

Sistema não linear

$$\dot{x} = x - x^3 \tag{1}$$

$$\dot{y} = -y \tag{2}$$

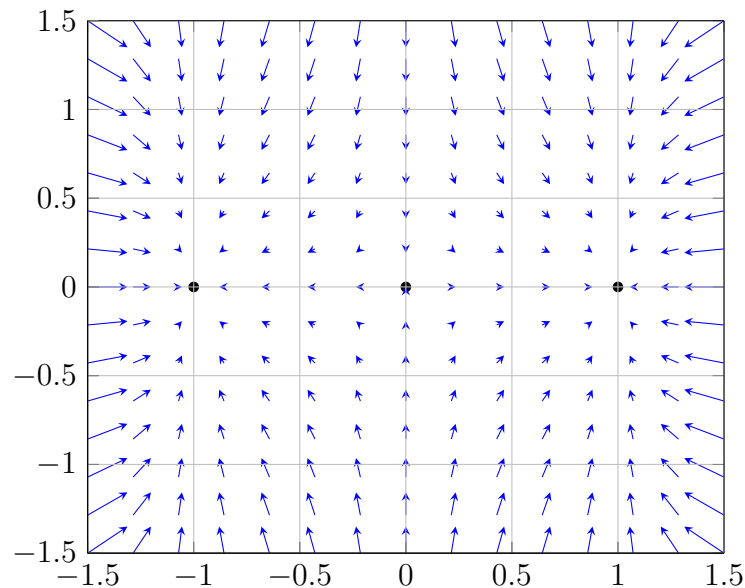
Pontos de equilíbrio: $\dot{x} = 0, \dot{y} = 0 \iff (x, y) = (0, 0), (1, 0), (-1, 0)$

Linearização (classifique os equilíbrios)

$$\partial f = \begin{bmatrix} 1 - 3x_0^2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- $(x, y) = (0, 0) \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
- $(x, y) = (1, 0) \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
- $(x, y) = (-1, 0) \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Diagrama de Fase



Use Lyapunov/La Salle para provar a estabilidade de $(1,0)$

- $V(x, y) = x^2 + y^2$

Considere o sistema de controle

$$\dot{y} = ay + u \quad (3)$$

onde u é a lei de controle adaptativo

$$u = -ky \quad (4)$$

$$\dot{k} = \gamma y^2, \gamma > 0 \quad (5)$$

- Represente o sistema de controle de malha fechada.

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(x_2 - a)x_1 \\ \gamma x_1^2 \end{bmatrix}$$

- Encontre os pontos de equilíbrio do sistema
- Utilize a função candidata

$$V(x) = \frac{x_1^2}{2} + \frac{(x_2 - b)^2}{2\gamma}, \quad b > a$$

para provar que as trajetórias do sistema se aproximam de $x_1 = 0$ para $t \rightarrow \infty$