

LISTA DE EXERCÍCIOS ISOPARAMÉTRICOS DO CURSO DE ELEMENTOS FINITOS 2018

Prof. Larissa Driemeier, Márcio Alves e Rafael Moura

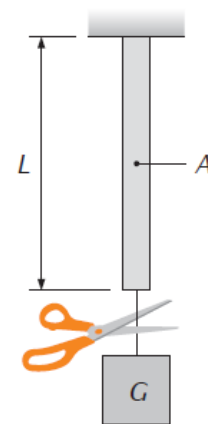
Instruções: Todos os exercícios devem ser escritos na forma de relatório. Cada exercício deve apresentar o enunciado e outros comentários pertinentes, que servem de introdução. Figuras, fotos e aplicações são bem vindos. Após o enunciado segue a solução do problema. Todos os detalhes das deduções devem ser apresentados. Uma vez solucionado o problema, passa-se à fase de resultados: cabe aqui, quando pertinente, tabelas comparativas, erros, comparação com softwares comerciais, etc... Nesta seção pode também ser apresentada a discussão dos resultados, ou pode-se criar uma seção própria só para a discussão e incluir as conclusões. Alguns exercícios não cedem a esta lógica de organização e cabe ao autor tomar suas decisões de apresentação. Todos os exercícios devem ser enviados a maralves@usp.br em um único arquivo formato pdf, com as páginas numeradas. No mesmo email, envie o código usado na solução dos problemas. A data final de recebimento é 8:00 do dia 21 de MAIO, 2018. [2 pontos por problema, total de 10 pontos].

O objetivo é desenvolver **em duplas** um programa de elementos finitos isoparamétricos tridimensionais para análises transientes de 8 nós. Este programa deverá ser dividido em três grandes blocos: geração de malha, processamento e cálculos, plotagem dos resultados. As malhas a serem geradas são simples: sólidos prismáticos de seção transversal retangular, tipo "I", circular cheia e vazada. O usuário deve poder definir o número de elementos em cada uma das três dimensões. Para o processamento e cálculos use um ponto de integração e matriz de massa diagonal, desprezando o amortecimento. Para o pós-processamento, plote os resultados usando isso-curvas, permitindo ao usuário selecionar a seção transversal desejada. Explore este aspecto na apresentação dos resultados.

A partir deste programa, pede-se resolver os seguintes problemas.

1. Para a situação da figura abaixo, obtenha pelo método dos elementos finitos, integração explícita sem amortecimento, a resposta ao longo do tempo do ponto extremo da viga quadrada e compare-a com a solução analítica [adote $L=1$ m, $E=200$ GPa, $A=1$ mm², $G=1$ kg]:

$$u(x, t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8L}{n^2\pi^2} \frac{Gg}{EA} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sin \frac{n\pi x}{2L} \cos \frac{n\pi ct}{2L}$$



2. A uma barra suspensa horizontalmente por fios finos aplica-se uma força F instantânea em seu extremo $x=L$. Obtenha a resposta ao longo do tempo em $x=0$, $x=L/2$ e $x=L$ adotando $L=500$ mm,

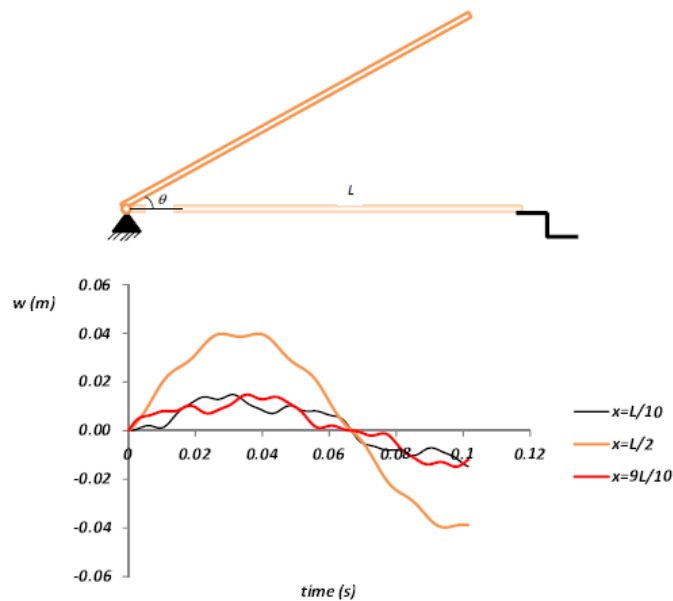
$F=10$ N, $E=70$ GPa e diâmetro da barra de 10 mm. Para a solução do problema, use integração explícita implementada em seu programa e compare a sua solução com programa profissional de elementos finitos [ABAQUS Student version] e com a solução analítica:

$$u(x,t) = \frac{F}{2\rho AL}t^2 + \frac{2LF}{\pi^2 c^2 \rho A} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos \frac{n\pi x}{L} \left(1 - \cos \frac{n\pi ct}{L} \right)$$

3. Uma viga I é solta de uma altura H conforme mostrado na figura. Obtenha pelo método dos elementos finitos explícito, como implementado em seu programa, sem amortecimento, o deslocamento transversal da viga ao longo do tempo. Adote as dimensões e constantes que desejar, mas realistas. Compare sua solução com ABAQUS e com a resposta teórica:

$$w(x,t) = \frac{\sqrt{12gH}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-\cos n\pi}{n\omega_n} \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \omega_n t,$$

$$\text{with } \omega_n = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}.$$



4. Uma viga simplesmente apoiada tem uma massa G suspensa por um fio de sorte que a massa toca levemente a viga. O fio é repentinamente cortado e deseja-se saber a resposta da viga ao longo do tempo. Considere que a massa se gruda à viga após o fio ser cortado. Adote as dimensões e constantes que desejar, mas realistas. Compare sua solução com ABAQUS e com a

resposta teórica (ξ é a posição da massa no comprimento da viga):

$$w(x, t) = \frac{2GgL^3}{\pi^4 EI} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{n\pi \xi}{L} (1 - \cos \omega_n t).$$

5. A viga em balanço na figura suporta em seu extremo livre uma carga concentrada F . Obtenha deformada da viga usando elementos finitos de 8 nós e compare o resultado com a solução teórica. Faça um enriquecimento h do problema e verifique se há melhoria dos resultados. Em seguida, faça um enriquecimento do tipo p , com elementos finitos de 20 nós. Discuta, à luz dos resultados destes enriquecimentos o problema de travamento. Use dimensões e materiais quaisquer, mas realistas e mantendo o não paralelismo das faces.



6. [1 ponto extra] Execute os problemas acima com integração completa. Idem mas com matriz de massa consistente. Compare os resultados obtidos tecendo comentários.