{\frac{g}{L}}$)



12. Uma haste rígida de comprimento L e massa M está suspensa, podendo girar em torno do ponto O, por uma das suas extremidades, como mostra a figura abaixo. Na outra extremidade a barra está ligada a uma mola de constante k que está na posição relaxada quando a barra se encontra na posição vertical. No instante $t = 0$, a barra é deslocada para a esquerda, até um ângulo θ_0 com a direção vertical, e abandonada a partir do repouso. Dado que $I_O = \frac{1}{3}ML^2$ e considerando que a mola sempre permanece na horizontal:



   (a) obtenha a equação diferencial que descreve o movimento da barra.

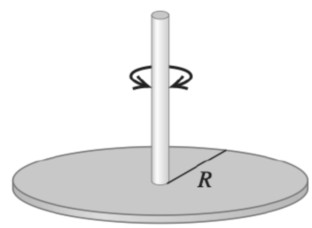
   (b) Determine a frequência angular ω de oscilação da barra, considerando oscilações de pequenas amplitudes.

   (c) Obtenha a função $\theta(t)$ que descreve o movimento de oscilação da barra.

   R: (a) $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left[\frac{3}{2}\frac{g}{L} + \frac{3k}{M}\cos\theta\right]\sin\theta = 0$; (b) $\omega = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{g}{L} + \frac{3k}{M}}$; (c) $\theta(t) = \theta_0\cos(\omega t)$

Pêndulo de torção

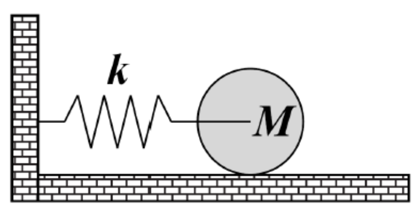
13. Um disco metálico fino de massa igual a 2,0 $\times 10^{-3}$ kg e raio igual a 2,20 cm está suspenso em seu centro por uma longa fibra. O disco, depois de torcido e libertado, oscila com um período igual a 1,0 s. Calcule a constante de torção da fibra.



14. Uma esfera sólida de 95 kg com um raio de 12 cm é suspensa por um fio vertical preso ao teto de uma sala. Um torque de magnitude 0,02 N m é necessário para girar a esfera de um ângulo de 0,85 rad. Qual o período da oscilação, quando a esfera é liberada dessa posição? (**R:** T = 9,6π s)

Energia no MHS

15. Uma mola horizontal sem massa está ligada ao eixo de rotação que passa pelo centro de massa de um cilindro sólido, de massa M, de forma que ele possa rolar, sem deslizamento, sobre uma superfície horizontal (figura). A constante da mola é $k = 3,0$ N/m. Se o sistema for liberado de uma posição de repouso em que a mola esteja esticada de 0,25 m, ache



   (a) a energia cinética translacional e a energia cinética rotacional do cilindro quando ele passa pela posição de equilíbrio. (**R:** (a) $K_{\text{trans}} = 0,0063$ J; (b) $K_{\text{rot}} = 0,031$ J)

(b) Mostre que nessas condições o centro de massa do cilindro executa um movimento harmônico simples com período

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$$

Superposição de MHS (Esse tópico não será coberto no bloco 1)

16. Ache o movimento resultante de dois movimentos harmônicos simples na mesma direção, dados por: $x_1(t) = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$ e $x_2(t) = \sin(\omega t)$. Represente graficamente os respectivos vetores girantes.

Limite de pequenas oscilações

17. Uma partícula de massa m executa um movimento unidimensional e possui uma energia potencial cuja dependência com a coordenada x é $U(x) = \frac{a}{x^2} - \frac{b}{x}$, onde a e b são constantes positivas.

 (a) Determine a posição de equilíbrio para um corpo sob a ação dessa força; (**R:** $x_{eq} = \frac{2a}{b}$)

 (b) Mostre que a equação diferencial do movimento para pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio é

$$\frac{d^2x'}{dt^2} + \left(\frac{b^4}{8a^3m}\right)x' = 0, \quad \text{com} \quad x' = x - x_{eq}$$

 (c) Calcule o período natural das oscilações. (**R:** $T = 2\pi\sqrt{\frac{8a^3m}{b^4}}$)

18. (**Desafio**) Muitas moléculas diatômicas são mantidas unidas por *ligações covalentes* que são muito mais fortes que as do tipo van der Waals (energia potencial do tipo Leonard-Jones). Exemplos de tais moléculas incluem H_2, O_2 e N_2. As experiências mostram que, em muitas dessas moléculas, a interação pode ser descrita por um força da forma

$$F(r) = A\left[e^{-2b(r-R_0)} - e^{-b(r-R_0)}\right],$$

onde a e b são constantes positivas, r é a distância entre os centros dos dois átomos e R_0 é a separação de equilíbrio. Para a molécula de hidrogênio (H_2), $A = 2,97 \times 10^{-8}$ N, $b = 1,95 \times 10^{10}$ m e $R_0 = 7,4 \times 10^{-11}$ m.

 (a) Calcule a constante da força para pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio.

 (b) Determine a frequência natural de oscilação da molécula de H_2.

Dicas: use o desenvolvimento em série de Taylor de e^x. A massa do átomo de hidrogênio é igual a 1,008 unidade de massa atômica.