MAE0221 - Probabilidade
Terceira Lista de Exercícios

1. Seja Y uma variável aleatória que conta o número de acertos de um aluno que, simplesmente adivinhando, realiza um teste de 5 questões de quatro alternativas. A função de probabilidade de Y é

y	0	1	2	3	4	5
$P(Y=y)$	$0,237$	$0,396$	$0,264$	$0,088$	$0,015$	$0,01$

   a) Qual a média e a variância de Y?

   b) Qual a função de distribuição, $F_Y(y)$, de Y. Faça o gráfico de $F_Y(y)$.

2. Cosidere que a probabilidade de acertar um alvo é $\frac{1}{5}$.

   a) Se são disparados 10 tiros, qual é a probabilidade de que o alvo seja atingido pelo menos 3 vezes?

   b) Determine a probabilidade condicional de que o alvo seja atingido pelo menos 3 vezes, dado que ele foi atingido pelo menos 2 vezes.

   c) Cada tiro tem um custo de R$1,00. Se o atirador acertar os 10 tiros, ganha R$30,00. Se acertar entre 7 e 9 tiros ganha R$20,00 e se acertar entre 5 e 6 ganha R$15,00. Contudo se errar mais de 5 tiros perde R$20,00. Qual o ganho (perda) esperada do atirador? Qual o desvio padrão do ganho (perda)?

3. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição $F_X(x)$ representando o número de falhas de componentes necessárias para que um sistema falhe. $F_X(x)$ édada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & : \quad x < 0 \\ 0,047 & : \quad 0 \leq x < 1 \\ 0,234 & : \quad 1 \leq x < 2 \\ 0,545 & : \quad 2 \leq x < 3 \\ 0,821 & : \quad 3 \leq x < 4 \\ 0,959 & : \quad 4 \leq x < 5 \\ 0,996 & : \quad 5 \leq x < 6 \\ 1 & : \quad x \geq 6 \end{cases}.$$

   a) Qual a função de probabilidade de X?

   b) Qual a média e a variância de X?

4. Considere a váriavel aleatória Z assumindo valores nos números naturais positivos com probabilidades $P(Z=n)=\frac{1}{2^n}$. Calcule a probabilidade de Z ser impar. Calcule $P(Z>10)$.

5. Considere uma urna contendo 5 bolas pretas e 10 bolas vermelhas. Retire três bolas da urna sem reposição e defina a variável aleatória W como o número de bolas pretas retiradas. Obtenha a distribuição de W e de W^2.

6. Em um lote de 30 componentes existem 10 defeituosas. Desse lote escolhe-se, sem reposição, 4 componentes ao acaso. Seja V o número de componente defeituosos entre os quatro escolhidos. Qual a função de probabilidade de V? Qual a média de V?

7. Uma Cia de seguros oferece uma apólice de seguros de certo tipo de automóvel com uma franquia de duas(2) unidades monetárias. Considera que os custos de sinistros é uma variável aleatória que assume os valores 1, 2, 3, 4 e 5 com probabilidades $\frac{k}{X+1}$ respectivamente.

   A) Qual o valor de k para que X seja uma variável aleatória completamente caracterizada?

   B) Qual o gasto médio da Cia com um eventual sinistro?

   C) Qual a função geradora de momentos de X ($M_X(t) = E[e^{tX}]$)? Qual a média e qual a variância de X?

8. O número de acidentes de trabalho mensais em uma grande fábrica ocorre de acordo com uma variável aleatória X com a seguinte função de probabilidade:

x	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0,12	0,31	0,26	0,16	0,011	0,04

   Qual o valor esperado e o desvio padrão do número de acidentes de trabalho mensais na fábrica?

9. O número de cartões, Y, em um jogo de futebol no campeonato brasileiro tem função de probabilidade

y	0	1	2	3	4	5
$P(Y = y)$	0,33	0,23	0,17	0,16	0,09	0,04

   No final de cada jogo o juiz deve preencher uma súmula se algum cartão foi utilizado. Qual a função geradora de momentos da variável aleatória Y. Em uma série de 20 jogos calcule o número esperado e o desvio padrão do nḿero de súmulas preenchidas.

10. A probabilidade de que uma visita a um clínico geral resulte em um encaminhamento para um especialista é 0,28. Calcule a probabilidade de que:

    A) Nas próximas 10 visitas ao menos três resultem em encaminhamentos a especialistas?

    B) Nas próximas 10 visitas no máximo cinco resultem em encaminhamentos a especialistas?

    c) Nas próximas 10 visitas exatamente uma resulte em um encaminhamento a um especialista?

11. Seja X uma variável aleatória com distribuição de Poisson tal que $P(X = 1) = P(X = 2)$. Determine a mÃ©dia e a variância de X. Calcular $P(\{X = 2\} \cup \{X = 4\})$ e $P(X \geq 3)$.

12. Se X tem distribuição de Poisson com média 2, calcule $E[|X - 2|]$.

13. Se a variável aleatória Y tem distribuição binomial com parâmetros $n = 30$ e $p = 0,3$, com média $\mu = E[Y]$ e variância $Var(Y) = \sigma^2$, calcular $P(Y < \mu - 2\sigma)$.

14. Uma concessionária considera que o número de veículos vendidos diariamente segue uma distribuição de Poisson com média $\lambda = 2$.

    a) Quantos veículos deve ter em estoque para suprir as vendas referentes a 5 dias com confiabilidade de 95%?

    b) Dentre 30 dias qual o número esperado de dias que vende exatamente 2 veículos? E ao menos 2 veículos?

15. Um bêbado faz sua caminhada sobre as posições $0, +-1, +-2, +-3, \ldots$. Começa no 0 e com passos independentes e sussecivos de uma unidade caminha para a direita com probabilidade p, $) < p < 1$, e para a esquerda com probabilidade $1 - p$. Seja X a sua posição depois de n passos. Encontre a função de probabilidade da variável $\frac{X+n}{2}$ e a média de X quando $n = 3$ e $n = 4$.

16. Se X é uma variável aleatória com distribuição binomial de parâmetros n e p, encontre a função de probabilidade de $Y = n - X$.

17. Uma Companhia de Seguro estima que $0,005\%$ da população morre devido a certo tipo de acidente durante o ano. Qual a probabilidade de que em um dado ano a Companhia tenha de pagar por ao menos 3 dentre os seus 10.000 segurados contra esse tipo de acidente?

18. Uma empresa pretende fabricar componentes eletrônicos com no máximo de 1% defeituosos. A toda hora testa-se dez componentes escolhidos casualmente da produção e se um ou mais componentes são defeituosos, para-se a produção para possível manutenção. Se de fato a probabilidade de um componente defeituoso é de 1%, qual a probabilidade de que o processo pare desnecessáriamente?

19. Assuma que o número de acidentes fatais de carros em certo estado segue uma distribuição de Poisson com média de 1 por dia.

    a) Qual a probabilidade de ocorrerem mais de 10 acidentes fatais em uma semana?

    b) Qual a probabililidade de não ocorrer acidentes fatais por dois dias consecutivos?

20. Um dado é lançado até aparecer o número 6. Qual a probabilidade de ser necessário mais do que 5 lançamentos?