

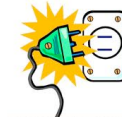


ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais

## Unidade 17: PROPRIEDADES ELÉTRICAS DOS MATERIAIS

Fundamentos de Ciência e Engenharia dos Materiais - PMT 3100  
1º semestre de 2017

## FUNDAMENTOS



- O comportamento dos materiais, em resposta à aplicação de um **CAMPO ELÉTRICO** externo (**E**), caracteriza suas **PROPRIEDADES ELÉTRICAS**.
  - Nomenclatura: **CAMPO ELÉTRICO** (Força por unidade de carga) = **TENSÃO ELÉTRICA** por unidade de comprimento = **DIFERENÇA DE POTENCIAL (ddp)** por unidade de comprimento = **GRADIENTE DE POTENCIAL** = “**VOLTAGEM**” por unidade de comprimento.
  - Unidades SI para o **campo elétrico**:  $[\text{Newton}].[Coulomb]^{-1} = [\text{Joule}].[Coulomb]^{-1}.[\text{Metro}]^{-1} = [\text{Volt}].[\text{Metro}]^{-1}$
- As propriedades elétricas são função de diversas características dos materiais, dentre as quais mencionamos: a **configuração eletrônica**, o tipo de **ligação química** e os tipos de **macroestrutura**, **microestrutura** e **nanoestrutura** que compõem o material.
- Uma manifestação elétrica fundamental dos materiais, de grande interesse tecnológico, é avaliada a partir da denominada **DENSIDADE DE CORRENTE ELÉTRICA (J)**. J resulta de um processo de movimentação de partículas portadoras de carga elétrica (condução elétrica) que ocorre no interior de certos materiais, quando sob a ação de um campo elétrico externo E. A função  $J = J(E)$  é característica do material, sendo sua magnitude equivalente à quantidade de carga que atravessa uma unidade de área do material por unidade de tempo (fluxo de carga).
  - Unidades SI para a **densidade de corrente elétrica**:  $[Coulomb].[Segundo]^{-1}.[Metro]^{-2} = [Ampere].[Metro]^{-2}$
- Podem ser portadores de carga: **elétrons**, **buracos eletrônicos**, **cátions** e **ânions**.

- Para um dado material, a magnitude de  $J$  em função de  $E$  depende de uma grandeza denominada **CONDUTIVIDADE ELÉTRICA** ( $\sigma$ ).  $\sigma$  caracteriza a eficácia do processo de condução, ou seja, a facilidade com que os portadores de carga se movimentam no interior do material considerado. A magnitude de  $\sigma$  corresponde à quantidade de carga que atravessa uma área unitária do material por unidade de tempo e por unidade de campo elétrico.

- Unidades SI para a **condutividade elétrica**:

$$[\text{Coulomb}].[\text{Segundo}]^{-1}.[\text{Volt}]^{-1}.[\text{Metro}]^{-1} = [\text{Ampere}].[\text{Volt}]^{-1}.[\text{Metro}]^{-1} = [\text{Ohm}]^{-1}.[\text{Metro}]^{-1}$$

- A eficácia do processo de condução também é frequentemente avaliada por meio da grandeza denominada **RESISTIVIDADE ELÉTRICA** ( $\rho$ ).  $\rho$  avalia a dificuldade com que os portadores de carga se movimentam no interior do material considerado. Para materiais isotrópicos,

$$\sigma = 1 / \rho .$$

- Unidades SI para a **resistividade elétrica**:  $[\text{Ohm}].[\text{Metro}]$

- Pode-se correlacionar as grandezas  $J$ ,  $\sigma$  e  $E$  para uma gama bastante abrangente de materiais sólidos, por meio da regra empírica denominada **LEI DE OHM**. Para o caso de materiais isotrópicos sujeitos a campos elétricos constantes, não é necessário considerar o caráter vetorial dessa lei, e para cada ponto do material vale a relação,

$$J = \sigma E .$$

A expressão acima representa a chamada versão microscópica da Lei de Ohm.

# FUNDAMENTOS

- A versão macroscópica da **LEI DE OHM** é representada pela equação

$$U = R I ,$$

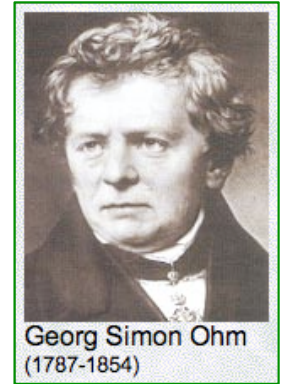
onde **I** corresponde à **CORRENTE ELÉTRICA** que atravessa um dado corpo de **RESISTÊNCIA R**, quando sob a ação de uma **tensão elétrica U**.

- Unidades SI:

**corrente elétrica:** [Coulomb].[Segundo]<sup>-1</sup> = [Ampere]

**resistência:** [Volt].[Ampere]<sup>-1</sup> = [Ohm]

**tensão elétrica:** [Joule].[Coulomb]<sup>-1</sup> = [Volt]



- Para um corpo cilíndrico homogêneo com seção transversal de área  $A$  e comprimento  $L$ , a **RESISTÊNCIA (R)** do corpo se correlaciona com a **RESISTIVIDADE ELÉTRICA ( $\rho$ )** do material por meio da relação,

$$R = \rho (L / A)$$

- **+info\*:** EXERCÍCIO

Uma tensão elétrica constante  $U$  é aplicada sobre um corpo cilíndrico homogêneo com seção transversal de área  $A$ , comprimento  $L$  e resistência  $R$ . Supondo que o corpo obedece à Lei de Ohm, mostre que as versões macroscópica e microscópica dessa lei são equivalentes.

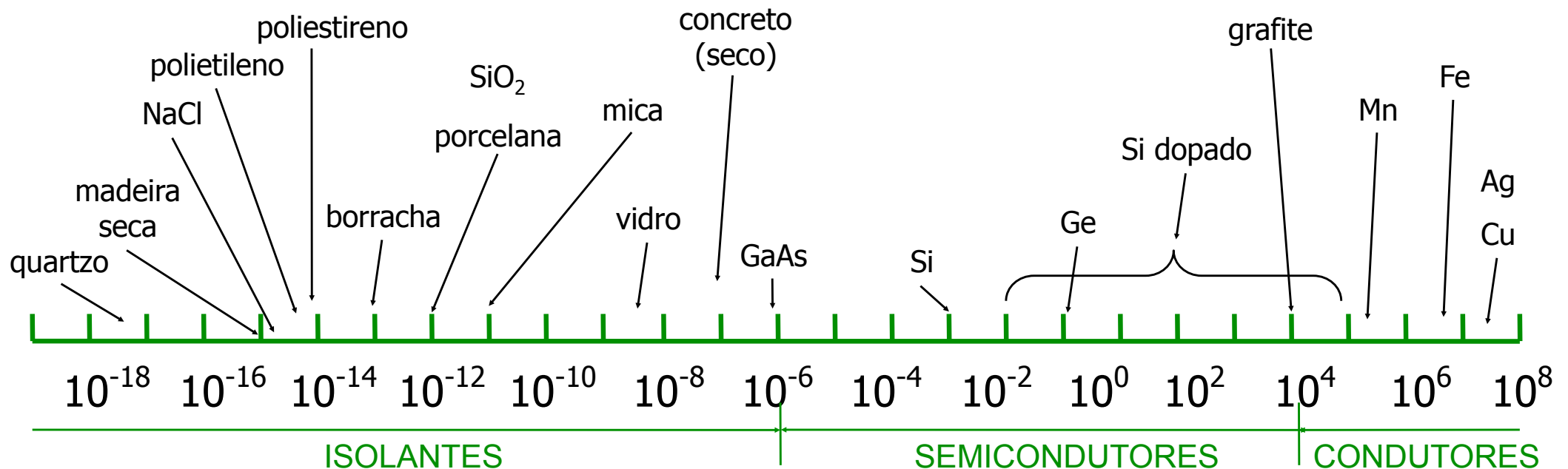
\* Tópicos precedidos pelo texto “+info” são complementares e não serão cobrados em provas.

✓ A simulação gráfica interativa “Circuito Bateria-Resistor” que pode ser acessada em <<https://phet.colorado.edu/en/simulation/battery-resistor-circuit>>, permite estudar o comportamento de um circuito formado por um resistor e uma bateria. Pode-se variar a resistência do resistor e a tensão elétrica gerada pela bateria e observar a corrente que flui no circuito e a temperatura do resistor.

## CONDUTIVIDADE ELÉTRICA

Os materiais sólidos podem ser classificados de acordo com a magnitude de sua condutividade elétrica, em três grupos principais: **CONDUTORES**, **SEMICONDUCTORES** e **ISOLANTES**.

Condutividade elétrica  $\sigma$  de diversos materiais, à temperatura ambiente, expressa em  $(\Omega \cdot m)^{-1}$ .



## CONDUTIVIDADE ELÉTRICA

- **+info:** O **MODELO DOS ELÉTRONS LIVRES** dos metais supõe que o material é composto por uma espécie de gás de elétrons que se movimentam num retículo cristalino formado por íons pesados. Esse modelo prevê corretamente a forma funcional da lei de Ohm, no entanto, ele prevê incorretamente a magnitude da condutividade elétrica dos metais.

Por exemplo, para o cobre temos:

$$\sigma_{\text{calculado}} = 5,3 \times 10^6 (\Omega \cdot \text{m})^{-1} \quad \text{e} \quad \sigma_{\text{experimental}} = 59 \times 10^6 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}.$$

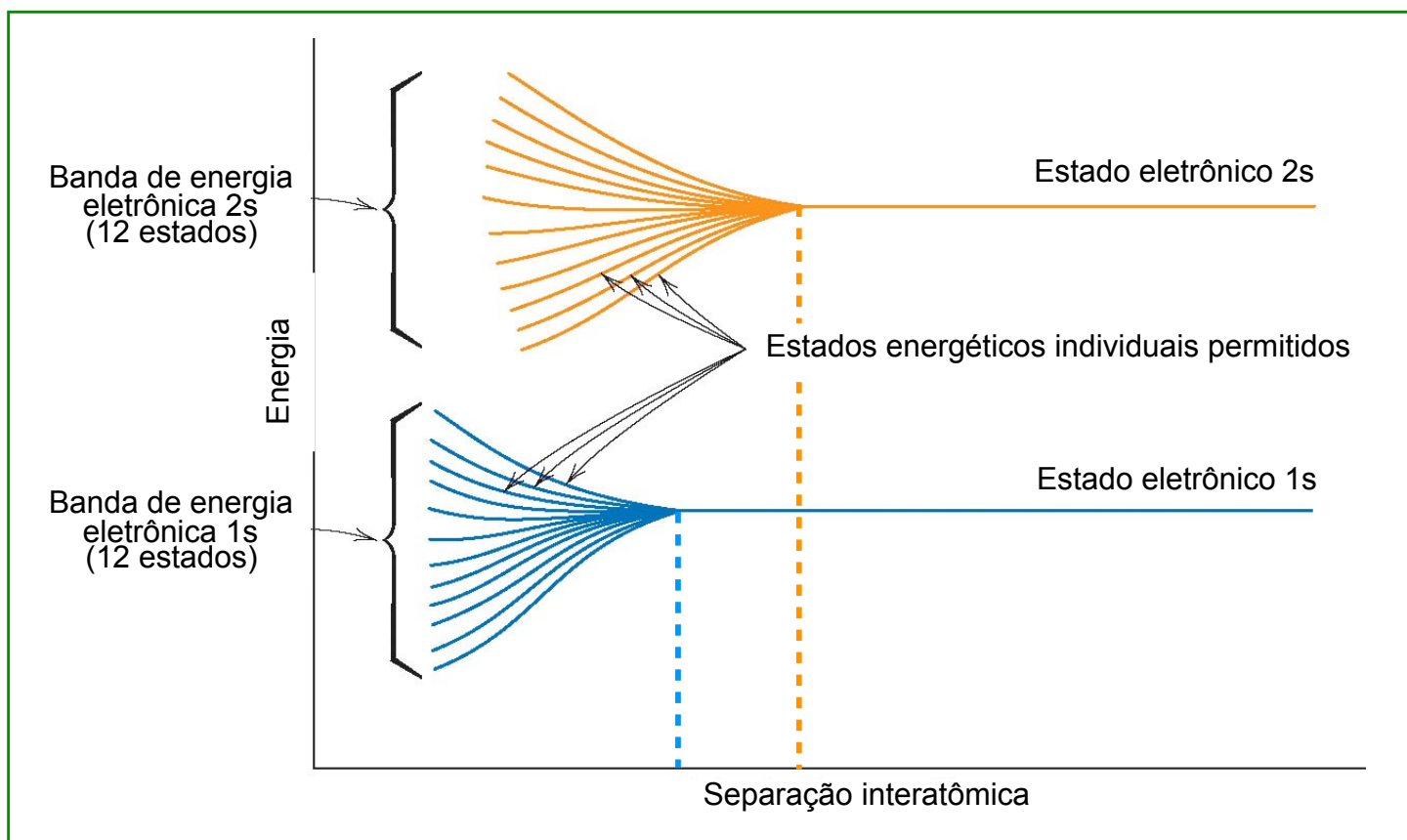
- **+info:** Para uma compreensão aprofundada das propriedades elétricas dos materiais necessitamos considerar o caráter ondulatório dos elétrons e fazer uso de conceitos da mecânica quântica, mas isto está além do escopo desta disciplina.
- Na Unidade 17 de PMT3100 estudaremos a condutividade elétrica dos materiais, utilizando de forma simplificada alguns conceitos provindos da mecânica quântica. Em particular, consideraremos o **MODELO DE BANDAS DE ENERGIA ELETRÔNICA NOS SÓLIDOS**.

## BANDAS DE ENERGIA ELETRÔNICA NOS SÓLIDOS

- Considere um conjunto de  $N$  átomos. A distâncias de separação relativamente grandes, cada átomo é independente de todos os demais, e tem os níveis de energia atômica e a configuração eletrônica de um átomo isolado. Contudo, à medida que os átomos se aproximam uns dos outros, os elétrons sentem a ação dos elétrons e dos núcleos dos átomos adjacentes. Como consequência, estados eletrônicos equivalentes nos átomos isolados dão origem a um grupo de estados eletrônicos com energias distribuídas em torno do valor da energia correspondente à do estado do átomo isolado. A esse grupo de estados denominamos **BANDA DE ENERGIA ELETRÔNICA**.
- Dentro de cada banda, **os estados de energia são discretos**, embora a diferença de energia entre estados adjacentes seja muito pequena.
- Com a diminuição da distância entre os átomos, a formação das bandas se inicia pelas camadas eletrônicas mais externas, uma vez que elas são as primeiras a serem perturbadas no processo de coalescência dos átomos. A diferença em energia entre estados eletrônicos adjacentes em uma dada banda depende da separação interatômica no sólido.

## BANDAS DE ENERGIA ELETRÔNICA NOS SÓLIDOS

Gráfico esquemático da energia eletrônica em função da separação interatômica para um agregado de 12 átomos ( $N = 12$ ). Com a aproximação dos átomos, cada um dos estados eletrônicos 2s e 1s varia ligeiramente sua energia para assim formar as bandas de energia eletrônica 2s e 1s, respectivamente. Cada banda consiste de 12 estados e cada estado é capaz de acomodar dois elétrons que devem possuir spins com sentidos opostos.



Referência: W.D. Callister e D.G. Rethwisch em “Materials Science and Engineering: An Introduction”, Wiley 8<sup>th</sup> ed, 2010, pág. 723.

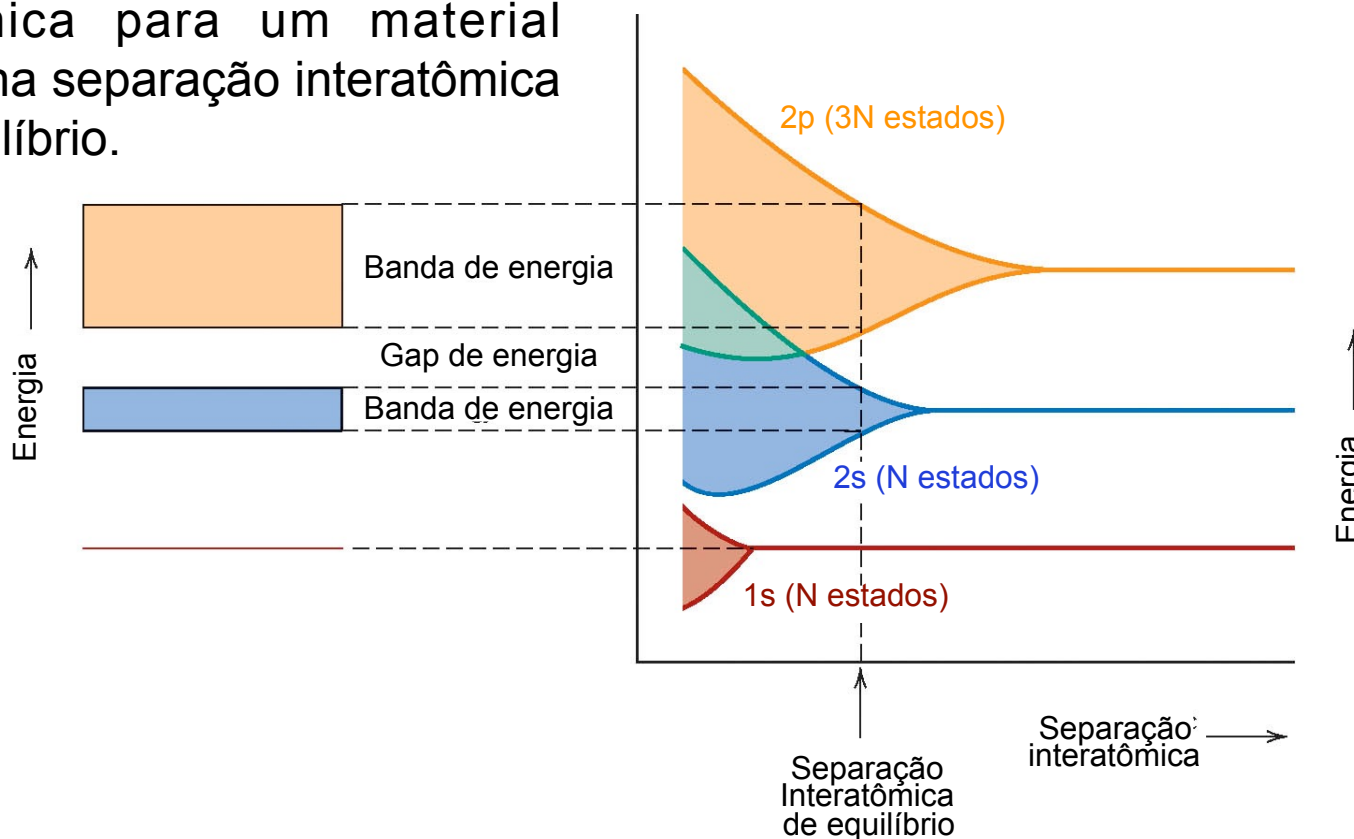


## BANDAS DE ENERGIA ELETRÔNICA NOS SÓLIDOS

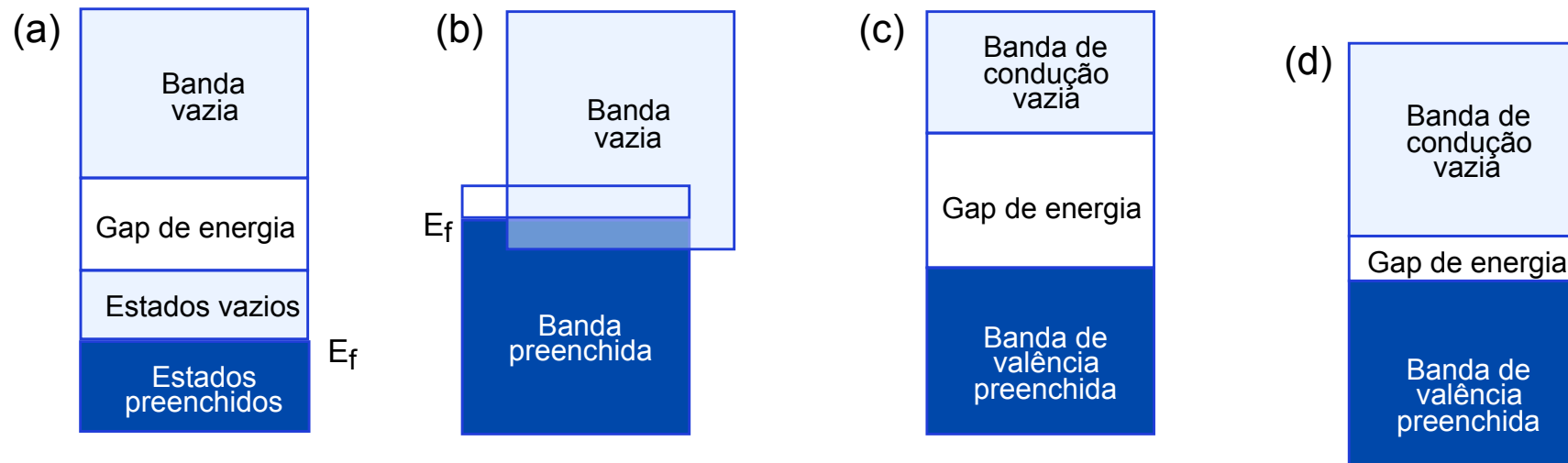
Bandas de energia eletrônica para um material sólido formado por  $N$  átomos.

Representação convencional da estrutura da banda de energia eletrônica para um material sólido na separação interatômica de equilíbrio.

Energia eletrônica em função da separação interatômica para um conjunto de  $N$  átomos, ilustrando como a estrutura da banda de energia eletrônica na separação interatômica de equilíbrio é gerada.



Estruturas de bandas de energia possíveis para sólidos a 0 K.



- (a) Bandas de energia de **METAIS**, tais como o cobre ( $Z = 29, \dots 3d^{10} 4s^1$ ), onde se encontram disponíveis na mesma banda de energia, estados eletrônicos não preenchidos acima e adjacentes aos estados eletrônicos preenchidos.
- (b) Bandas de energia de **METAIS**, tais como o magnésio ( $Z = 12, 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$ ), onde ocorre a superposição das bandas de energia mais externas, a preenchida e a não-preenchida.
- (c) Bandas de energia de **ISOLANTES**: a BANDA DE VALÊNCIA (banda de energia preenchida) é separada da BANDA DE CONDUÇÃO (banda de energia não-preenchida) por uma barreira de energia denominada **GAP DE ENERGIA** (ou **BANDA DE ENERGIA PROIBIDA**, ou **POÇO DE POTENCIAL** ou **BARREIRA DE POTENCIAL**) de largura relativamente grande ( $> 2$  eV).
- (d) Bandas de energia de **SEMICONDUCTORES**: a estrutura de bandas de energia é semelhante à dos isolantes, mas com gaps de energia de larguras menores ( $< 2$  eV).

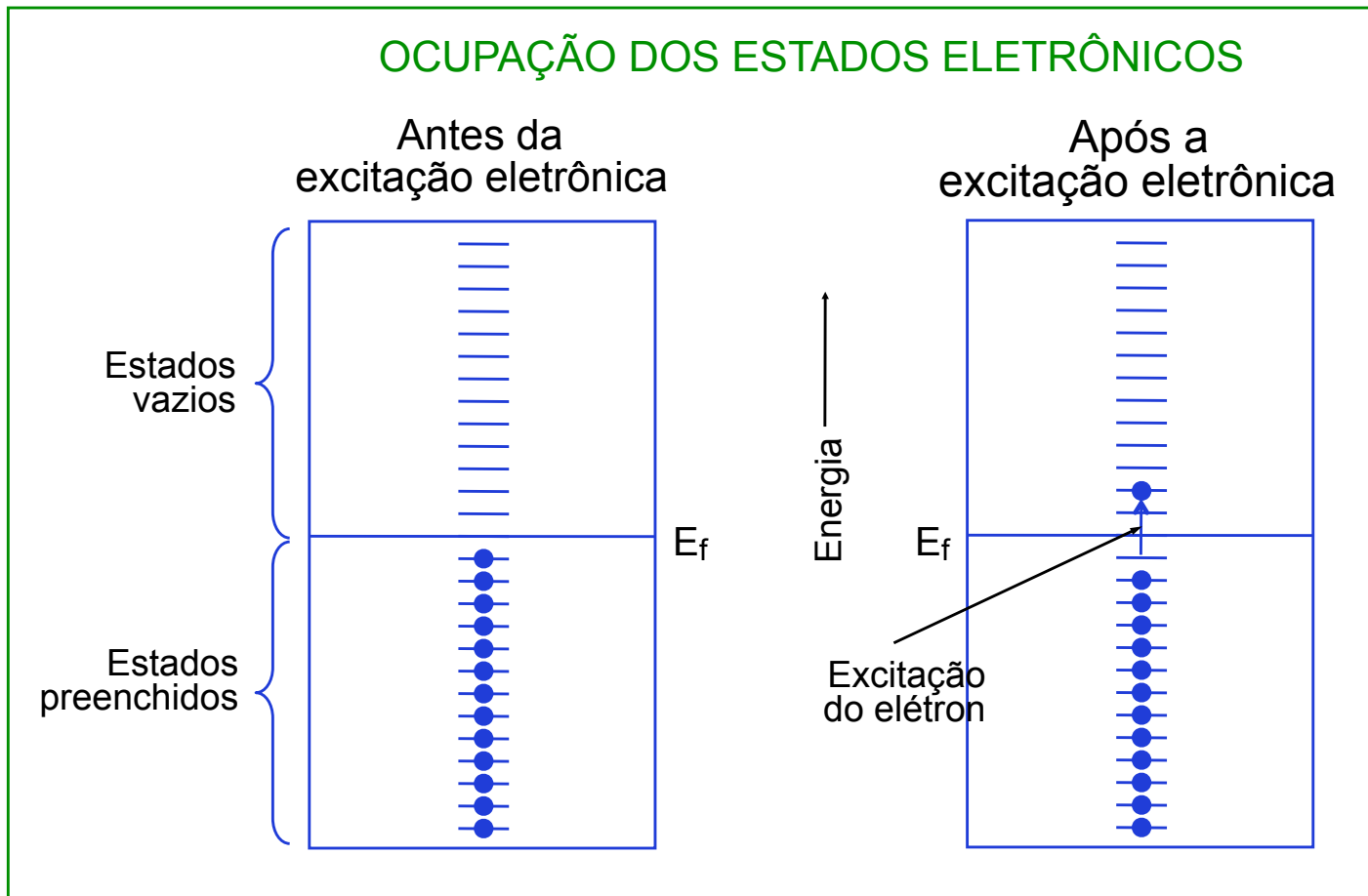
✓ A simulação gráfica interativa “Estrutura de Bandas” que pode ser acessada em <https://phet.colorado.edu/en/simulation/band-structure> estuda a origem das bandas de energia eletrônica em sólidos cristalinos.

## CONDUTIVIDADE ELÉTRICA

- A **ENERGIA DE FERMI ( $E_f$ )** é uma consequência do caráter estatístico do comportamento dos elétrons e do Princípio de Exclusão de Pauli. Para metais a  $T = 0\text{ K}$ ,  $E_f$  corresponde à energia máxima dos estados eletrônicos ocupados. Para semicondutores e isolantes  $E_f$  tem um valor situado na faixa de energias correspondente ao gap de energia.
- Num metal sujeito à ação de um campo elétrico, somente elétrons com energias maiores que  $E_f$  podem participar do processo de condução. Esses elétrons são chamados de **ELÉTRONS LIVRES**.
- Em semicondutores e isolantes, os **BURACOS ELETRÔNICOS** têm energia menor que  $E_f$ , mas podem participar do processo de condução quando os materiais estão sob a ação de campos elétricos externos.
- O processo de condução elétrica se origina fisicamente na mobilidade dos **PORTADORES DE CARGA** através do material.

## CONDUTIVIDADE ELÉTRICA - METAIS

- Em metais, um elétron torna-se livre quando passa a ocupar um estado de energia disponível acima de  $E_f$ ; nota-se que é pequena a energia necessária para tal mudança.
- A condutividade elétrica dos metais pode ser representada pela equação,



$$\sigma = n |e| \mu_e$$

$n$  = número de portadores de carga (elétrons) por unidade de volume

$|e|$  = magnitude da carga dos portadores ( $1,602 \times 10^{-19}$  C)

$\mu_e$  = mobilidade dos portadores de carga

✓ “Technische Fakultät der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel” - aborda diversos tópicos relacionados às propriedades de materiais condutores. Veja em particular o item 2.1.1 que explica o conceito de condutividade elétrica.

<[http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/elmat\\_en/kap\\_2/backbone/r2.html](http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/elmat_en/kap_2/backbone/r2.html)>

A condutividade elétrica dos metais condutores *diminui* à medida que a sua *temperatura aumenta*. Lembre que  $\sigma = 1 / \rho$ .

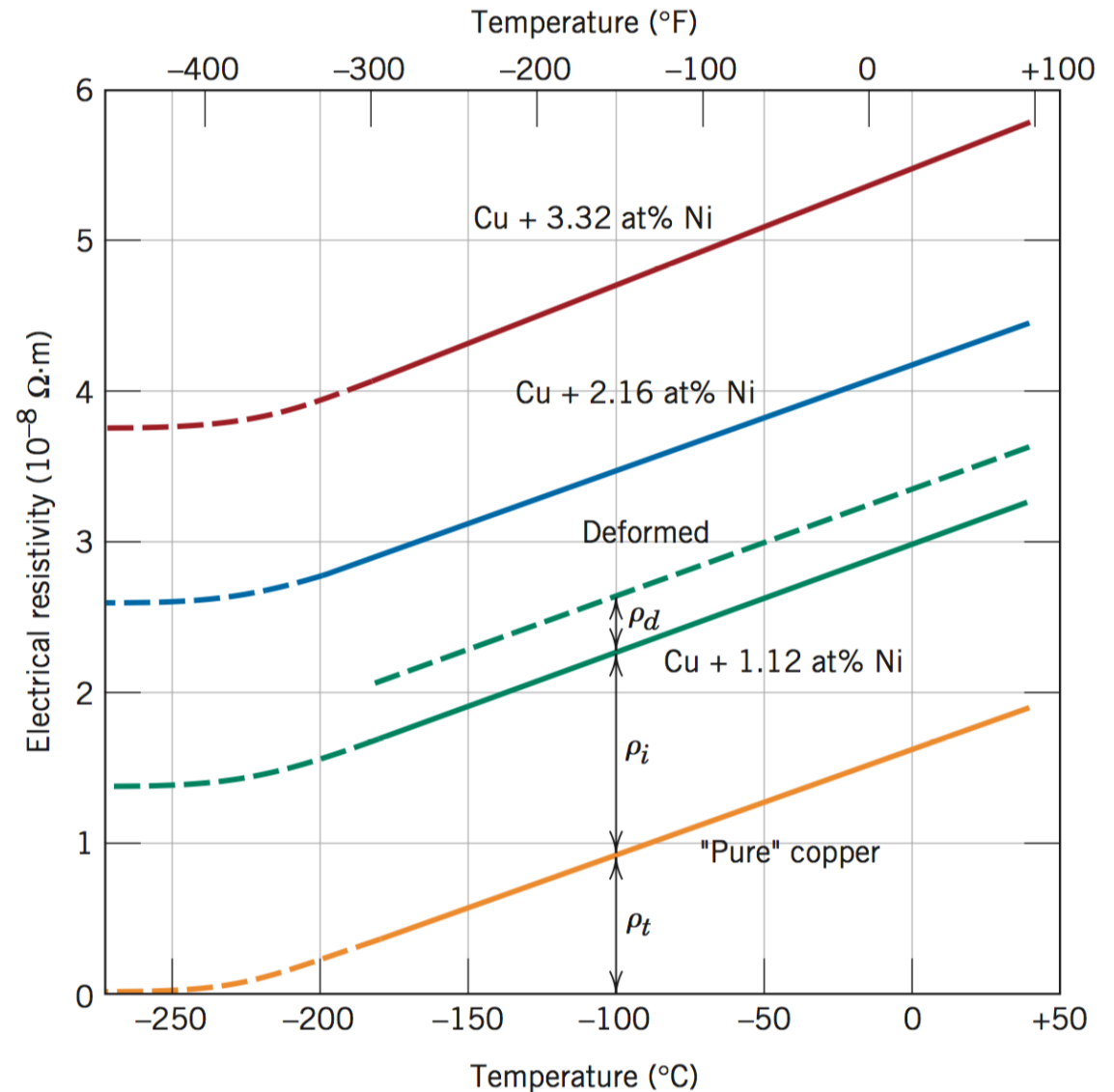
**Table 18.1 Room-Temperature Electrical Conductivities for Nine Common Metals and Alloys**

Metal	Electrical Conductivity [ $(\Omega \cdot m)^{-1}$ ]
Silver	$6.8 \times 10^7$
Copper	$6.0 \times 10^7$
Gold	$4.3 \times 10^7$
Aluminum	$3.8 \times 10^7$
Brass (70Cu–30Zn)	$1.6 \times 10^7$
Iron	$1.0 \times 10^7$
Platinum	$0.94 \times 10^7$
Plain carbon steel	$0.6 \times 10^7$
Stainless steel	$0.2 \times 10^7$

**+info** REGRA DE MATTHIESSEN

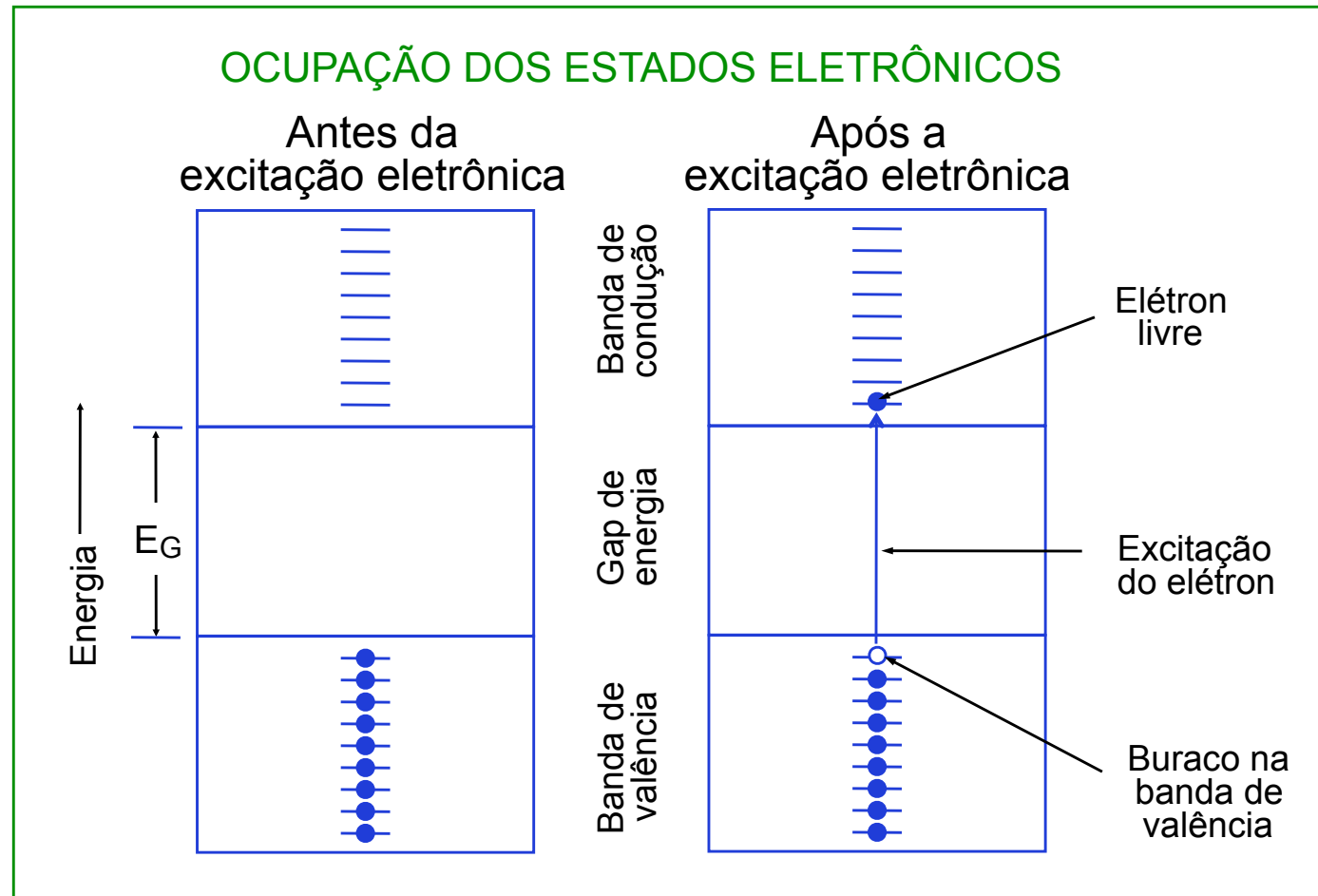
$$\rho_{total} = \rho_t + \rho_i + \rho_d$$

$\rho_t$  ... contribuição térmica  
 $\rho_i$  ... contribuição de impurezas  
 $\rho_d$  ... contribuição de deformações



## CONDUTIVIDADE ELÉTRICA - SEMICONDUTORES E ISOLANTES

- No caso de isolantes e semicondutores, um elétron torna-se livre quando salta da banda de valência para a banda de condução, atravessando o gap de energia. A energia de excitação necessária para tal mudança é aproximadamente igual à da largura do gap de energia.
- A diferença entre semicondutores e isolantes está na largura do gap de energia. Comparada com a largura da dos isolantes, a dos semicondutores é bastante pequena.
- Quando o elétron salta da banda de valência para a banda de condução, são gerados tanto um elétron livre quanto um buraco eletrônico.

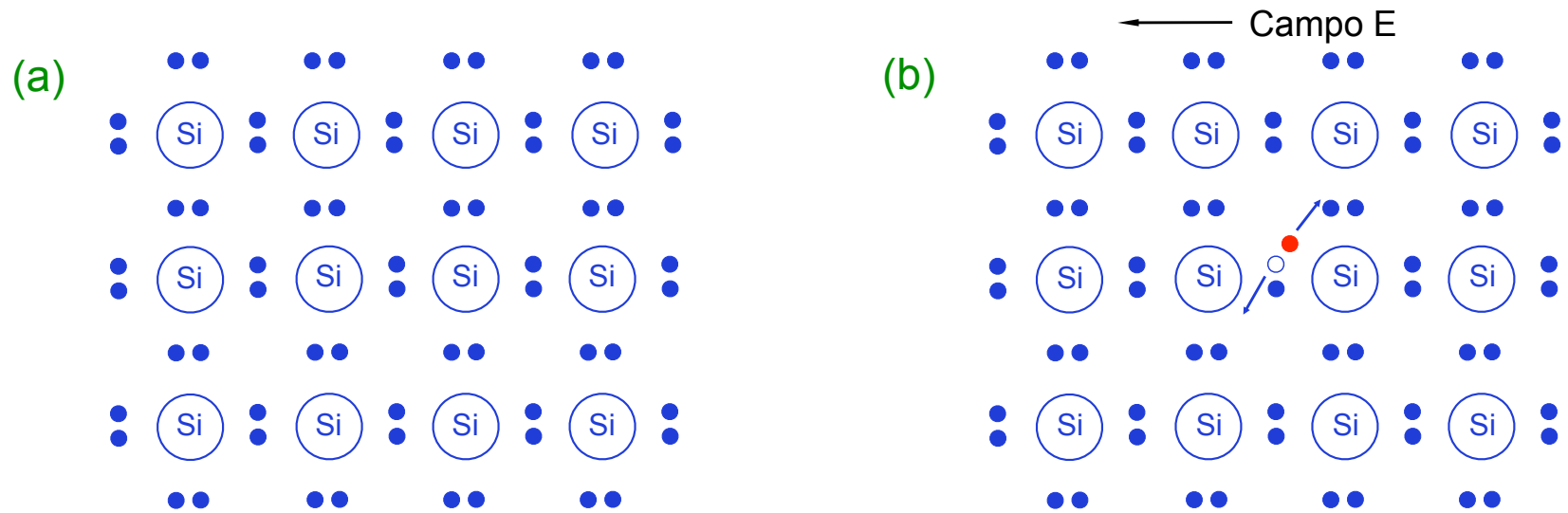


## MATERIAIS SEMICONDUTORES

- **SEMICONDUTORES INTRÍNSECOS** são aqueles cujo comportamento elétrico depende basicamente da estrutura eletrônica de bandas do material puro. Sua condutividade elétrica geralmente é pequena e varia muito com a temperatura.
- **SEMICONDUTORES EXTRÍNSECOS** são aqueles cujo comportamento elétrico depende fortemente do tipo e da concentração de átomos de impurezas presentes no semicondutor hospedeiro. A adição de impurezas para a moldagem do comportamento elétrico dos semicondutores é chamada de **DOPAGEM**.
- A maioria dos semicondutores comerciais elementais são extrínsecos; o exemplo mais importante é o do Si, mas também estão nesta categoria o Ge e o Sn. É a possibilidade de adicionar, nas quantidades desejadas, impurezas diversas ao material hospedeiro, que permite a fabricação de uma variedade de dispositivos eletrônicos a partir do mesmo material semicondutor hospedeiro.
- Os semicondutores extrínsecos têm condutividade que varia pouco com a temperatura e cujo valor é, principalmente, controlado pela concentração e tipo de impurezas. As concentrações tipicamente utilizadas variam de  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$  (1 parte em  $10^8$ , considerando  $10^{22}$  átomos por  $\text{cm}^3$ ) a  $10^{20} \text{ cm}^{-3}$  (1 parte em  $10^2$ , que é bastante alta).
- Semicondutores intrínsecos de compostos dos grupos III-V e II-VI vêm adquirindo crescente importância para a indústria eletrônica nos últimos anos.

# SEMICONDUCTORES INTRÍNSECOS

Modelo de ligação eletrônica para a condução elétrica no Silício intrínseco



(a) Antes da excitação eletrônica. Campo elétrico externo  $E = 0$ .

(b) A aplicação de um campo elétrico fornece a energia necessária para a promoção de um elétron da banda de valência para a banda de condução. Como consequência, um buraco eletrônico é gerado na banda de valência.

(c) O elétron promovido para a banda de condução e o buraco gerado na banda de valência movimentam-se em sentidos opostos, ambos contribuindo para a condutividade do material.



## SEMICONDUCTORES INTRÍNSECOS

- A condutividade elétrica dos materiais semicondutores pode ser representada pela equação

$$\sigma = n |e| \mu_e + p |e| \mu_b$$

onde:  $n$  = número de elétrons livres por unidade de volume;

$p$  = número de buracos eletrônicos por unidade de volume;

$|e|$  = magnitude da carga dos portadores ( $1,6 \times 10^{-19}$  C);

$\mu_e$  = mobilidade dos elétrons livres;

$\mu_b$  = mobilidade dos buracos eletrônicos.

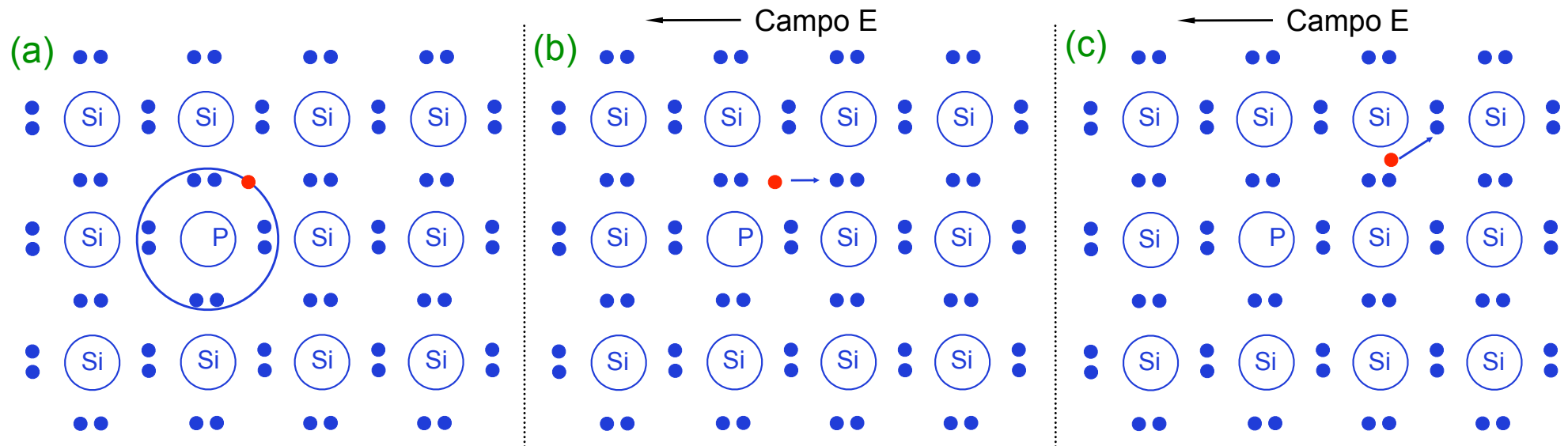
- Para semicondutores intrínsecos,  $n = p$ . Portanto,

$$\sigma = n |e| (\mu_e + \mu_b)$$

- Note que, para um dado material, sob condições físicas específicas:  $\mu_e > \mu_b$ .
- A condutividade elétrica dos semicondutores intrínsecos *umenta* à medida que a temperatura *umenta*.

- Modelo de ligação eletrônica para a semicondução extrínseca do tipo n.

*Exemplo:* a dopagem do Si (valência 4) com P (valência 5) gera elétrons livres; uma impureza desse tipo é chamada de **DOADORA**.

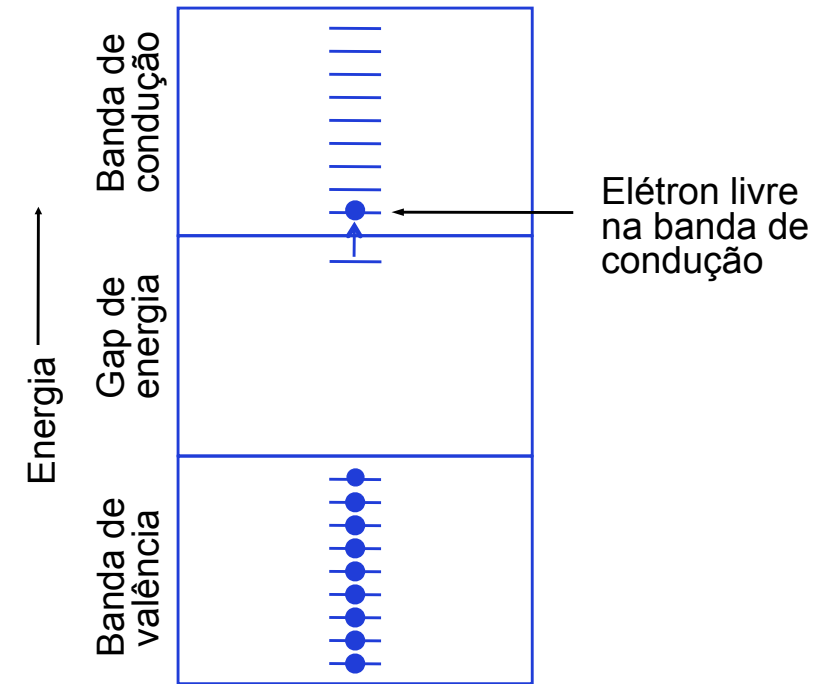
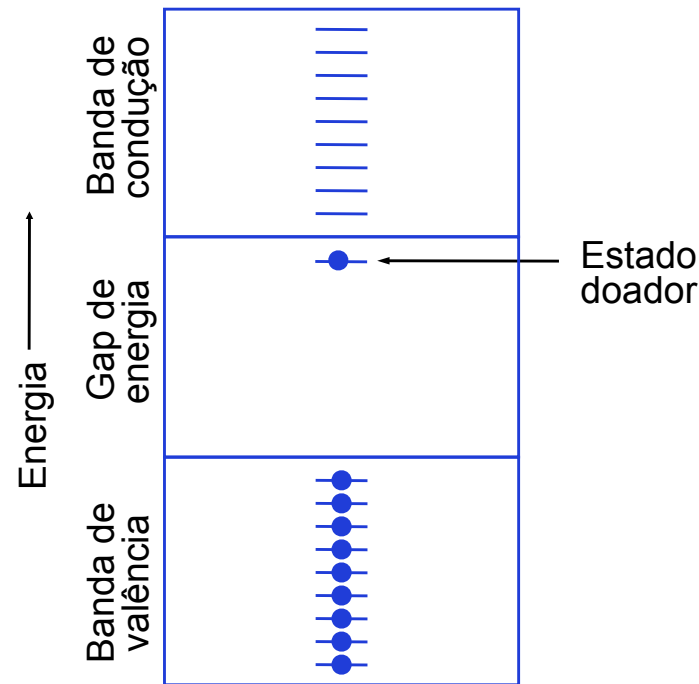


- (a) O átomo da impureza P substitui um átomo hospedeiro de Si na rede cristalina, resultando na geração de um elétron extra ligado ao átomo de impureza.
- (b) Promoção do elétron extra para a banda de valência como consequência da aplicação de um campo elétrico externo, originando, assim, um elétron livre.
- (c) Movimento do elétron livre em resposta ao campo elétrico externo.
- Para *semicondutores do tipo n*, os **elétrons livres são os principais portadores de corrente**, porque  $n \gg p$  e, portanto,

$$\sigma \approx n |e| \mu_e$$

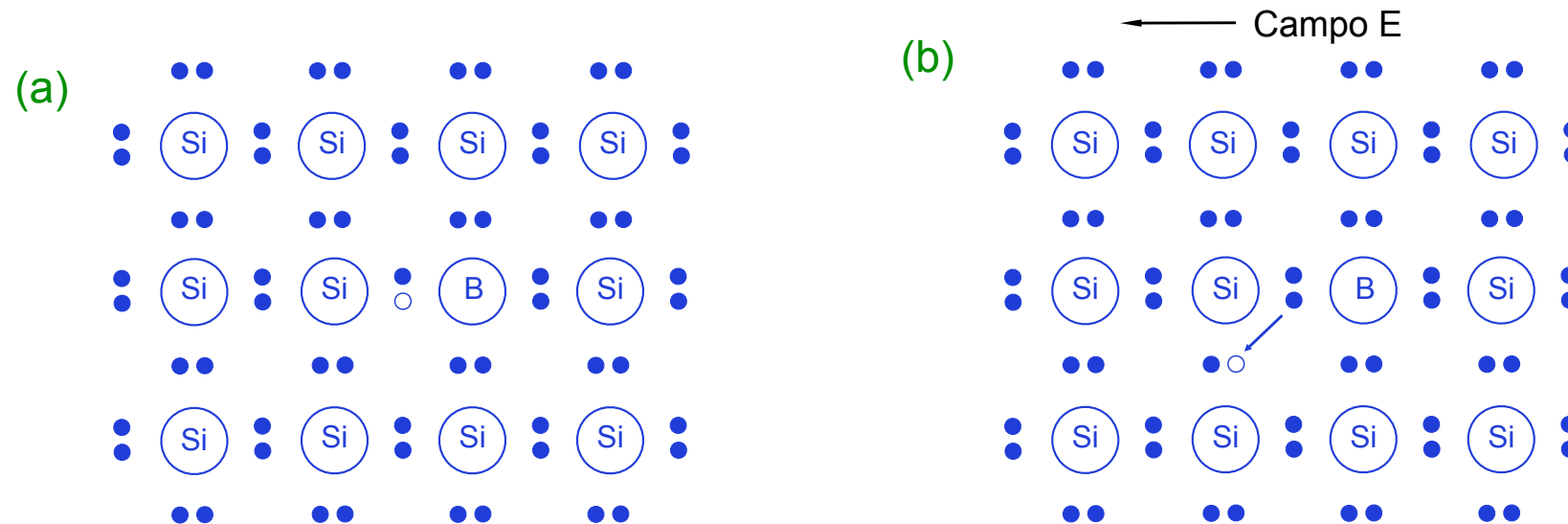
## SEMICONDUCTORES EXTRÍNSECOS DO TIPO n

- Esquema da banda de energia eletrônica com um **NÍVEL DE IMPUREZA DOADORA** localizado dentro do gap de energia, imediatamente abaixo da parte inferior da banda de condução.
- Excitação do elétron do estado doador para a banda de condução, transformando-o num elétron livre.



## SEMICONDUCTORES EXTRÍNSECOS DO TIPO p

- Modelo de ligação eletrônica para a condução extrínseca do tipo p.  
Exemplo: a dopagem do Si (valência 4) com B (valência 3) gera buracos eletrônicos; uma impureza desse tipo é chamada de **RECEPTORA**.

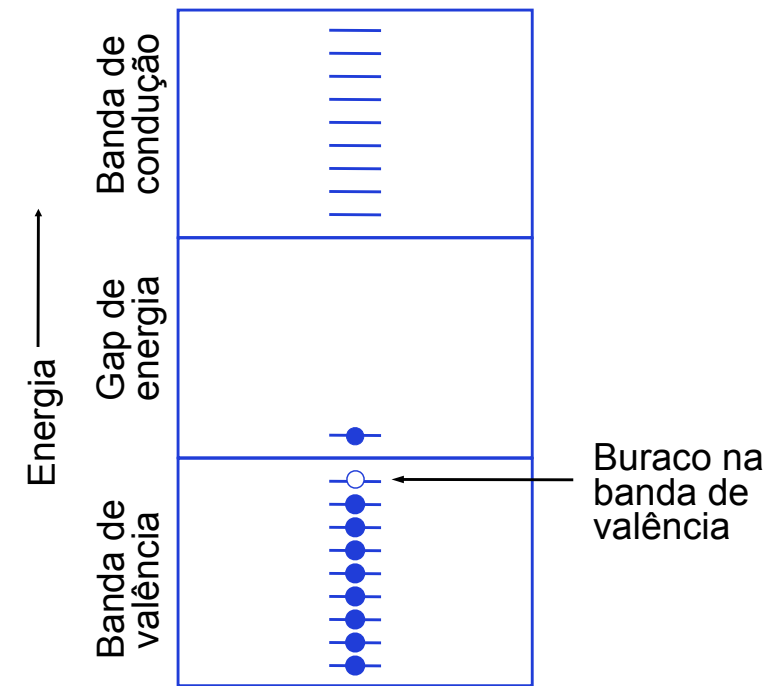
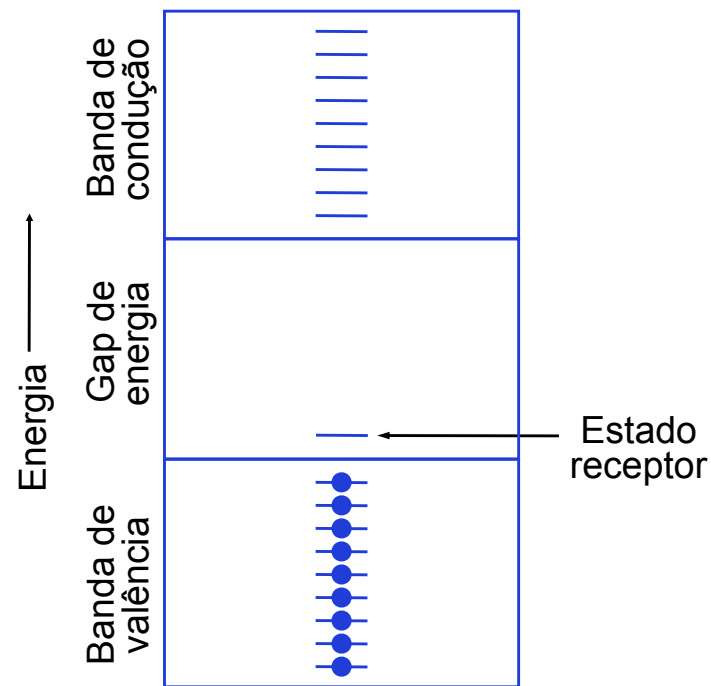


- (a) O átomo da impureza B substitui um átomo hospedeiro de Si na rede cristalina, causando a deficiência de um elétron de valência ou, equivalentemente, gerando um buraco eletrônico na banda de valência.
- (b) Movimento do buraco eletrônico em resposta a um campo elétrico externo.
- Para *semicondutores tipo p*, os **buracos eletrônicos são os principais portadores de corrente**, porque  $p \gg n$  e, portanto,

$$\sigma \approx p |e| \mu_b$$

## SEMICONDUCTORES EXTRÍNSECOS DO TIPO p

- Esquema da banda de energia eletrônica com um **NÍVEL DE IMPUREZA RECEPTORA** localizado dentro do gap de energia, imediatamente acima da parte superior da banda de valência.
- Excitação de um elétron da banda de valência para o nível receptor, deixando para trás um buraco na banda de valência que contribui para a condução elétrica.



- **MATERIAIS SEMICONDUTORES EXTRÍNSECOS** são fundamentais para a operação de dispositivos eletrônicos de estado sólido, que são de grande importância para a tecnologia já há várias décadas. Os microprocessadores modernos, por exemplo, não poderiam existir sem os materiais semicondutores extrínsecos.
- Exemplos de alguns dispositivos básicos:
  - **Diodo de junção bipolar (p-n)**. Veja uma breve explicação do funcionamento da junção p-n em <<https://www.youtube.com/watch?v=bYJTsx0zXY8>>. (3:56 min)
  - **Transistor de junção bipolar (n-p-n ou p-n-p)**. Em <<https://www.youtube.com/watch?v=jKVPEIMybUg>> você encontrará uma boa explicação para a junção p-n e para o transistor n-p-n. (9:03 min)
  - **Transistor MOSFET** (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) - um dos pilares da tecnologia moderna de estado sólido. Entenda com a rápida explicação em <[https://www.youtube.com/watch?v=tz62t-q\\_KEc](https://www.youtube.com/watch?v=tz62t-q_KEc)> como um transistor MOSFET funciona. (3:41 min)
- Referências para um estudo introdutório sobre dispositivos semicondutores:
  - **Callister, W.D.** *Materials Science and Engineering: An Introduction*. 7<sup>th</sup> Ed. Wiley. 2007. Cap. 18, seção 15.
  - **Introduction to Semiconductors**, DoITPoMS - Teaching & Learning Packages - University of Cambridge, 2004-2015. <<https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/semiconductors/index.php>>
- Para um estudo mais avançado sobre dispositivos semicondutores veja:
  - **Brennan, K.F.** *Introduction to Semiconductor Devices For Computing and Telecommunications Applications*. Cambridge University Press. 2005.

### **... *finalizando*: Propriedades Elétricas dos Materiais**

- Ao final do estudo dos conteúdos desta Unidade você deve ser capaz de:
  - entender a diferença entre: (i) densidade de corrente ( $J$ ) e corrente ( $I$ ); (ii) condutividade ( $\sigma$ ), resistividade ( $\rho$ ) e resistência ( $R$ );
  - correlacionar as grandezas  $J$ ,  $I$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$  e  $R$ ;
  - explicar a diferença entre estados eletrônicos em átomos e bandas de energia eletrônica em sólidos;
  - descrever os quatro tipos de estruturas de bandas existentes para materiais sólidos puros;
  - descrever nos processos de condução elétrica, as condições que os elétrons livres e os buracos eletrônicos devem satisfazer para que dele possam participar;
  - calcular a condutividade elétrica de metais e semicondutores (intrínsecos e extrínsecos) em termos das densidades de portadores (número de portadores por unidade de volume) e de suas mobilidades;
  - justificar a importância do processo de dopagem em semicondutores; entender as diferenças entre a semicondutividade intrínseca e as semicondutividades extrínsecas dos tipos  $n$  e  $p$ ;
  - descrever a estrutura de bandas de semicondutores extrínsecos em termos de níveis de energia de impurezas doadoras e receptoras.

## REFERÊNCIAS

- **Callister, W.D.** *Materials Science and Engineering: An Introduction*. 7<sup>th</sup> Ed. Wiley. 2007. Cap. 18, seções 1 a 7 e 9 a 11.
  - Obs.: outras edições do livro do Callister existentes nas bibliotecas da EP, em inglês ou português, também cobrem o conteúdo apresentado nesta Unidade. *Exemplo*: Callister, 5<sup>a</sup> ed, Capítulo 19: seções 1 a 7 e 9 a 11.
- **Introduction to thermal and electrical conductivity**, DoITPoMS - Teaching & Learning Packages - University of Cambridge, 2013. <[https://doitpoms.admin.cam.ac.uk/tlplib/thermal\\_electrical/index.php](https://doitpoms.admin.cam.ac.uk/tlplib/thermal_electrical/index.php)>
- **Introduction to Semiconductors**, DoITPoMS - Teaching & Learning Packages - University of Cambridge, 2007. <<https://doitpoms.admin.cam.ac.uk/tlplib/semiconductors/index.php>>
- **Shackelford, J. F.** *Introduction to Materials Science for Engineers*. 8th Ed, Prentice-Hall Inc., 2015. Capítulo 13.