

PSI-2211 Circuitos Elétricos I

Superposição, Linearidade e Geradores Equivalentes

Vítor H. Nascimento

4 de maio de 2015

1 Superposição e Linearidade

Vamos aqui tratar de uma propriedade fundamental de circuitos lineares: a ideia de *linearidade e superposição* de efeitos causados por diferentes entradas de um circuito linear. É mais fácil começar com um exemplo. Vamos resolver o circuito da figura 1.

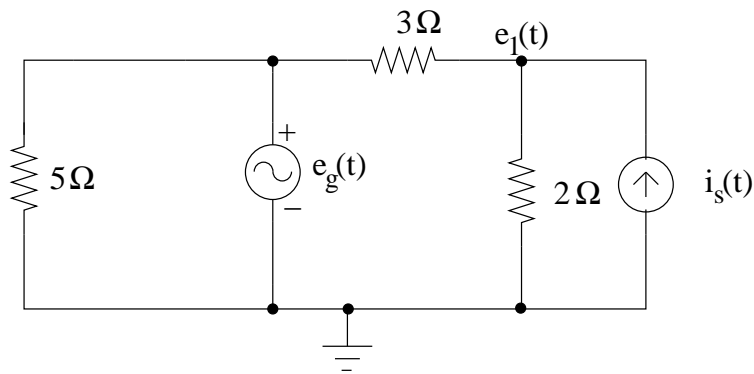


Figura 1: Circuito resistivo com dois geradores de entrada.

Usando análise nodal, obtemos

$$\frac{e_1 - e_g(t)}{3} + \frac{e_1}{2} = i_s(t),$$

ou seja,

$$e_1(t) = \frac{2}{5}e_g(t) + \frac{6}{5}i_s(t).$$

Veja que as tensões e correntes do circuito são todas combinações lineares dos sinais de entrada. Se você pensar como se resolve um circuito resistivo qualquer por análise nodal, vai se convencer que

Em um circuito resistivo linear, todas as tensões e correntes são combinações lineares das variáveis de entrada.

Por variáveis de entrada aqui entendemos as tensões em geradores independentes de tensão, e correntes em geradores independentes de corrente.

Essa observação pode ajudar muito a resolver circuitos lineares. Por exemplo, no caso do circuito da figura 1, sabendo que $e_1(t) = \beta_1 e_{g1}(t) + \beta_2 i_s(t)$, poderíamos achar β_1 assim: suponha que $i_s(t) \equiv 0$ (dizemos que $i_s(t)$ foi *inativado*). Nesse caso o circuito fica como na figura 2. Nesse caso, é fácil calcular a tensão $e_1(t)$, para indicar que um dos geradores

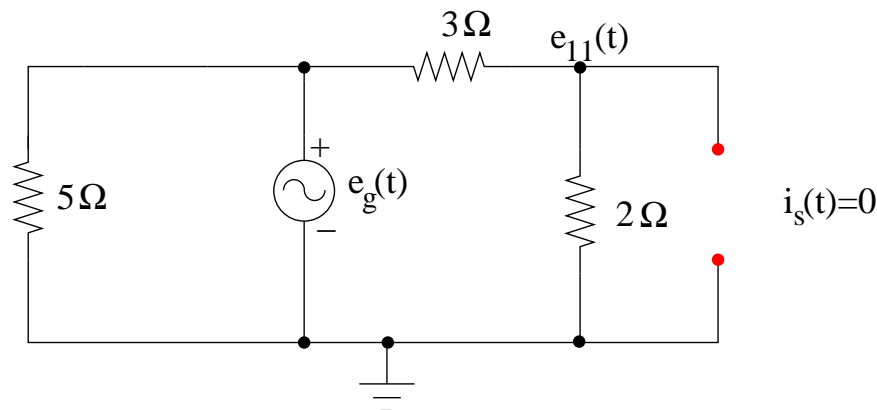


Figura 2: Circuito resistivo com $i_s(t)$ inativado.

independentes foi inativado). Usando divisão de tensão, obtemos imediatamente

$$e_{11}(t) \triangleq e_1(t)|_{i_s(t) \equiv 0} = \frac{2}{2+3} e_g(t) \implies \beta_1 = \frac{2}{5}.$$

Repare que inativar o gerador de corrente corresponde a substituí-lo por um aberto.

Por outro lado, inativando o gerador de tensão, obtemos o circuito da figura 3. Para este

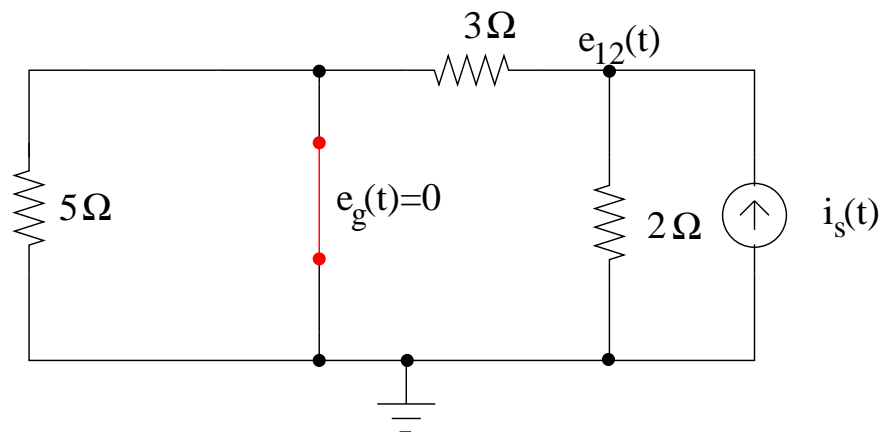


Figura 3: Circuito resistivo com $e_g(t)$ inativado.

circuito, a tensão $e_1(t)$ é a corrente $i_s(t)$ vezes a resistência equivalente, $6/5\Omega$ (pois o resistor de 5Ω foi curto-circuitado):

$$e_{12}(t) \triangleq e_1(t)|_{e_g(t) \equiv 0} = \frac{2 \times 3}{2+3} i_s(t) \implies \beta_2 = \frac{6}{5}.$$

Repare que inativar o gerador de tensão corresponde a substituí-lo por um curto.

De modo geral, circuitos lineares com vários geradores independentes podem ser resolvidos usando esta técnica. A cada passo inativa-se todos os geradores independentes, menos um, e resolve-se o circuito resultante, obtendo-se o fator de proporcionalidade entre a saída desejada e o gerador que não foi inativado. A resposta completa é obtida somando-se as respostas parciais.

Cuidado: **apenas geradores independentes** devem ser inativados — geradores vinculados *não* são entradas do circuito, e portanto nunca devem ser inativados.

A mesma ideia vale também para circuitos RLC, basta usar fasores e impedância.

2 Geradores equivalentes de Thévenin e Norton

Imagine o circuito da Figura 4, e que você precisa escolher o valor de R_L para que a corrente i seja igual a 0,2 A. Qual deve ser o valor de R_L ?

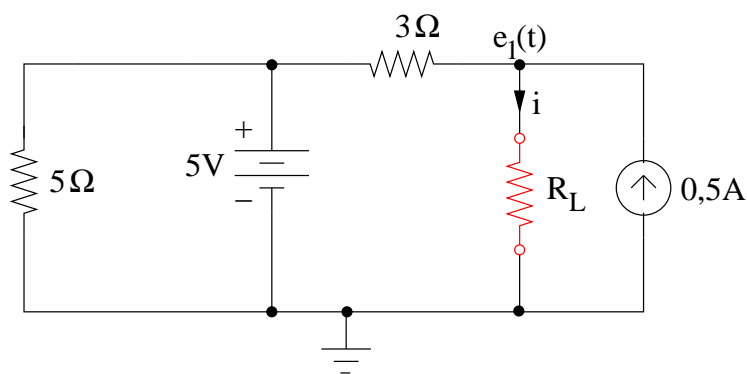


Figura 4: Circuito com carga R_L desconhecida.

Esse tipo de problema pode ser resolvido muito facilmente usando os *geradores equivalentes* de Thévenin ou de Norton. A ideia é que, para um circuito *linear* qualquer, a relação entre tensão e corrente entre dois terminais é sempre uma reta — veja as Figuras 5 e 6.

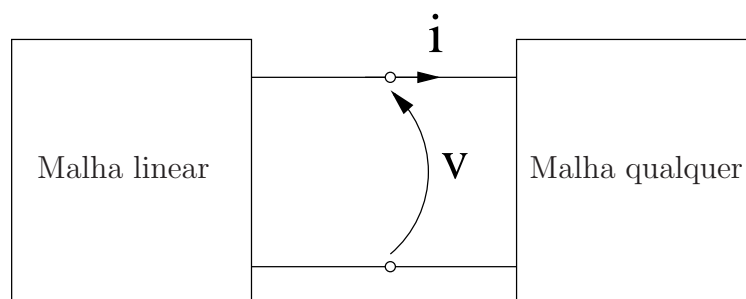


Figura 5: Circuito com malha linear.

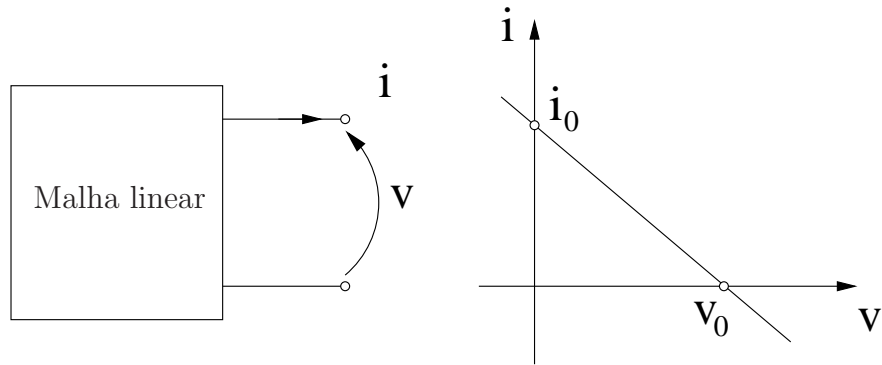


Figura 6: Relação entre tensão e corrente em dois terminais de uma malha linear.

Como a malha é linear, a relação entre a tensão e a corrente deve ser uma reta, que pode ser obtida facilmente medindo-se dois pontos, ou um ponto e a inclinação. Dois pontos relativamente simples de achar são:

- Tensão em aberto: o valor v_0 quando $i = 0$.
- Corrente de curto-circuito: o valor i_0 quando $v = 0$.

A inclinação da reta é $R_0 = v_0/i_0$.

Verifique que a mesma reta é obtida com os circuitos da Figura 7. Isso significa que, *do ponto de vista de uma malha externa*, a malha linear da Figura 6, é equivalente (em termos de relação entre tensão e corrente) aos dois circuitos da Figura 7. O circuito com gerador de tensão é o *equivalente de Thévenin*, e o com gerador de corrente é o *equivalente de Norton*.

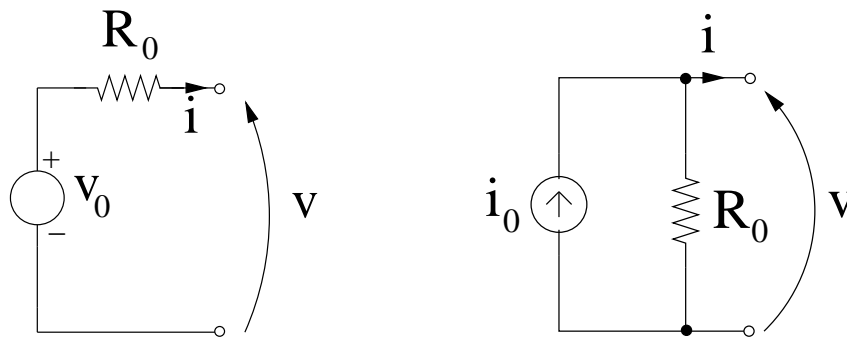


Figura 7: Geradores equivalentes de Thévenin (esquerda) e de Norton (direita).