

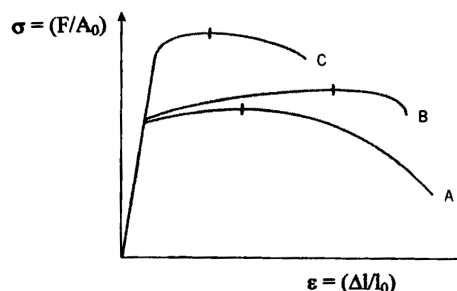
1. Um pedaço de arame recozido de aço baixo carbono tem 2 mm de diâmetro, limite de escoamento 210 MPa e módulo de elasticidade 207 GPa.

Pergunta-se:

- Se uma garota de 54 kg se dependura neste arame, ocorrerá deformação plástica no arame?
- Se for possível, calcule o alongamento percentual do arame com a garota dependurada.
- O que aconteceria se o arame fosse de cobre (limite de escoamento = 70 MPa; limite de resistência = 220 MPa e módulo de elasticidade = 115 GPa)?

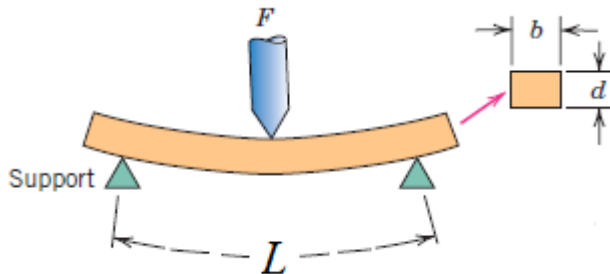
2. Fios de aço carbono com área de seção transversal nominal de  $62,9 \text{ mm}^2$  são utilizados para a fabricação de peças pré-moldadas de concreto protendido. Nessas peças, a armação de fios de aço é pré-tensionada (tração) antes de ser imersa na matriz de concreto. Depois que o concreto é adicionado e endurece, a tensão na armação de aço é relaxada; o aço sofre recuperação elástica e comprime o sistema todo, o que aumenta a resistência mecânica do conjunto, pois mantém o concreto sob um esforço de compressão. O valor do módulo de elasticidade desse aço é 200 GPa. Assumindo que esses fios de aço sofreram uma deformação elástica de 1% quando foram pré-tensionados, qual foi a força (em newtons) à qual eles foram submetidos no processo de pré-tensionamento?

3. Considere as curvas tensão de engenharia *versus* deformação de engenharia para os três materiais (**A**, **B** e **C**). O pequeno segmento de reta desenhado em cada curva representa seu ponto de máximo. Responda as afirmativas com falso (**F**) ou verdadeiro (**V**).



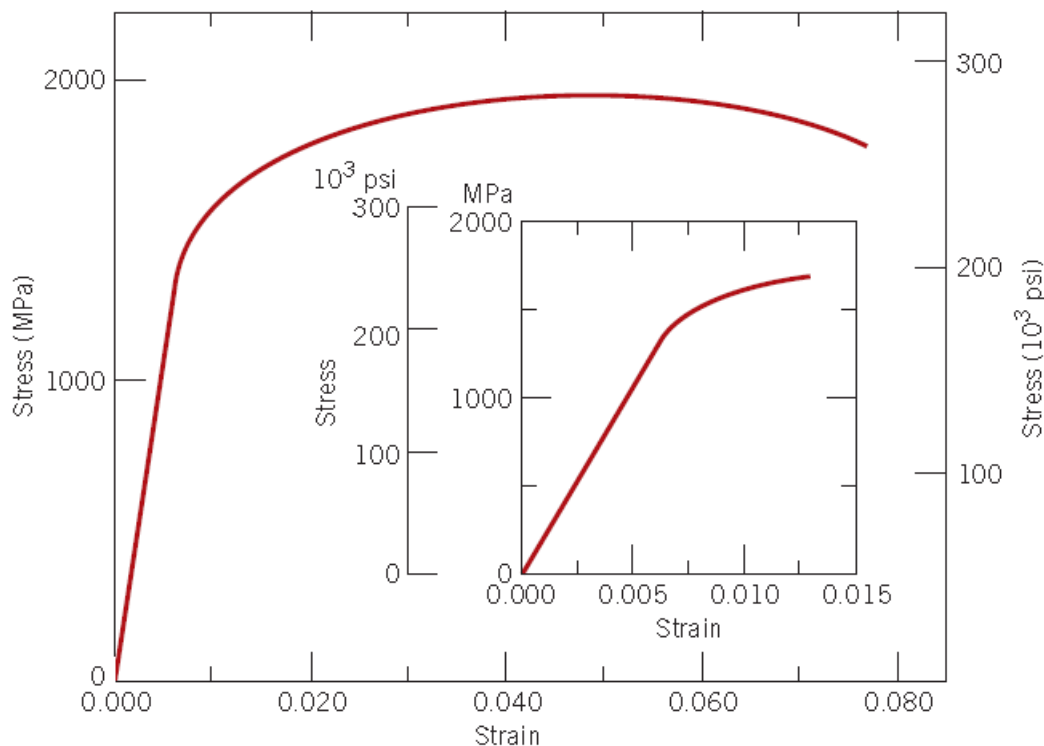
- Os três materiais têm módulos de elasticidade idênticos. ( )
  - Os três materiais apresentam módulos de resiliência idênticos. ( )
  - O material **C** apresenta maior limite de escoamento do que **A** ou **B**. ( )
  - O material **C** apresenta maior limite de resistência do que **A** ou **B**. ( )
  - O material **A** apresenta maior alongamento uniforme do que **B**. ( )
  - O material **A** apresenta maior alongamento total (ductilidade) do que **B**. ( )
  - O material **B** tem provavelmente maior tenacidade do que **C**. ( )
  - O material **B** apresenta maior expoente de encruamento do que **A**. ( )
  - O material **C** é provavelmente mais duro do que **A**. ( )
  - Os três materiais (**A**, **B** e **C**) são provavelmente materiais cerâmicos. ( )
4. Para alguns metais e ligas, a região da curva tensão *versus* deformação (reais ou verdadeiras) desde o início da deformação plástica até o ponto onde tem início a estricção (pescoço) pode ser descrita pela relação  $\sigma_R = K (\epsilon_R)^n$ , onde K e n são constantes. Calcule o expoente ou coeficiente de encruamento (n) para uma liga cuja tensão verdadeira de 415 MPa produz uma deformação de engenharia de 0,20. Suponha um valor de 935 MPa para K. Lembre-se que a deformação de engenharia ( $\epsilon$ ) e a deformação verdadeira ( $\epsilon_R$ ) estão relacionadas pela expressão:  $\epsilon_R = \ln(1+\epsilon)$ .

5. Um ensaio de flexão de três pontos foi realizado num corpo de prova de vidro de seção transversal retangular de 50 mm de comprimento, largura 10 mm e espessura 5 mm. A distância entre cada um dos pontos de apoio inferiores é de 45 mm. Assumindo que não aconteceu deformação plástica ao longo de todo o ensaio, e que o corpo rompeu quando uma carga de 290 N foi aplicada, qual é valor da tensão de ruptura à flexão para esse vidro?



$$\sigma = \frac{3 F L}{2 b d^2}$$

6. Considere um corpo de prova cilíndrico de um aço (curva tensão de engenharia - deformação de engenharia apresentada abaixo) de 8,5 mm de diâmetro e 80 mm de comprimento que é submetido a um ensaio de tração.



- Determine seu alongamento quando uma carga de 65.250 N for aplicada.
- Determine o valor do módulo de elasticidade (*elasticity modulus* ou *Young modulus*) da liga?
- Determine o valor do limite de proporcionalidade (*proportional limit*)?
- Determine o valor do limite de escoamento (*yield strength*) para deformação de engenharia = 0,002 (ou 0,2%)?
- Qual é o valor do limite de resistência à tração (*tensile strength*)?

**Resolução****Exercício 1**

$$F = m \cdot a = 54 \text{ Kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 529,2 \text{ N}$$

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \left( \frac{529,2}{\pi} \right) \cdot 10^{-6} = 168,45 \text{ MPa}$$

**1a)**

A solicitação é inferior ao limite de escoamento e, portanto, ocorrerá apenas deformação elástica.

**1b)**

Para deformação elástica vale a relação  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ , onde E é o módulo de elasticidade

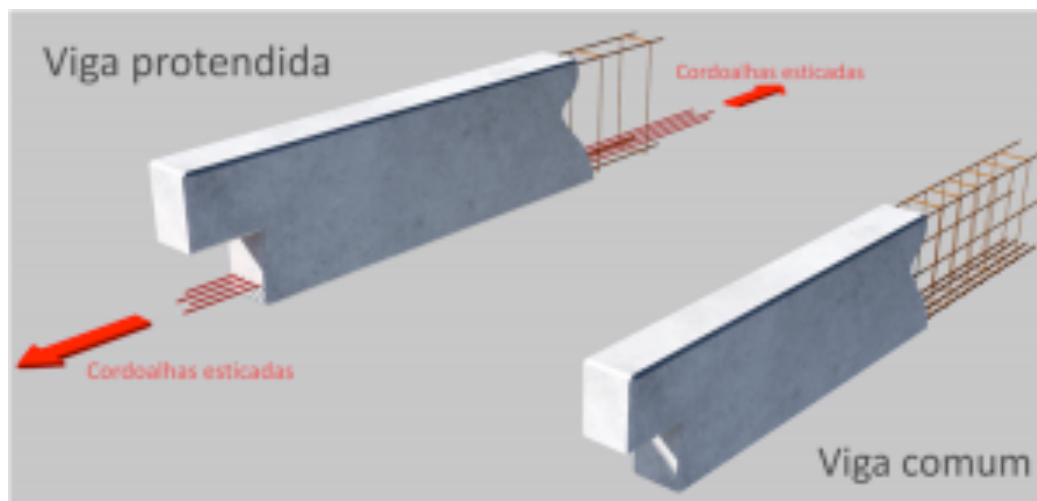
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{168,45 \cdot 10^6}{207 \cdot 10^9} = 0,00081 ; \text{ ou seja } 0,08\%$$

**1c)**

Se o arame fosse de cobre, ocorreria deformação plástica, mas o arame não se romperia, pois a solicitação (168,45 MPa) é superior ao limite de escoamento (70 MPa) e inferior ao limite de resistência (220 MPa). **Neste caso, com os dados disponíveis, não é possível calcular o alongamento do fio.**

**Exercício 2**

Abaixo é apresentado um esquema de uma viga protendida, na qual são colocados fios de aço (denominados “cordoalha”, na figura), que são tensionados por tração.



O módulo de elasticidade é dado ( $E=200$  GPa), e a deformação também é conhecida (1% de deformação, que corresponde a uma deformação  $e = 0,01$  mm/mm). Como é dito que os fios de aço são tracionados dentro da região de deformações **elásticas**, vale a relação:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

logo,

$$\sigma = (200) \cdot (0,01) = 2,0 \text{ GPa} = 2,0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

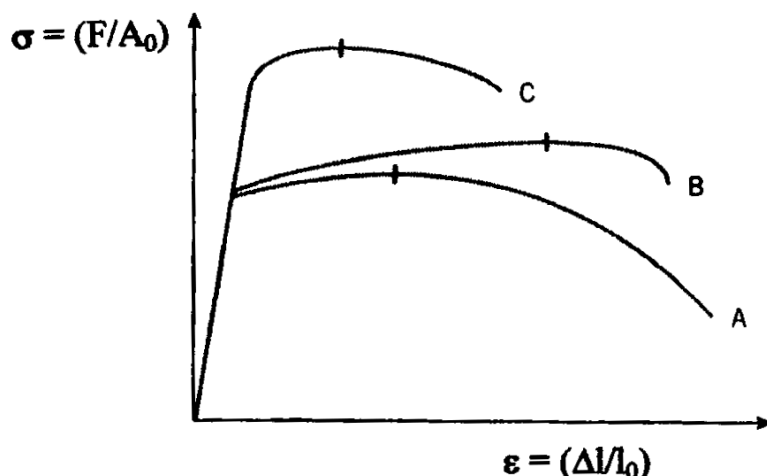
Assumiremos, idealmente, que a tensão de tração é aplicada de forma perfeitamente perpendicular à seção transversal dos fios de aço. A tensão é igual, portanto, à força aplicada dividida pela área da seção transversal dos fios.

Assim sendo:

$$\sigma = F / A \quad \text{ou} \quad F = \sigma \cdot A$$

Portanto,

$$F = (2,0 \times 10^9) \cdot (62,9) \cdot (10^{-3})^2 = 126 \text{ kN}$$

**Exercício 3**

- Os três materiais têm módulos de elasticidade idênticos. ( **V** )
- Os três materiais apresentam módulos de resiliência idênticos. ( **F** )
- O material **C** apresenta maior limite de escoamento do que **A** ou **B**. ( **V** )
- O material **C** apresenta maior limite de resistência do que **A** ou **B**. ( **V** )
- O material **A** apresenta maior alongamento uniforme do que **B**. ( **F** )
- O material **A** apresenta maior alongamento total (ductilidade) do que **B**. ( **V** )
- O material **B** tem provavelmente maior tenacidade do que **C**. ( **V** )
- O material **B** apresenta maior expoente de encruamento do que **A**. ( **V** )
- O material **C** é provavelmente mais duro do que **A**. ( **V** )
- Os três materiais (**A**, **B** e **C**) são provavelmente materiais cerâmicos. ( **F** )

**Exercício 4**

$$\epsilon = 0,20 \quad \therefore \quad \epsilon_R = \ln(1 + 0,2) = \ln(1,2) = 0,1823$$

$$\sigma_R = k(\epsilon_R)^n \quad \therefore \quad 415 = 935 (0,1823)^n =$$

$$0,44385 = (0,1823)^n =$$

$$\ln(0,44385) = n \ln(0,1823)$$

$$n = \frac{-0,81227}{-1,7021}$$

$$n = 0,477$$

**Exercício 5**

A resolução do exercício passa simplesmente pela aplicação da fórmula fornecida no enunciado, que permite o cálculo da tensão de ruptura à flexão para um corpo com perfil retangular:

$$\sigma = \frac{3 F L}{2 b d^2} = \frac{3 \times 290 \times 0,045}{2 \times 0,01 \times 0,005^2} = 78,3 \text{ MPa}$$

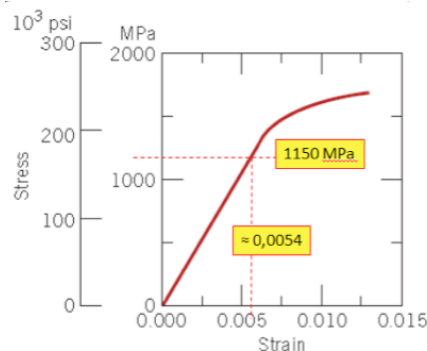
**Exercício 6**

6a) Este problema pede que se calcule o alongamento  $\Delta L$  de uma amostra de aço cujo comportamento tensão-deformação foi mostrado na Figura abaixo. Primeiro, é necessário calcular a tensão quando uma carga de 65.250 N foi aplicada:

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = \frac{F}{\pi \left(\frac{d_0}{2}\right)^2} = \frac{65,250 \text{ N}}{\pi \left(\frac{8,5 \times 10^{-3} \text{ m}}{2}\right)^2} = 1150 \text{ MPa}$$

Com referência à curva tensão de engenharia-deformação de engenharia, nessa tensão estamos na região elástica. A essa tensão corresponde uma deformação de aproximadamente 0,0054. Agora, para calcular o valor de  $\Delta L$  temos:

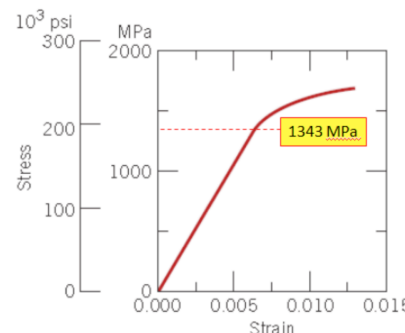
$$\Delta L = \varepsilon \times L_0 = 0,0054 \times 80 \text{ mm} = 0,43 \text{ mm}$$



6b) O módulo de elasticidade pode ser calculado pela inclinação da porção linear inicial da curva tensão de engenharia – deformação de engenharia. Assim,

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{1000}{0,0045} = 220 \text{ GPa}$$

6c) O limite de proporcionalidade corresponde à tensão a partir da qual a curva tensão de engenharia - deformação de engenharia deixa de ser linear, essa tensão vale aproximadamente 1343 MPa.



6d) A linha paralela à região linear da curva tensão - deformação partindo de 0,002 de deformação intercepta a curva tensão-deformação a aproximadamente 1560 Mpa, portanto esse é o valor do limite de escoamento.

6e) O valor do limite de resistência à tração (que equivale ao ponto de máxima tensão na curva tensão de engenharia - deformação de engenharia) vale aproximadamente de 1970 Mpa.

