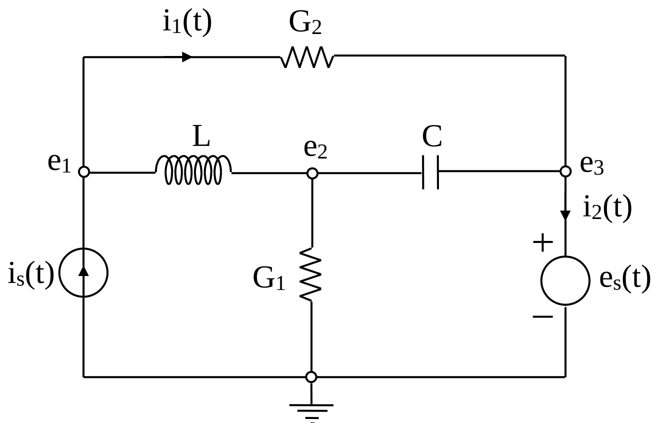
PSI3213 – CIRCUITOS ELÉTRICOS II

Exercícios Complementares correspondentes à Matéria da 1ª Prova

1 – Considere o circuito mostrado na Figura 1 com condições iniciais nulas.



$i_s(t) = 6\,H(t) \quad (A, s)$

$e_s(t) = 75\,H(t) \quad (V, s)$

Figura 1

Escrevendo as equações da 1ª Lei de Kirchhoff para os nós 1 e 2 desse circuito, transformadas segundo Laplace, somente nas incógnitas $E_1(s)$ e $E_2(s)$, obteve-se um sistema de equações com a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{sL} + G_2 & W \\ -\frac{1}{sL} & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y \\ Z \end{bmatrix},$$

em que W, X, Y e Z são funções de s e dos parâmetros G_1, G_2, L e C. É utilizado o sistema internacional de unidades.

Pede-se:

a) Encontre as expressões para W, X, Y e Z.

b) Com $R_2 = 1/G_2 = 10\ \Omega$ e outros valores adequados dos parâmetros obteve-se

$$E_1(s) = \frac{135\left(s^2 + \frac{29}{9}s + 2\right)}{s^3 + 5s^2 + 6s}.$$

A partir desse resultado determine uma expressão $i_1(t)$ válida para $t > 0$.

c) Nas mesmas condições do item anterior e com C = 0,2 F, obteve-se

$$E_2(s) = \frac{75\left(s^2 + 4s + \frac{18}{5}\right)}{s(s+2)(s+3)}.$$

Obtenha uma expressão para $i_2(t)$ válida para $t > 0$.

2 – O circuito da Figura 2 é um filtro passa-baixas, cuja função de rede é dada por

$$G(s) = \frac{V(s)}{E_g(s)} = \frac{10^6}{\left(s+10^3\right)^2}.$$

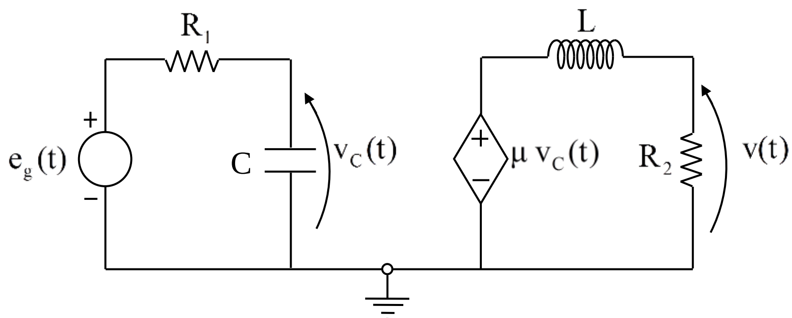


Figura 2

Pede-se:

a) Assumindo que $R_1 = R_2 = 50\ \Omega$ e $\mu = 1$, determine os valores de L e C. Indique as unidades e os cálculos.

b) Determine a resposta forçada do circuito ($v(t)$ para $t \geq 0$), considerando a excitação $e_g(t) = H(t)$ (V,s).

c) Determine a resposta permanente $v(t)$ para a excitação $e_g(t) = 5\cos(644t + 45^\circ)$ (V,s) e verifique se a frequência angular da excitação corresponde à frequência angular de corte do filtro passa-baixas.
Nota: a frequência angular de corte de um filtro passa-baixas é a frequência ω_c tal que

$$\left|G(j\omega_c)\right| = \frac{\left|G(j0)\right|}{\sqrt{2}}.$$

3 – Um certo circuito com tensão de saída $v(t)$ e excitação $e_g(t)$, tem a seguinte função de rede

$$G(s) = \left.\frac{V(s)}{E_g(s)}\right|_{\text{c.i.n.}} = \frac{4}{s^2 + 5s + 4}.$$

Assumindo o sistema internacional de unidades e as condições iniciais $v(0\_) = 2$ V e $\dot{v}(0\_) = 3$ V, pede-se:

a) Determine a equação diferencial que relaciona $v(t)$ e $e_g(t)$.

b) A partir da equação diferencial obtida no item a), determine a resposta em entrada zero transformada segundo Laplace, ou seja, $V_{iz}(s)$.

c) Determine a resposta forçada $v(t)$ para $t \geq 0$ (em condições iniciais nulas), assumindo a excitação $e_g(t) = e^{-t}\ H(t)$.

d) Determine a resposta permanente $v(t)$, para a excitação:

$$e_g(t) = 4 \cos(2t + 30^o) \quad (V,s).$$

4 – A função de rede do circuito da Figura 3 no sistema internacional de unidades é dada por:

$$G(s) = \frac{I(s)}{E_g(s)} = \frac{s+1}{s^2+2s+3}.$$

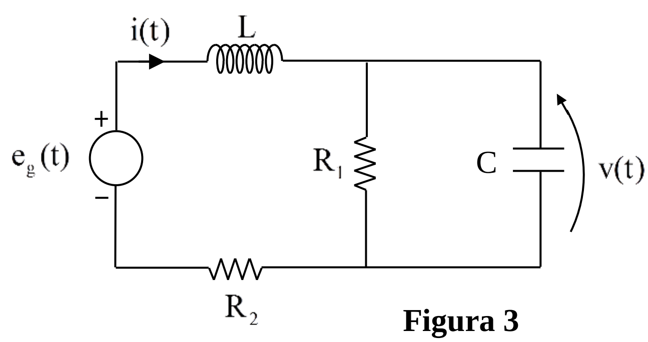


Figura 3

Pede-se:

a) Determine a expressão de $i(t)$ para $t \geq 0$, assumindo condições iniciais nulas e a excitação dada por $e_g(t) = e^{-t}\ t\ H(t)$ (V,s).

b) Determine a resposta permanente i(t) para a excitação $e_g(t) = 100 \cos(100t + 30^o)$ (V,s).

c) Determine a resposta livre do circuito (expressão de $i(t)$ para $t \geq 0$), sabendo-se que $i(0\_) = 1A$, $v(0\_) = -4V$, $R_2 = 1\Omega$ e $L = 1H$.

Testes

1 – A transformada de Laplace F(s) de $f(t) = t\, e^{-a t} \operatorname{sen}(\omega t)$ é igual a:

a) $\dfrac{2\omega(s+a)}{\left[(s+a)^2+\omega^2\right]^2}$

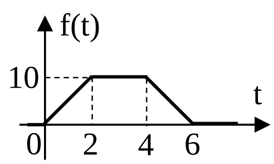
b) $\dfrac{s+a}{s\left[(s+a)^2+\omega^2\right]} + \dfrac{1}{s}$

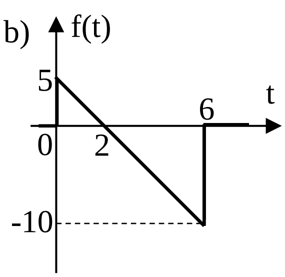
c) $\dfrac{2\omega(s+a)^2}{\left[(s+a)^2+\omega^2\right]^2}$

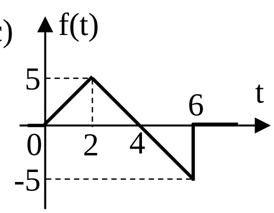
d) $\dfrac{e^{-as}\,\omega}{\left[s^2+\omega^2\right]^2}$

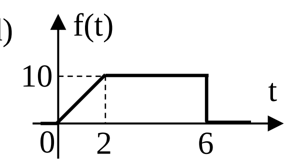
e) n.d.a.

2 – A função f(t) tem transformada de Laplace dada por $F(s) = \dfrac{5}{s^2} - \dfrac{5e^{-2s}}{s^2} - \dfrac{10e^{-6s}}{s}$. Assinale a alternativa em que a função f(t) está esquematizada.

a)


b)


c)


d)


e) n.d.a.

3 – Qual é a expressão de $\mathcal{L}\,[\,f(t)\,]$ com $f(t) = \begin{cases} \cos(t-\theta) & t > \theta \\ 0 & t < \theta \end{cases}$?

a) $e^{-\theta s}\big/\left(s^2+1\right)$

b) $s e^{-\theta s}\big/\left(s^2+1\right)$

c) $\left(s\cos\theta - s\operatorname{sen}\theta\right)\big/\left(s^2+1\right)$

d) $\left(s^2-1\right)\big/\left(s^2+1\right)$

e) n.d.a.

4 – A transformada de Laplace Y(s) da solução y(t) da equação diferencial

$$\ddot{y}(t) + y(t) = t,$$

com $y(0_-) = 1$ e $\dot{y}(0_-) = -2$ vale:

a) $\dfrac{1}{s^2(s^2+1)}$

b) $\dfrac{1}{s^2(s^2+1)} + \dfrac{s-2}{s^2+1}$

c) $\dfrac{s-2}{s+1}$

d) $\dfrac{1}{s^2} + s - 2$

e) n.d.a.

5 – A transformada de Laplace de $t \cos t$ vale :

a) $(s+1)/(s^2+1)$

b) $(s-1)/(s+1)^2$

c) $(s^2-1)/(s^2+1)^2$

d) $(s^2-1)/(s^2+1)$

e) n.d.a.

6 – A antitransformada de Laplace de $\dfrac{5s^2+8s-1}{(s+3)(s^2+1)}$ é:

a) $2e^{-3t} + 3\cos t - \operatorname{sen} t$
b) $3e^{-2t} + 3\operatorname{sen} t - \cos t$
c) $2e^{-3t}\cos(t - 45^o)$
d) $3e^{-2t}\operatorname{sen}(t + 45^o)$
e) n.d.a.

7 – Dada a função $f(t) = \cos(5t)\,H(t)$ e sendo $g(t) = \dfrac{d\,f(t)}{dt}$, a transformada de Laplace de g(t) é:

a) $s/(s^2 + 25)$
b) $-5/(s^2 + 25)$
c) $s^2/(s^2 + 25)$
d) $-25/(s^2 + 25)$

e) n.d.a.

8 – Determine a transformada de Laplace de f(t), dada na Figura 3.

$$\textbf{Dica:} \int e^{\alpha t}.\operatorname{sen}\beta t\ dt = \frac{e^{\alpha t}\left(\alpha \operatorname{sen}\beta t - \beta \cos\beta t\right)}{\alpha^2+\beta^2}$$

a) $\dfrac{1}{s^2+1}$

b) $\dfrac{e^{-s}}{s^2+1}$

c) $\dfrac{1}{\left(1-e^{-\pi s}\right)\left(s^2+1\right)}$

d) $\dfrac{1+e^{+\pi s}}{\left(1-e^{-\pi s}\right)\left(s^2+1\right)}$

e) n.d.a.

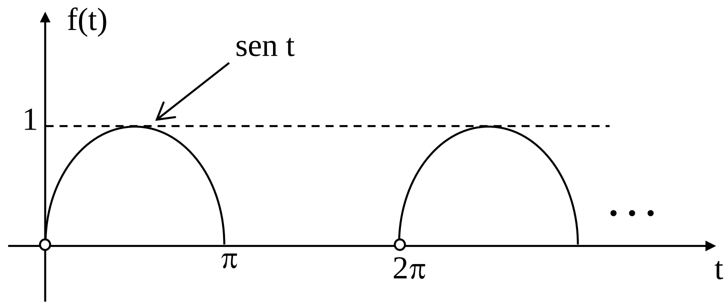


Figura 3

9 – A função de rede entre a corrente em um gerador $i_g(t)$ e uma tensão $v(t)$ é:

$$G(s) = \frac{s}{(s+1/2)(s+3)}.$$

Sabendo-se que em um teste com condições iniciais nulas mediu-se

$$v(t) = 4\,e^{-½ t} - 4\,e^{-3t}, \quad t \geq 0,$$

pode-se dizer que $i_g(t)$ vale:

a) $4\,(e^{-½ t} - e^{-3t})\,H(t)$
b) $10\,\delta(t)$
c) $10\,H(t)$

d) $(2{,}24\,e^{-½ t} - 0{,}8\,t\,e^{-½ t} - 2{,}24\,e^{-3t} - 4{,}8\,t\,e^{-3t})\,H(t)$
e) n.d.a.

10 – Supondo $i_g(t) = 2\operatorname{sen}(3t)\,H(t)$ no teste 5, pode-se dizer que $\lim\limits_{t\to 0_+} v(t)$ vale:

a) 0
b) Impossível de calcular, pois o Teorema do Valor Inicial não pode ser aplicado.
c) 4/9
d) ∞
e) n.d.a.

11 – O fasor da tensão $\hat{V}$ na saída de um circuito vale $\hat{V} = 5\sqrt{2}\,\underline{/-45^o}$, quando o fasor de entrada é $\hat{E}_g = 2\,\underline{/0^o}$. Sabe-se também que $\left.\dfrac{V(s)}{E_g(s)}\right|_{cin} = \dfrac{A}{s+1}$, $A \in \mathbb{R}$.

Pode-se dizer que a frequência do gerador ω e A valem respectivamente:

a) 1 Hz e $5\sqrt{2}$
b) 1 rad/s e 5
c) 0 e $5\sqrt{2}$
d) 1 Hz e $2{,}5\sqrt{2}\,\underline{/-45^o}$
e) n.d.a.

12 – Seja $F(s) = \dfrac{4s}{(s+2)^2}$. O limite de $f(t) = \mathcal{L}^{-1}$ [F(s)], quando $t \to 0_+$ vale :

a) 4
b) 0
c) – 1
d) Não existe.
e) n.d.a.

13 – Considere a função de transferência $\dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{1}{s-1}$. A resposta y(t) à entrada u(t) = cos t (em condições iniciais nulas) vale aproximadamente :

a) 0,7 cos (t – 135º)
b) 0,7 cos (t + 45º)
c) 0,7 cos (t – 135º) + $\dfrac{1}{2}e^t$
d) Não é possível determinar.
e) n.d.a.

Para os **testes 14 e 15**, a função de rede que relaciona a tensão de saída $v(t)$ e a corrente de entrada $i_g(t)$ de um circuito de segunda ordem é dada por

$$F(s) = \left.\frac{V(s)}{I_g(s)}\right|_{c.i.n.} = \frac{2s+5}{s^2+4s+5}.$$

14 – Assumindo que a corrente de entrada seja $i_g(t) = 10\cos(2t + 30^o)$, (A,s), a expressão da resposta permanente $v(t)$ é dada aproximadamente por:

a) $2\cos(2t+32^o)$

b) $\sqrt{2}\cos(2t+45^o)$

c) $8\cos(2t-14^o)$

d) $5\cos(2t+52^o)$

e) O circuito não atinge o regime permanente senoidal pois não é assintoticamente estável.

15 – Sabendo-se que a transformada de Laplace da **resposta livre** da tensão de saída v(t), no sistema internacional de unidades é dada por

$$V_{iz}(s)=\frac{5s-22}{s^2+4s+5},$$

as condições iniciais $v(0\_)$ e $\dot{v}(0\_)=\left.\frac{dv(t)}{dt}\right|_{t=0\_}$ (em V e V/s) valem respectivamente:

a) 5 e -22

b) $-0,4$ e 54

c) -2 e -109

d) 5 e -42

e) n.d.a.