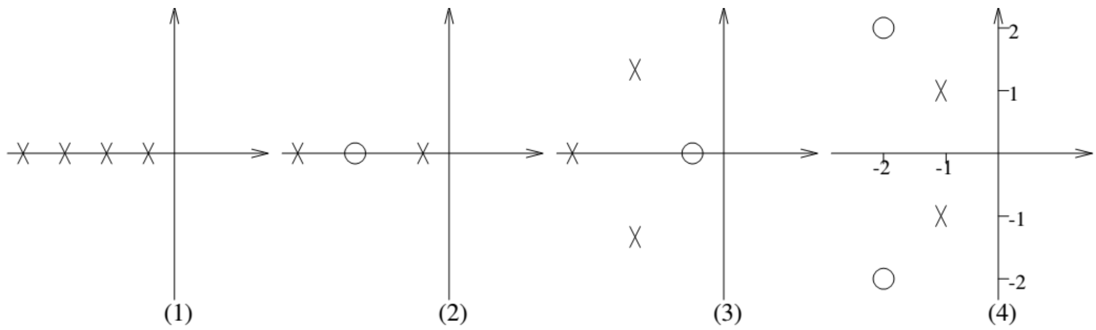
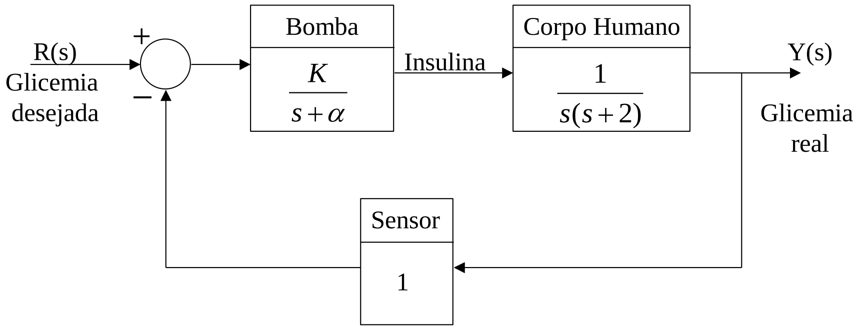
Prova REC PMR – 2360 Controle 1 Profs. Eduardo A. Tannuri 19/01/2016 e 26/01/2016
Nome___________________________________ NUSP ___________________

Questão 1 (2,0) (adaptado de MIT OpenCourseWare) Esboce o lugar das raizes dos sistemas abaixo, em que estão indicadas as posições dos polos zeros. Para o caso do sistema (4), calcule também o ângulo de partida do lugar das raízes a partir dos polos complexos.



Questão 2 (4,0) O controle de injeção de insulina pode ajudar a vida de pacientes diabéticos, que o fazem diariamente através de injeção. A insulina é um hormônio que regula o nível de glicose do sangue (glicemia). O sistema de controle automático é composto por uma bomba e um sensor de glicemia, como indicado na figura. Considera-se um sensor ideal (função de transferência unitária) e um controlador com dois parâmetros a ajustar (K e α). A unidade temporal das funções de transferência é dada em horas.



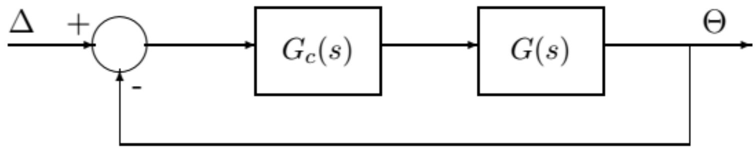
Deseja-se que o sistema em MF apresente máximo sobressinal menor que 7% e tempo de acomodação (2%) menor que 4h.

a) (1,0) Localize no plano complexo a região possível para os pólos de um sistema subamortecido de 2ª ordem que satisfaça os critérios acima.
b) (1,0) Calcule a função de transferência em malha fechada do sistema em análise.
c) (2,0) Considerando-se a dominância de pólos, calcule K e α para satisfazer os critérios de desempenho. Justifique, posicionando os novos pólos no plano complexo.

Questão 2 Alternativa (4,0) (adaptado de MIT OpenCourseWare) O modelo linearizad da atitude de um foguete (negligenciando o momento de inércia do motor) possui a função de transferência abaixo:

$$G(s) = \frac{K}{s^2 - a^2}$$

com K=1 e a=1. O sistema em malha aberta é claramente instável, de forma que é necessário projetar uim controlador $G_c(s)$ para estabilizar o sistema, como mostrado abaixo.



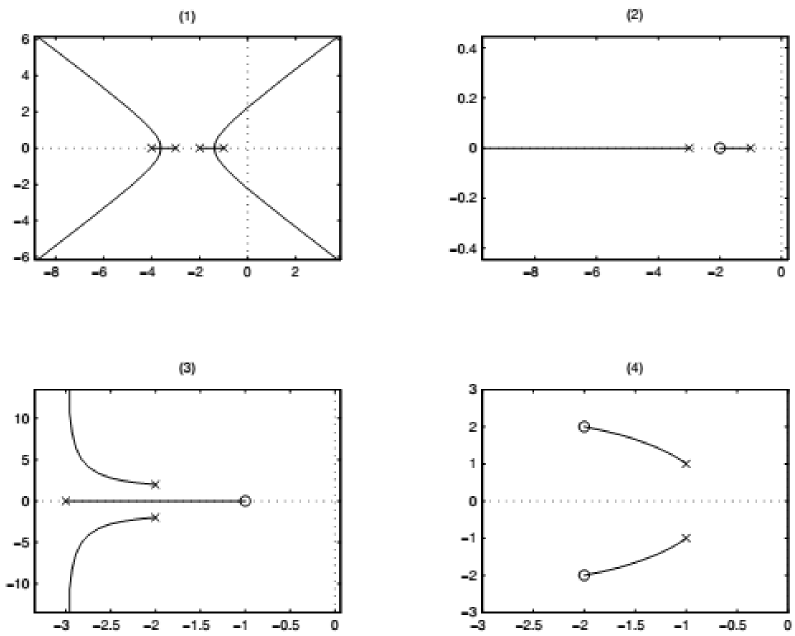
a) (1,0) Supondo um controlador proporcional $G_c(s)=K_c$. Esboce o lugar das raízes em malha fechada. Este controlador pode estabilizar a atitude do foguete?

b) (1,0) Suponha agora que tentemos cancelar o polo do semi-plano direito usando um controlador na gorma $G_c(s)=K_c\,(s-1)/(s+p)$, com p um número positivo real. Esboce o lugar das raizes para p =2. Este tipo de controlador fncionará na vida real? Explique.

c) (2,0) Projete um controlador PD na forma de $G_c(s) = K_p + K_d s$ Use o método do lugar das raízes e determine K_p e K_d de forma ao sistema em malha fechada possui tempo de estabilziação 2% de 4s e fator de amortecimento ζ=0,7.

Gabarito

1)

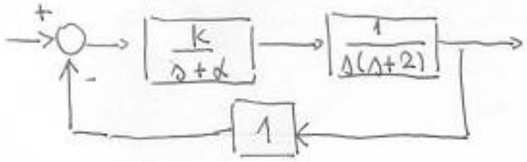


To find the angle of departure in (4), apply the angle condition to a point very close to the pole at $s = -1 + j$. Let γ be the angle from that pole to the test point. The angle from the other pole to the test point is then $90°$, the angle from the upper zero is $-45°$, and the angle from the lower zero is $\tan^{-1}(3) = 71.6°$. So the angle condition specifies that:

$$-45° + 71.6° - \gamma - 90° = -180° \Rightarrow \gamma = 116.6°$$

So the angle of departure of the locus for the upper pole is $116.6°$. By symmetry, the angle of departure for the bottom pole must be $-116.6°$.

2)



a-) (2.0 pontos)

$M_p < 7\% \Rightarrow \zeta > 0.646 \Rightarrow \beta \leq 49.7^\circ$

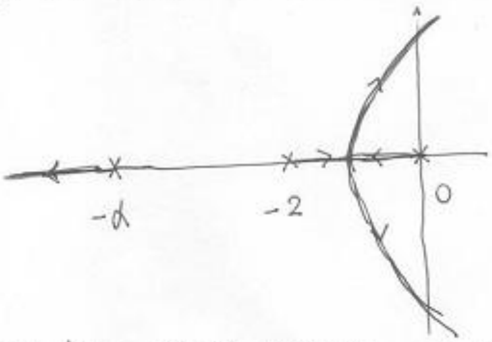
$t_s \leq 4h \Rightarrow t_s = \dfrac{4}{\zeta \omega_n} \leq 4h \Rightarrow \sigma \geq 1$

b-) (1.0 pontos) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+2)}$ $H(s) = \dfrac{K}{s+\alpha}$

$$\frac{G(s).H(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{\frac{K}{(s+\alpha)} \cdot \frac{1}{s(s+2)}}{1 + \frac{K}{(s+\alpha)} \frac{1}{s(s+2)}} = \frac{K}{s(s+2)(s+\alpha)+K}$$

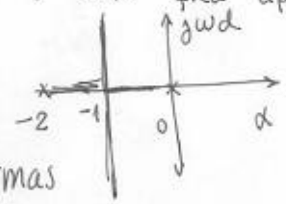
c-) (2.0 pontos)

O Lugar das raízes do sistema é dado por:



- a solução depende do valor de α
- utilizando o conceito de pólos dominantes pode-se simplificar para um sistema de 2º ordem na região de interesse, i.e., aonde é encontrada a solução

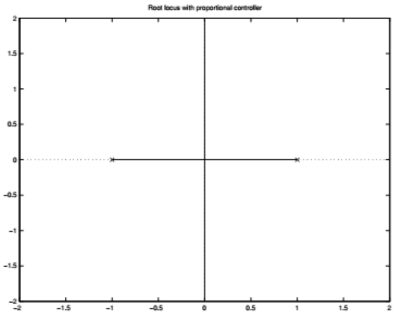
- nos meus testes isto é verdadeiro para um α muito grande, por exemplo, α = 200. Neste caso o L.R fica aproximadamente o do sistema $\dfrac{1}{s(s+2)}$



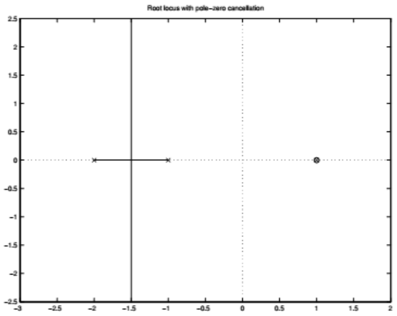
mas só vale para as regiões proximas a região de interesse

Utilizando o L.R. do sistema de 2º ordem deve ser escolhido uma solução na reta vertical que passa por -1 e que ao mesmo tempo satisfaça os critérios de M_p e t_s

2 Alternativa)

1. 

As the root locus plot on the left shows, it's impossible to stabilize this system with only a proportional controller. The best that can be achieved is to place the closed-loop poles on the imaginary axis, but then the system is only marginally stable.

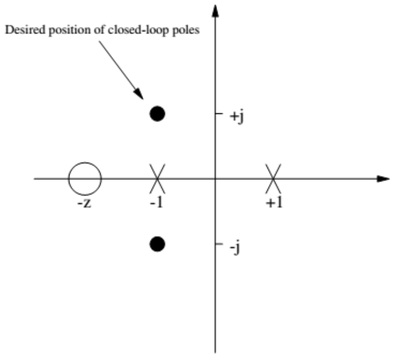
2. 

In theory, this controller would work because the zero at $s = 1$ cancels the unstable pole. But in practice, we can never model the position of the pole exactly, and its position will move around to a certain extent because of parameter variations in the plant, so perfect pole-zero cancellation is unrealistic. Without perfect cancellation, the mode due to the pole at $s = 1$ will still exist, and the system will still be unstable.

3. Note that adding a PD controller is equivalent to adding a zero. Let the position of the zero be at $s = -z$, and let K_c be the root locus gain of the controller:

$$G_c(s) = K_p + K_d s = K_c(s + z)$$

We want the closed-loop poles to have $\zeta \approx 0.7$ and $T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 4$. So the closed-loop poles should be at approximately $s = -1 \pm j$.



Now use the angle condition to find the position of the zero such that the root locus will pass through the point $s = -1 + j$:

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{z-1}\right) - 90° - \left(180° - \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = -180° \quad \Rightarrow \quad z = 1.5$$

Now that we have the position of the zero, use the magnitude condition to find the value of the root locus gain that will put the closed-loop poles at the desired positions:

$$K_{RL} = \frac{(1)(\sqrt{2^2 + 1^2})}{\sqrt{0.5^2 + 1^2}} = 2$$

Now the root locus gain of the system is just the root locus gain of the controller times the root locus gain of the plant $\Rightarrow K_{RL} = K_c K$. But we are given that $K = 1$, so the controller root locus gain must be $K_c = 2$. So the controller we should use is:

$$G_c(s) = 2(s + 1.5) = 3 + 2s$$