

**MAE 221- PROBABILIDADE I**  
**Oitava Lista de Exercícios**

1) Uma massa radioativa emite partículas segundo um processo de Poisson com parâmetro  $\lambda > 0$ . Sejam  $T_1, T_2, \dots$ , os tempos entre emissões sucessivas. Ache

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2}{n}.$$

É limite quase certo ou em probabilidade?

2) Seja  $(X_n)_{n \geq 1}$  uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com distribuição uniforme no intervalo  $(0, 1)$ . Ache o limite quase certo da média geométrica  $(\prod_{k=1}^n X_k)^{\frac{1}{n}}$ .

3) Se  $(X_n)_{n \geq 1}$  uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com  $E[X_1] = 1 = Var(X_1)$ , qual o limite quase certo de

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_i^2}}.$$

4) Seja  $(X_n)_{n \geq 1}$  uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com função densidade de probabilidade

$$f(x) = e^{-(x+0,5)}, \quad x \geq -0,5 \quad e \quad 0 \quad \text{se} \quad x < -0,5.$$

Demonstre que  $S_n \rightarrow \infty$  quase certamente onde  $S_n = X_1 + \dots + X_n$ .

5) Seja  $(X_n)_{n \geq 1}$  uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com distribuição normal padrão. Qual o limite quase certo de

$$\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{(X_1 - 1)^2 + (X_2 - 1)^2 + \dots + (X_n - 1)^2}?$$