

O seguinte exemplo ilustrará o uso da dinâmica de um manipulador com dois graus de liberdade, ilustrando a análise feita anteriormente. A dinâmica deste robô é dada por

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ -h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

sendo

$$\begin{aligned} H_{11} &= a_1 + 2a_3 \cos(q) + 2a_4 \sin(q) \\ H_{12} &= H_{21} = a_2 + a_3 \cos(q) + a_4 \sin(q) \\ H_{22} &= a_2 \\ h &= a_3 \sin(q) + a_4 \cos(q) \end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned} a_1 &= I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2 \\ a_2 &= I_e + m l_{ce}^2 \\ a_3 &= m_e l_1 l_{ce} \cos(\delta_e) \\ a_4 &= m_e l_1 l_{ce} \sin(\delta_e) \end{aligned}$$

Nesta simulação foram usados os seguintes parâmetros

$$\begin{aligned} m_1 &= 1 \\ l_1 &= 1 \\ m_e &= 2 \\ \delta_e &= 30^\circ \\ I_1 &= 0.12 \\ l_{c1} &= 0.5 \\ I_e &= 0.25 \\ l_{ce} &= 0.6 \end{aligned}$$

O robô, inicialmente em repouso em $(q_1 = 0, q_2 = 0)$, é comandado para $(q_1 = 60^\circ, q_2 = 90^\circ)$. Os resultados são mostrados na simulação.

Para o controlador PD foram usados os seguintes parâmetros $K_D = 100I$; $K_P = 20K_D$. Observa-se na simulação que o controlador PD leva o robô à posição desejada após um transiente eswtável!