

Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental

Atividade 7 – Função de probabilidade Binomial

1) Um exemplo didático do uso de simulações Monte Carlo é a estimativa estocástica do valor de π . A ideia consiste em verificar a frequência relativa com que pontos uniformemente distribuídos no retângulo $[0, 1] \times [0, 1]$ caem dentro do círculo de raio unitário centrado na origem, pois a razão entre a área da seção do círculo ($A_{dentro} = \frac{\pi}{4}$) e a área do quadrado onde os pontos são gerados ($A_{total} = 1$) é $\frac{\pi}{4}$. Na prática, o que se faz é gerar N pares de valores, u_1 e u_2 , com u_1 e u_2 distribuídos uniforme entre 0 e 1, e verificar o número de casos, n , em que a condição $u_1^2 + u_2^2 \leq 1$ é satisfeita. O valor de π é estimado por $A = \frac{4n}{N}$. Faça uma rotina para fazer uma simulação com $N = 300$ pontos e [escreva o resultado dos itens abaixo na planilha compartilhada da disciplina do Google Drive](#):

1.a) Qual é o valor de n obtido na primeira simulação efetuada (no caso de duplas, nas duas primeiras simulações).

1.b) Estime a incerteza no valor de n , $\tilde{\sigma}_n \cong \sqrt{N\tilde{p}(1-\tilde{p})}$, usando a frequência relativa obtida na simulação, $\frac{n}{N}$, como valor aproximado para a probabilidade de sucesso (isto é, considerando $\tilde{p} \cong \frac{n}{N}$).

1.c) Calcule o valor correspondente de $A = \frac{4n}{N}$ e estime sua incerteza (considere a incerteza de n estimada no item anterior).

2) Considere agora o caso de uma versão em três dimensões do problema acima: ou seja, são gerados N coordenadas, u_1 , u_2 e u_3 , distribuídas uniformemente entre 0 e 1, e se contabiliza o número n de vezes em que os pontos gerados pertencem à esfera de raio unitário centrada na origem (isto é, quando $u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \leq 1$). Note que razão entre os volumes é $\frac{\pi}{6}$, uma vez que $V_{dentro} = \frac{1}{8}\left(\frac{4}{3}\pi\right)$ e $V_{total} = 1$, de modo que neste caso o valor de π é estimado por $B = \frac{6n}{N}$. Faça uma rotina para fazer uma simulação com $N = 300$ pontos e [escreva o resultado dos itens abaixo na planilha compartilhada do Google Drive](#):

2.a) Qual é o valor de n obtido nas primeiras simulações efetuadas.

2.b) Estime a incerteza no valor de n , $\tilde{\sigma}_n \cong \sqrt{N\tilde{p}(1-\tilde{p})}$, considerando a aproximação $\tilde{p} \cong \frac{n}{N}$.

2.c) Calcule $B = \frac{6n}{N}$ estime sua incerteza (considere $\tilde{\sigma}_n$ do item anterior).

3) Usando seus conhecimentos sobre binomial e sobre os problemas em questão, calcule os desvios-padrões verdadeiros, $\sigma_n = \sqrt{Np(1-p)}$ de n para os casos dos experimentos numéricos em 2 e em 3 dimensões e [escreva esses valores na planilha compartilhada no Google Drive](#). As incertezas de n calculadas deste modo são muito diferentes das estimadas nos itens 1.b e 2.b?