

# Desenvolvendo AEs

Conceitos e Aplicações

A decorative graphic consisting of several horizontal lines of varying lengths and colors (teal, light blue, and white) extending from the right side of the slide.

# Sumário

- Algoritmos Genéticos
- Evolutionary Programming
- Evolutionary Strategy
- Genetic Programming

# Algoritmos Genéticos - AGs

- Holland introduziu o chamado *simple genetic algorithm* (SGA)
- Principais características:
  - Enfatiza o uso da recombinação.
  - Codificação: Binária
  - Recombinação : n-pontos ou uniforme
  - Mutação: inversão binária
  - Seleção para reprodução: proporcional ao fitness
  - Seleção para sobrevivência: geracional.

# Algoritmo Genético

```
1: procedure Algoritmo Genético
2:    $t \leftarrow 0$ 
3:   Gerar População Inicial  $P(t)$ 
4:   Avaliar  $P(t)$ 
5:   while not criteriodeparada do
6:     for  $i \leftarrow 1$  to  $N/2$  do
7:       Selecionar dois indivíduos de  $P(t)$ .
8:       Aplicar crossover aos dois indivíduos com probabilidade  $p_c$ .
9:       Mutar os novos indivíduos gerados com probabilidade  $p_m$ .
10:      Inserir os novos indivíduos em  $P(t + 1)$ .
11:    end for
12:     $t \leftarrow t + 1$ 
13:  end while
14: end procedure
```

Figure: Pseudocódigo para AG.

# Evolutionary Programming - EP

- Fogel, Owens e Walsh introduziram o conceito de Evolutionary programming.
- EP tinha como objetivo alcançar inteligência.
- Inteligência  $\Leftrightarrow$  Comportamento adaptativo.
  - A capacidade de predição do ambiente se torna uma condição para o comportamento adaptativo.
  - Logo, a capacidade para prever seria fundamental para comportamento inteligente.

# Evolutionary Programming - EP

- Principais características:
  - Enfatiza a adaptação do efeito da mutação no decorrer do processo evolutivo.
  - Codificação: Real
  - Recombinação : Não há!!!!
  - Mutação: Gaussiana
  - Seleção para reprodução: determinística
  - Seleção para sobrevivência: probabilística ( $\mu+\mu$ )

# Evolutionary Programming

1.  $t=1$
2. Iniciar e avaliar população  $P(t)$
- 3. Repita**
  - i.  $P'(t) = \text{Muta\c{c}\~{a}o}(P(t))$
  - ii. Avaliar  $P'(t)$
  - iii.  $P(t+1) = \text{Selecionar}(P(t) \cup P'(t))$
  - iv. Inserir filho gerado na popula\c{c}\~{a}o
  - v.  $t = t+1$
4. **at\c{e}** Crit\c{e}rio de Parada

# Evolutionary Programming - EP

- Autômatos Finitos ou Máquinas de Estados Finitos:
  - Modelo matemático abstrato capaz de representar circuitos lógicos ou mesmo programas de computadores.
  - Essa máquina de estados estará em apenas um de um conjunto finito de estados possíveis.

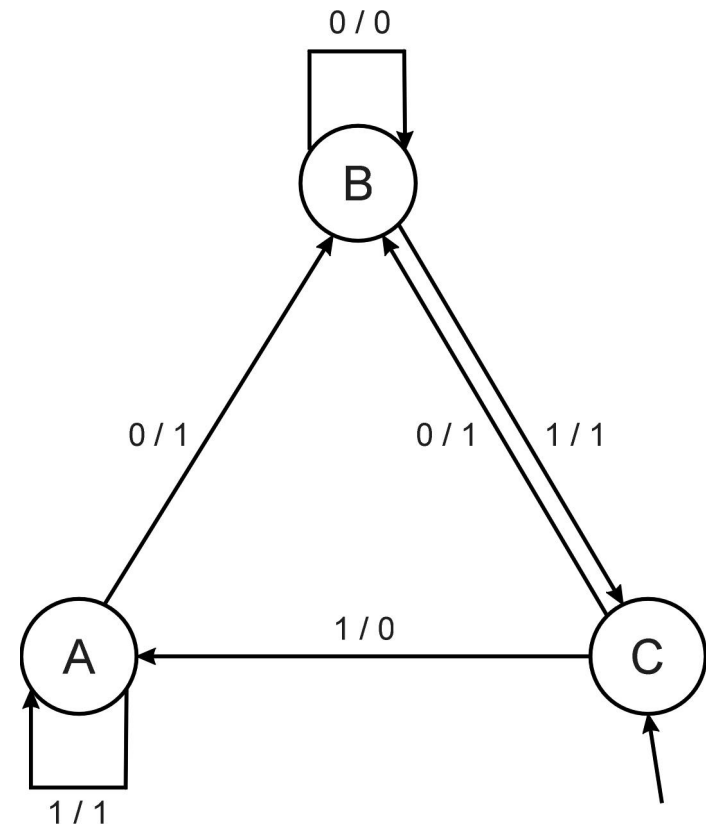


# Evolutionary Programming - EP

- Finite state machine (FSM)
- Componentes:
  - Estados (States):  $S$
  - Inputs:  $I$
  - Outputs:  $O$
  - Função de transição dos estados  $\delta$ :
    - $S \times I \rightarrow S \times O$
- Usada, por exemplo, para predizer o próximo símbolo de entrada em uma sequência

# Exemplo: Prevendo o próximo input

- Input: 011101
- Output: 110111
- Critério de avaliação:  
# In(t+1) = #Out(t)
- Estado Inicial: C
- Resultado:
  - Acerta 3 de 5



# Evolutionary Programming - EP

- Evoluindo FSMs
  - Seleção para reprodução:
    - Cada FSM sofre mutação uma única vez.
  - Mutação
    - Troca um símbolo de entrada
    - Troca uma transição de estado, por exemplo, alterando o sentido da aresta.
    - Delete um estado
    - Troca o estado inicial.
  - Seleção para sobrevivência: ( $\mu+\mu$ )

# Evolutionary Programming - EP

- Atualmente:
  - Diferentes tipos de representação podem ser utilizadas
  - As representações impactam no tipo de mutação.
  - Auto adaptação dos parâmetros de mutação.

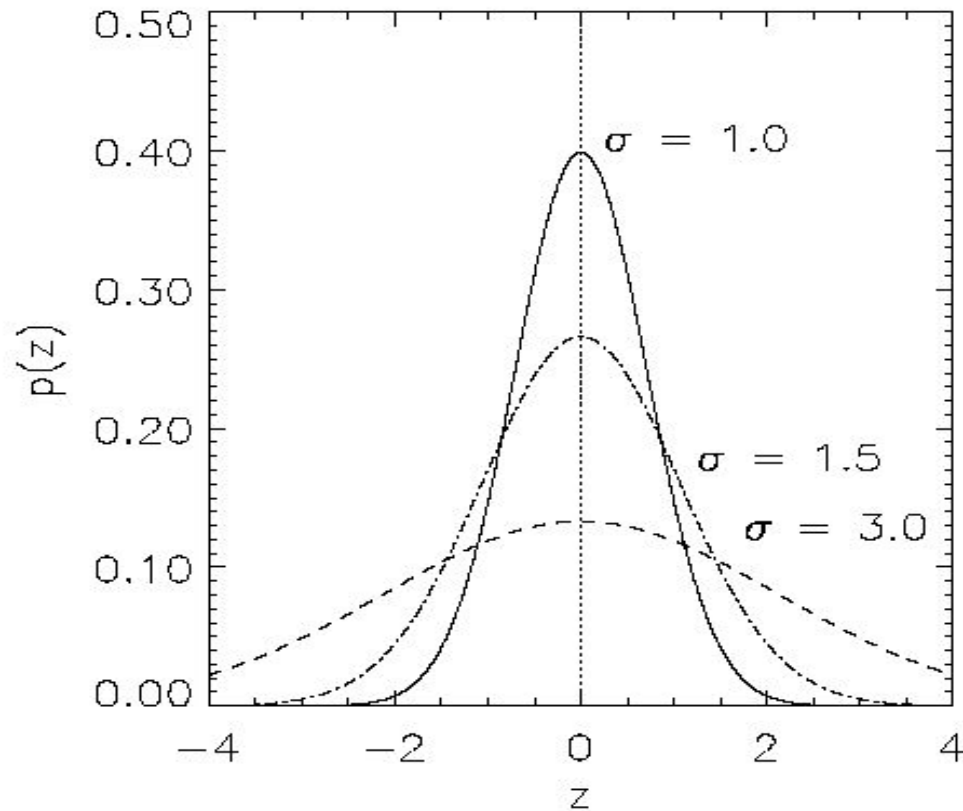
# Evolutionary Programming - EP

- Representação:
  - $\langle x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n \rangle$
  - Variáveis:  $x_1, \dots, x_n$
  - Desvio padrão das mutações:  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$

# Evolutionary Programming - EP

- Mutação:
  - Altera variáveis e tamanho da muta o
    - $(x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n)$
    - $\sigma'_i = \sigma_i \cdot (1 + \alpha \cdot N(0, 1))$
    - $x'_i = x_i + \sigma'_i \cdot N_i(0, 1)$
    - Parâmetro  $\alpha \approx 0.2$
    - $N_i(0, 1)$ : distribui o Guassiana centrada (m dia 0 e desvio 1).
- Outras distribui es podem ser utilizadas, por exemplo, Cauchy.

# Evolutionary Programming - EP



# Evolutionary Programming - EP

- Não há recombinação.
- Motivo:
  - Cada ponto do espaço de busca representa uma espécie, ou seja, abstraindo um conjunto de indivíduos.
  - Logo, não há recombinação entre espécies diferentes.



# Evolutionary Programming - EP

- Seleção para reprodução
  - Mutação é aplicada sobre cada espécie.
  - Não há taxa de mutação
    - Mutação é determinística
  - Fitness não influencia a geração da nova espécie.

# Evolutionary Programming - EP

- Seleção para sobrevivência
  - Após a mutação, teremos:
    - $P(t)$ :  $\mu$  espécies
    - $P'(t)$ :  $\mu$  novas espécies
  - Seleção por torneio Round-Robin
    - Seleciona-se cada espécie  $x \in P(t) \cup P'(t)$
    - $x$  compete contra  $q$  outras espécies selecionadas aleatoriamente de  $P(t) \cup P'(t)$ .
    - Registra-se o número de vitórias obtidas por  $x$ .
    - As  $\mu$  espécies com maior número de vitórias permanecem na próxima geração.

# Evolutionary Strategy - ES

- Rechenberg e Schwefel introduziram ES na década de 70 na Alemanha.
- Aplicações relacionada à otimização numérica.

# Evolutionary Strategy - ES

- Principais características:
  - Codificação : Real.
  - Recombinação: discreta ou intermediária.
  - Mutação: Guassiana.
  - Seleção para reprodução: Uniforme.
  - Seleção para sobrevivência:  $(\mu, \lambda)$  or  $(\mu + \lambda)$
  - Auto adaptação dos parâmetros de mutação.

# Evolutionary Strategy - ES

1.  $i=1$
2. Iniciar e avaliar população
3. **Repita**
  - i. **Enquanto** ( $i \leq c.\lambda$ ) **faça**
    - a. selecionar  $k \geq 2$  pais aleatoriamente
    - b. Recombinar ( $x, \sigma, \alpha$ ) gerando filho
    - c. Mutar ( $x, \sigma, \alpha$ ) no filho gerado
    - d. Avaliar filho gerado
    - e. Inserir filho gerado na *mating pool*
    - f.  $i = i+1$
  - ii. **fimEnquanto**
  - iii. Selecionar  $\mu$  melhores indivíduos com  $(\lambda, \mu)$  ou  $((\lambda + \mu))$ .
  - iv. Inserir os  $\mu$  melhores indivíduos na população da próxima geração
4. **até** Critério de Parada

# Evolutionary Strategy - ES

- Codificação:  $(x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n, \alpha_1, \dots, \alpha_k)$ 
  - Variáveis:  $x_1, \dots, x_n$ .
  - Tamanho da mutação:  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$
  - Rotação angular:  $\alpha_1, \dots, \alpha_k$

# Evolutionary Strategy - ES

- Mutação Caso 1 -  $(x_1, \dots, x_n, \sigma)$ 
  - $x'_i = x_i + N(0, \sigma)$
  - $(x_1, \dots, x_n, \sigma) \rightarrow (x'_1, \dots, x'_n, \sigma')$
  - Ordem   importante
    - i.  $\sigma \rightarrow \sigma'$
    - ii.  $x \rightarrow x' = x + N(0, \sigma')$

# Evolutionary Strategy - ES

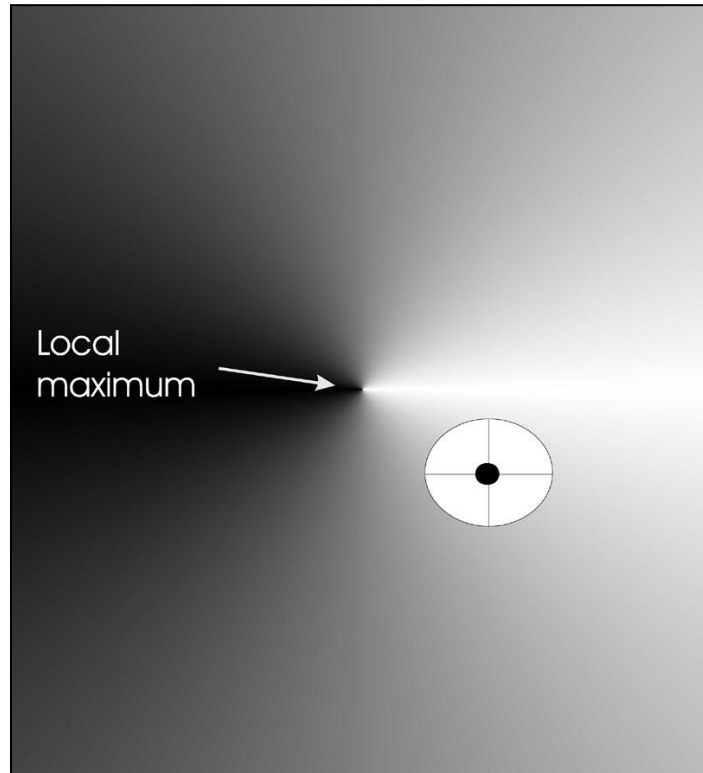
- Mutação Caso 1 -  $(x_1, \dots, x_n, \sigma)$ :
  - Exemplo 1:  $\sigma \rightarrow \sigma'$  com “1/5 success rule”:
    - i.  $\sigma = \sigma / c$  se  $sr > 1/5$   
 $\sigma = \sigma \cdot c$  se  $sr < 1/5$   
 $\sigma = \sigma$  se  $sr = 1/5$ 
      - $sr$ : porcentagem de mutações bem sucedidas
      - $0.8 \leq c \leq 1$
    - ii.  $x'_i = x_i + N(0, \sigma)$



# Evolutionary Strategy - ES

- Mutação Caso 1 -  $(x_1, \dots, x_n, \sigma)$ :
  - Exemplo 2:  $\sigma \rightarrow \sigma'$  com  $\exp(\tau \cdot N(0,1))$ :
    - i.  $\sigma' = \sigma \cdot \exp(\tau \cdot N(0,1))$
    - ii.  $x'_i = x_i + \sigma' \cdot N(0,1)$ 
      - $\tau \propto 1/n^{1/2}$

# Evolutionary Strategy - ES

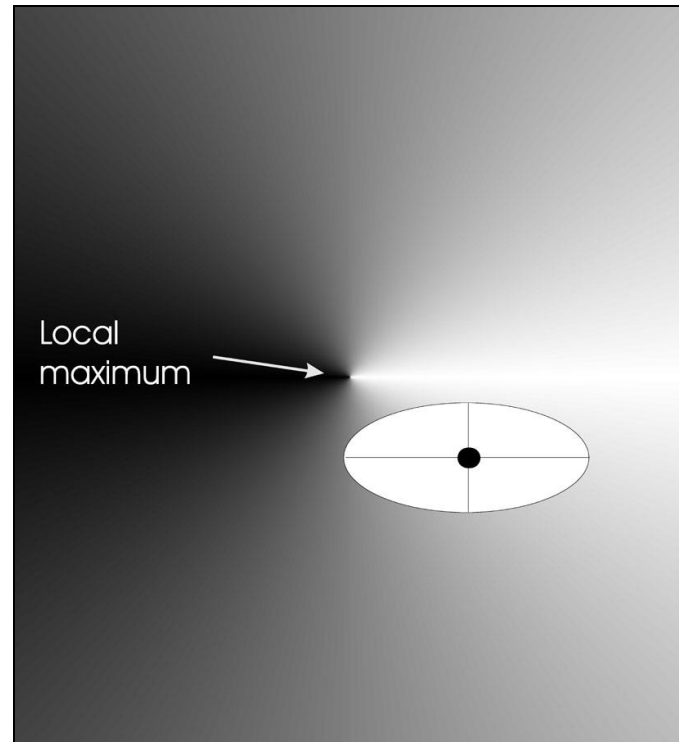


Mesma probabilidade de mutação. Fonte: Eiben (2005)

# Evolutionary Strategy - ES

- Mutação Caso 2 -  $(x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n)$ :
  - i.  $\sigma'_i = \sigma_i \cdot \exp(\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_i(0,1))$
  - ii.  $x'_i = x_i + \sigma'_i \cdot N_i(0,1)$ 
    - $\tau'$ : taxa aprendizado global
    - $\tau$ : taxa aprendizado local
    - $\tau \propto 1/(2n)^{1/2}$  e  $\tau' \propto 1/(2n^{1/2})^{1/2}$

# Evolutionary Strategy - ES

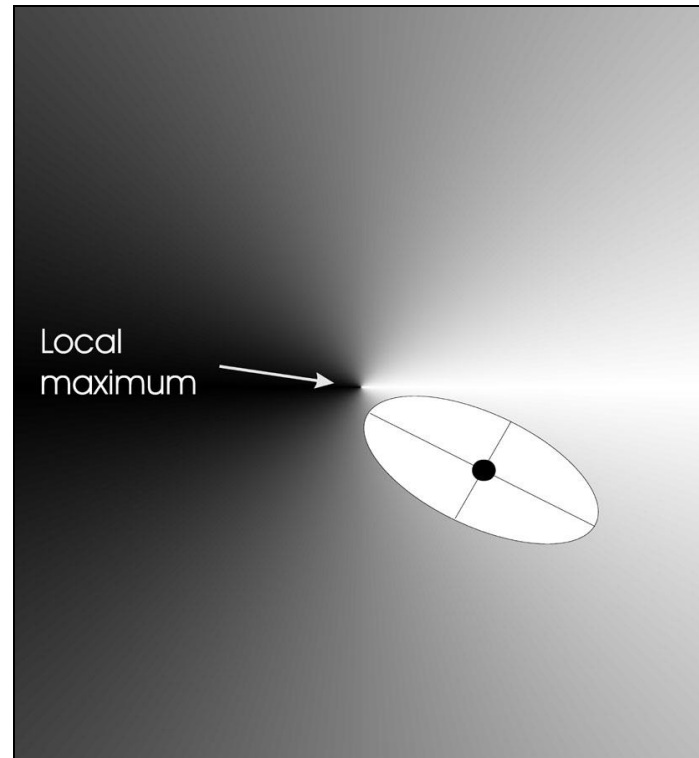


Dispersão elíptica. Fonte: Eiben (2005)

# Evolutionary Strategy - ES

- Mutação Caso 3 -  $(x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n, \alpha_1, \dots, \alpha_k)$ :
  - i.  $\sigma'_i = \sigma_i \cdot \exp(\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_i(0,1))$   
 $\alpha'_j = \alpha_j + \beta \cdot N(0,1)$
  - ii.  $x' = x + N(0, C')$ 
    - $C'$ : Matriz de covariância
      - i.  $c_{ii} = \sigma_i^2$   
 $c_{ij} = 0$  se  $i$  e  $j$  não estão correlacionados  
 $c_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_i^2 - \sigma_j^2) \cdot \tan(2 \alpha_{ij})$ , caso contrário.
    - $\tau \propto 1/(2n)^{1/2}$ ,  $\tau' \propto 1/(2n^{1/2})^{1/2}$  e  $\beta \approx 5^\circ$
    - $\sigma'_i < \varepsilon_0 \Rightarrow \sigma'_i = \varepsilon_0$
    - $|\alpha'_j| > \pi \Rightarrow \alpha'_j = \alpha'_j - 2\pi \text{sign}(\alpha'_j)$

# Evolutionary Strategy - ES



Dispersão Elíptica e Angular. Fonte Eiben (2005)

# Evolutionary Strategy - ES

- Recombinação:
  - Gera um único novo indivíduo
    - Aplicado para cada gene do cromossomo:
    - Define o gene pelo valor médio dos pais.
  - Define o gene como cópia de um dos genes dos pais.
  - Seleciona dois ou mais pais:
    - Seleciona dois pais para criar o novo indivíduo.
    - Seleciona dois pais para criar cada gene do novo indivíduo.

# Evolutionary Strategy - ES

|   |                    |                                   |
|---|--------------------|-----------------------------------|
|   | Two fixed parents  | Two parents selected for each $i$ |
| $z_i = (x_i + y_i)/2$                   | Local intermediary | Global intermediary               |
| $z_i$ is $x_i$ or $y_i$ chosen randomly | Local discrete     | Global discrete                   |



# Evolutionary Strategy - ES

- Seleção para reprodução
  - Pais selecionados via distribuição uniforme.
  - Logo, todos os indivíduos têm a mesma chance de serem selecionados para reprodução.
  - Pais na ES fazem parte da população como um todo.

# Evolutionary Strategy - ES

- Seleção para sobrevivência
  - Aplicado após a criação de  $\lambda$  novos indivíduos a partir da população  $\mu$  via crossover e mutação.
  - Elimina de forma determinística:
    - via  $(\mu, \lambda)$  - apenas filhos - pode esquecer o melhor.
    - via  $(\mu + \lambda)$  - apenas os melhores - elitismo
  - A pressão seletiva na ES costuma ser alta com:

$$\lambda \approx 7 \cdot \mu$$

# Genetic Programming- GP

- Koza introduziu GP nos EUA na década de 90.
- Aplicada em aprendizado de máquinas voltada a tarefas como predição e classificação.
- Competia com redes neurais
- Necessidade de populações com tamanho na casa dos milhares.
- Costuma ser lento.

# Genetic Programming- GP

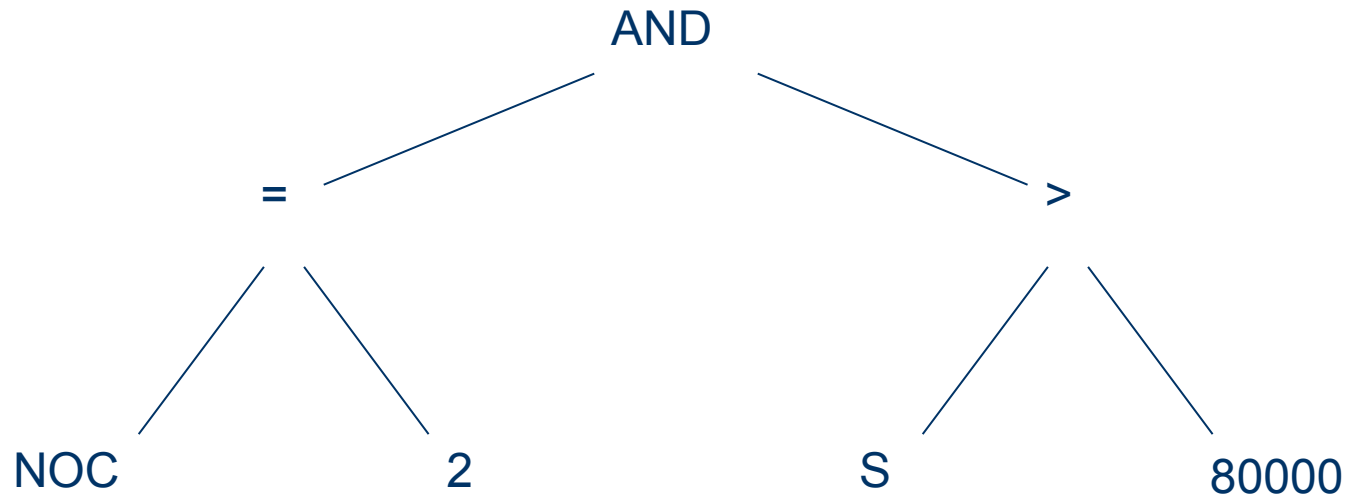
- Principais características:
  - Codificação: árvores
  - Recombinação: troca de subárvores.
  - Mutação: mudança aleatória na árvore.
  - Seleção para reprodução: proporcional ao fitness.
  - Seleção para sobrevivência: geracional.

# Genetic Programming- GP

- Exemplo:
  - IF (NOC = 2) AND (S > 80000) THEN good ELSE bad
  - Generalizando:  
IF formula THEN good ELSE bad
- Espaço de busca é definido pelo conjunto de fórmulas.
- Fitness: percentual de casos classificados corretamente.

# Genetic Programming- GP

IF (NOC = 2) AND (S > 80000) THEN good ELSE bad



# Genetic Programming- GP

Mais exemplos:

- Arithmetic formula

$$2 \cdot \pi + \left( (x + 3) - \frac{y}{5 + 1} \right)$$

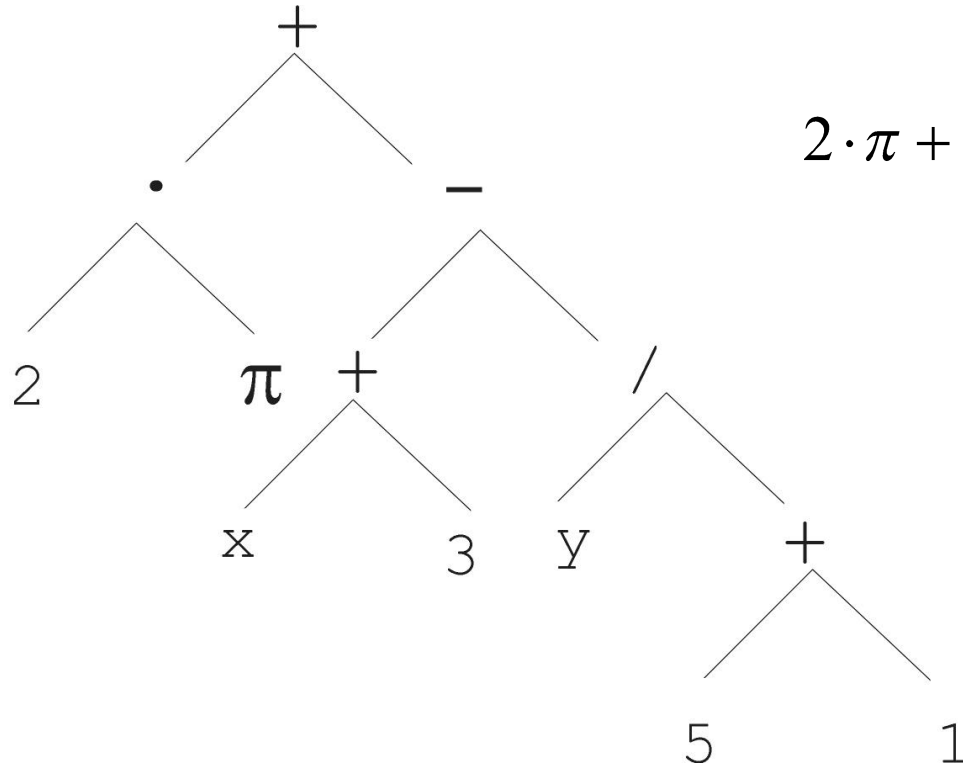
- Logical formula

$$(x \wedge \text{true}) \rightarrow ((x \vee y) \vee (z \leftrightarrow (x \wedge y)))$$

- Program

```
i = 1;
while (i < 20)
{
    i = i + 1
}
```

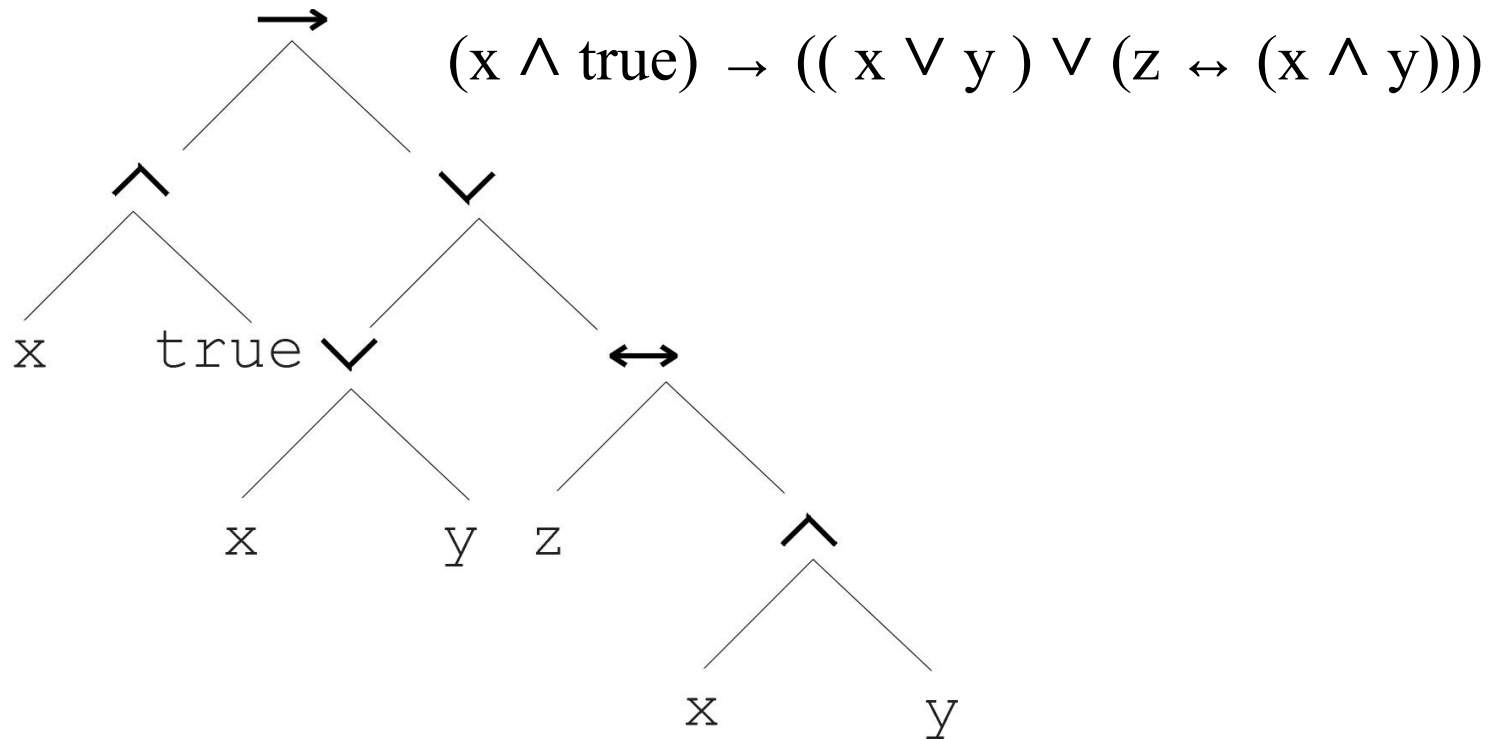
# Genetic Programming- GP



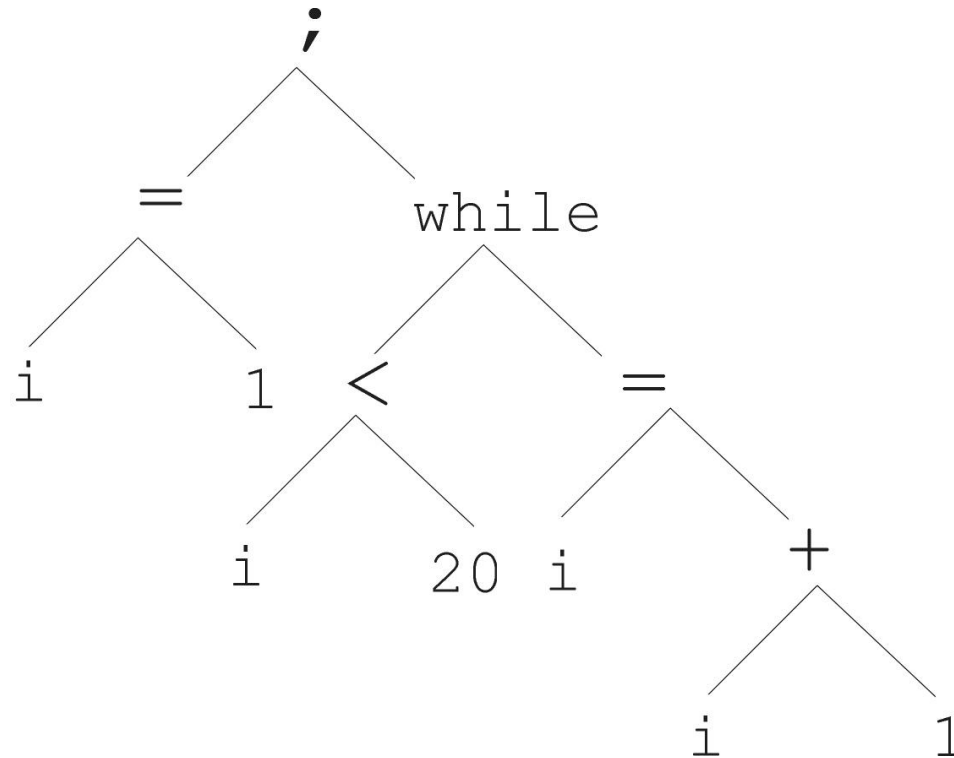
$$2 \cdot \pi + \left( (x + 3) - \frac{y}{5 + 1} \right)$$



# Genetic Programming- GP



# Genetic Programming- GP



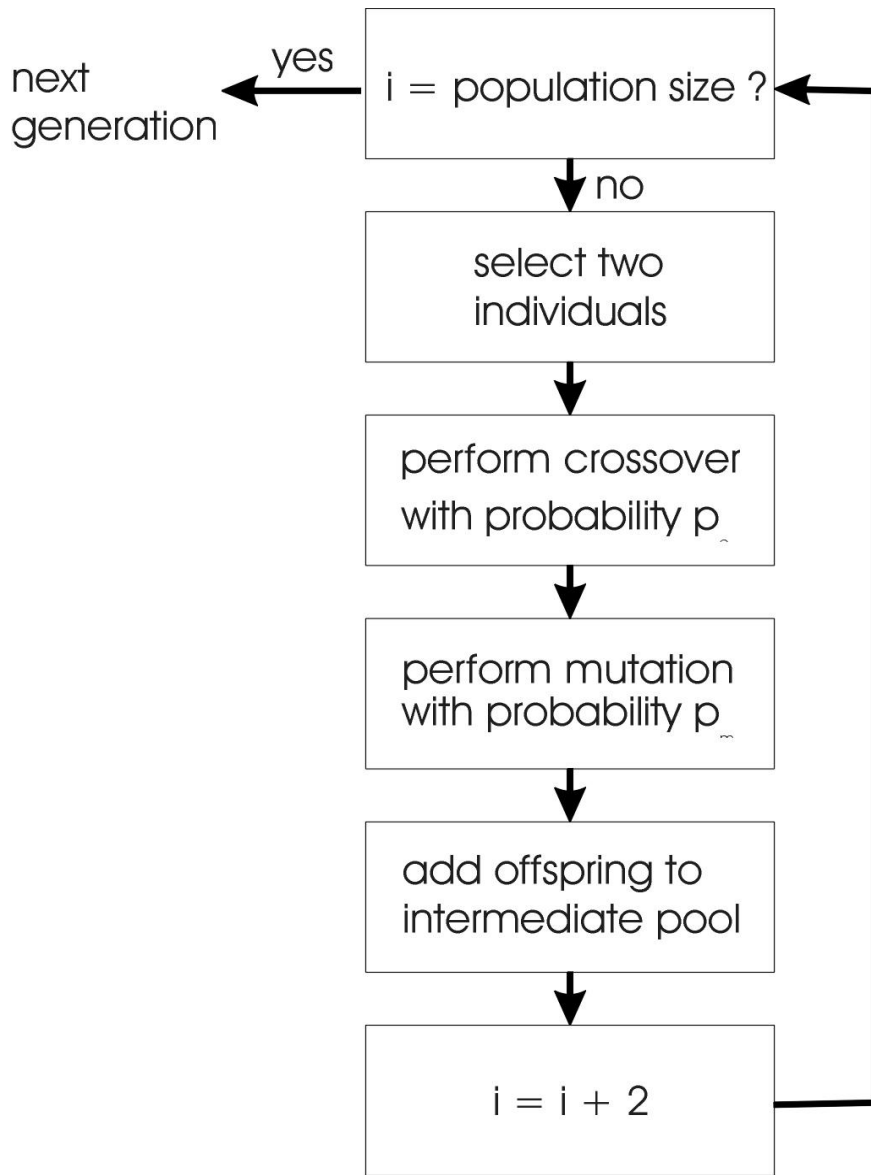
```
i = 1;  
while (i < 20)  
{  
    i = i + 1  
}
```

# Genetic Programming- GP

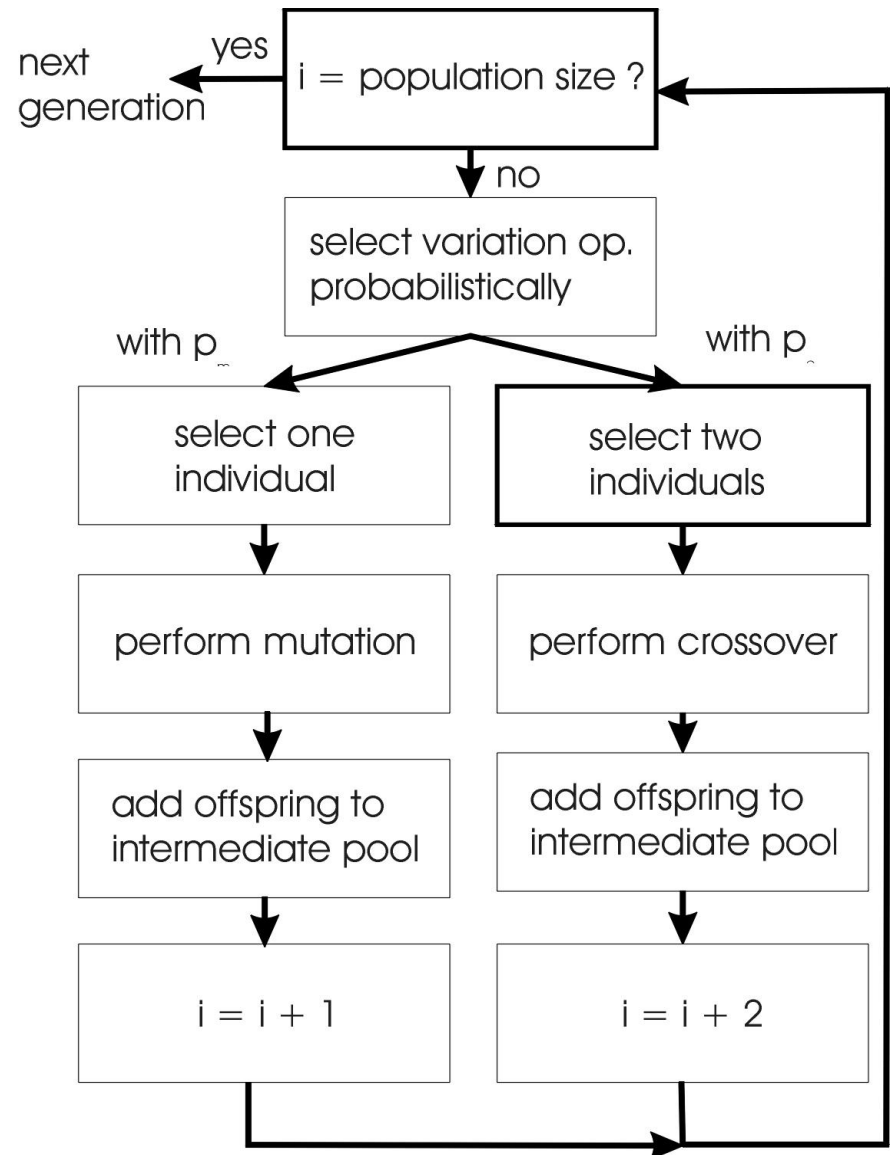
- GA, ES, EP utilizam estruturas lineares para codificar as informações nos cromossomos.
- Estruturas em árvore permitem uma representação não-linear dos cromossomos.
- O tamanho costuma ser fixo nas codificações utilizadas por GA, ES, EP.
- As árvores na GP podem variar em largura e profundidade.

# Genetic Programming- GP

- Codificação em árvore:
  - $T$ : conjunto de nós terminais.
  - $F$ : conjunto de funções
- Processo de geração recursivo:
  1. Cada  $t \in T$  é uma expressão correta
  2.  $f(e_1, \dots, e_n)$  é uma expressão correta, se  $f \in F$ ,  $\text{arity}(f)=n$  e  $e_1, \dots, e_n$  são expressões corretas
  3. There are no other forms of correct expressions
- In general, expressions in GP are not typed (closure property: any  $f \in F$  can take any  $g \in F$  as argument)



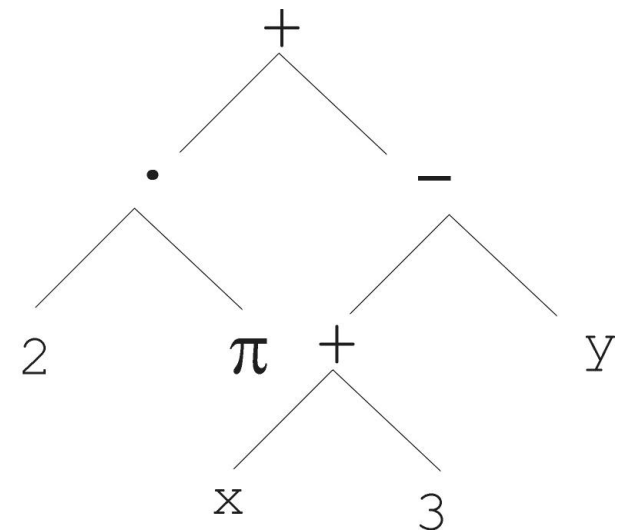
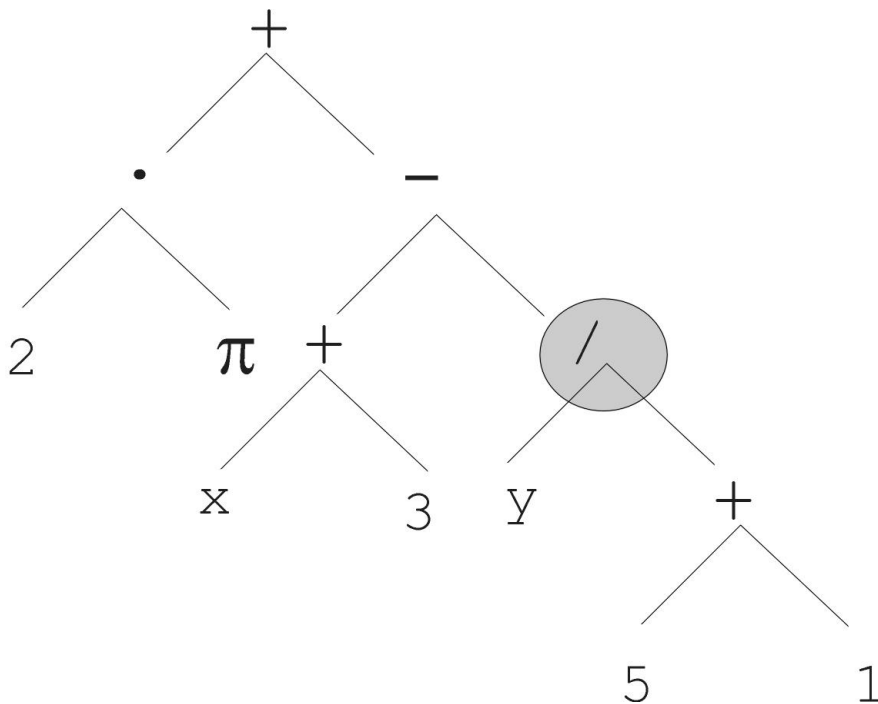
GA flowchart



GP flowchart

# Genetic Programming- GP

- Mutação - Exemplo



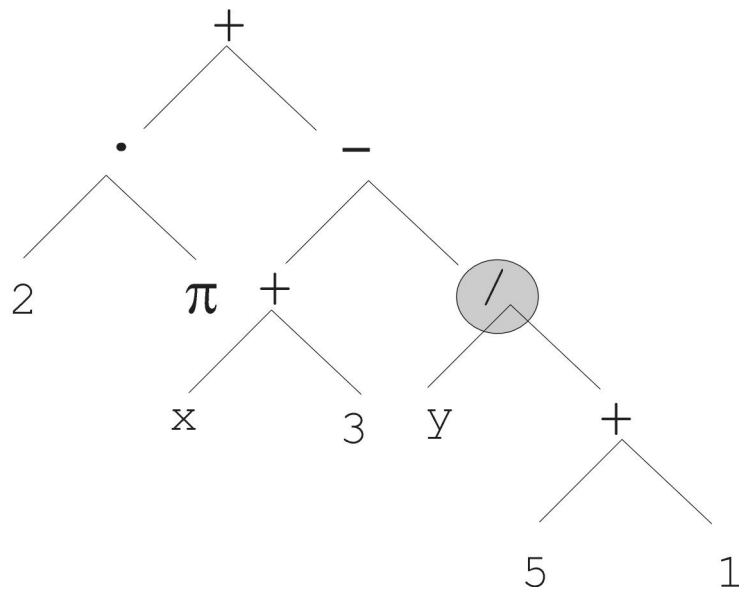
# Genetic Programming- GP

- Mutação
  - Dois parâmetros:
  - $p_m$ : probabilidade de escolher entre mutação e crossover;
  - Probabilidade de escolher um ponto da árvore como nó raiz de uma subárvore para ser trocado.

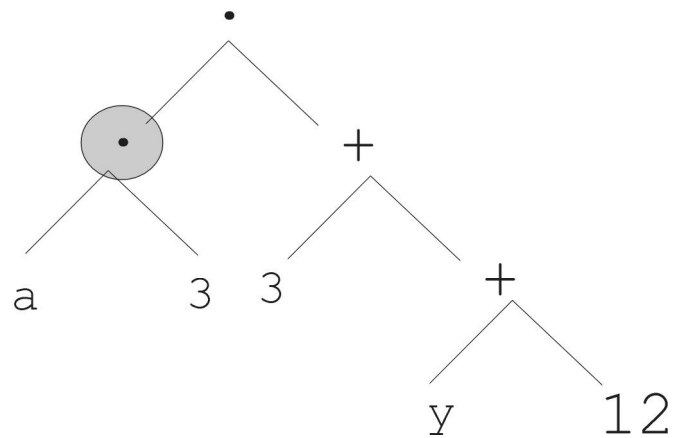
# Genetic Programming- GP

- Recombinação
  - Troca de duas subárvore aleatoriamente escolhidas a partir dos pais.
- Dois parâmetros para recombinação:
  - $p_c$  : escolha entre recombinação e mutação
  - Probabilidade de escolher um ponto interno dentro de cada pai como ponto de recombinação.

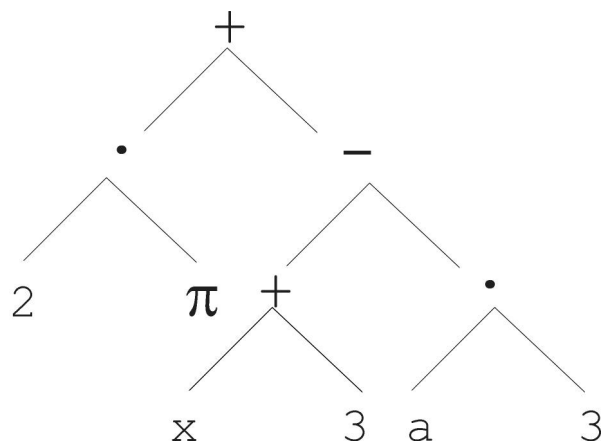




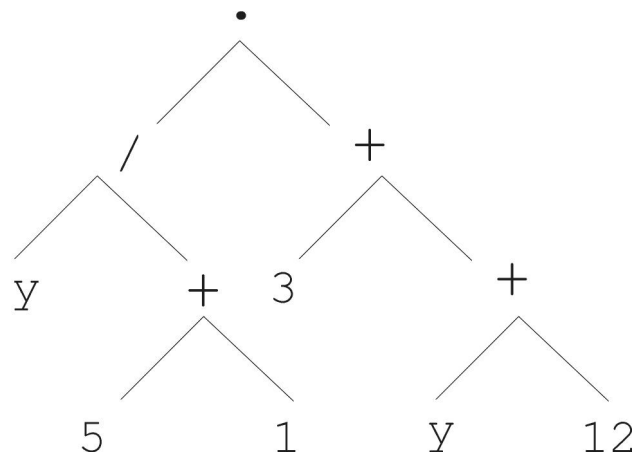
Parent 1



Parent 2



Child 1



Child 2

# Genetic Programming- GP

- Seleção dos pais
  - Seleção proporcional ao fitness
    - Para populações muito grandes:
      - Ordenar indivíduos pelo valor do fitness e separar em dois grupos:
        - $x\%$  dos melhores indivíduos no grupo 1
        - $(100-x)\%$  no grupo 2.
      - 80% são selecionados do grupo 1, 20% do grupo 2
      - Para pop. size = 1000, 2000, 4000, 8000, podemos ter  $x = 32\%, 16\%, 8\%, 4\%$

# Genetic Programming- GP

- Seleção para sobrevivência:
  - Mais usual: geracional
  - Elitismo tem sido aplicado.

# Genetic Programming- GP

- Inicialização:
  - Profundidade máxima da árvore é ajustada:  $D_{\max}$
- Método Completo: Toda árvore tem depth  $d = D_{\max}$ :
  - Para nós em  $d < D_{\max}$ , escolha aleatoriamente  $f \in F$
  - Para nós em  $d = D_{\max}$ , escolha aleatoriamente  $t \in T$
- Método Crescimento: Toda árvore tem depth  $d \leq D_{\max}$ :
  - Para nós em  $d < D_{\max}$ , escolha aleatoriamente  $x \in F \cup T$
  - Para nós em  $d = D_{\max}$ , escolha aleatoriamente  $t \in T$
- Combinação de ambos.

# Genetic Programming- GP

- Bloat = “survival of the fattest”
- O tamanho das árvores cresce no decorrer das gerações
  - Proibir operadores de gerarem filhos com tamanho muito grande.
  - Penalizar árvores grandes.

# Micro Algoritmos Genéticos - $\mu$ GA

- ▶ Algoritmo genético que evolui uma pequena população de indivíduos.
- ▶ A população é reinicializada segundo um critério de convergência.
- ▶ A mutação não é aplicada já que diversidade é fornecida pelas reinicializações executadas.

# Micro Algoritmos Genéticos - $\mu$ GA

- ▶ Resultados teórico obtidos por Goldberg (1989) indicavam que uma população de três indivíduos era suficiente para se atingir convergência, independentemente do tamanho do indivíduo (cromossomo).
- ▶ O termo Micro GA ( $\mu$ GA) foi introduzido por Krishnakumar (1989) quem primeiro implementou o método com uma população de 5 indivíduos.

# Micro Algoritmos Genéticos - $\mu$ GA

- ▶ A implementação proposta em Krishnakumar (1989) considerava representação binária e foi aplicada a três funções mono-objetivo do tipo unimodal, multi-modal e não estacionária.
- ▶ O  $\mu$ GA convergiu mais rapidamente para a região promissora do espaço de busca do que um AG padrão.



# Micro Algoritmos Genéticos - $\mu$ GA

- ▶ Uma implementação de  $\mu$ GA em problemas multi-objetivos foi proposta por de Coello e Pulido (2001).
- ▶ O  $\mu$ GA também apresenta uma convergência mais rápida para a fronteira de pareto que um AG padrão.

# Micro Algoritmos Genéticos - $\mu$ GA

- ▶ Goldberg (1989) sugere os seguintes passos para se obter sucesso trabalhando com pequenas populações:

**Passo1:** Aleatoriamente gere uma pequena população.

**Passo2:** Execute os operadores genéticos até obter convergência.

**Passo3:** Enviar o melhor indivíduo da população que convergiu para compor a população da próxima geração. Os demais indivíduos são gerados aleatoriamente.

**Passo4:** Volte para o Passo2.

# Micro Algoritmos Genéticos - $\mu$ GA

► O  $\mu$ GA proposto por Krishnakumar (1989) adapta a ideia de Goldberg (1989) através dos seguintes passos:

**Passo1:** Selecione uma população de tamanho 5 aleatoriamente ou com 4 indivíduos gerados aleatoriamente e 1 bom indivíduo obtido anteriormente.

**Passo2:** Calcule o fitness dos indivíduos e determine o melhor. O melhor indivíduo é mantido na população da próxima geração.

**Passo3:** Escolha os demais 4 indivíduos para reprodução, onde o melhor indivíduo também poderá ser escolhido, utilizando a estratégia de seleção por torneio. Evitar selecionar via torneio a partir de dois indivíduos idênticos.

**Passo4:** Aplicar sempre crossover (taxa de crossover = 100%). A mutação não é executada.

**Passo5:** Se a população convergiu, vá para Passo 1.

**Passo 6:** Vá para Passo2.

# Resultados - Krishnakumar (1989)

- ▶ Função Unimodal
  - ▶  $J1 = x^2 + y^2 + z^2$ , onde  $-5.12 \leq x, y, z \leq 5.12$
- ▶ Representação
  - ▶ binária com indivíduos de tamanho 30.
- ▶ O *simple (standard) genetic algorithm* (SGA) foi executado:
  - ▶ utilizando a mesma seleção por torneio,
  - ▶ populações com tamanho  $N = 50$  e  $200$ .
- ▶ Um total de 25 execuções independentes foram realizadas para  $\mu$ GA e SGA.

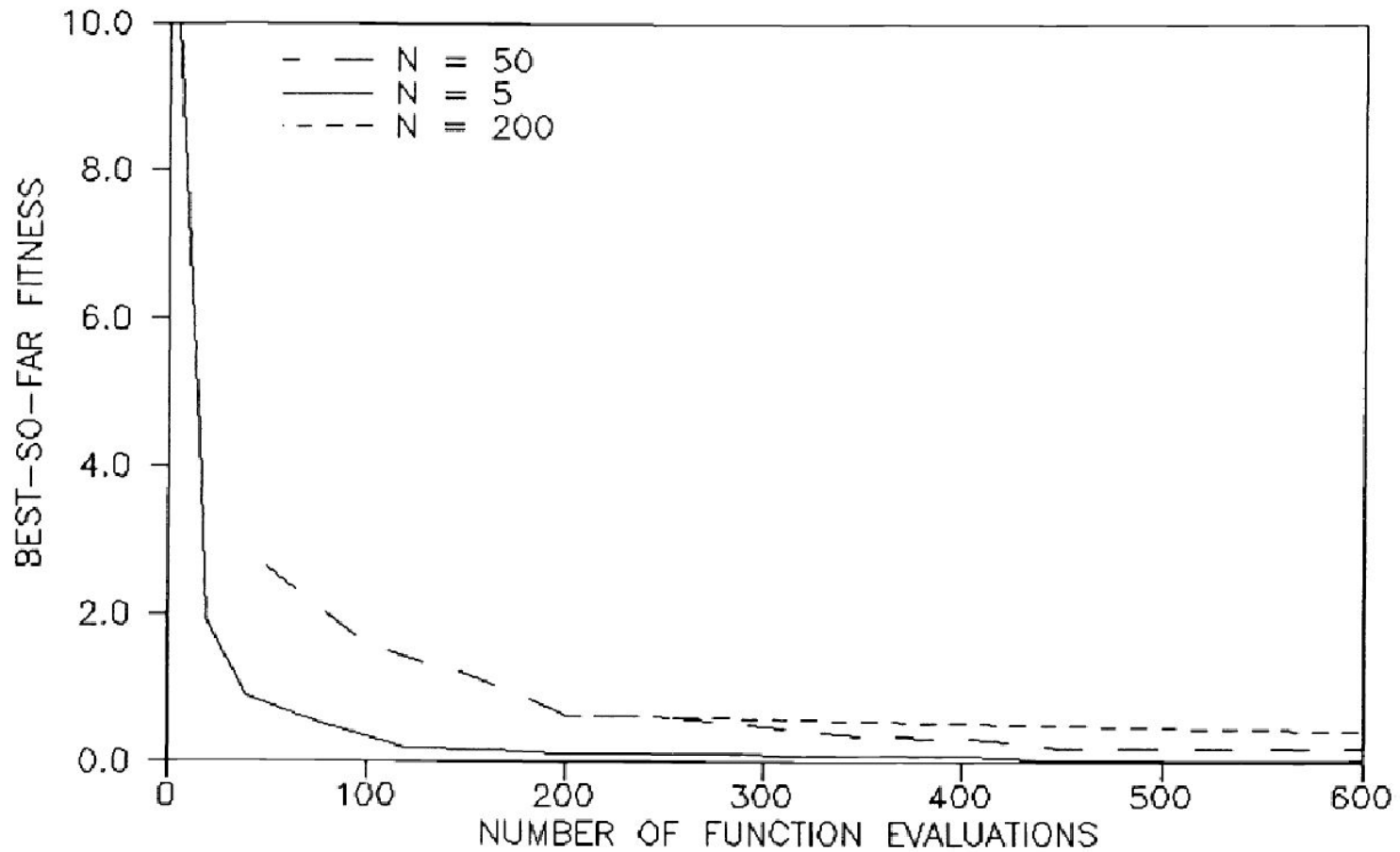


Fig1. Média das melhores soluções obtidas para J1  
(adaptada de Krishnakumar, 1989)

# Resultados - Krishnakumar (1989)

## ► Função Multi-modal

$$\text{► } J2 = \left( 0.002 + \left( \sum_{j=1}^{25} (f_j(x))^{-1} \right) \right)^{-1}, f_j(x) = j + \sum_{i=1}^2 (x_i - a_{ij})^6, \\ -65.536 \leq x_i \leq 65.536$$

- O *simple (standard) genetic algorithm* (SGA) foi executado agora com populações com tamanho  $N = 50$

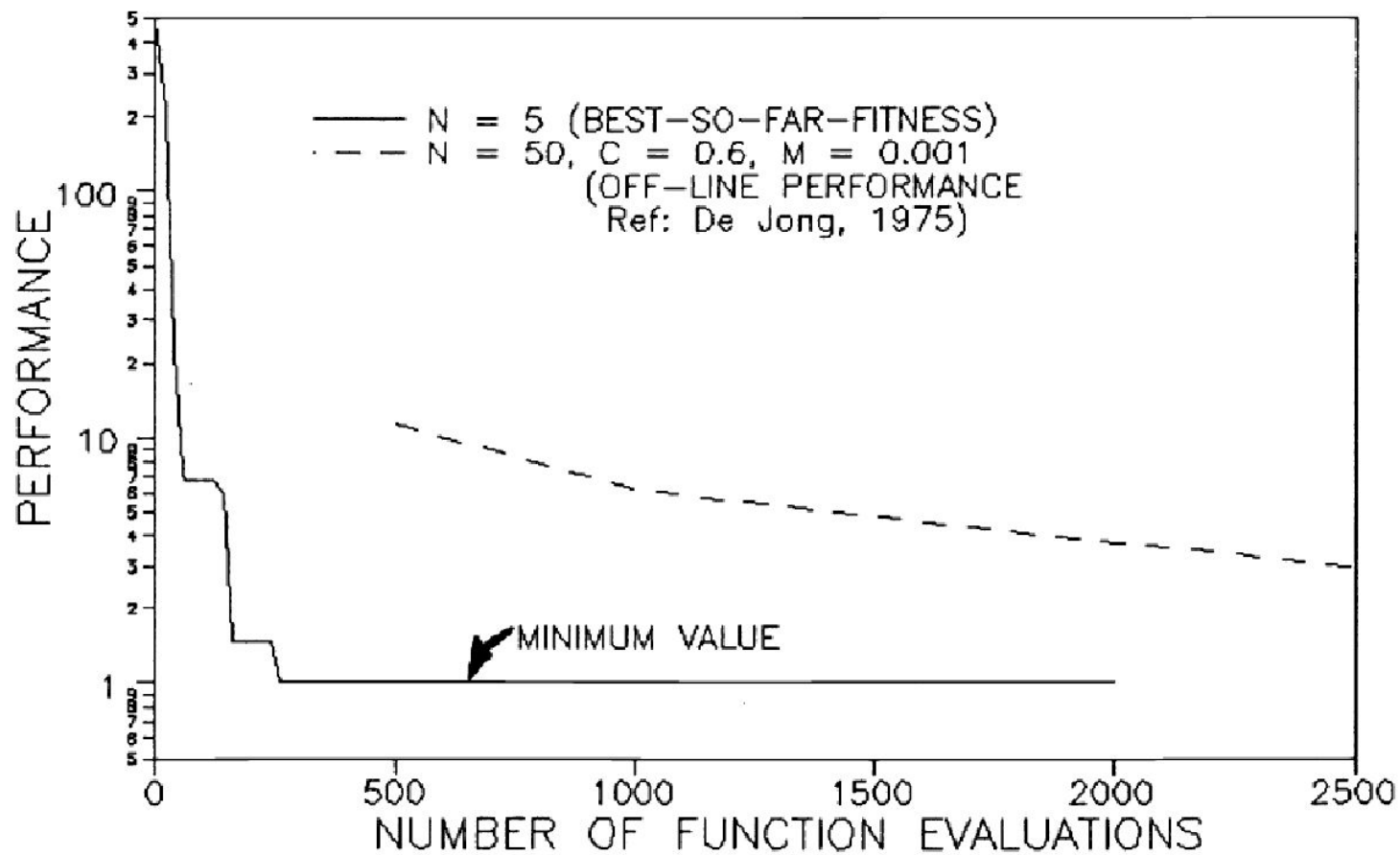


Fig1. Média das melhores soluções obtidas para J2  
(adaptada de Krishnakumar, 1989)

# Referências

- ▶ Coello Coello, C. A., & Pulido, G. T. (2001). A micro-genetic algorithm for multiobjective optimisation. Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference. Springer-Verlag, pp. 126-140.
- ▶ Goldberg, David E. (1989). Sizing populations for serial and parallel genetic algorithms. In: Proceedings of the Third International Conference on genetic algorithms, San Mateo, California, Vol. 1196, pp. 70-79.
- ▶ Krishnakumar, K. (1989). Micro-genetic algorithms for stationary and nonstationary function optimisation. In: SPIE: Intelligent control and adaptive systems, Philadelphia, PA, Vol. 1196, pp. 289-296.