MAE0221 - Probabilidade
Sétima Lista de Exercícios

1. Seja $(X_n)_{n\geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuidas a X que tem função densidade de probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{2}\lambda e^{-\lambda|x|}, \quad -\infty < x < \infty$$

a) Qual o 0,75 quantil (ξ_p) de X? Calcule $f(\xi_p)$.

b) Sabe-se que

$$\sqrt{n}(X_{n:k} - \xi_p) \to N(0, \frac{p(1-p)}{f(\xi_p)^2})$$

em distribuição quando $n \to \infty$, $k = [np]$.

Usando este resultado construir um intervalo de confiança, com coeficiente de confiança de 0,95, para o parâmetro λ.

2. No exercício anterior, qual a mediana ξ_M de X? Usando o mesmo resultado assintótico para a mediana, voce rejeitaria a hipótese de $\lambda = 1$ contra a alternativa $\lambda \neq 1$ ao nível de $0,05$ de significância baseado em uma amostra aleatória de tamanho 21, a saber

$$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21.$$

3. Considere, uma amostra aleatória (cópias independentes e identicamente distribuídas) de X com função de distribuição Logística

$$F(x) = \frac{1}{1+e^{-\lambda x}}, \quad -\infty < x < \infty.$$

A saber:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21.$$

Sabe-se que

$$\sqrt{n}(\widehat{\xi_p} - \xi_p) \to^D N(0, \frac{p(1-p)}{f(\xi_p)^2}).$$

Usando o resultado assintótico para a mediana amostral faça o teste de hipótese, para o parâmetro λ

$$H_0 : \lambda = 0,5 \quad X \quad \lambda \neq 0,5,$$

a um nível de significância de 0,1? Justifique.

4. Vendas semanais sucessivas, em unidades de milhares de reais, possuem uma distribuição normal bivariada com média 40, desvio padrão 6 e correlação $0,6$.

A) Determine a probabilidade de que o total de vendas das próximas duas semanas seja superior a 90.

B)Repita a questão A) para uma correlação igual a $o,2$. Isto diminui ou aumenta a resposta dada em A)?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$