

PCS 3115 (PCS2215)

Sistemas Digitais I

## Módulo 02 – Sistemas de Numeração

*Prof. Edison Spina*

*versão: 3.0 (fevereiro de 2.017)*

*Baseado em material do prof. Marco Tulio Carvalho de Andrade*

## Conteúdo

### Sistemas de numeração

1. Base Decimal
2. Base Binária
3. Base Hexadecimal
4. Conversão entre Bases
5. Introdução à Aritmética das Bases Binária e Hexadecimal

## Sistemas de Numeração – 1. Base Decimal

### 1. Base Decimal

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & 6 \times 10^2 & & 7 \times 10^1 & & 2 \times 10^0 \\
 & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\
 3 \times 10^3 & & & & & & & \\
 \hline
 & & & & & & & \\
 & & & 3 & 6 & 7 & 2_{10} & 
 \end{array}$$

$$3672_{10} = 3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$$

Base 10 utiliza 10 dígitos, com valores de 0 a 9

### Notação Posicional: número inteiro

Base  $b$  utiliza  $b$  dígitos, com valores de 0 a  $(b-1)$

$$(d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0)_b = d_n \cdot b^n + d_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + d_1 \cdot b^1 + d_0 \cdot b^0$$

Spina

## 1. Base Decimal

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & 3 \times 10^{-1} & & 5 \times 10^{-2} & & \\
 & & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \\
 3 & 6 & 7 & 2, & 3 & 5_{10} & & 
 \end{array}$$

$$3672,35_{10} = 3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

### Notação Posicional: número fracionário

$$(0, d_1 d_2 \dots d_{n-1} d_n)_b = d_1 \cdot b^{-1} + d_2 \cdot b^{-2} + \dots + d_{n-1} \cdot b^{-(n-1)} + d_n \cdot b^{-n}$$

Spina

## 2. Base Binária

$$\begin{array}{cccc} 1 \times 2^3 & 0 \times 2^2 & 1 \times 2^1 & 1 \times 2^0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 1011_2 \end{array}$$

$$1011_2 = 1.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0$$

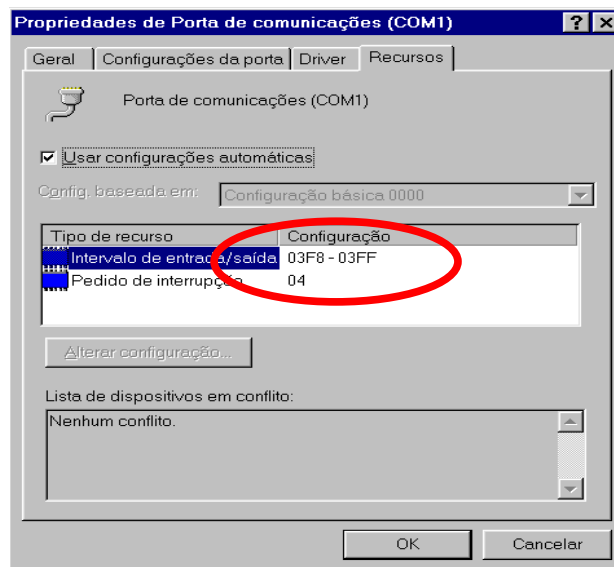
Número em binário: 1 0 1 1 0 1 , 0 1

Pesos: 32 16 8 4 2 1 1/2 1/4

$$101101,01_2 = 32 + 8 + 4 + 1 + 1/4 = 45,25$$

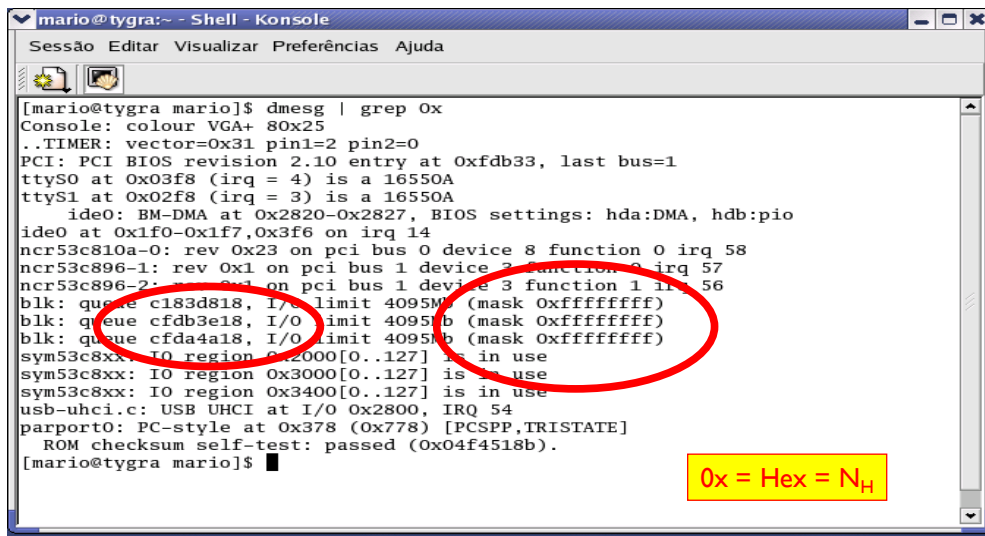
Spina

## 3. Base Hexadecimal



Spina

### 3. Base Hexadecimal



```

[mario@tygra mario]$ dmesg | grep 0x
Console: colour VGA+ 80x25
..TIMER: vector=0x31 pin1=2 pin2=0
PCI: PCI BIOS revision 2.10 entry at 0xfdb33, last bus=1
ttyS0 at 0x03f8 (irq = 4) is a 16550A
ttyS1 at 0x02f8 (irq = 3) is a 16550A
   ide0: BM-DMA at 0x2820-0x2827, BIOS settings: hda:DMA, hdb:pio
ide0 at 0x1f0-0x1f7,0x3f6 on irq 14
ncr53c810a-0: rev 0x23 on pci bus 0 device 8 function 0 irq 58
ncr53c896-1: rev 0x1 on pci bus 1 device 2 function 0 irq 57
ncr53c896-2: rev 0x1 on pci bus 1 device 3 function 1 irq 56
blk: queue c183d818, I/O limit 4095M (mask 0xffffffff)
blk: queue cfdb3e18, I/O limit 4095M (mask 0xffffffff)
blk: queue cfd44a18, I/O limit 4095M (mask 0xffffffff)
sym53c8xx: IO region 0x2000[0..127] is in use
sym53c8xx: IO region 0x3000[0..127] is in use
sym53c8xx: IO region 0x3400[0..127] is in use
usb-uhci.c: USB UHCI at I/O 0x2800, IRQ 54
parport0: PC-style at 0x378 (0x778) [PCSPD,TRISTATE]
ROM checksum self-test: passed (0x04f4518b).
[mario@tygra mario]$

```

0x = Hex = N<sub>H</sub>

Spina

### 3. Base Hexadecimal

$$\begin{array}{cccc}
 & 10 \times 16^2 & & 5 \times 16^1 \\
 & \text{---} & & \text{---} \\
 3 \times 16^3 & & & 11 \times 16^0 \\
 \hline
 & 3 & A & 5 & B \\
 & & & & \text{---} \\
 & & & & 16
 \end{array}$$

$$3A5B_{16} = 3 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0$$

Dígitos Hexadecimais:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

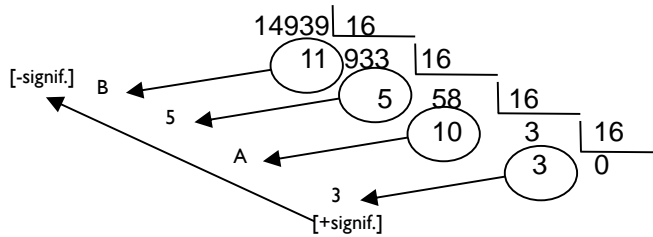
Spina

## 4. Conversão Entre Bases

A) **Base qualquer para base 10:** Basta aplicar a definição.

$$3A5B_{16} = 3 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = 14939_{10}$$

B) **Base 10 p/ base qualquer:** divisões sucessivas pela base.



$$14939_{10} = 3A5B_{16}$$

Spina

## 4. Conversão Entre Bases

Base 10 p/ base qualquer (parte fracionária):  
multiplicações sucessivas pela base.

Ex.:  $0,6875_{10}$  para a base 2

$$\begin{array}{r} 0,6875 \times 2 = 1,375 \\ 0,375 \times 2 = 0,75 \\ 0,75 \times 2 = 1,5 \\ 0,5 \times 2 = 1,0 \end{array}$$

$$0,6875_{10} = 0,1011_2$$

Spina

## 4. Conversão Entre Bases

- Demonstração – da expressão:

$$(0, d_1 d_2 \dots d_{n-1} d_n)_b = d_1 \cdot b^{-1} + d_2 \cdot b^{-2} + \dots + d_{n-1} \cdot b^{-(n-1)} + d_n \cdot b^{-n}$$

- Vamos multiplicar o segundo membro por  $b$ :

$$d_1 \cdot b^{-1} \cdot b + d_2 \cdot b^{-2} \cdot b + \dots + d_{n-1} \cdot b^{-(n-1)} \cdot b + d_n \cdot b^{-n} \cdot b =$$

$$\boxed{d_1} + d_2 \cdot b^{-1} + \dots + d_{n-1} \cdot b^{-n} + d_n \cdot b^{-(n+1)}$$

- Com isto isola-se o dígito  $d_1$ . Multiplicando novamente por  $b$  isola-se o dígito  $d_2$ , e assim sucessivamente; em outras palavras, multiplica-se pela base  $b$  e isola-se a parte inteira.

Spina

## 4. Conversão Entre Bases

### Métodos Práticos

#### - Número em binário para decimal

Número em binário: **1 0 1 1 0 1, 0 1**

Pesos: **32 16 8 4 2 1 1/2 1/4** = **45,25**

#### - Número inteiro decimal para binário

$237_{10} = ?_2 \rightarrow$ maior potência de	$2 = 2^7 = 128 \rightarrow$ sobra 109	<b>1</b>
	109 contém 64 $\rightarrow$ sobra 45	<b>1</b>
	45 contém 32 $\rightarrow$ sobra 13	<b>1</b>
	13 não c. 16 $\rightarrow$ sobra 13	<b>0</b>
	13 contém 8 $\rightarrow$ sobra 5	<b>1</b>
	5 contém 4 $\rightarrow$ sobra 1	<b>1</b>
	1 não c. 2 $\rightarrow$ sobra 1	<b>0</b>
	1 contém 1 $\rightarrow$ sobra 0	<b>1</b>

$$\boxed{237_{10} = 11101101_2}$$

Spina

## Conversão decimal para binário

número	base	quociente	resto
237	2	118	1
118	2	59	0
59	2	29	1
29	2	14	1
14	2	7	0
7	2	3	1
3	2	1	1
1	2	0	1



$$237_{10} = 11101101_2$$

Spina

## 4. Conversão Entre Bases

### Métodos Práticos

- Número em binário para hexadecimal

$$\begin{array}{c}
 \longleftarrow \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \longrightarrow \\
 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ ,\ 0\ 1\ 0\ 0 \\
 \underbrace{\hspace{1.5em}} \quad \underbrace{\hspace{1.5em}} \quad \underbrace{\hspace{1.5em}} \\
 2 \quad \quad D \quad \quad 4 \\
 101101,01_2 = \boxed{2D,4}_{16}
 \end{array}$$

Regra:

Agrupa-se de 4 em 4 bits para a esquerda e para a direita a partir da vírgula, substituindo-se cada conjunto de 4 bits pelo dígito hexadecimal correspondente.

Spina

## 4. Conversão Entre Bases

### Métodos Práticos

- Número em hexadecimal para binário

$$\begin{array}{ccc} 2 & D & , & 4 & \\ \wedge & \wedge & & \wedge & \\ 0010 & 1101 & , & 0100 & \\ & & & & 16 \end{array}$$

$$2D,4_{16} = \boxed{101101,01}_2$$

Regra:

Substitui-se cada dígito Hexadecimal por 4 bits que possuam, em binário, o mesmo valor que o dígito hexadecimal substituído.

Spina

### Exercícios

4.1. Converta para as bases 2, 4, 8 e 16:

a)  $347, 125_{10}$

b)  $189, 375_{10}$

c)  $347, 125_8$

d)  $1234_5$

4.2. Coloque os números a seguir em ordem crescente.

$$233_{10}, EA_{16}, 11100111_2, 177_8$$

Spina



## 5. Introdução à Aritmética (Binária e Hexadecimal)

Mesmos princípios de funcionamento, qualquer que seja a base.

O que se aprendeu para decimal, vale para as demais bases.

cortar vírgulas:  $11100011,1101 / 1100,0011$

igualar casas decimais:  $1100,011 / 11,100$

agrupar dígitos até superar o valor do divisor na operação de divisão

ter vai-um em qualquer casa

aumentar o número de dígitos para suportar estouros

o vai-um não recai sobre o campo do sinal ! (campo de sinal?)

## 5. Introdução à Aritmética (Binária e Hexadecimal)

### Exercícios

Ex. 5.1. Efetue as seguintes operações nas bases indicadas:

a)  $11101,1_2 + 1110,01_2$     b)  $11101,1_2 - 1110,01_2$

c)  $11101,1_2 \times 10, 1_2$     d)  $11101,1_2 : 10,1_2$

## 5. Introdução à Aritmética (Binária e Hexadecimal)

### Exercícios

Ex. 5.2. Efetue as seguintes operações nas bases indicadas:

a)  $73,26_8 + 14,53_8$     b)  $124,53_8 - 76,56_8$

Spina

## 5. Introdução à Aritmética (Binária e Hexadecimal)

### Exercícios

Ex. 5.2. Efetue as seguintes operações nas bases indicadas  
(continuação):

c)  $C2B0_{16} + A9E5_{16}$

d)  $C2B0_{16} - A9E5_{16}$

Spina

## Lição de Casa

- Leitura Obrigatória:
  - Capítulo 2 do Livro Texto.
- Exercícios Obrigatórios:
  - Capítulo 2 do Livro Texto;
  - Lista de Exercícios do Módulo 2.

Spina

## Livro Texto

Wakerly, J.F.; Digital Design – Principles & Practices; Fourth Edition, ISBN: 0-13-186389-4, Pearson & Prentice-Hall, Upper Saddle, River, New Jersey, 07458, 2006.

Spina