

PMR3404 – Controle I  
Projeto de Laboratório

MOTOR E FUSO

1. Descrição

O consiste numa mesa conectada a um fuso de esferas cuja posição angular pode ser alterada por meio de um servo-motor. Um sensor mede a posição da mesa. Eventuais cargas na mesa são acopladas à mesa de forma rígida e sofrem esforços de corte durante uma operação de usinagem. O fuso e o acoplamento possuem elasticidade não desprezível. O objetivo do sistema de controle é levar a mesa para uma posição desejada e assim mantê-la, mesmo na presença de distúrbios e erros de modelagem.

2. Modelo matemático

A Figura 1 ilustra o sistema. A mesa possui massa  $M$ , o fuso possui inércia  $J_f$  e rigidez  $k_{\theta f}$ , o acoplamento possui rigidez  $k_{\theta a}$  e o eixo do motor possui inércia  $J_m$

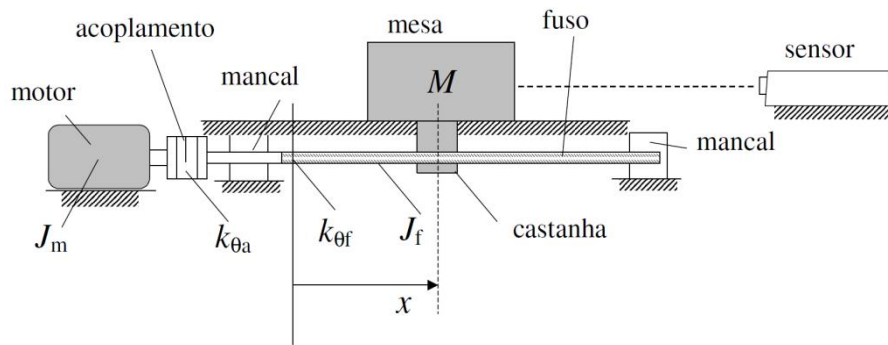


Figura 1 - Esquema da mesa

2.1. Equações de movimento

O equilíbrio de forças na mesa é derivado a partir da Figura 2:

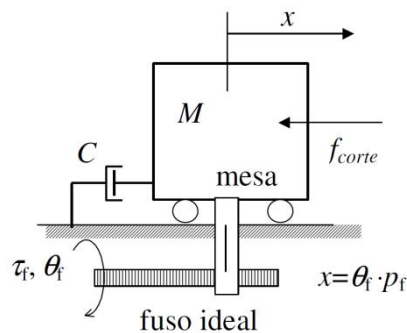


Figura 2 - Equilíbrio de forças na mesa

$$M\ddot{x}(t) + C_l\dot{x}(t) = f_{mesa} - f_{corte}$$

O deslocamento da mesa é dado por  $x(t)$ , a força de distúrbio sobre a mesa é dada por  $f_{corte}$ . O acionamento do fuso proporciona a força  $f_{mesa}$ . O sistema possui um amortecimento de constante  $C_l$ .

A equação de equilíbrio do fuso é derivada da Figura 3:

$$J_f\ddot{\theta}_f + C_\theta(\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_m) + k_{eq}(\theta_f - \theta_m) = -f_{mesa}p_f$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_{\theta a}} + \frac{1}{k_{\theta f}}$$

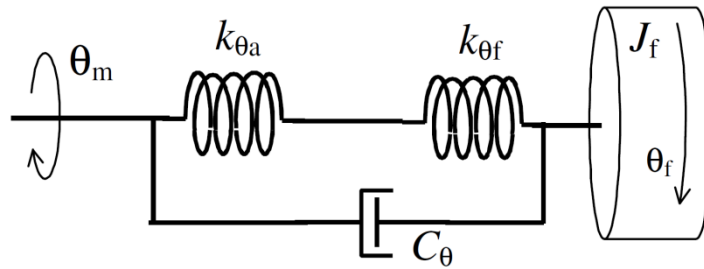
Os termos à direita da igualdade representam a reação da carga. O deslocamento angular do fuso é dado por  $\theta_f$ , relacionado com o deslocamento da mesa por uma constante  $p_f$  (passo do fuso):

$$x = \theta_f p_f$$

O fuso possui uma constante de amortecimento torcional  $C_\theta$  e uma rigidez torcional dependente do comprimento do fuso entre o acoplamento e a castanha conforme a relação

$$k_{\theta f} = k_{\theta f 0} \left(1,08 - \frac{x}{l_0}\right)$$

O deslocamento angular do eixo do servo-motor é dado por  $\theta_m$ .



**Figura 3 – Equilíbrio de Forças no fuso**

## 2.2. Dinâmica do Atuador

A corrente no motor em função da tensão de alimentação é dada por

$$v_m(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + k_{cem}\dot{\theta}_m$$

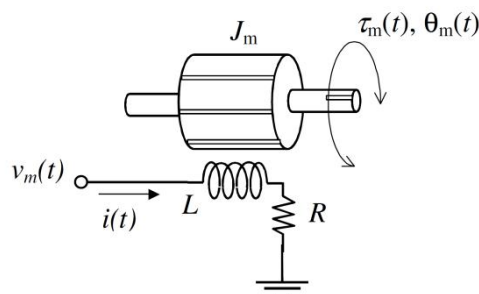
Na qual  $v_m(t)$  é a tensão aplicada nos terminais do motor,  $i(t)$  é a corrente no motor,  $L$  é a indutância no enrolamento,  $R$  é a resistência do enrolamento e  $k_{cem}$  é a constante de tensão contra-eletromotriz.

O torque elétrico do motor em função da corrente é dado por

$$\tau_m = k_m i(t)$$

A equação de equilíbrio de forças no rotor do motor é dada então por

$$J_m \ddot{\theta}_m = \tau_m - C_\theta (\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_f) - k_{eq} (\theta_m - \theta_f)$$



**Figura 4 - Circuito do atuador**

### 2.3. Resposta do sensor

A posição da mesa é medida por um sensor que fornece uma tensão  $v_s(t)$  proporcional ao deslocamento da mesa:

$$v_s(t) = k_s x(t)$$

### 2.4. Parâmetros

Parâmetro	Valor
Massa da mesa $M$	40 kg
Coef. de amortecimento linear $C_l$	50 N.s/m
Passo do fuso $p_f$	0.03 m/rad
Comprimento do fuso $l_0$	1.5 m
Momento de inércia do fuso $J_f$	$9.04 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
Constante de mola nominal do fuso $k_{\theta f}$	$1.2 \times 10^4 \text{ N.m/rad}$
Constante de mola do acoplamento $k_{\theta a}$	42 N.m/rad
Coef. de amortecimento angular $C_\theta$	0.3 N.m.s/rad
Momento de inércia do motor $J_m$	$2.3 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$
Constante eletromagnética $k_m$	2 N.m/A
Constante contra-eletromotriz $k_{cem}$	0.5 V.s/rad
Ganho do sensor $k_s$	10 V/m
Resistência ôhmica de armadura $R$	9 $\Omega$
Indutância do motor $L$	0.006 H
Máxima corrente no motor	0.25 A

## 3. Requisitos de desempenho

O sistema de controle deve levar a mesa para a posição desejada e mantê-la em equilíbrio com as seguintes características em malha fechada:

- Erro de regime igual a zero para o comando de referência variando na forma de degrau;
- Sem sobressinal
- Tempo de assentamento de 2% compatível com a dinâmica do sistema para o comando de referência variando na forma de degrau (estabeleça claramente o valor);
- Margem de ganho maior do que 10 dB;
- Margem de fase maior do que 45°;
- Rejeição completa de qualquer perturbação constante.
- Esforço de controle compatível com o valor máximo de corrente permitido no motor.