

PMR3404 – Controle I  
Projeto de Laboratório

DRONE E CARGA

1. Descrição

Deseja-se controlar a posição vertical de uma carga acoplada a um quadricóptero, representado em duas dimensões. Nesta idealização, a altura e atitude do drone são controlados por meio de propulsores verticais. A carga, considerada pontual, está pendurada por meio de um cabo modelado por uma mola cuja rigidez deve ser levada em consideração. O objetivo do sistema de controle é manter a carga numa altitude desejada independente de distúrbios.

2. Modelo matemático

A Figura 1 ilustra o sistema. O quadricóptero possui massa  $M$ ; a carga possui massa  $m$ . A mola possui comprimento livre  $L_0$  e rigidez  $k$ . As posições horizontais, verticais e a atitude da aeronave são consideradas medidas em tempo real, assim como a posição vertical da caixa.

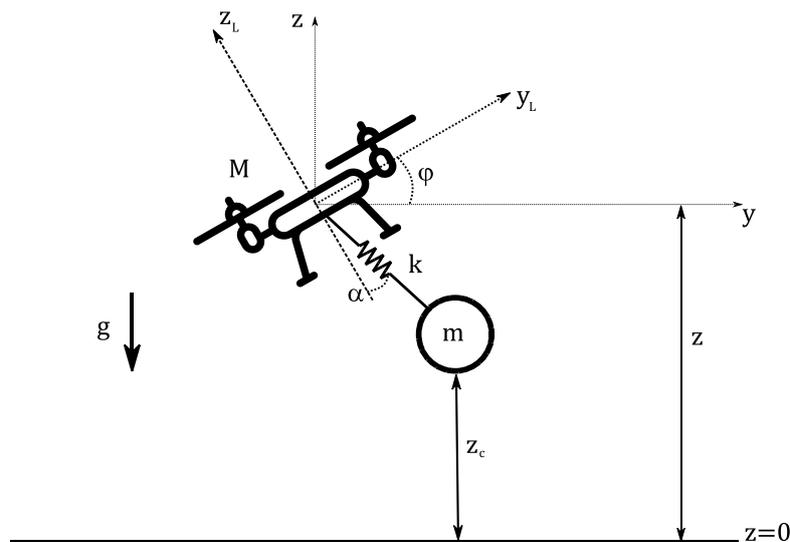


Figura 1 - Esquema do drone e carga

2.1. Equações de movimento

A equação de movimento vertical do drone, representada em coordenadas globais é dada por

$$M\ddot{z} = -Mg + C_z \sin(\varphi) \cos(\varphi) \dot{y} - C_z \cos^2(\varphi) \dot{z} - F_T \cos(\alpha + \varphi) + (F_1 + F_2) \cos(\varphi)$$

Na qual  $z(t)$  é a posição vertical do centro de massa do drone,  $g$  é a aceleração gravitacional constante,  $C_z$  é um coeficiente de arrasto

aerodinâmico,  $\varphi(t)$  é o ângulo de rolagem, e  $\alpha(t)$  é o ângulo entre o cabo da carga e o eixo vertical do drone, dado por

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi - \beta$$

E

$$\beta = \text{atan}\left(\frac{z - z_c}{y_c - y}\right)$$

As forças  $F_1$  e  $F_2$  são o empuxo líquido provocado pelos rotores de cada lado. A força  $F_T$  é a reação da mola, dada por

$$F_T = k \left[ \sqrt{(z - z_c)^2 + (y - y_c)^2} - L_0 \right]$$

Na qual  $z_c(t)$  é a posição vertical da carga,  $y_c(t)$  é a posição horizontal da mesma e  $y(t)$  é a posição horizontal do drone medida no sistema de coordenadas global. A equação de movimento neste eixo é dada por

$$M\ddot{y} = -C_z \sin^2(\varphi) \dot{y} + C_z \sin(\varphi) \cos(\varphi) \dot{z} + F_T \sin(\alpha + \varphi) - (F_1 + F_2) \sin(\varphi)$$

A equação de movimento da atitude do drone é dada por

$$J\ddot{\varphi} = (F_2 - F_1)d$$

Na qual  $J$  é o momento de inércia do drone em relação ao eixo  $x$  e  $d$  a distância entre os rotores e o centro de massa do quadricóptero.

Por fim, a equação de movimento da carga é dada por

$$\begin{cases} m\ddot{z}_c = F_T \cos(\alpha + \varphi) - mg \\ m\ddot{y}_c = -F_T \sin(\alpha + \varphi) \end{cases}$$

## 2.2. Atuadores

As forças  $F_1$  e  $F_2$  são forças líquidas nos propulsores, dadas por

$$F_1 = F_{FE} + F_{TE}$$

E

$$F_2 = F_{FD} + F_{TD}$$

Nos quais  $F_{FE}$  e  $F_{TE}$  são as forças de empuxo dos propulsores frontal e traseiro esquerdos, respectivamente, e  $F_{FD}$  e  $F_{TD}$  são as forças de empuxo dos propulsores frontal e traseiro direitos, respectivamente. A força de empuxo de cada propulsor é função de sua rotação, dada por

$$F_{IJ} = C_T \rho A r^2 \omega_{IJ}^2, \quad I = F, T \text{ e } J = E, D$$

Onde  $C_T$  é o coeficiente de empuxo adimensional da hélice,  $\rho$  é a densidade do ar,  $A = \pi r^2$  é a área do disco do rotor e  $r$  é o raio da hélice.

### 2.3. Parâmetros

Parâmetro	Valor
Massa do quadrirrotor $M$	$0.068 \text{ kg}$
Momento de Inércia $J$	$0.0686 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
Coeficiente de arrasto $C_z$	$1 \times 10^{-3} \text{ N.s/m}$
Distância entre rotores e CM $d$	$0.0441 \text{ m}$
Massa da carga $m$	$0.01 \text{ kg}$
Comprimento Livre da mola $L_0$	$0.5 \text{ m}$
Rigidez da mola $k$	$6 \text{ N/m}$
Coeficiente de empuxo $C_T$	$0.0107$
Densidade do Ar $\rho$	$1.184 \text{ kg/m}^3$
Raio do rotor $r$	$0.033 \text{ m}$
Constante de gravitação $g$	$9.81 \text{ m/s}^2$
Máxima velocidade dos propulsores $\omega_{max}$	$2650 \text{ rad/s}$

### 3. Requisitos de desempenho

O sistema de controle deve levar a carga para a posição desejada e mantê-la com as seguintes características em malha fechada:

- Erro de regime igual a zero para o comando de referência variando na forma de degrau;
- Máximo sobressinal menor do que 15% para o comando de referência variando na forma de degrau;
- Tempo de assentamento de 2% compatível com a dinâmica do sistema para o comando de referência variando na forma de degrau (estabeleça claramente o valor);
- Margem de ganho maior do que 10 dB;
- Margem de fase maior do que  $45^\circ$ ;
- Rejeição completa de qualquer perturbação constante.
- Esforço de controle compatível com o valor máximo de velocidade dos propulsores.