Tratamento Estatísticos em Física Experimental - 2018

Atividade 13 – Método dos Mínimos Quadrados

Considere o planejamento de um experimento para medir a posição (L, em cm) de um objeto em função do tempo (t, em s) se movendo ao longo de uma canaleta horizontal com velocidade supostamente constante. Considere que serão coletados dados da posição do corpo, com incerteza $\sigma_L = 0{,}5\,cm$, a cada $1\,s$ entre o início da contagem de tempo até o tempo $10\,s$ (ou seja, que $t = \{0, 1, 2, \ldots, 10\}$). De acordo com o modelo proposto, a equação de ajuste desses dados para $y = L$ e $x = t$ pode ser escrita como $y_i = \alpha + \beta . x_i$ (onde α é a posição inicial e β a velocidade do corpo) e, portanto, $g_1(i) = 1$ e $g_2(i) = x_i$.

a) Escreva uma rotina para calcular a matriz M referente ao ajuste dos dados a serem obtidos neste experimento e determine a matriz de covariância dos parâmetros, $V_{\tilde{A}} = M^{-1}$. Com base nesta matriz de covariância, determine a incerteza dos parâmetros α e β e o coeficiente de correlação $\rho(\alpha, \beta)$. Escreva esses resultados na planilha compartilhada do GoogleDrive (use 2 algarismos significativos Para as incertezas e escreva o coeficiente de correlação com 3 casas decimais)

b) Supondo que o valor verdadeiro dos parâmetros α e β sejam $\alpha_0 = 20\,cm$ e $\beta_0 = 3\,\frac{cm}{s}$ e que os dados tenham erros gaussianos, gere um possível conjunto de dados, $\{y_i\}$, que poderia ser obtido nesse experimento. Com esse conjunto de dados, construa a matriz D e calcule os valores dos parâmetros ajustados $\tilde{\alpha}$ e $\tilde{\beta}$ e calcule o χ^2 deste ajuste. Escreva esses resultados na planilha compartilhada do GoogleDrive (escreva o χ^2 com uma casa decimal).

---

c) Gere $N_{REP} = 10.000$ conjuntos de dados, $\{y_i\}$ com nas mesmas condições consideradas no item anterior e, para cada conjunto, calcule os parâmetros $\tilde{\alpha}$ e $\tilde{\beta}$ e o χ^2 correspondente.

- c.1) Faça o histograma com os N_{REP} valores obtidos para $\tilde{\alpha}$ e calcule o desvio-padrão desses valores. Compare esse desvio-padrão com a incerteza prevista para o parâmetro α calculada no **item a**. Escreva esse desvio-padrão na planilha compartilhada do GoogleDrive.
- c.2) Faça o mesmo para o parâmetro β.
- c.3) Faça um gráfico de dispersão entre os valores obtidos para $\tilde{\alpha}$ e $\tilde{\beta}$ e calcule o correspondente coeficiente de correlação amostral, $\tilde{\rho}_{\alpha,\beta}$. Escreva $\tilde{\rho}_{\alpha,\beta}$ na planilha do GoogleDrive e compare com o previsto no **item a**. *Nota: no Octave a correlação amostral pode ser estimada com o comando "**corr(ALFAs,BETAs)**" onde ALFAs e BETAs são os vetores contendo os N_{REP} valores de $\tilde{\alpha}$ e $\tilde{\beta}$.*
- c.4) Faça o histograma dos valores de χ^2 obtidos nos N_{REP} ajustes. Calcule o valor médio dos χ^2 e compare com o número de graus de liberdade do ajuste, $\nu = N - P$. Escreva o valor médio do χ^2 na planilha compartilhada do GoogleDrive.
- c.5) Faça um gráfico de dispersão entre os valores obtidos para o parâmetro $\tilde{\alpha}$ em termos do χ^2 dos ajustes e avalie se há alguma relação entre o erro na estimativa do parâmetro $\tilde{\alpha}$ e o valor do χ^2. Faça o mesmo para a relação entre o parâmetro $\tilde{\beta}$ e o χ^2.