# Tipos de Curtos-Circuitos

Prof. Dr. Eduardo Coelho Marques da Costa

*Escola Politécnica da Universidade de São Paulo*

*Graduação em Engenharia Elétrica*

# Conteúdo

- Definição
- Causas
- Ocorrência
- Consequências
- Importância
- Tipos de curto
- Análise de curtos-circuitos
- Referência recomendada

# Definição

- O que é um curto-circuito?

  ✓Um curto-circuito consiste em um contato entre condutores sob potenciais diferentes. Tal contato pode ser direto (franco ou através de impedância) ou indireto (através de arco voltaico). (Stevenson, 1984)

# Causas

- As causas mais frequentes da ocorrência de curtos-circuitos em sistemas de potência são (Mamede, 2014):
  - ✓Descargas atmosféricas
  - ✓Falhas em cadeias de isoladores;
  - ✓Fadiga e/ou envelhecimento de materiais;
  - ✓Ação de vento, neve e similares;
  - ✓Poluição e queimadas;
  - ✓Queda de árvores sobre as linhas aéreas;
  - ✓Inundações e desmoronamentos;
  - ✓Ação de animais em equipamentos do sistema;
  - ✓Manobras incorretas.

# Ocorrência

- Segundo Benedito (2015), através de análise estatística dos dados sobre curtos-circuitos, foram constatados os seguintes valores médios para a ocorrência dos tipos de defeitos:

  - ✓ Curtos-circuitos trifásicos: 5%;
  - ✓ Curtos-circuitos dupla-fase: 15%;
  - ✓ Curtos-circuitos dupla-fase-terra: 10%;
  - ✓ Curtos-circuitos fase-terra: 70%.

# Consequências

- Quais são as consequências dos curtos-circuitos?

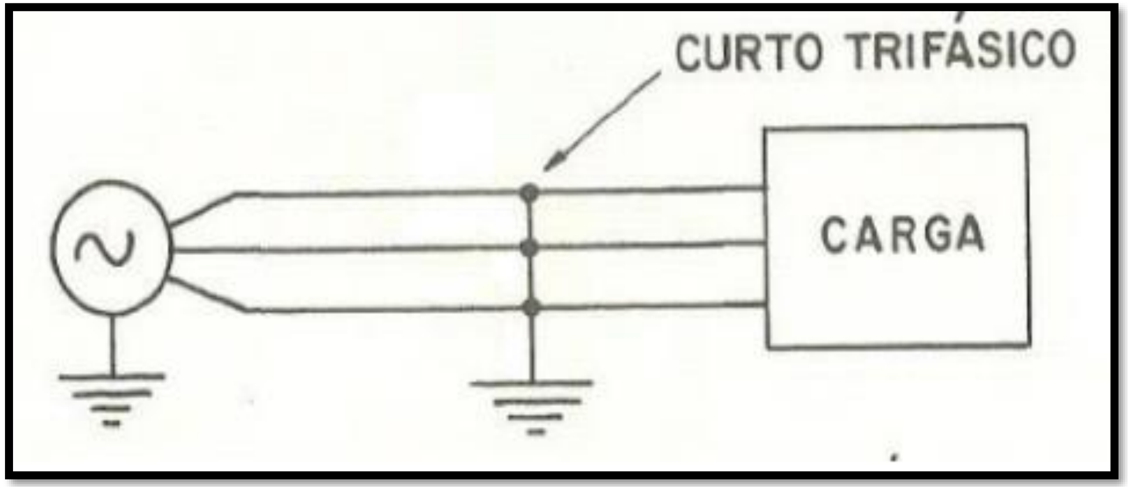
    ✓ Danos ao SEP devido às correntes elevadas.

# Importância

- Planejamento e operação das redes e de seus equipamentos
  - ✓Permitir antever as consequências dos problemas simulados;
  - ✓Tomar medidas de segurança/proteção;
  - ✓Determinação do poder de corte de disjuntores e fusíveis;
  - ✓Regulação e Coordenação das proteções;
  - ✓Previsão dos esforços térmicos e eletrodinâmicos;
  - ✓Entre outros.

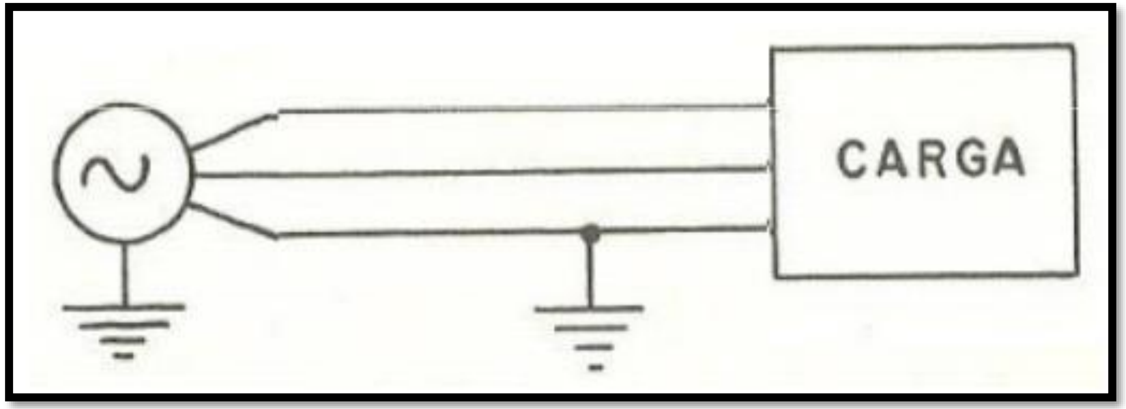
# Tipos de Curto

- Curto-circuito Trifásico ou Simétrico
  - ✓Menor Frequência;
  - ✓Fases igualmente solicitadas;
  - ✓Cálculo por fase, considerando apenas o circuito equivalente de Sequência Positiva.



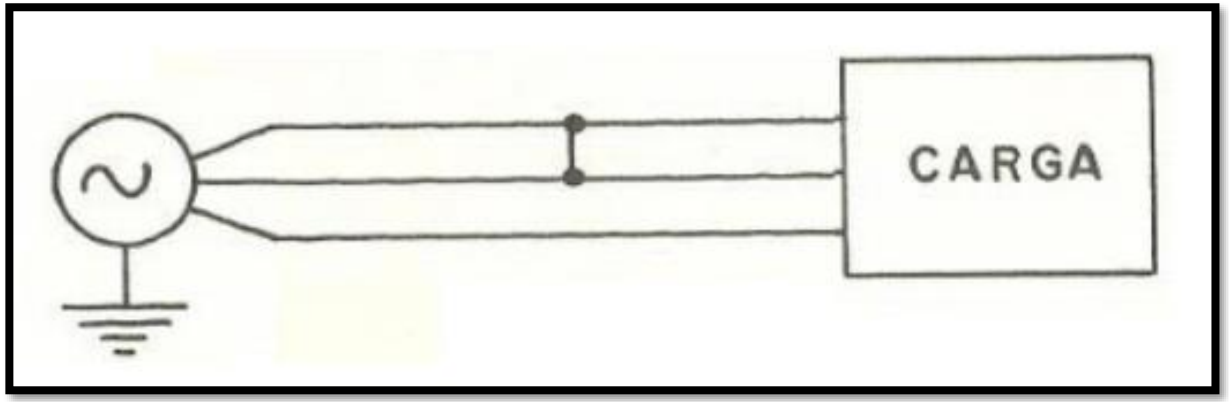
# Tipos de Curto

- Curto-circuito Fase-Terra:
  - ✓Curto-circuito assimétrico, isto é, desiquilibrado;
  - ✓Maior ocorrência;
  - ✓Cálculo utilizando componentes simétricas.



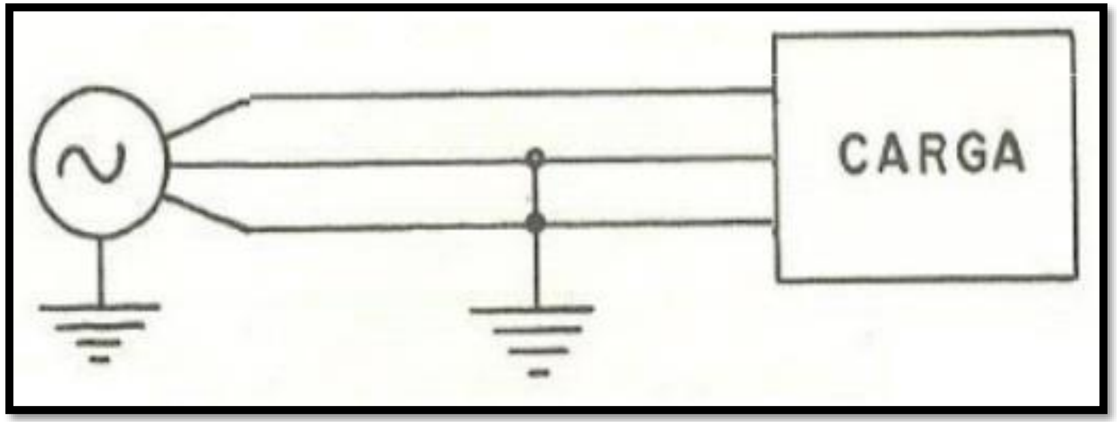
# Tipos de Curto

- Curto-circuito Dupla-Fase:
  - ✓Curto-circuito assimétrico, isto é, desequilibrado;
  - ✓Correntes desequilibradas;
  - ✓Cálculo utilizando componentes simétricas.



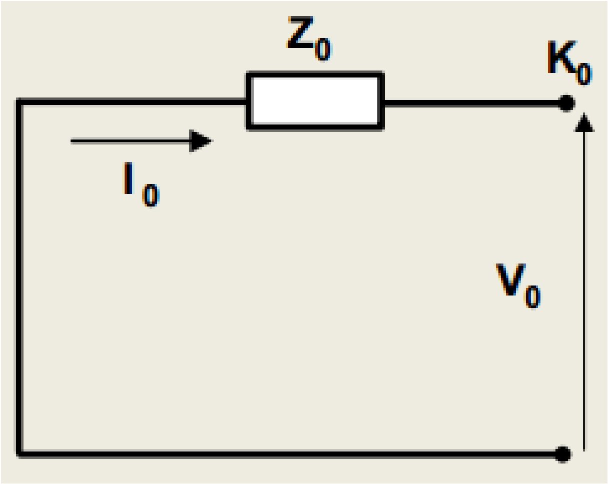
# Tipos de Curto

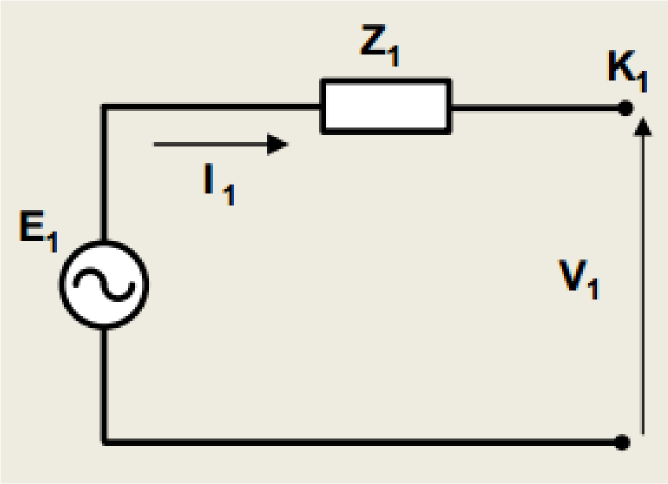
- Curto-circuito Dupla-Fase-Terra:
  - ✓Curto-circuito assimétrico, isto é, desequilibrado;
  - ✓Cálculo utilizando componentes simétricas.

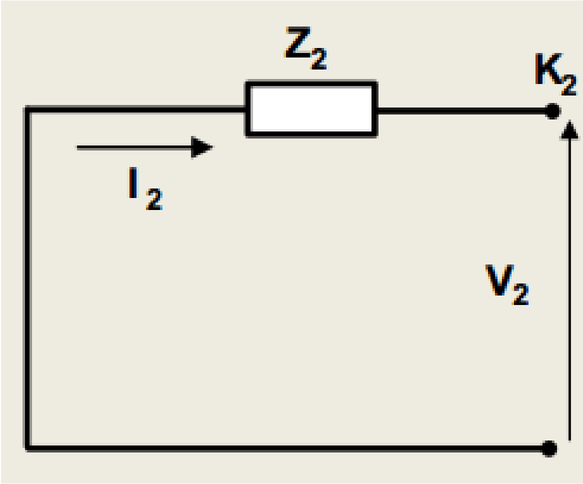


# Análise de Curtos-Circuitos

- Circuitos equivalentes de sequência simétrica vistos do ponto (K) da falta;
- Os valores de E1, Z0, Z1 e Z2 são obtidos no estado pré-falta da rede.



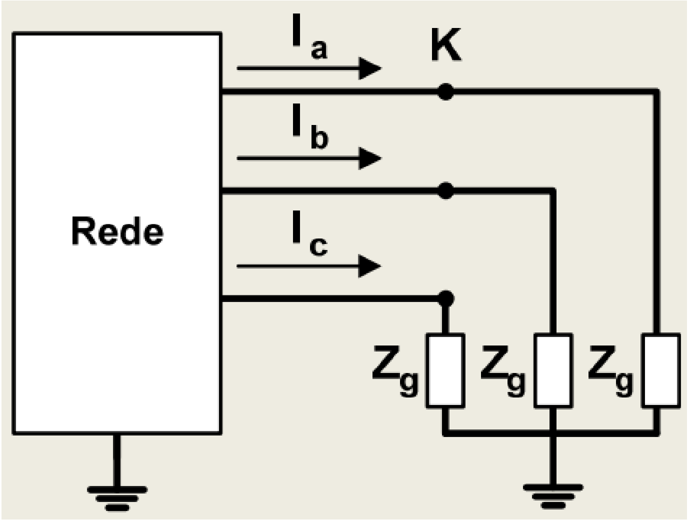



# Análise de Curtos-Circuitos

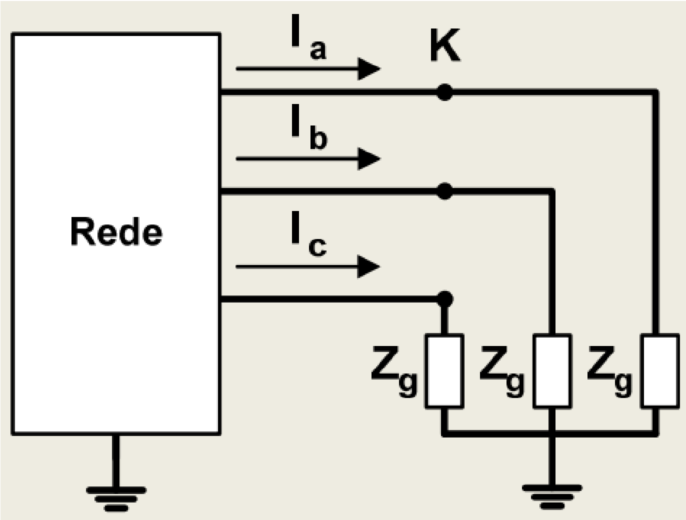
- Curto-circuito Trifásico
  - ✓Fases igualmente solicitadas, ou seja, estão equilibradas;

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c\end{bmatrix} = \dot{I}_a . \begin{bmatrix}\alpha^o \\ \alpha^2 \\ \alpha^1\end{bmatrix} \qquad \alpha = 1\angle 120^o$$




$$\dot{I}_n = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_a .(1+\alpha^2+\alpha) = 0$$

# Análise de Curtos-Circuitos

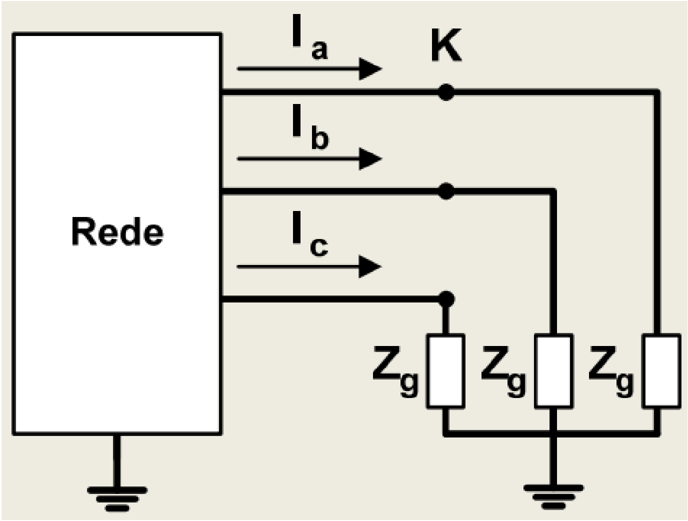



- Curto-circuito Trifásico
  - ✓Logo, em componentes simétricas:

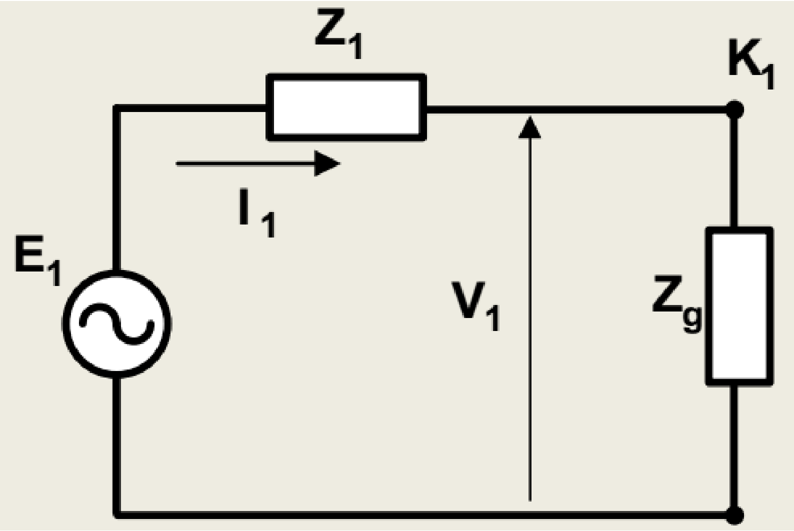
$$\begin{bmatrix}\dot{I}_0\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1}\begin{bmatrix}\dot{I}_a\\ \dot{I}_b\\ \dot{I}_c\end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & \alpha & \alpha^2\\ 1 & \alpha^2 & \alpha\end{bmatrix}.\dot{I}_a.\begin{bmatrix}1\\ \alpha^2\\ \alpha^1\end{bmatrix} \quad \therefore \quad \begin{bmatrix}\dot{I}_0\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ \dot{I}_a\\ 0\end{bmatrix}$$

  - ✓Não há corrente de sequência zero e negativa, ou seja, os circuitos de seq. zero e negativo não contribuem para o curto trifásico.

# Análise de Curtos-Circuitos




- Curto-circuito Trifásico
  - ✓Portanto, o circuito equivalente será:




$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_g} = \dot{I}_a$$

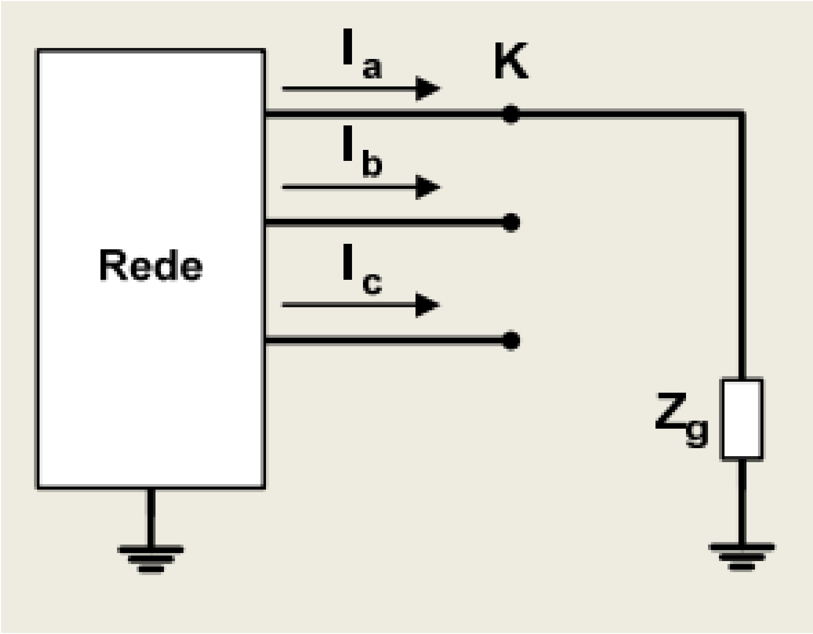
  - ✓Em um curto franco, $Z_g = 0$.

# Análise de Curtos-Circuitos

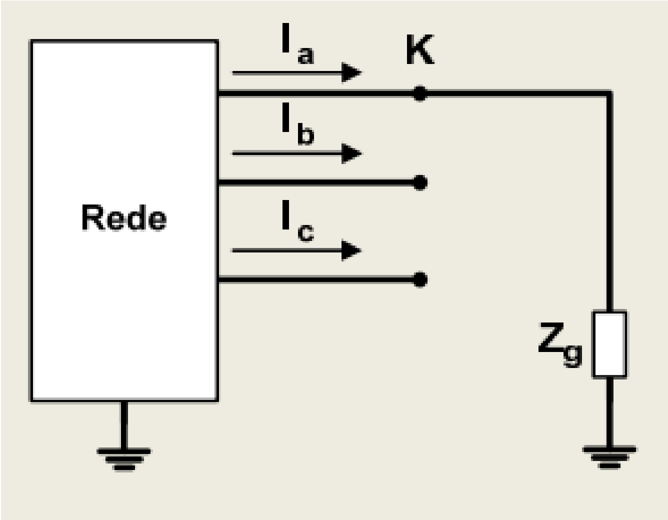
- Curto-circuito Fase-Terra

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{V}_a}{\bar{\bar{Z}}_g}$$



# Análise de Curtos-Circuitos




- Curto-circuito Fase-Terra
  - ✓Em componentes simétricas:

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_0\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1}\begin{bmatrix}\dot{I}_a\\ \dot{I}_b\\ \dot{I}_c\end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & \alpha & \alpha^2\\ 1 & \alpha^2 & \alpha\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}\dot{I}_a\\ 0\\ 0\end{bmatrix} \quad \therefore \quad \begin{bmatrix}\dot{I}_0\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix}\dot{I}_a\\ \dot{I}_a\\ \dot{I}_a\end{bmatrix}$$

  - ✓Logo:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \frac{1}{3}\dot{I}_a$$

$$\dot{I}_a = 3\dot{I}_0$$

# Análise de Curtos-Circuitos

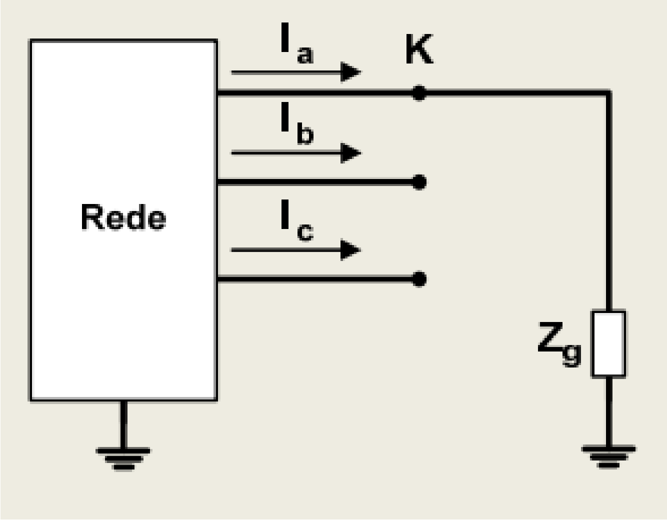
- Curto-circuito Fase-Terra
  - ✓Sabendo-se que:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

  - ✓Logo:

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = Z_g \dot{I}_a$$

$$Z_g .3.\dot{I}_0 = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$



# Análise de Curtos-Circuitos

## ▪Curto-circuito Fase-Terra

✓Portanto, o circuito equivalente será:

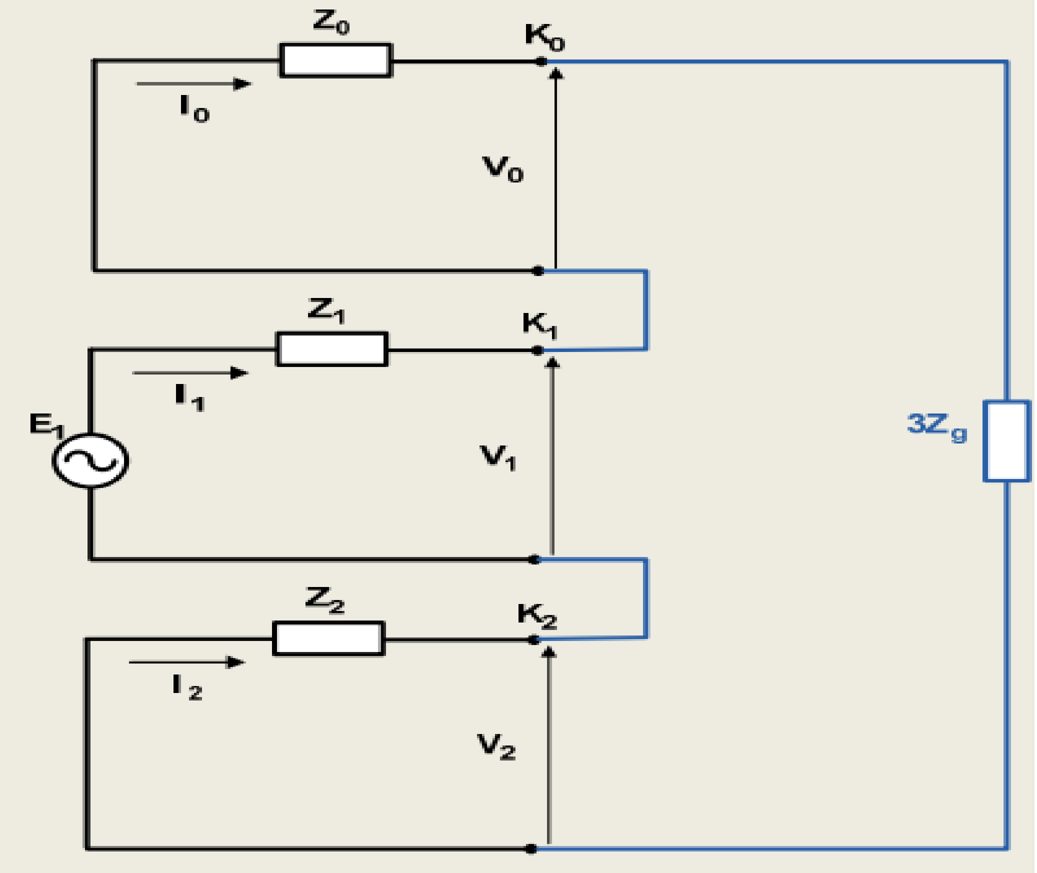
$$Z_g.3.\dot{I}_0 = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$

✓Portanto:

$$(-Z_0.\dot{I}_0) + (\dot{E}_1 - Z_1.\dot{I}_1) + (-Z_2.\dot{I}_2) = 3.Z_g.\dot{I}_0$$

✓Como $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 = \dot{I}_2$

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{E}_1}{\overline{Z}_0 + \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 + 3\overline{Z}_g} \qquad \dot{I}_a = 3\dot{I}_0$$



# Análise de Curtos-Circuitos

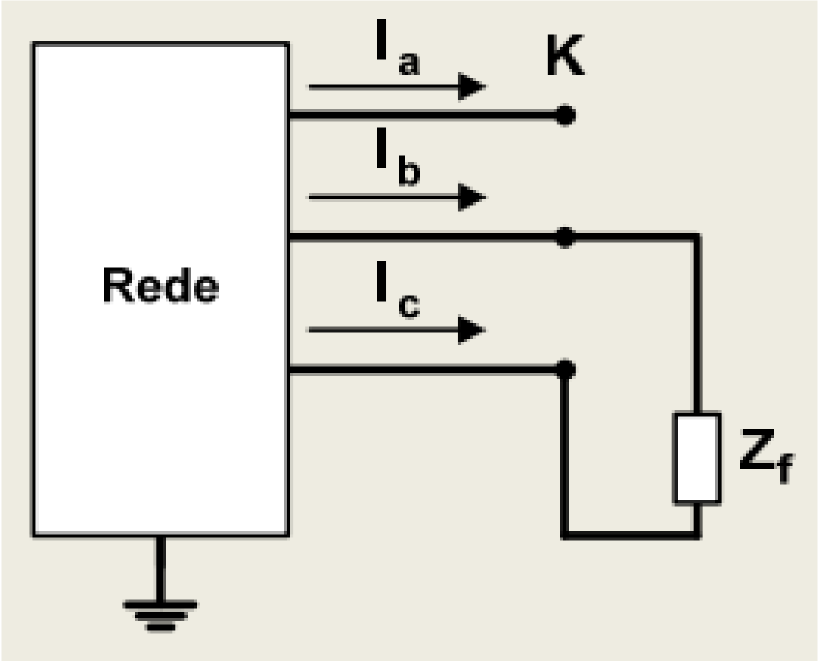
- Curto-circuito Dupla-Fase

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{I}_b \\ -\dot{I}_b \end{bmatrix}$$

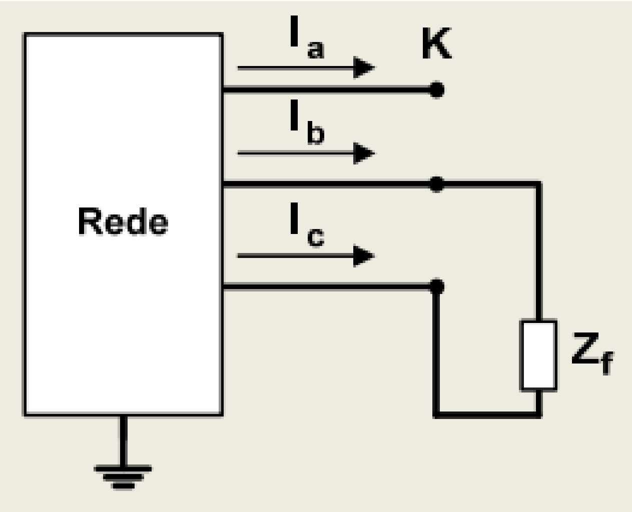
$$\dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

$$\dot{V}_b - \dot{V}_c = \bar{Z}_f \dot{I}_b$$



# Análise de Curtos-Circuitos



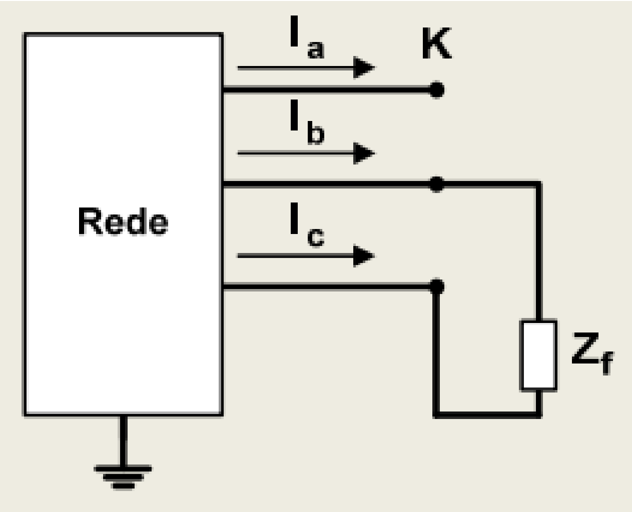

- Curto-circuito Dupla-Fase
  - ✓Em componentes simétricas:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{I}_b \\ -\dot{I}_b \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{I}_b \\ -\dot{I}_b \end{bmatrix} \quad \therefore \quad \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \frac{\dot{I}_b}{3} \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha - \alpha^2 \\ \alpha^2 - \alpha \end{bmatrix}$$

  - ✓Sendo:

$$\dot{I}_0 = 0 \qquad \dot{I}_1 = -\dot{I}_2$$

# Análise de Curtos-Circuitos



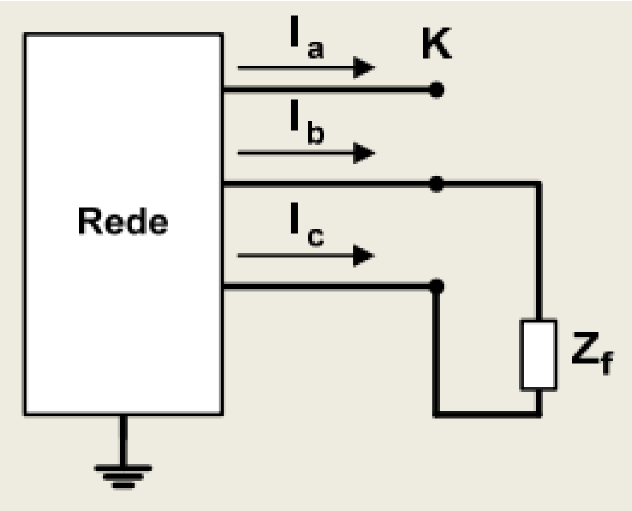

- Curto-circuito Dupla-Fase
  - ✓Sabendo-se que:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ \dot{V}_0 + \alpha^2 \dot{V}_1 + \alpha \dot{V}_2 \\ \dot{V}_0 + \alpha \dot{V}_1 + \alpha^2 \dot{V}_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \\ \dot{I}_0 + \alpha^2 \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_2 \\ \dot{I}_0 + \alpha \dot{I}_1 + \alpha^2 \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

  - ✓Substituindo em: $\dot{V}_b - \dot{V}_c = \overline{Z}_f \dot{I}_b$

  - ✓Tem-se: $(\dot{V}_0 + \alpha^2 \dot{V}_1 + \alpha \dot{V}_2) - (\dot{V}_0 + \alpha \dot{V}_1 + \alpha^2 \dot{V}_2) = \overline{Z}_f (\dot{I}_0 + \alpha^2 \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_2)$

# Análise de Curtos-Circuitos




- Curto-circuito Dupla-Fase

$$(\dot{V}_0 + \alpha^2 \dot{V}_1 + \alpha \dot{V}_2) - (\dot{V}_0 + \alpha \dot{V}_1 + \alpha^2 \dot{V}_2) = \overline{Z}_f (\dot{I}_0 + \alpha^2 \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_2)$$

✓Rearranjando:

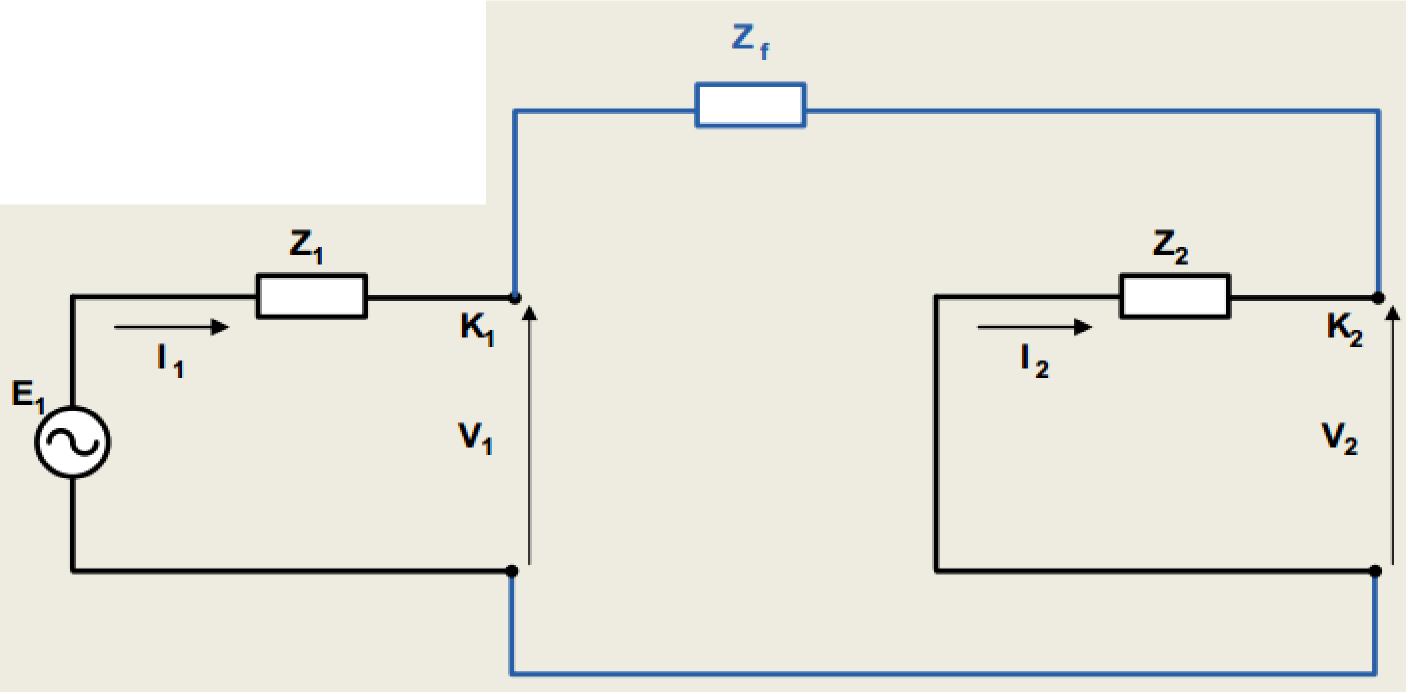
$$(\alpha^2 - \alpha)\dot{V}_1 - (\alpha^2 - \alpha)\dot{V}_2 = (\alpha^2 - \alpha)\overline{Z}_f \dot{I}_1$$

✓Portanto:

$$\dot{V}_1 - \dot{V}_2 = \overline{Z}_f \dot{I}_1$$

# Análise de Curtos-Circuitos

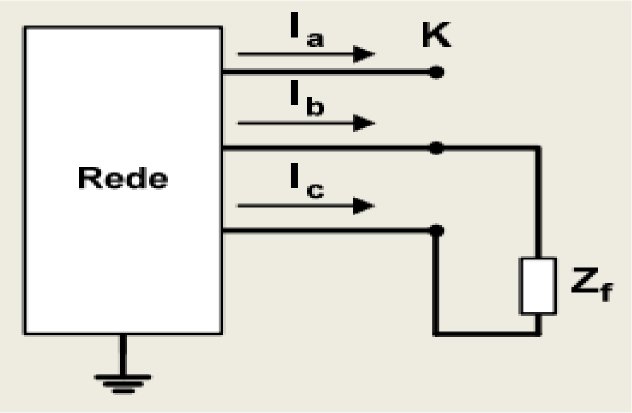
- Curto-circuito Dupla-Fase
  - ✓Portanto, sabendo que: $\dot{V}_1 - \dot{V}_2 = \overline{Z}_f \dot{I}_1$ $\quad \dot{I}_1 = -\dot{I}_2$ $\quad \dot{I}_0 = 0$




- ✓O circuito equivalente será:
- ✓Portanto:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 + \overline{Z}_f}$$

# Análise de Curtos-Circuitos




- Curto-circuito Dupla-Fase
  - ✓A corrente de falta entre as fases B e C é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \\ \dot{I}_0 + \alpha^2 \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_2 \\ \dot{I}_0 + \alpha \dot{I}_1 + \alpha^2 \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (\alpha^2 - \alpha)\dot{I}_1 \\ (\alpha - \alpha^2)\dot{I}_1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_a = 0$$

$$\dot{I}_b = -\dot{I}_c$$

# Análise de Curtos-Circuitos

- Curto-circuito Dupla-Fase
  - ✓Portanto, tem-se no circuito equivalente:

$$\dot{V}_0 = 0$$

$$\dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \overline{Z}_1 \dot{I}_1 \qquad \dot{V}_2 = -\overline{Z}_2 \dot{I}_2 = \overline{Z}_2 \dot{I}_1$$

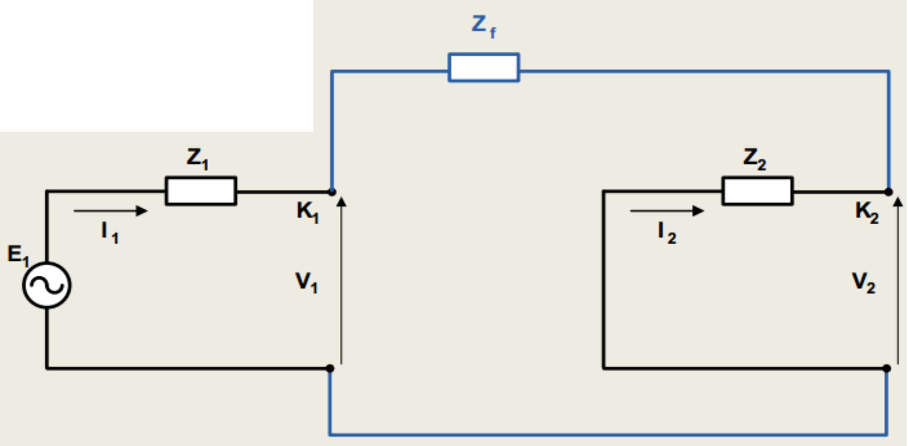
$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_2$$

  - ✓Sendo

$$Z_1 = Z_2 \qquad \dot{V}_a = \dot{E}_1$$

  - ✓Pois:

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$



# Análise de Curtos-Circuitos

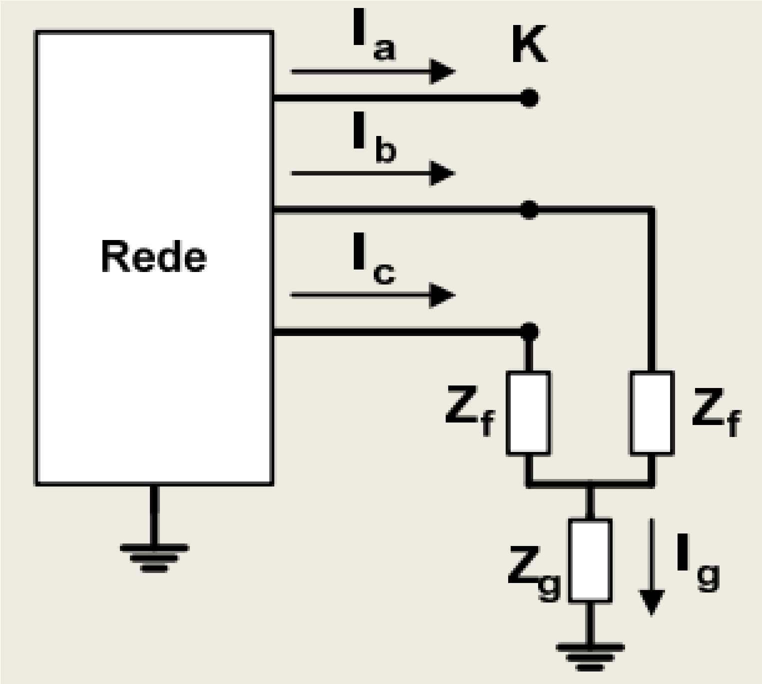
- Curto-circuito Dupla-Fase-Terra

$$\dot{I}_a = 0$$

$$\dot{I}_g = \dot{I}_b + \dot{I}_c$$

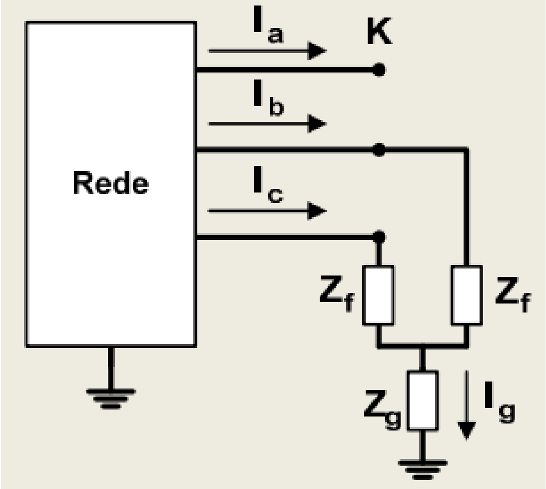
$$\dot{V}_b = \overline{Z}_f \dot{I}_b + \overline{Z}_g (\dot{I}_b + \dot{I}_c)$$

$$\dot{V}_c = \overline{Z}_f \dot{I}_c + \overline{Z}_g (\dot{I}_b + \dot{I}_c)$$



# Análise de Curtos-Circuitos

- Curto-circuito Dupla-Fase-Terra
  - ✓Em componentes simétricas:




$$\begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c}{3} \quad \therefore \quad \dot{I}_b + \dot{I}_c = 3\dot{I}_0$$

# Análise de Curtos-Circuitos

- Curto-circuito Dupla-Fase-Terra
  - ✓Sabendo que:

$$\begin{bmatrix}\dot{V}_a\\ \dot{V}_b\\ \dot{V}_c\end{bmatrix} = \mathbf{T}\begin{bmatrix}\dot{V}_0\\ \dot{V}_1\\ \dot{V}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\dot{V}_0+\dot{V}_1+\dot{V}_2\\ \dot{V}_0+\alpha^2\dot{V}_1+\alpha\dot{V}_2\\ \dot{V}_0+\alpha\dot{V}_1+\alpha^2\dot{V}_2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_a\\ \dot{I}_b\\ \dot{I}_c\end{bmatrix} = \mathbf{T}\begin{bmatrix}\dot{I}_0\\ \dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\dot{I}_0+\dot{I}_1+\dot{I}_2\\ \dot{I}_0+\alpha^2\dot{I}_1+\alpha\dot{I}_2\\ \dot{I}_0+\alpha\dot{I}_1+\alpha^2\dot{I}_2\end{bmatrix}$$

  - ✓Logo, sendo:

$$\dot{V}_b = \overline{Z}_f\dot{I}_b + \overline{Z}_g(\dot{I}_b+\dot{I}_c)$$

$$\dot{V}_c = \overline{Z}_f\dot{I}_c + \overline{Z}_g(\dot{I}_b+\dot{I}_c)$$

# Análise de Curtos-Circuitos

- Curto-circuito Dupla-Fase-Terra
  - ✓Em componentes simétricas:

$$\dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = \overline{Z}_f(\dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2) + \overline{Z}_g(3\dot{I}_0)$$

$$\dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2 = \overline{Z}_f(\dot{I}_0 + \alpha\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{I}_2) + \overline{Z}_g(3\dot{I}_0)$$

  - ✓Subtraindo as equações acima, tem-se:

$$(\alpha^2 - \alpha).(\dot{V}_1 - \overline{Z}_f\dot{I}_1) = (\alpha^2 - \alpha).(\dot{V}_2 - \overline{Z}_f\dot{I}_2)$$

  - ✓Ou:

$$\dot{V}_1 - \overline{Z}_f\dot{I}_1 = \dot{V}_2 - \overline{Z}_f\dot{I}_2$$

# Análise de Curtos-Circuitos

## ▪Curto-circuito Dupla-Fase-Terra

✓Isolando os termos de sequência zero em:

$$\dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = \overline{Z}_f(\dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2) + \overline{Z}_g(3\dot{I}_0)$$

✓Tem-se:

$$\dot{V}_0 - (\overline{Z}_f + 3\overline{Z}_g).\dot{I}_0 = -\alpha^2(\dot{V}_1 - \overline{Z}_f\dot{I}_1) - \alpha(\dot{V}_2 - \overline{Z}_f\dot{I}_2)$$

✓Sabendo que:

$$\dot{V}_1 - \overline{Z}_f\dot{I}_1 = \dot{V}_2 - \overline{Z}_f\dot{I}_2 \qquad \alpha^2 + \alpha = -1$$

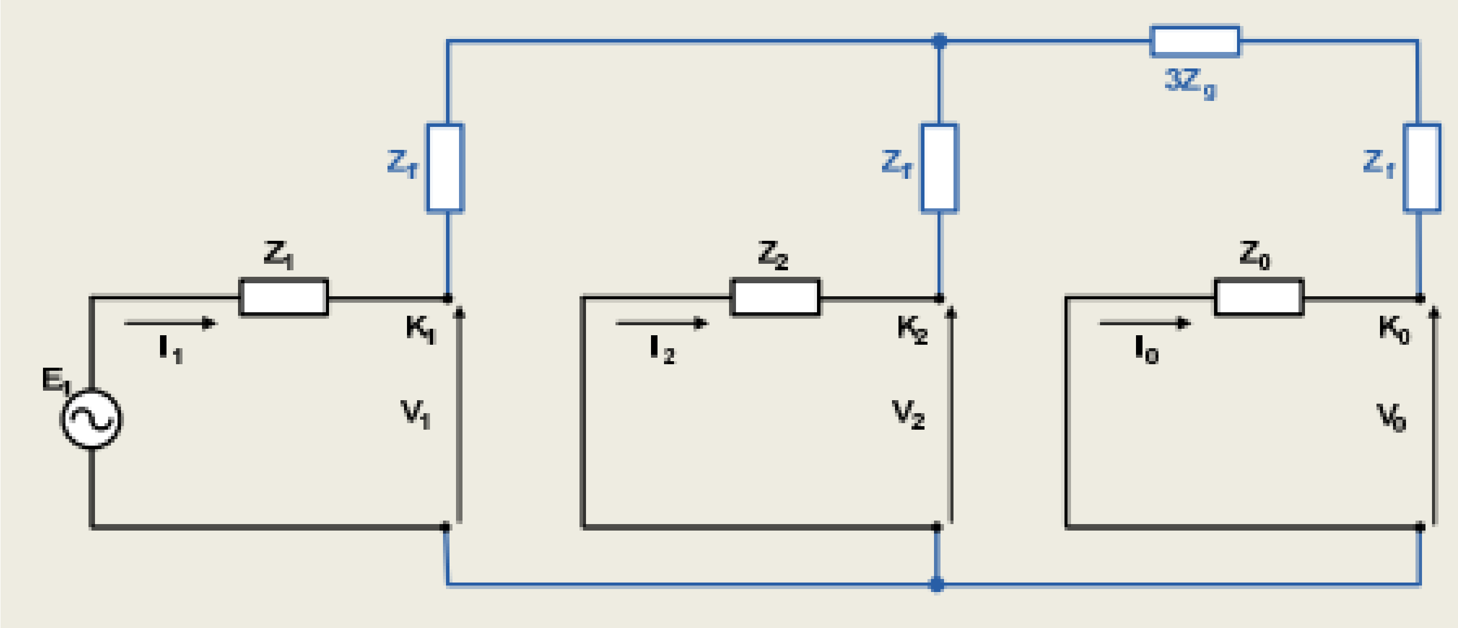
✓Tem-se:

$$\dot{V}_0 - (\overline{Z}_f + 3\overline{Z}_g).\dot{I}_0 = \dot{V}_1 - \overline{Z}_f\dot{I}_1 = \dot{V}_2 - \overline{Z}_f\dot{I}_2$$

# Análise de Curtos-Circuitos

- Curto-circuito Dupla-Fase-Terra
  - ✓Logo, o circuito equivalente será:

$$\dot{V}_0 - (\overline{Z}_f + 3\overline{Z}_g).\dot{I}_0 = \dot{V}_1 - \overline{Z}_f \dot{I}_1 = \dot{V}_2 - \overline{Z}_f \dot{I}_2$$




$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{(\overline{Z}_1 + \overline{Z}_f) + [(\overline{Z}_2 + \overline{Z}_f) // (\overline{Z}_0 + \overline{Z}_f + 3\overline{Z}_g)]}$$

$$\dot{I}_2 = -\frac{(\overline{Z}_0 + \overline{Z}_f + 3\overline{Z}_g)\dot{I}_1}{(\overline{Z}_2 + \overline{Z}_f) + (\overline{Z}_0 + \overline{Z}_f + 3\overline{Z}_g)}$$

$$\dot{I}_0 = -\frac{(\overline{Z}_2 + \overline{Z}_f)\dot{I}_1}{(\overline{Z}_2 + \overline{Z}_f) + (\overline{Z}_0 + \overline{Z}_f + 3\overline{Z}_g)}$$

# Referência Recomendada

- ZANETTA Jr., LUIZ CERA. **Fundamentos de Sistemas Elétricos de Potência**. Páginas 180 a 200.

# Obrigado!