

PSI.3214 - LABORATÓRIO DE INSTRUMENTAÇÃO ELÉTRICA

ERROS NA TDF

L.Q.O. ; D.C; V.H.N.

1 - Os principais erros na TDF:

Na prática da análise de Fourier de sinais periódicos pela TDF aparecem vários tipos de erros, decorrentes essencialmente de:

- Erros instrumentais na medida das amostras;
- Impossibilidade de atender exatamente às condições sobre número de pontos usados para a análise e sobre a taxa de amostragem mínima;
- Erros numéricos ou computacionais.

Quando se usam osciloscópios digitais, a conversão analógico-digital (A/D) introduz um erro instrumental importante, decorrente dos *ruídos* introduzidos na conversão. Para avaliar estes ruídos e reduzir seu efeito, os osciloscópios digitais permitem dois tipos de visualização dos sinais:

- *Normal*, em que é feita só uma amostragem do sinal;
- *Média* (“*average*”), em que cada amostra corresponde à média de um número escolhido de amostras tomadas sincronicamente, sobre o mesmo ponto da tela do osciloscópio, mas em períodos sucessivos do sinal.

Vamos apresentar em seguida uma discussão sucinta dos principais erros não instrumentais, ou seja, o que acontece quando não são atendidas as condições para que os coeficientes calculados pela TDF sejam iguais aos da série de Fourier: os erros de vazamento e os erros de recobrimento.

1.1 - ERROS DE VAZAMENTO:

Tomando-se para cálculo da TDF uma duração de *janela* T_a diferente de um número inteiro de períodos do sinal periódico, conforme indicado na figura 1(a), aparece uma descontinuidade no sinal representado pela inversa da TDF, ocasionando o *erro de vazamento* (“*leakage error*”). Quer

Anexo 2

dizer, a TDF vai tentar aproximar a série de Fourier do sinal da figura 1(b). Veja que aparece uma descontinuidade, que dá origem a componentes espúrios de frequência alta. A forma de evitar este erro é, naturalmente, fazer com que $T_d = n_p T$, com n_p inteiro.

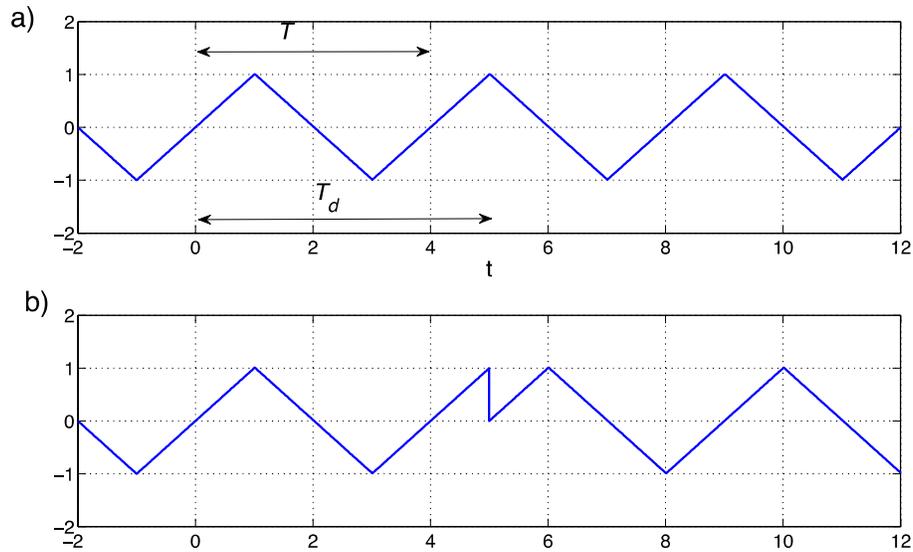


Figura 1 - A origem dos erros de vazamento.

Pela natureza discreta da amostragem e por limitações instrumentais nem sempre será possível satisfazer exatamente a esta condição. Trabalhando com cuidado, será possível satisfazê-la com um erro inferior a um período T_a de amostragem.

Um dos efeitos do erro de vazamento na análise espectral é conhecido como *efeito cerca* (“*picket fence effect*”), que pode ser ilustrado da seguinte maneira: suponhamos que uma onda periódica, com frequência fundamental de exatamente 500 Hz e, portanto, com harmônicos em $k \times 500$ Hz (k inteiro) é amostrada numa janela com $T_d = 23,5$ ms. É claro que aparecerá aqui um erro de vazamento, pois a amostragem não foi feita num número inteiro de períodos. O componente fundamental da TDF estará na frequência $f_d = 42,5532$ Hz. O componente de 500 Hz não pode, no entanto, aparecer nesse espectro, por não ser múltiplo inteiro de f_d ; em vez dele, aparecerão dois componentes, respectivamente em $42,5532 \times 11 = 468,0851$ Hz e $42,5532 \times 12 = 510,6383$ Hz, que, de fato, “cercam” o componente de 500Hz, que não aparece nesta análise (ver figura 2).

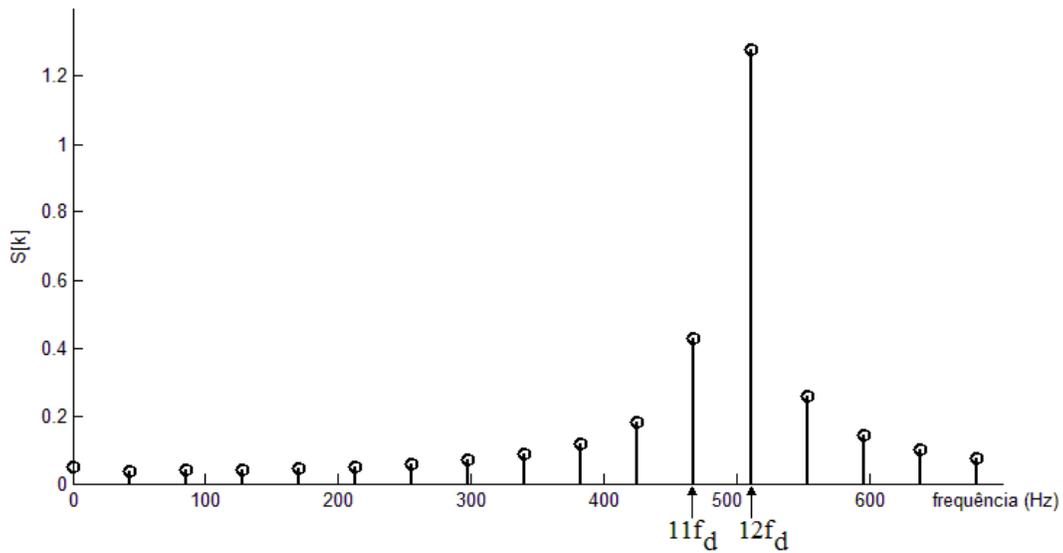


Figura 2 – Efeito cerca resultante da TDF aplicada a 11,75 períodos de uma onda triangular de frequência 500 Hz. A frequência fundamental do sinal não é representada por uma raia em $11,75.f_d = 500,00$ Hz, mas é “cercada” pelos componentes nas frequências múltiplas da resolução espectral $11.f_d = 468,0851$ Hz e $12.f_d = 510,6383$ Hz.

1.2 - ERROS DE REBATIMENTO (OU RECOBRIMENTO):

Se o sinal a ser analisado contiver componentes espectrais com frequência maior que a metade da frequência de amostragem, ocorre o *erro de rebatimento ou de recobrimento* (“*aliasing*”). Como indicado na figura 3, estas frequências altas serão sub-amostradas, dando origem a um falso componente de frequência baixa.

Sendo f_a a frequência de amostragem, a frequência

$$(1) \quad f_R = f_a / 2$$

é chamada *frequência de rebatimento*.

Um componente do sinal com frequência $f > f_R$ (ou seja, $f > f_a/2$) gerará, no espectro da TDF, componentes espúrios nas frequências

$$(2) \quad f_e = 2 m f_R - f = m f_a - f, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

para ($f_e < f_R$). (Por exemplo, $m = 1$, se f estiver no intervalo ($f_a \pm f_d/2$)).

A correção dos erros de rebatimento não pode ser feita depois da amostragem. Praticamente, basta notar que estes erros serão desprezíveis se os componentes espectrais fornecidos pela TDF se anularem (ou ficarem desprezíveis) a partir de alguma frequência menor que f_R . Para eliminar um possível erro de recobrimento faz-se o sinal passar por um *filtro antirecobrimento* (“*anti-aliasing*”) antes da amostragem. Este filtro deve ter uma frequência de corte menor que f_R . Assim, por exemplo, na gravação de discos compactos digitais de áudio, o sinal passa por um filtro passa-baixas com frequência de corte igual a 20 kHz, antes de ser amostrado.

Além desses erros inerentes à TDF, aparecem ainda erros de cálculo numérico. Num programa adequado estes erros serão desprezíveis em face dos anteriores.

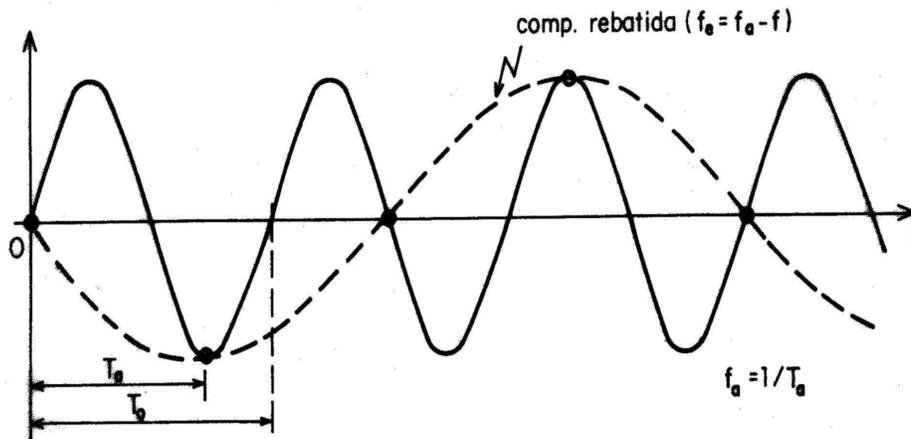


Figura 3 - Erro de rebatimento.

Para diminuir o erro de rebatimento, ao menos até um certo harmônico, podemos fazer o seguinte:

- Aumentar o número de amostras por período; ou
- Antes de amostrar, passar o sinal de tempo contínuo por um *filtro passa-baixas* (*filtro antirecobrimento*) adequado, que elimina (ou, pelo menos, reduz muito) os harmônicos mais elevados do sinal.

Anexo 5

Bibliografia:

- [1] - ORSINI, L. Q., CONSONNI, D., *Curso de Circuitos Elétricos*, vol. 2, S. Paulo, Ed. Blucher, 2004.
- [2] – NASCIMENTO, V.H., *Introdução à Análise de Fourier*. Apostila do curso PSI3214, EPUSP, 2015.
- [3] – NASCIMENTO, V. H., *Exemplos com Séries de Fourier*. Apostila do curso PSI3214, EPUSP, 2015.