MAE0221 - Probabilidade
Terceira Lista de Exercícios

1. Seja X o número de ensaios até a primeira cara em lançamentos independentes de uma moeda equilibrada. Encontre a função geradora de probabilidade de X. Use a função geradora de probabilidade para encontrar a variância de X.

2. Lançamos duas bolas indistinguiveis em 4 compartimentos e definimos a variável aleatória Y como o número de bolas na primeira urna.

   A) Qual a função de probabilidade de Y?

   B) Qual a função de distribuição de Y?

   C) Qual a função geradora de momentos de Y?

   D) Use a função geradora de momentos para calcular a variância de Y.

3. Seja Z uma variável aleatória que assume valores em $\{0, 1, 2\}$ com probabilidades $P(Z = 0) = P(Z = 2) = p$, $P(Z = 1) = 1 - 2p$ onde $0 \leq p \leq 0,5$. Para que valor de p a variância de Z é máxima?

4. Uma urna contem 3 bolas numeradas $1, 2, 3$. Em uma primeira etapa uma bola é retirada da urna e em uma segunda etapa uma moeda justa é lançada o número de vezes igual ao número observado na primeira etapa. Encontrar o número esperado de caras.

5. A) Se X é uma variável aleatória com distribuição binomial de parâmetros n e p e com $E[X] = 5$, $Var(X) = 4$. Quais são os valores de n e de p? Avaliar $P(X < \mu - 2\sigma)$.

   B) Seja N é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de parâmetro λ. Se $P(N+0) = P(N = 1)$, qual o valor de λ?

   C) Se Z é uma variável aleatória com $E[Z] = 10$ e $Var(Z) = 9$, ela pode ter a distribuição binomial negativa?

   D)) Se X é uma variável aleatória com distribuição binomial de parâmetros n e p, para n fixado, qual o valor de p que maximiza a variância de X?

   E) Se X é uma variável aleatória com distribuição binomial de parâmetros n e p, qual a distribuição de $Y = n - X$?

6. Dois dados são lançados n vezes. Seja N o número de arremessos em que o número no primeiro dado exceder o número do segundo dado. Qual a distribuição de N? Qual a função de distribuição de N?

7. O número de componentes eletrônicos que um comerciante pode vender diariamente é uma variável aleatória com distribuição de Poisson ccom média 4.

   A) Quantos componentes o comerciante deverá estocar para que, com probabilidade de $0,95$ possa atender seus clientes para os próximos 25 dias?

   b) Dentre os 25 dias, qual o número esperado de dias, em que o comerciante não venda componentes?

8. Se Z tem distribuição geométrica de parâmetro $p = 0,8$, qual a probabilidade dos eventos:

   A) $\{Z > 3\}$;

   B) $\{4 \leq Z \leq 7\} \cup \{X > 9\}$?

9. Se Z tem distribuição geométrica de parâmetro p, determine a função de probabiidade da variável aleatória $Y = \min\{Z, K\}$, onde K é uma constante positiva.

10. Se Z tem distribuição geométrica de parâmetro p, determine a função de probabiidade da variável aleatória Z^2.