Programação Linear Inteira

Problemas de Programação Linear onde todas ou algumas variáveis devem ter valores inteiros - Programação Linear Inteira - PLI.

Classificação:

(a) PLI puro (só variáveis inteiras) ou PLI misto (variáveis inteiras e variáveis $x_i \geq 0$).

(b) Com variáveis inteiras binárias (0 ou 1) ou com variáveis inteiras em geral (0, 1, 2, 3, 4,...).

Métodos:

(a) *Arredondamento ou truncagem dos valores não inteiros*: podem produzir distantes da ótima, ou mesmo que não sejam viáveis (ver exemplo adiante).

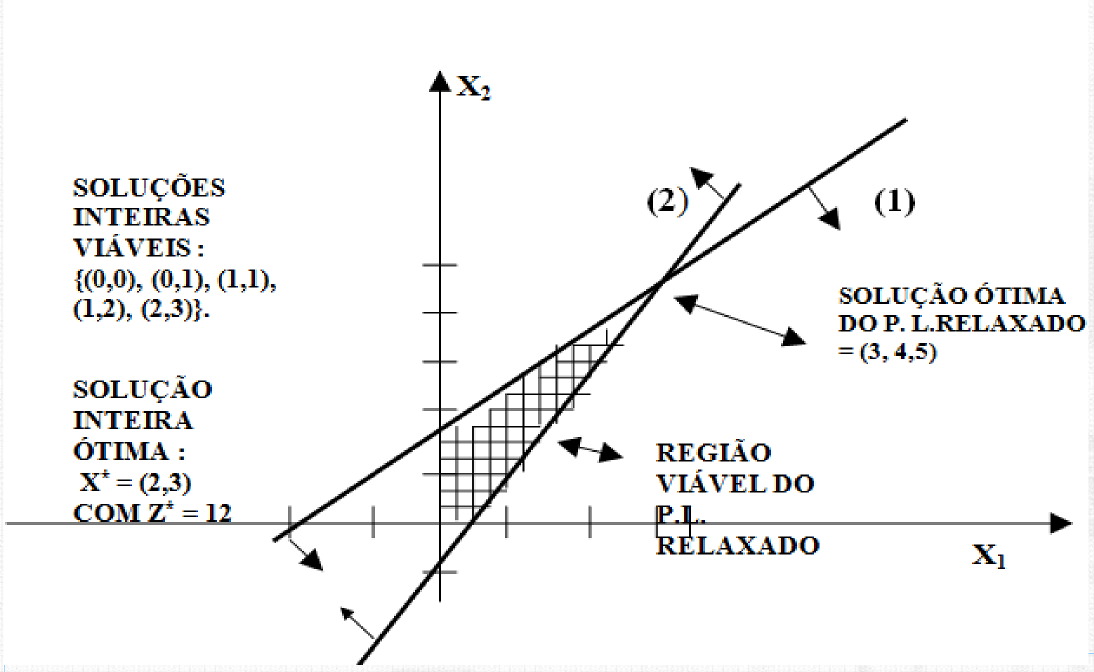
Programação Linear Inteira

Arredondamento gerando solução inviável.

Seja o modelo de PLI:

$$Max\ \ Z = 3X_1 + 2X_2 \qquad \text{s. a :} \begin{cases} -X_1 + X_2 \leq 3/2 & (1) \\ 2X_1 - X_2 \leq 3/2 & (2) \\ X_1, X_2 \geq 0, \text{ Inteiros} \end{cases}$$

Resolução gráfica: PL Relaxado = PLI sem integralidade das soluções



Arredondando o valor ótimo = (3; 4,5) obtido para o problema de PL relaxado $\Rightarrow$ dois valores de soluções inviáveis, (3; 4) ou (3; 5) para o PLI.

Programação Linear Inteira

(b) *Métodos de otimização da PLI*: têm o inconveniente de o tempo de resolução crescer drasticamente com o aumento do número de variáveis inteiras do modelo.

Aplicações:

(1) Problema de investimento.

(2) Problemas com custo fixo. Problema de

(3) alocação de armazéns. Problemas de

(4) sequenciamento de tarefas.

(5) Roteamento de veículos, linearização de função objetivo com produto de variáveis, problema do caixeiro viajante, problemas de "matching", de "covering", de "partitioning", e de "packing").

Programação Linear Inteira

- Formulações de PLI para problemas de decisão tipo “sim ou não”, “ou – ou”, “há restrições de que k em n tenham que se manter”, “há funções com n valores possíveis”, “há custo fixo de preparação”.

- Exemplo de decisões “sim ou não”: executar o projeto?, fazer o investimento?, instalar a empresa naquela cidade?

Solução usar variável binária $Y_i = \begin{cases} 1, \text{ se a Decisão i for sim} \\ 0, \text{ se a Decisão i for não} \end{cases}$

Programação Linear Inteira

Grupos de alternativas mutuamente exclusivas – somente uma decisão no grupo pode ser "sim". fazer:

$\sum_i Y_i = 1$ -Se exatamente uma decisão no grupo tiver que ser "sim".

$\sum_i Y_i \leq 1$ -Se quando muito uma decisão no grupo tiver que ser "sim"

Decisões contingentes – dependem de decisões anteriores. exemplo: decisão *k* é contingente decisão *j*, se a decisão *k* puder ser "sim"somente se a decisão *j* for "sim". fazer:

$Y_K \leq Y_J$ ou seja, quando $Y_J = 1$ dá escolha livre para Y_K, mas se $Y_J = 0$ força $Y_K = 0$.

Programação Linear Inteira

- Uma indústria quer se expandir, construindo nova fábrica ou em Los Angeles ou em São Francisco. Também será considerada a construção de um novo depósito na cidade que for selecionada para receber a nova fábrica. O valor presente líquido de cada alternativa está na tabela abaixo. A última coluna dá o capital requerido para os investimentos, sendo o <u>capital total disponível $25 milhões</u>. Achar a combinação viável de alternativas que maximize o valor presente líquido total.

IDENTIFICAÇÃO DA DECISÃO	QUESTÃO "SIM OU NÃO"	VARIÁVEL DE DECISÃO	VALOR PRESENTE LÍQUIDO	CAPITAL REQUERIDO
1	FÁBRICA EM L.A.?	Y_1	7.000.000,00	20.000.000,00
2	FÁBRICA EM S.F.?	Y_2	5.000.000,00	15.000.000,00
3	DEPÓSITO EM L.A.?	Y_3	4.000.000,00	12.000.000,00
4	DEPÓSITO EM S.F.?	Y_4	3.000.000,00	10.000.000,00

Programação Linear Inteira

Uma empresa está planejando expandir suas atividades abrindo dois novos armazéns, sendo que há três locais sob estudo para a instalação destes armazéns (ver figura adiante). quatro clientes devem ter atendidas suas demandas: d_1, d_2, d_3, e d_4. Admita que quaisquer dois locais são suficientes para atender toda a demanda existente, mas o local 1 só pode atender clientes 1, 2 e 4; o local 3 pode atender os clientes 2, 3 e 4; enquanto o local 2 pode atender todos os clientes. O custo unitário de transporte do local i ao cliente j é dado por c_{ij}. Para cada local as informações são as seguintes:

LOCAL	CAPACIDADE	INVESTIMENTO INICIAL	CUSTO UNITARIO OPERAÇÃO
1	A_1	\$ K_1	\$ P_1
2	A_2	\$ K_2	\$ P_2
3	A_3	\$ K_3	\$ P_3