

8

Medidas de Posição: Medidas Separatrizes

São valores que ocupam determinados lugares, abrangendo intervalos iguais, de um conjunto de valores coletados e organizados. As medidas de posição separatrizes podem ser classificadas em:

- mediana: divide a série em duas partes iguais (M_d);
- quartis: divide a série em quatro partes iguais (Q_1, Q_2, Q_3);
- decis: divide a série em dez partes iguais ($D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, D_9$);
- percentis: divide a série em cem partes iguais ($P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$).

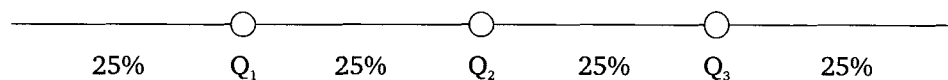
Os nomes das medidas de posição separatrizes modificam de acordo com a quantidade de partes que é dividida a série.

A mediana, além de ser uma medida de posição de tendência central, é também uma medida separatriz. A mediana foi estudada no Capítulo 7; sendo assim, passaremos ao estudo dos quartis, decis e percentis.

8.1 Quartis

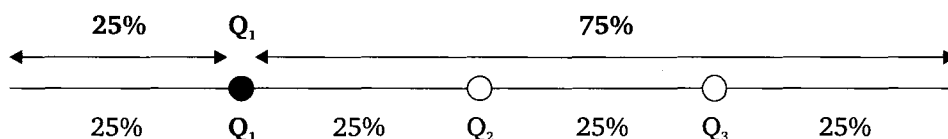
Nos quartis, a série é dividida em quatro partes iguais, com o mesmo número de elementos, de tal forma que cada intervalo do quartil contenha 25% dos elementos coletados.

Os elementos separatrizes da série são Q_1, Q_2 e Q_3 .



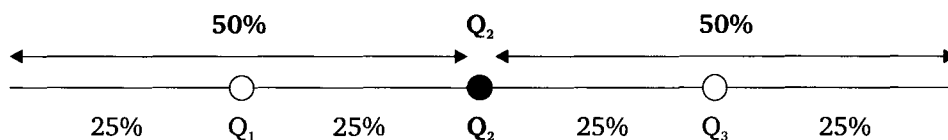
Interpretação dos quartis:

- O primeiro quartil (Q_1) separa os primeiros 25% dos elementos da série.

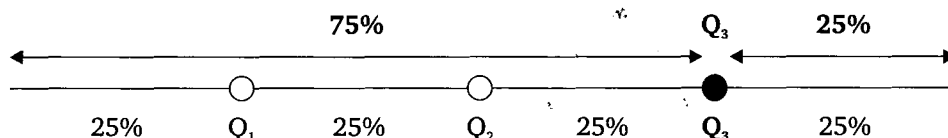


- O segundo quartil (Q_2) separa os primeiros 50% ($25\% + 25\%$) dos elementos da série.

Obs.: O segundo quartil (Q_2) sempre será igual a mediana (M_d) da série.



- O terceiro quartil (Q_3) separa os primeiros 75% ($25\% + 25\% + 25\%$) dos elementos da série.



Para o cálculo dos quartis, utilizam-se técnicas semelhantes às aquelas do cálculo da mediana.

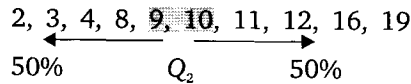
8.1.1 Cálculo dos quartis para séries simples (dados não agrupados)

Método prático: os três quartis podem ser calculados utilizando-se a definição de mediana:

- Q_2 = mediana de todos os elementos da série;
- Q_1 = mediana da primeira metade dos elementos da série;
- Q_3 = a mediana da segunda metade dos elementos da série.

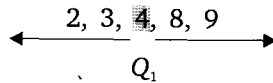
Nesse método, observamos o cálculo de “3 medianas” em uma mesma série.

- Q_2 :



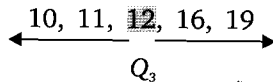
$$Q_2 = M_d = \frac{9 + 10}{2} = 9,5 = \text{mediana de todos os elementos da série.}$$

- Q_1 : igual à mediana da primeira metade do conjunto.



$$Q_1 = 4 = \text{mediana da primeira metade dos elementos da série.}$$

- Q_3 : igual à mediana da segunda metade do conjunto.



$$Q_3 = 12 = \text{mediana da segunda metade dos elementos da série.}$$

$$\text{Resp.: } Q_1 = 4; Q_2 = 9,5; Q_3 = 12.$$

8.1.2 Cálculo dos quartis para dados agrupados sem intervalo de classe

No cálculo dos quartis para dados agrupados sem intervalo de classe, utilizam-se técnicas semelhantes às aquelas do cálculo da mediana.

Isso significa que a localização da posição do quartil na série é verificada pela frequência acumulada (*Fac*). Sendo assim, devemos acrescentar à tabela de distribuição de frequência uma coluna que contenha os cálculos da frequência acumulada (*Fac*).

Os quartis Q_1 , Q_2 e Q_3 podem ser generalizados pela notação Q_k , sendo que o quartil considerado é representado por k .

Representação: Q_k

- $k = 1 \rightarrow Q_1$
- $k = 2 \rightarrow Q_2$
- $k = 3 \rightarrow Q_3$

Cálculo do quartil Q_k .

Definição: quartil Q_k é o valor da variável que corresponde à classe desse quartil considerado.

- Inicialmente, calcular a posição do quartil Q_k para estabelecer em que classe se localiza o quartil considerado.

$$\text{Posição } Q_k = \frac{k \times n}{4}$$

Sendo:

k = número do quartil considerado;

$n = \sum f_i$ = número de elementos coletados na pesquisa.

- obtido o resultado para a posição Q_k , localize esse valor na coluna da frequência acumulada, para conhecer qual é a classe que corresponde a essa posição. Essa classe recebe o nome de “classe do quartil k ”;
- verificar na coluna da variável em estudo qual o valor da variável localizada na classe do quartil Q_k considerado.

Exemplo 8.3 O time de futebol masculino, constituído pelos alunos do ensino fundamental e médio do Colégio Márcia Mariana de Itubiara, tem as idades discriminadas na Tabela 8.1. Calcule o valor dos quartis Q_1 ; Q_2 e Q_3 .

Tabela 8.1 *Distribuição da idade do time masculino de futebol.*

Idade	Número de alunos (f_i)
11	2
12	4
13	3
14	4
15	3
16	5
17	3
Total	24

Solução:

Para posicionar os quartis, devemos acrescentar à tabela de distribuição de frequência uma coluna que contenha os cálculos da frequência acumulada (vide Tabela 8.2).

Tabela

Class
1
2
3
4
5
6
7

Posi

Obs
mulada

A cl

Na

Posi

Obs
mulada

A cl

Na

$$n = \sum f_i = 25 \text{ alunos}$$

Tabela 8.2 *Distribuição da idade do time masculino de futebol – frequência acumulada.*

Classe	Idade (variável em estudo)	Número de alunos (f_i)	Frequência acumulada (Fac)
1	11	3	3
2	12	4	7
3	13	3	10
4	14	4	14
5	15	3	17
6	16	5	22
7	17	3	25
	Total	25	

- Cálculo do quartil Q_1 ($k = 1$)

$$\text{Posição } Q_k = \frac{k \times n}{4} \rightarrow \text{Posição } Q_1 = \frac{1 \times 25}{4} = 6,25 \rightarrow \text{Posicionado na 2ª classe}$$

Observamos que a localização da posição 6,25, na coluna da frequência acumulada, ocorre na segunda classe.

A classe do quartil Q_1 é a segunda classe.

Na segunda classe, o valor da variável é 12 anos, ou seja: $Q_1 = 12 \text{ anos}$

- Cálculo do quartil Q_2 ($k = 2$)

$$\text{Posição } Q_k = \frac{k \times n}{4} \rightarrow \text{Posição } Q_2 = \frac{2 \times 25}{4} = 12,5 \rightarrow \text{Posicionado na 4ª classe}$$

Observamos que a localização da posição 12,5, na coluna da frequência acumulada, ocorre na quarta classe.

A classe do quartil Q_2 é a quarta classe.

Na quarta classe, o valor da variável é 14 anos, ou seja: $Q_2 = 14 \text{ anos}$

- Cálculo do quartil Q_3 ($k = 3$)

$$\text{Posição } Q_k = \frac{k \times n}{4} \rightarrow \text{Posição } Q_3 = \frac{3 \times 25}{4} = 18,75 \rightarrow \text{Posicionado na 6ª classe}$$

Observamos que a localização da posição 18,75, na coluna da frequência acumulada, ocorre na sexta classe.

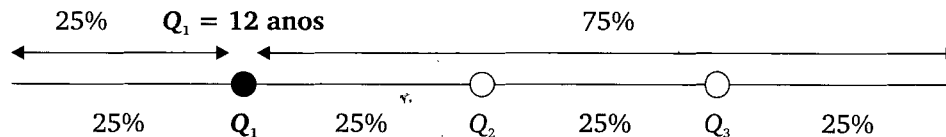
A classe do quartil Q_3 é a sexta classe.

Na sexta classe, o valor da variável é 16 anos, ou seja: $Q_3 = 16$ anos

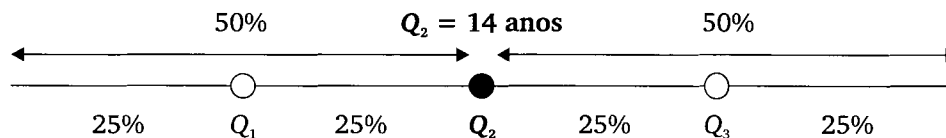
Resp.: $Q_1 = 12$ anos; $Q_2 = 14$ anos; $Q_3 = 16$ anos.

Interpretação dos quartis:

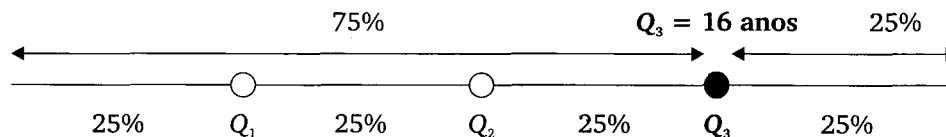
Primeiro quartil (Q_1): 25% dos alunos têm idade menor ou igual a 12 anos (Q_1) e 75% têm idade maior ou igual a 12 anos.



Segundo quartil (Q_2): 50% dos alunos têm idade menor ou igual a 14 anos (Q_2) e 50% têm idade maior ou igual a 14 anos.



Terceiro quartil (Q_3): 75% dos alunos têm idade menor ou igual a 16 anos (Q_3) e 25% têm idade maior ou igual a 16 anos.



8.1.3 Cálculo das estatísticas descritivas para uma distribuição classificatória

No cálculo das estatísticas descritivas para uma distribuição classificatória, utilizam-se técnicas semelhantes às utilizadas para distribuições quantitativas, com algumas adaptações.

- Inicialmente, a distribuição é classificatória.

Posição

Sendo:

$k =$ número da classe

$n =$ número total de observações

• obtenção da frequência acumulada

• determinação da posição

Sendo:

$k =$ número da classe

$l_{Q_k} =$ limite inferior da classe

$Fac_{anterior} =$ frequência acumulada da classe anterior

$f_{Q_k} =$ frequência da classe

$n =$ número total de observações

$h_{Q_k} =$ largura da classe

Exemplo 8.4 Cálculo das estatísticas descritivas para uma distribuição classificatória

8.1.3 Cálculo dos quartis para dados agrupados com intervalo de classe

No cálculo dos quartis para dados agrupados com intervalo de classe, utilizam-se técnicas semelhantes às aquelas do cálculo dos quartis para dados agrupados sem intervalo de classe.

- Inicialmente calcular a posição do quartil Q_k para estabelecer em que classe se localiza o quartil considerado.

$$\text{Posição } Q_k = \frac{k \times n}{4}$$

Sendo:

k = número do quartil considerado;

$n = \sum f_i$ = número de elementos coletados na pesquisa.

- obtido o resultado para a *Posição* Q_k , localize esse valor na coluna da frequência acumulada, para conhecer qual é a classe que corresponde a essa posição. Essa classe recebe o nome de “classe do quartil k ”;
- determinar o valor da variável que corresponde ao quartil Q_k , através da fórmula a seguir.

$$Q_k = l_{Qk} + \left[\frac{\frac{k \cdot n}{4} - Fac_{anterior}}{f_{Qk}} \right] \cdot h_{Qk}$$

Sendo:

k = quartil considerado;

l_{Qk} = limite inferior do intervalo de classe do quartil considerado;

$Fac_{anterior}$ = frequência acumulada da classe anterior à classe do quartil considerado;

f_{Qk} = frequência (simples) da classe do quartil considerado;

n = número total de elementos da amostra;

$h_{Qk} = L_{Qk} - l_{Qk}$ = amplitude do intervalo de classe do quartil considerado.

Exemplo 8.4 Numa fábrica de objetos de decoração, a distribuição do peso das peças fabricadas está registrada na Tabela 8.3. Calcule o valor dos quartis Q_1 ; Q_2 e Q_3 .

Tabela 8.3 Distribuição do peso dos objetos de decoração.

i	Pesos dos objetos (kg)	Número de peças (f_i)
1	0 5	52
2	5 10	36
3	10 15	30
4	15 20	41
5	20 25	28
6	25 30	25
7	30 35	18
	Total	230

Solução:

Para posicionar os quartis devemos acrescentar à tabela de distribuição de frequência uma coluna que contenha os cálculos da frequência acumulada (vide Tabela 8.4).

$$n = \sum f_i = 230 \text{ peças}$$

Tabela 8.4 Distribuição do peso dos objetos de decoração – frequência acumulada.

i	Pesos dos objetos (kg)	Número de peças (f_i)	Frequência acumulada (Fac)
1	0 5	52	52
2	5 10	36	88
3	10 15	30	118
4	15 20	41	159
5	20 25	28	187
6	25 30	25	212
7	30 35	18	230
	Total	230	

• Cálculo do quartil Q_1 ($k = 1$)

$$\text{Posição } Q_k = \frac{k \times n}{4} \rightarrow \text{Posição } Q_1 = \frac{1 \times 230}{4} = 57,5 \rightarrow \text{Posicionado na segunda classe}$$

Obs
mulada,
A cla
O qu

$$Q_k = l_{Qk}$$

$$Q_1 = 5 +$$

Posição Q_k

Obs
mulada, o

A clas

O qua

$$Q_k = l_{Qk}$$

$$Q_2 = 10 +$$

• C

Posição Q_k

Observ
acumulada

Observamos que a localização da posição 57,5, na coluna da frequência acumulada, ocorre na segunda classe.

A classe do quartil Q_1 é a segunda classe.

O quartil Q_1 é calculado pela fórmula:

$$Q_k = l_{Q_k} + \left[\frac{\frac{k \cdot n}{4} - Fac_{anterior}}{f_{Q_k}} \right] \cdot h_{Q_k} \rightarrow Q_1 = l_{Q_1} + \left[\frac{\frac{1 \times 230}{4} - Fac_{anterior}}{f_{Q_1}} \right] \cdot h_{Q_1}$$

$$Q_1 = 5 + \left[\frac{57,5 - 52}{36} \right] \cdot 5 \rightarrow \boxed{Q_1 = 5,76 \text{ kg}}$$

- Cálculo do quartil Q_2 ($k = 2$)

$$Posição Q_k = \frac{k \times n}{4} \rightarrow Posição Q_2 = \frac{2 \times 230}{4} = 115 \rightarrow \text{Posicionado na terceira classe}$$

Observamos que a localização da posição 115, na coluna da frequência acumulada, ocorre na terceira classe.

A classe do quartil Q_2 é a terceira classe.

O quartil Q_2 é calculado pela fórmula:

$$Q_k = l_{Q_k} + \left[\frac{\frac{k \cdot n}{4} - Fac_{anterior}}{f_{Q_k}} \right] \cdot h_{Q_k} \quad Q_2 = l_{Q_2} + \left[\frac{\frac{2 \times 230}{4} - Fac_{anterior}}{f_{Q_2}} \right] \cdot h_{Q_2}$$

$$Q_2 = 10 + \left[\frac{115 - 88}{30} \right] \cdot 5 \rightarrow \boxed{Q_2 = 14,5 \text{ kg}}$$

- Cálculo do quartil Q_3 ($k = 3$)

$$Posição Q_k = \frac{k \times n}{4} \rightarrow Posição Q_3 = \frac{3 \times 230}{4} = 172,5 \rightarrow \text{Posicionado na quinta classe}$$

Observamos que a localização da posição 172,5, na coluna da frequência acumulada, ocorre na quinta classe.

A classe do quartil Q_3 é a quinta classe.

O quartil Q_3 é calculado pela fórmula:

$$Q_k = l_{Qk} + \left[\frac{k \cdot n}{4} - Fac_{anterior} \right] \cdot h_{Qk} \rightarrow Q_3 = l_{Q3} + \left[\frac{3 \times 230}{4} - Fac_{anterior} \right] \cdot h_{Q3}$$

$$Q_3 = 20 + \left[\frac{172,5 - 159}{28} \right] \cdot 5 \rightarrow \boxed{Q_3 = 22,41 \text{ kg}}$$

Resposta: $Q_1 = 5,76 \text{ kg}$ $Q_2 = 14,50 \text{ kg}$ $Q_3 = 22,41 \text{ kg}$

Interpretação dos resultados:

- 25% das peças (do lote analisado) têm peso menor que 5,76 kg (Q_1), isto significa que os 75% restantes têm peso acima de 5,76 kg;
- 50% das peças (do lote analisado) têm peso menor que 14,50 kg (Q_2), e os 50% restantes têm peso acima de 14,50 kg;
- 75% das peças (do lote analisado) têm peso menor que 22,41 kg (Q_3), e os 25% restantes têm peso acima de 22,41 kg.

Exemplo 8.5 Na empresa Sarandí Ltda., o salário dos funcionários do setor de vendas embute as comissões sobre as vendas realizadas. Tomando como base os salários, a empresa divide os funcionários em quatro categorias:

- os 25% menos produtivos = categoria C;
- os 25% seguintes = categoria B;
- os 25% seguintes mais produtivos = categoria A;
- os 25% restantes = categoria especial.

Quais são os salários limites das categorias estabelecidas pela empresa?

Tabela

Solu
empresca
0%Para
cia, uma

n

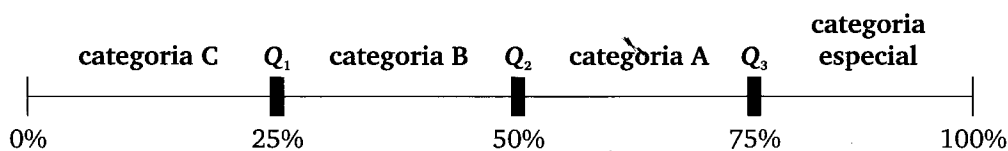
Tabela 8.

1
2
3
4
5
6

Tabela 8.5 *Distribuição salarial dos funcionários do setor de vendas.*

Salário (em reais)	Número de funcionários (f_i)
1.000 — 2.000	3
2.000 — 3.000	14
3.000 — 4.000	18
4.000 — 5.000	10
5.000 — 6.000	6
6.000 — 7.000	3
Total	$n = 54$

Solução: para estabelecer os salários limites das categorias estabelecidas pela empresa, faremos os cálculos dos quartis.



Para posicionar os quartis acrescentamos à tabela de distribuição de frequência, uma coluna com os cálculos da frequência acumulada (vide Tabela 8.6).

$$n = \sum f_i = 54 \text{ funcionários}$$

Tabela 8.6 *Distribuição salarial dos funcionários do setor de vendas – frequência acumulada.*

Salário (em reais)	Número de funcionários (f_i)	Frequência acumulada (Fac)
1.000 — 2.000	3	3
2.000 — 3.000	14	17
3.000 — 4.000	18	35
4.000 — 5.000	10	45
5.000 — 6.000	6	51
6.000 — 7.000	3	54
Total	$n = 54$	

- Cálculo do quartil Q_1 ($k = 1$)

$$\text{Posição } Q_k = \frac{k \times n}{4} \rightarrow \text{Posição } Q_1 = \frac{1 \times 54}{4} = 13,50 \rightarrow \text{Posicionado na segunda classe}$$

A classe do quartil Q_1 é a segunda classe.

$$Q_1 = l_{Q_1} + \left[\frac{\frac{1 \times 54}{4} - Fac_{anterior}}{f_{Q_1}} \right] \cdot h_{Q_1} \rightarrow Q_1 = 2.000 + \left[\frac{13,50 - 3}{14} \right] \cdot 1.000$$

$$Q_1 = \text{R\$ } 2.750,00$$

- Cálculo do quartil Q_2 ($k = 2$)

$$\text{Posição } Q_k = \frac{k \times n}{4} \rightarrow \text{Posição } Q_2 = \frac{2 \times 54}{4} = 27 \rightarrow \text{Posicionado na terceira classe}$$

A classe do quartil Q_2 é a terceira classe.

$$Q_2 = l_{Q_2} + \left[\frac{\frac{2 \times 54}{4} - Fac_{anterior}}{f_{Q_2}} \right] \cdot h_{Q_2} \rightarrow Q_2 = 3.000 + \left[\frac{27 - 17}{18} \right] \cdot 1.000$$

$$Q_2 = \text{R\$ } 3.555,56$$

- Cálculo do quartil Q_3 ($k = 3$)

$$\text{Posição } Q_k = \frac{k \times n}{4} \rightarrow \text{Posição } Q_3 = \frac{3 \times 54}{4} = 40,5 \rightarrow \text{Posicionado na quarta classe}$$

A classe do quartil Q_3 é a quarta classe.

$$Q_3 = l_{Q_3} + \left[\frac{\frac{3 \times 54}{4} - Fac_{anterior}}{f_{Q_3}} \right] \cdot h_{Q_3} \rightarrow Q_3 = 4.000 + \left[\frac{40,5 - 35}{10} \right] \cdot 1.000$$

$$Q_3 = \text{R\$ } 4.550,00$$

R\$ 1.000,

0%

Resp

Exemplo
de funcio
cada cate

O nú
cionários.

25%

Respo

- c
- c
- c
- c

8.2 Deci

Nos de
elementos
coletados.

Os ele

Interpr

- o
- o

m

- o terceiro decil (D_3) separa os primeiros 30% (10% + 10% + 10%) dos elementos da série.

E assim sucessivamente até o decil D_9 .

- O nono decil (D_9) separa os primeiros 90% dos elementos da série.

Os decis $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$ podem ser generalizados pela notação D_k , sendo que o decil considerado é representado por k .

Representação: D_k

- $k = 1 \rightarrow D_1$
- $k = 2 \rightarrow D_2$
- $k = 3 \rightarrow D_3$

e assim sucessivamente até o decil D_9 .

- $k = 9 \rightarrow D_9$

8.2.1 Cálculo dos decis para dados agrupados com intervalo de classe

No cálculo dos decis para dados agrupados com intervalo de classe, utilizam-se técnicas semelhantes àquelas do cálculo dos quartis para dados agrupados com intervalo de classe.

A localização da posição do decil D_k na série é verificada pela frequência acumulada (*Fac*). Sendo assim, devemos acrescentar à tabela de distribuição de frequência uma coluna que contenha os cálculos da frequência acumulada (*Fac*).

Cálculo do decil D_k :

- inicialmente, calcular a posição do quartil Q_k para estabelecer em que classe se localiza o quartil considerado.

$$\text{Posição } D_k = \frac{k \times n}{10}$$

Sendo:

k = número do decil considerado;

$n = \sum f_i$ = número de elementos coletados na pesquisa.

- obtido o resultado para a posição D_k , localize esse valor na coluna da frequência acumulada, para conhecer qual é a classe que corresponde a essa posição. Essa classe recebe o nome de “classe do decil k ”;

• de
fór

Sendo:

$k = d$

$l_{Dk} = l$

Fac_{anter}

$f_{Dk} = f$

$n = nu$

$h_{Dk} = h$

Exemplo 8.7

bre as estatun
período de fé

Calcule e

Tabela 8.7 D

- determinar o valor da variável que corresponde ao decil D_k , através da fórmula a seguir.

$$D_k = l_{DK} + \left[\frac{\frac{k \cdot n}{10} - Fac_{anterior}}{f_{DK}} \right] \cdot h_{DK}$$

Sendo:

k = decil considerado;

l_{DK} = limite inferior do intervalo de classe do decil considerado;

$Fac_{anterior}$ = frequência acumulada da classe anterior à classe do decil considerado;

f_{DK} = frequência (simples) da classe do decil considerado;

n = número total de elementos da amostra;

$h_{DK} = L_{DK} - l_{DK}$ = amplitude do intervalo de classe do decil considerado.

Exemplo 8.7 Uma fábrica de agasalhos infante-juvenil realiza uma pesquisa sobre as estaturas dos adolescentes que participam de um acampamento, durante o período de férias. Os dados obtidos estão representados na Tabela 8.7.

Calcule e interprete os resultados dos decis D_1 ; D_2 ; e D_7 .

Tabela 8.7 *Distribuição de estaturas dos adolescentes.*

i	Estaturas (cm)	Adolescentes (f_i)
1	120 — 130	14
2	130 — 140	19
3	140 — 150	17
4	150 — 160	21
5	160 — 170	16
6	170 — 180	5
	Total	$n = 92$

Solução:

Para facilitar os cálculos, devemos acrescentar à tabela de distribuição de frequência uma coluna que contenha os cálculos da frequência acumulada.

$$n = \sum f_i = 92 \text{ adolescentes}$$

Tabela 8.8 Distribuição de estaturas dos adolescentes – frequência acumulada.

i	Estaturas (cm)	Adolescentes (f_i)	Frequência acumulada (Fac)
1	120 – 130	14	14
2	130 – 140	19	33
3	140 – 150	17	50
4	150 – 160	21	71
5	160 – 170	16	87
6	170 – 180	5	92
	Total	$\sum n = 92$	

Calculam-se os decis D_1 ; D_2 ; e D_7 de forma semelhante ao cálculo dos quartis.

Primeiro decil ($k = 1$): $\frac{1 \times 92}{10} = \frac{92}{10} = 9,2$ (o primeiro decil pertence à primeira classe)

$$D_1 = l_{D_1} + \left[\frac{\frac{1 \times 92}{10} - Fac_{anterior}}{f_{D_1}} \right] \cdot h_{D_1} \rightarrow D_1 = 120 + \left[\frac{9,2 - 0}{14} \right] \cdot 10$$

$$D_1 = 126,57 \text{ cm}$$

Segundo decil ($k = 2$): $\frac{2 \times 92}{10} = 18,4$ (o segundo decil pertence à segunda classe)

$$D_2 = l_{D_2} + \left[\frac{\frac{2 \times 92}{10} - Fac_{anterior}}{f_{D_2}} \right] \cdot h_{D_2} \rightarrow D_2 = 130 + \left[\frac{18,4 - 14}{19} \right] \cdot 10$$

$$D_2 = 132,32 \text{ cm}$$

Sétim

 D_7 D_7

Respo

 $D_1 =$

Interp

• 1

1

d

• 2

1

• 7

15

Exemplo 8
de adoles

O núm
rios. Sendo

10%

Resp

8.3 Perce

Nos per
tal forma q

Os elem

• o p

• o s
me• o t
ele

Sétimo decil ($k = 7$): $\frac{7 \times 92}{10} = 64,4$ (o sétimo decil pertence à quarta classe)

$$D_7 = l_{D_7} + \left[\frac{\frac{7 \times 92}{10} - Fac_{anterior}}{f_{D_7}} \right] \cdot h_{D_7} \rightarrow D_7 = 150 + \left[\frac{64,4 - 50}{21} \right] \cdot 10$$

$$D_7 = 156,86 \text{ cm}$$

Resposta:

$$D_1 = 126,57 \text{ cm}; D_2 = 132,32 \text{ cm}; D_7 = 156,86 \text{ cm}$$

Interpretação dos resultados:

- 10% dos adolescentes (do grupo analisado) têm estatura menor que 126,57cm (D_1), isso significa que os 90% restantes têm estatura acima de 126,57 cm;
- 20% dos adolescentes (do grupo analisado) têm estatura menor que 132,32 cm (D_2), e os 80% restantes têm estatura acima de 132,32 cm;
- 70% dos adolescentes (do grupo analisado) têm estatura menor que 156,86 cm (D_7), e os 30% restantes têm estatura acima de 156,86 cm.

Exemplo 8.8 Mantendo as condições e os dados do Exemplo 8.7, qual o número de adolescentes em cada um dos decis?

O número total de adolescentes é 92 e cada decil abrange 10% dos funcionários. Sendo assim, temos que 10% de 92 é igual a 9,2.

$$10\% \times 92 = 9,2 \text{ adolescentes.}$$

Resposta: são 9,2 adolescentes em cada decil.

8.3 Percentis (P_k)

Nos percentis, a série é dividida em 100 partes iguais ($P_1, P_2, P_3 \dots P_{99}$), de tal forma que cada intervalo do percentil contenha 1% dos elementos coletados.

Os elementos separatrizes da série são: $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots, P_{99}$.

- o primeiro percentil (P_1) separa os primeiros 1% dos elementos da série;
- o segundo percentil (P_2) separa os primeiros 2% (1% + 1%) dos elementos da série;
- o terceiro percentil (P_3) separa os primeiros 3% (1% + 1% + 1%) dos elementos da série.

E assim sucessivamente até o percentil P_{99} .

- O nonagésimo nono percentil (P_{99}) separa os primeiros 99% dos elementos da série.

Os percentis $P_1, P_2, P_3 \dots P_{99}$ podem ser generalizados pela notação P_k , sendo que:

- $k = 1 \rightarrow P_1$
- $k = 2 \rightarrow P_2$
- $k = 3 \rightarrow P_3$

e assim sucessivamente até o percentil P_{99} .

- $k = 99 \rightarrow P_{99}$

8.3.1 Cálculo dos percentis para dados agrupados com intervalo de classe

No cálculo dos percentis para dados agrupados com intervalo de classe, utilizam-se técnicas semelhantes às aquelas do cálculo dos quartis e decis para dados agrupados com intervalo de classe.

A localização da posição do percentil P_k na série é verificada pela frequência acumulada (*Fac*). Sendo assim, devemos acrescentar à tabela de distribuição de frequência uma coluna que contenha os cálculos da frequência acumulada (*Fac*).

Cálculo do percentil P_k .

- Inicialmente, calcular a posição do percentil P_k para estabelecer em que classe se localiza o percentil considerado.

$$\text{Posição } P_k = \frac{k \times n}{100}$$

Sendo:

k = número do percentil considerado;

$n = \sum f_i$ = número de elementos coletados na pesquisa.

- obtido o resultado para a Posição P_k , localize esse valor na coluna da frequência acumulada, para conhecer qual classe corresponde a essa posição. Essa classe recebe o nome de “classe do percentil k ”;
- determinar o valor da variável que corresponde ao percentil Q_k , através da fórmula a seguir.

$$P_k = l_{pk} + \left[\frac{\frac{k \cdot n}{100} - Fac_{anterior}}{f_{pk}} \right] \cdot h_{pk}$$

Sendo:

k = percentil considerado;

l_{pk} = limite inferior do intervalo de classe do percentil considerado;

$Fac_{anterior}$ = frequência acumulada da classe anterior à classe do percentil considerado;

f_{pk} = frequência (simples) da classe do percentil considerado;

n = número total de elementos da amostra;

$h_{pk} = L_{pk} - l_{pk}$ = amplitude do intervalo de classe do percentil considerado.

Exemplo 8.9 Reconsidere o Exemplo 8.7, em que uma fábrica de agasalhos infanto-juvenil realiza uma pesquisa sobre as estaturas dos adolescentes que participam de um acampamento, durante o período de férias. Os dados obtidos estão representados na Tabela 8.9. Calcule e interprete os resultados dos percentis P_3 e P_{58} .

Solução:

Observe que para facilitar os cálculos foi acrescentada à tabela de distribuição de frequência uma coluna com os cálculos da frequência acumulada.

$$n = \sum f_i = 92 \text{ adolescentes}$$

Tabela 8.9 Distribuição de estaturas dos adolescentes – frequência acumulada.

i	Estaturas (cm)	Adolescentes (f_i)	Frequência acumulada (Fac)
1	120 – 130	14	14
2	130 – 140	19	33
3	140 – 150	17	50
4	150 – 160	21	71
5	160 – 170	16	87
6	170 – 180	5	92
	Total	$n = 92$	

Solução:

Calculam-se os percentis P_3 e P_{58} de forma semelhante ao cálculo dos quartis e decis.

Terceiro percentil ($k = 3$): $\frac{3 \times 92}{100} = \frac{276}{100} = 2,76$ (o terceiro percentil pertence à primeira classe)

$$P_3 = l_{p_3} + \left[\frac{\frac{3 \times 92}{100} - Fac_{anterior}}{f_{p_3}} \right] \cdot h_{p_3} \rightarrow P_3 = 120 + \left[\frac{2,76 - 0}{14} \right] \cdot 10$$

$$P_3 = 121,97 \text{ cm}$$

Interpretação do resultado (P_3): 3% dos adolescentes (do grupo analisado) têm estatura menor que 121,87 cm (P_3), isso significa que os 97% restantes têm estatura acima de 121,87 cm.

Quinquagésimo oitavo percentil ($k = 58$): $\frac{58 \times 92}{100} = \frac{5.336}{100} = 53,36$ (o quinquagésimo oitavo percentil pertence à quarta classe)

$$P_{58} = l_{p_{58}} + \left[\frac{\frac{58 \times 92}{100} - Fac_{anterior}}{f_{p_{58}}} \right] \cdot h_{p_{58}} \rightarrow P_{58} = 150 + \left[\frac{53,36 - 50}{21} \right] \cdot 10$$

$$P_{58} = 151,60 \text{ cm}$$

Interpretação do resultado (P_{58}): 58% dos adolescentes (do grupo analisado) têm estatura menor que 151,60 cm (P_{58}); isso significa que os 42% restantes têm estatura acima de 151,60 cm.

Exercícios

- Foi realizada uma pesquisa sobre o salário dos funcionários de uma empresa. A faixa salarial em estudo pelo RH da empresa estabelece que se despreze os 15% dos salários mais elevados e os 20% dos salários de menor valor. Quais das opções a seguir representa a faixa salarial em estudo pelo RH?
 - intervalo salarial entre os valores de P_{15} e P_{85} ;
 - intervalo salarial entre os valores de P_{20} e P_{15} ;

- c) intervalo salarial entre os valores de P_{15} e P_{80} ;
 - d) intervalo salarial entre os valores de P_{20} e P_{85} ;
 - e) intervalo salarial entre os valores de P_{20} e P_{80} .
2. Uma empresa registrou a duração das chamadas telefônicas interurbanas. Desprezando-se as contas de menor duração que correspondam a 25% do total de chamadas e as contas de maior duração que correspondam a 25% do total de chamadas, indique qual das opções abaixo representa as chamadas restantes?
- a) intervalo entre os valores de P_{25} e P_{25} ;
 - b) intervalo entre os valores de P_{75} e Q_3 ;
 - c) intervalo entre os valores de Q_1 e P_{25} ;
 - d) intervalo entre os valores de P_{25} e Q_1 ;
 - e) Intervalo entre os valores de Q_1 e Q_3 .
3. Num concurso, foram classificados 50% dos candidatos que alcançaram as maiores notas. A medida estatística que melhor representa a nota de corte é:
- a) desvio padrão;
 - b) mediana;
 - c) média aritmética;
 - d) valor modal;
 - e) primeiro quartil.
4. Numa corrida de 200 metros rasos, foram classificados 25% dos corredores que alcançaram os melhores tempos. A medida estatística que melhor representa tempo de corte é:
- a) mediana;
 - b) terceiro quadril;
 - c) média aritmética;
 - d) desvio padrão;
 - e) primeiro quartil.
5. A produção de tarugos para fabricação de pinos para fixação de rolamentos nas rodas de alguns veículos de transporte de peças para uma linha de montagem passa pelo controle de qualidade, sendo rejeitados os tarugos com comprimento inferior a 200 mm e superior a 300 mm. Numa amostra testada, o número de tarugos rejeitados foi de 15% por estarem abaixo do limite inferior e de 24% por estarem acima do limite superior de aprovação. Qual

- das opções a seguir corresponde ao número de tarugos aprovados na amostra em questão?
- intervalo entre os valores de P_{24} e P_{15} ;
 - intervalo entre os valores de P_{24} e P_{76} ;
 - intervalo entre os valores de P_{15} e P_{76} ;
 - intervalo entre os valores de P_{15} e P_{85} ;
 - intervalo entre os valores de P_{24} e P_{85} .
6. Uma empresa de cosméticos conta com 240 vendedores, os 20 vendedores com as menores comissões estão localizados:
- abaixo do percentil P_6 ;
 - acima do percentil P_{41} ;
 - entre o quartil Q_1 e a mediana M_d ;
 - abaixo do percentil P_{30} ;
 - acima do quartil Q_3 .
7. Em uma série ordenada, o percentual de elementos que fica à direita de P_{30} é:
- 30%;
 - 50%;
 - 70%;
 - 80%;
 - 10%.
8. Em uma série ordenada, o percentual de elementos que fica à esquerda de Q_1 é:
- 50%;
 - 25%;
 - 45%;
 - 65%;
 - 75%.
9. Qual das opções representa o percentual de elementos de uma série ordenada que se situam entre P_{28} e P_{54} ?
- 26%;
 - 46%;
 - 28%;
 - 41%;
 - 37%.

10.

11. U

a

a

e

P

L

a

b

c

d

e

12. C

a)

b)

c)

d)

e)

f)

13. Ca

a)

b)

c)

d)

e)

14. Un

no

for

10. Considere uma série ordenada de 300 elementos. Calcule o número aproximado de elementos que se localizam abaixo de P_{41} .
- 82;
 - 123;
 - 164;
 - 110;
 - 215.
11. Um grupo de pedagogos estuda a influência da Internet no desempenho de alunos do ensino fundamental. Como parte do levantamento realizado, foi anotado o número de horas na Internet gastas pelos alunos participantes do estudo. Desprezando-se os 22% dos tempos de maior valor e os 28% dos tempos de menor valor, qual das opções irá representar a faixa de tempo gasta na Internet em estudo pelos pedagogos?
- intervalo entre os valores de P_{22} e P_{72} ;
 - intervalo entre os valores de P_{28} e P_{72} ;
 - intervalo entre os valores de P_{28} e P_{78} ;
 - intervalo entre os valores de P_{22} e P_{78} ;
 - intervalo entre os valores de P_{22} e P_{28} .
12. Calcule a mediana, o primeiro e o terceiro quartil das séries abaixo:
- 34; 38; 39; 41; 41; 46; 47; 47; 50; 52;
 - 46; 51; 59; 61; 62; 65; 68; 70;
 - 3; 4; 4; 5; 5; 5; 6; 7; 8; 8; 9; 10; 10; 12;
 - 20; 17; 24; 17; 20; 22; 11; 19; 21; 16; 25; 18, 17;
 - 9; 7; 8; 6; 10; 3; 5;
 - 15; 12; 7; 9; 14; 10; 11; 13; 16.
13. Calcule a média, a moda e a mediana e os três quartis das séries a seguir:
- 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; 21; 23; 25;
 - 12; 12; 13; 14; 15; 15; 15; 16; 17; 17; 18; 19; 20; 20; 20; 20; 21; 22;
 - 9; 20; 2; 15; 7; 10; 20; 2; 6; 18; 20; 7;
 - 3; 67; 28; 19; 37; 5; 28; 54; 45; 13; 14; 10; 29; 20;
 - 12,3; 16,7; 13,1; 18,0; 15,3; 17,6.
14. Uma loja de calçados estabelece um prêmio para seus vendedores, com base no desempenho de vendas de determinada marca de sapato feminino. Dessa forma, a empresa decidiu conceder um prêmio para os 25% dos vendedores,

24. Um estudo sobre o comportamento da fila de espera numa loja de uma operadora de telefonia celular revelou os dados conforme Tabela 8.10.

Tabela 8.10 *Distribuição do tempo na fila de espera.*

i	Tempo de espera em minutos (x_i)	Número de clientes (f_i)
1	5	4
2	10	11
3	15	19
4	20	24
5	25	18
6	30	13
X	Total	$n =$

Calcule:

- O valor da média aritmética.
 - O valor da moda.
 - O valor da mediana.
 - O valor do primeiro e do terceiro quartil.
25. A Tabela 8.11 apresenta a quantidade de clientes pessoa jurídica (PJ) de uma agência bancária e o número de produtos que utilizam.

Tabela 8.11 *Distribuição dos produtos utilizados.*

Número de produtos utilizados (x_i)	Número de clientes (f_i)
4	650
5	730
6	810
7	950
Total	$n = 3.140$

- Determinar a média de produtos por cliente.
- Determinar o valor modal de produtos por cliente.

- c) Determinar o valor mediano de produtos por cliente.
 d) Determinar o valor do primeiro e do terceiro quartil.
26. A federação nacional de atletismo extraiu dos dados biométricos de seus atletas as respectivas alturas, apresentadas na Tabela 8.12. Calcule:
- a) O valor da média aritmética.
 b) O valor da moda.
 c) O valor da mediana.
 d) O valor do primeiro e do terceiro quartis.

Tabela 8.12 *Distribuição das alturas dos atletas.*

i	Atura dos atletas (em cm)	Número de atletas (f_i)
1	160	2
2	165	5
3	170	7
4	175	12
5	180	17
6	185	9
7	190	3
X	Total	$n = 55$

27. Foi realizada uma pesquisa em um hospital, durante 30 dias, relativa a leitos ociosos, tendo sido obtida a distribuição a seguir:

Tabela 8.13 *Distribuição dos leitos disponíveis.*

Número de leitos disponíveis/dia (x_i)	Número de dias (f_i)
0	7
1	10
2	6
3	5
4	2
Total	$n = 30$

- a) Qual é a média de leitos ociosos por dia?
- b) Qual é a maior frequência de leitos ociosos por dia?
- c) Qual é o valor mediano de leitos ociosos por dia?
- d) Determine o valor do primeiro e do terceiro quartis.
28. Uma construtora, interessada no estudo da rotatividade de parte da mão de obra por ela empregada, levantou o número de empregos ocupados por seus operários especializados, nos últimos 5 anos. Os dados obtidos constam na Tabela 8.14.

Tabela 8.14 *Distribuição do número de empregos.*

Número de empregos (x_i)	Número de operários (f_i)
1	150
2	200
3	75
4	50
5	25
Total	$n = 500$

- a) Qual é o número médio de empregos ocupados por operário especializado, nos últimos 5 anos?
- b) Até quantos empregos foram ocupados pelos 50% de operários que tiveram menor número de empregos?
- c) Até quantos empregos foram ocupados pelos 25% de operários que tiveram menor número de empregos?
- d) Qual é o número mais frequente de empregos ocupados pelos operários especializados?
29. Uma empresa de manutenção mecânica observou em seus registros o tempo de mão de obra gasto na revisão dos motores de motos. O seguinte quadro foi obtido:

Tabela 8.15 *Distribuição do tempo de mão de obra (em minutos).*

i	Tempo de mão de obra	Número de motores revisados
1	0 — 30	9
2	30 — 60	22
3	60 — 90	13
4	90 — 120	14
5	120 — 150	8
X	Total	$n = 66$

- Calcular o número médio de horas de mão de obra para revisão de cada motor.
 - Calcular o número mediano de horas de mão de obra para revisão de cada motor.
 - Calcular os quartis Q_1 e Q_3 .
 - Calcular os decis D_2 e D_9 .
 - Calcular os percentis P_2 e P_{81} .
30. Visando subsidiar os estudos referentes aos salários de seus funcionários, a empresa Aflamar Sêguros Ltda. solicitou uma pesquisa relativa à folha de pagamento de seus funcionários. A Tabela 8.16 dá a distribuição salarial dos funcionários de determinada empresa.

Tabela 8.16 *Distribuição do número de salários-mínimos.*

i	Número de salários-mínimos	Número de funcionários da empresa (f_i)
1	1 — 3	12
2	3 — 5	17
3	5 — 7	21
4	7 — 9	27
5	9 — 11	18
6	11 — 13	12
7	13 — 15	9
8	15 — 16	4
X	Total	$n = 120$

- a) Calcule a média aritmética.
 - b) Calcule a moda.
 - c) Calcule a mediana.
 - d) Calcule o primeiro e o terceiro quartil.
 - e) Calcule os decis: D_1 ; D_2 ; D_3 e D_4 .
 - f) Calcule os percentis: P_5 ; P_{37} ; P_{82} e P_{99} .
 - g) Qual o percentual de funcionários com salário abaixo de 11 salários-mínimos?
 - h) Qual o percentual de funcionários com salário igual ou acima de 13 salários-mínimos?
 - i) Qual o percentual de funcionários com salário igual ou acima de 9 salários-mínimos?
 - j) Qual o percentual de funcionários com salário abaixo de 7 salários-mínimos?
31. Com o objetivo de basear os estudos referentes ao próximo reajuste dos salários de seus funcionários, uma empresa de produtos eletrônicos solicitou uma pesquisa ao seu departamento de pessoal. A Tabela 8.17 dá a distribuição salarial dos funcionários dessa empresa.

Tabela 8.17 *Distribuição dos salários mensais.*

i	Salários mensais (em reais)	Número de operários (f_i)
1	700 — 850	12
2	850 — 1.000	17
3	1.000 — 1.150	28
4	1.150 — 1.300	22
5	1.300 — 1.450	17
6	1.450 — 1.600	11
7	1.600 — 1.750	8
X	Total	$n = 115$

- a) Qual a variável em estudo?
- b) Essa variável é qualitativa, quantitativa discreta ou quantitativa contínua?
- c) Qual o valor da amplitude total da distribuição?
- d) Qual o valor da amplitude de cada classe?

- e) Calcular o valor do salário médio.
 f) Calcular o valor do salário modal.
 g) Calcular o valor do salário mediano.
 h) Calcular os decis: D_6 ; D_8 .
 i) Calcular os percentis: P_{39} ; P_{88} .
 j) Qual o intervalo salarial de 50% dos funcionários de menor salário?
 k) Qual o intervalo salarial de 50% dos funcionários de maior salário?
 l) Qual o intervalo salarial de 25% dos funcionários de menor salário?
 m) Qual o intervalo salarial de 25% dos funcionários de maior salário?
 n) Qual o intervalo salarial de 10% dos funcionários de menor salário?
 o) Qual o intervalo salarial de 35% dos funcionários de menor salário?
 p) Qual o intervalo salarial de 10% dos funcionários de maior salário?
 q) Qual o intervalo salarial de 40% dos funcionários de maior salário?
32. Visando avaliar o desempenho dos operários que montam determinado componente utilizado na montagem de fogões, a fábrica de fogões Dactor Ltda. providenciou um teste a ser executado por esses operários em que era medido o tempo gasto por cada operário na montagem desse componente. O resultado desse teste foi registrado na forma da Tabela 8.18:

Tabela 8.18 *Distribuição do tempo de mão de obra.*

i	Tempo de mão de obra (em minutos)	Funcionários (f_i)
1	0 — 20	14
2	20 — 40	28
3	40 — 60	36
4	60 — 80	40
5	80 — 100	22
X	Total	$n = 140$

- a) Calcular o número médio de horas de mão de obra para a montagem desse componente.
 b) Qual o intervalo de tempo gasto pelos 25% dos funcionários de menor desempenho?
 c) Qual o intervalo de tempo gasto pelos 25% dos funcionários de maior desempenho?

- d) Qual o intervalo de tempo gasto pelos 10% dos funcionários de menor desempenho?
- e) Qual o intervalo de tempo gasto pelos 10% dos funcionários de maior desempenho?
- f) Qual o intervalo de tempo gasto pelos 50% dos funcionários de menor desempenho?
- g) Qual o intervalo de tempo gasto pelos 50% dos funcionários de maior desempenho?
33. Os habitantes de Paraisópolis reclamaram do mau cheiro do ar na cidade, proveniente do rio que corta a cidade. Observou-se que uma indústria sucroalcooleira lançava seus resíduos industriais nesse rio, causando a morte de espécies aeróbicas da fauna por asfixia (eutrofização). Para fins de monitoramento da qualidade da água do rio, o órgão ambiental passou a colher amostras de água e a avaliar a qualidade da mesma diariamente. As amostras em questão continham um litro de água e foram utilizadas para determinação do percentual de ácido sulfídrico (H_2S) por litro (vide Tabela 8.19).

Tabela 8.19 Distribuição do Teor de H_2S (%).

i	Teor de H_2S (%)	Número de amostra (f_i)
1	1 — 3	8
2	3 — 5	19
3	5 — 7	15
4	7 — 9	10
5	9 — 11	8
X	Total	$n = 140$

- a) Qual é o percentual de amostras cujo teor de H_2S é superior a 7%?
- b) Qual é o teor médio de H_2S contido no conjunto das amostras?
- c) Qual é o teor mediano de H_2S contido no conjunto das amostras?
- d) Qual é o intervalo de teores de H_2S que corresponde a 25% das amostras com os menores teores de H_2S ?
- e) Qual é o intervalo de teores de H_2S que corresponde a 70% das amostras com os menores teores de H_2S ?
- f) Qual é o intervalo de teores de H_2S que corresponde a 25% das amostras com os maiores teores de H_2S ?

34. Visando melhorar a produção de seu departamento de manufatura, a indústria de peças Microtauro S.A. resolveu implantar um programa de treinamento e incentivo para os operários da produção. Assim sendo, com base no desempenho desses operários, classificou-os em ordem crescente de desempenho e distribuiu-os nas categorias a seguir.

Categoria 1: menor desempenho – os 25% do total de operários que obtiveram o menor desempenho no grupo.

Categoria 2: desempenho regular – os 25% do total de operários com desempenho imediatamente superior ao da categoria 1.

Categoria 3: desempenho bom – os 25% do total de operários com desempenho imediatamente superior ao da categoria 2.

Categoria 4: desempenho elevado – os 25% do total de operários que obtiveram o maior desempenho no grupo.

A partir dessa classificação, a empresa pretende dar um treinamento especial para os operários incluídos na categoria 1 e premiar os operários incluídos na categoria 4.

Sabendo que os dados da pesquisa foram apresentados conforme a tabela de frequência abaixo, calcular os intervalos da escala de desempenho que determinarão os operários que deverão ser submetidos a treinamento e os operários habilitados a receber o prêmio.

Tabela 8.20 *Escala de medida de desempenho.*

i	Escala de medida de desempenho	Número de operários (f_i)
1	0 — 10	16
2	10 — 20	27
3	20 — 30	35
4	30 — 40	42
5	40 — 50	24
X	Total	$n = 144$

35. Os avestruzes são de origem egípcia, podem atingir 2,8 m de altura e pesar acima de 150 kg, alguns vivem até os 70 anos. A criação de avestruzes iniciou-se no Brasil a partir dos anos de 95/96. Um grupo de biólogos está interessado em estudar a adaptação dessas aves em nosso país; para tanto, selecionou uma amostra de 500 avestruzes adultos, com 20 anos de vida. Pretende-se classificá-los de acordo com o peso do seguinte modo: 20% dos mais leves como pequenos, os 40% seguintes como médios, os 30% seguin-

tes como grandes e os 10% mais pesados como extras. Levando em conta a distribuição dos pesos coletados registrados na Tabela 8.21, quais os limites de peso para cada classificação? (sugestão calcule os percentis).

Tabela 8.21 *Distribuição do peso dos avestruzes.*

i	Peso (kg)	Número de avestruzes (f_i)
1	50 — 75	17
2	75 — 100	108
3	100 — 125	168
4	125 — 150	153
5	150 — 175	54
X	Total	$n = 500$

36. Uma rede de lojas de eletrodomésticos tem um gasto salarial com seus funcionários de acordo com a Tabela 8.22. Complete essa tabela e calcule:

Tabela 8.22 *Gasto salarial de uma rede de lojas de eletrodomésticos com os seus funcionários.*

i	Número de salários-mínimos	Número de funcionários (f_i)
1	0 — 2	14
2	2 — 4	28
3	4 — 6	19
4	6 — 8	15
5	8 — 10	16
6	10 — 12	17
7	12 — 14	13
8	14 — 16	9
9	16 — 18	6
10	18 — 20	3
	Total	140

- a) A média dos salários.
b) A moda e a mediana.

5. c
6. d
7. c
8. b
9. a
10. b
11. c
12. a) $M_d = 43,5$; $Q_1 = 39$; $Q_3 = 47$; b) $M_d = 61,5$; $Q_1 = 55$; $Q_3 = 66,5$; c) $M_d = 6,5$; $Q_1 = 5$; $Q_3 = 9,5$; d) $M_d = 19$; $Q_1 = 17$; $Q_3 = 21,5$; e) $M_d = 7$; $Q_1 = 5$; $Q_3 = 9$; f) $M_d = 12$; $Q_1 = 9,5$; $Q_3 = 14,5$.
13. a) $\bar{x} = 13$; $M_o = \phi$ (série amodal); $M_d = 13$; $Q_1 = 6$; $Q_2 = 13$ e $Q_3 = 20$; b) $\bar{x} = 17$; $M_o = 20$; $M_d = 17$; $Q_1 = 15$; $Q_2 = 17$ e $Q_3 = 20$; c) $\bar{x} = 11,33$; $M_o = 20$; $M_d = 9,5$; $Q_1 = 6,5$; $Q_2 = 9,5$ e $Q_3 = 19$; d) $\bar{x} = 26,57$; $M_o = 28$; $M_d = 24$; $Q_1 = 13$; $Q_2 = 24$ e $Q_3 = 37$; e) $\bar{x} = 15,5$; $M_o = \phi$ (série amodal); $M_d = 16$; $Q_1 = 13,1$; $Q_2 = 16$ e $Q_3 = 17,6$.
14. A partir de R\$ 2.600,00.
15. P_{34} ; Q_1 ; P_4 .
16. P_{87} ; P_{86} .
17. P_{87} ; Q_2 ; P_{26} ; Q_3 ; P_{50} ; P_{63} .
18. P_{21} ; Q_1 ; P_{33} ; Q_2 ; P_7 .
19. a) 30 elementos; b) 72 elementos; c) 60 elementos; d) 78 elementos.
20. a) 50 elementos; b) 142 elementos; c) 100 elementos; d) 44 elementos.
21. a) 25% ; b) 10%; c) 38% ; d) 50%; e) 81%; f) 75%; g) 29%.
22. a) 60%; b) 25%; c) 75%; d) 16%; e) 50%; f) 92%; g) 38%.
23. a) 50%; b) 25%; c) 62%; d) 50%; e) 55%.
24. a) 19,49 min; b) 20 min; c) 20 min; d) 15 min; 25 min.
25. a) 5,66 produtos; b) 7 produtos; c) 6 produtos; d) 5 produtos; 7 produtos.
26. a) 176,91cm; b) 180 cm; c) 180 cm; d) 170 cm, 180 cm.
27. a) 1,5 leito ocioso/dia ; b) 1 leito ocioso/dia; c) 1 leito ocioso/dia; d) 1 leito ocioso/dia e 2 leitões ociosos/dia.
28. a) 2,2 empregos; b) 2 empregos; c) 2 empregos; d) 1 emprego; 3 empregos.
29. a) 70,46 min; b) 64,62 min; c) 40,23 min e 101,79 min; d) 35,73 min e 125,25 min; e) 4,4 min; 110,27 min.

30. a) 7,9 s.m.; b) 7,8 s.m.; c) 7,74 s.m.; d) 5,10 s.m. e 10,44 s.m.; e) 3 s.m.; 4,41 s.m.; 5,67 s.m.; 6,81 s.m.; f) 2 s.m.; 6,47 s.m.; 11,57 s.m.; 16,4 s.m.; g) 19,17%; h) 10,83%; i) 35,83%; j) 41,67%.
31. a) Salário mensal; b) variável quantitativa contínua; c) R\$ 1.050,00; d) R\$ 150,00; e) R\$ 1.179,35; f) R\$ 1.097,06; g) R\$ 1.153,41; h) R\$ 1.231,82 e R\$ 1.414,71; i) R\$ 1.084,91 e R\$ 1.520,91; j) entre R\$ 700,00 e R\$ 1.153,41; k) entre R\$ 1.153,41 e R\$ 1.750,00; l) entre R\$ 700,00 e R\$ 997,79; m) entre R\$ 1.363,97 e R\$ 1.750,00; n) entre R\$ 700,00 e R\$ 843,75; o) entre R\$ 700,00 e R\$ 1060,27; p) entre R\$ 1.552,27 e R\$ 1.750,00; q) entre R\$ 1.231,82 e R\$ 1.750,00.
32. a) 54 min; b) entre 0 e 35 min; c) entre 73,5 e 100 min; d) entre 0 e 20 min; e) entre 87,27 e 100 min; f) entre 0 e 55,56 min; g) entre 55,56 e 100 min.
33. a) 30%; b) 5,7 % de teor de H_2S ; c) 5,4 % de teor de H_2S ; d) entre 1 e 3,74% de teor de H_2S ; e) entre 1 e 7% de teor de H_2S ; f) entre 7,6 e 11 de teor de H_2S .
34. Os operários com desempenho inferior a 17,41 deverão receber treinamento e os operários com desempenho superior a 37,14 estarão habilitados a receber o prêmio.
35. Pequenos: entre 50 e 94,21 kg; médios: entre 94,21 e 126,14 kg; grandes: entre 126,14 e 151,85 kg; extras: entre 151,85 e 175 kg.
36. a) 7,8 s.m.; b) 3,22 s.m. e 8,2 s.m.; c) 3,5 s.m.; 8,2 s.m.; 11,53 s.m.; d) 3 s.m.; 9 s.m.; 14,89 s.m.; e) 2,8 s.m.; 3,9 s.m.; 8,65 s.m.; 11,04 s.m.; 15,82 s.m.; f) entre 0 e 8,2 s.m.; g) entre 8,2 e 20 s.m.; h) entre 0 e 3,5 s.m.; i) entre 11,53 e 20 s.m.; j) entre 0 e 2 s.m.; k) entre 0 e 4,74 s.m.; l) entre 14,89 e 20 s.m.; m) entre 9 e 20 s.m.
37. Os vendedores receberão o prêmio a partir de uma venda de R\$ 24.687,50 (Q_3).

Medi Varia

A inter
de estudos,
quartis e pe
conclusões
do grupo e
a variação
se dizer qu
menor a dis
do conjunto

As med
sentativida

Das me

- am
- var
- co

9.1 Ampli

- Cál
- pac
- sér
- A_7