# Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental

Prof. Zwinglio Guimarães

2º semestre de 2018

Tópico 3 - 1ª semana:
**Função de Probabilidade Binomial**

# Principais parâmetros de uma função densidade de probabilidade (revisão)

- **O valor médio (verdadeiro), $x_0$, que é obtido por:**

$$x_0 = \langle\, x \,\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$$

- **E o desvio-padrão (verdadeiro), $\sigma$, que é obtido por:**

$$\sigma^2 = \langle\, (x - x_0)^2 \,\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_0)^2\, f(x)\, dx$$

➢ **Consideração prática:** $\langle\, (x - x_0)^2 \,\rangle = \langle\, x^2 \,\rangle - x_0^2$

# No caso de variáveis discretas

$$\int \phi(x) f(x) dx \longrightarrow \sum_i \phi(X_i)\ F(X_i)$$

onde $F(X)$ é a função de probabilidade de obter em uma medição o valor $X$.

- No caso de comparações com histogramas as expressões para variáveis discretas são usadas juntamente com a aproximação

$$F(X) \cong f(x) \Delta x$$

onde $\Delta x$ é a largura de cada canal do histograma.

# A função de probabilidade binomial

- Distribuição do número de ocorrências, $n$, em $N$ medições independentes com probabilidade de ocorrência individual $p$

$$F_{N,p}(n) = \frac{N!}{n!\,(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}$$

- Essa distribuição é chamada de binomial por causa da semelhança com o binômio de Newton

$$(a+b)^N = \sum_{n=0}^{N} \frac{N!}{n!\,(N-n)!} a^n b^{N-n}$$

# (1) A binomial é normalizada:

$$\sum_{n=0}^{N} F_{N,p}(n) = \sum_{n=0}^{N} \frac{N!}{n!\,(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n} = 1$$

uma vez que:

$$\sum_{n=0}^{N} \frac{N!}{n!\,(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n} = [p + (1-p)]^N = 1^N$$

# (2) O valor médio (verdadeiro) do número de ocorrências é $Np$

$$n_0 = \langle n \rangle = \sum_{n=0}^{N} n \, F_{N,p}(n)$$

$$= \sum_{n=1}^{N} \frac{N!}{(n-1)! \, (N-n)!} \, p^n \, (1-p)^{N-n}$$

$$= \sum_{m=0}^{N-1} \frac{N(N-1)!}{m! \, (N-1-m)!} \, p^{m+1} \, (1-p)^{N-1-m}$$

$$= Np \sum_{m=0}^{M} \frac{M!}{(m)! \, (M-m)!} \, p^m \, (1-p)^{M-m} = Np$$

# Resultados importantes da binomial

- (1) A binomial é normalizada:

$$\sum_{n=0}^{N} \frac{N!}{n!\,(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n} = [p + (1-p)]^N = 1$$

- (2) O valor médio (verdadeiro) do número de ocorrências é:

$$n_0 = \langle n \rangle = \sum_{n=0}^{N} n \, \frac{N!}{n!\,(N-n)!} \, p^n \, (1-p)^{N-n} = Np$$

- (3) O desvio-padrão (verdadeiro) do número de ocorrências é:

$$\sigma_n = \sqrt{Np(1-p)}$$

# Efeito do $N$ e do $p$ sobre a forma de $F_{N,p}(n)$